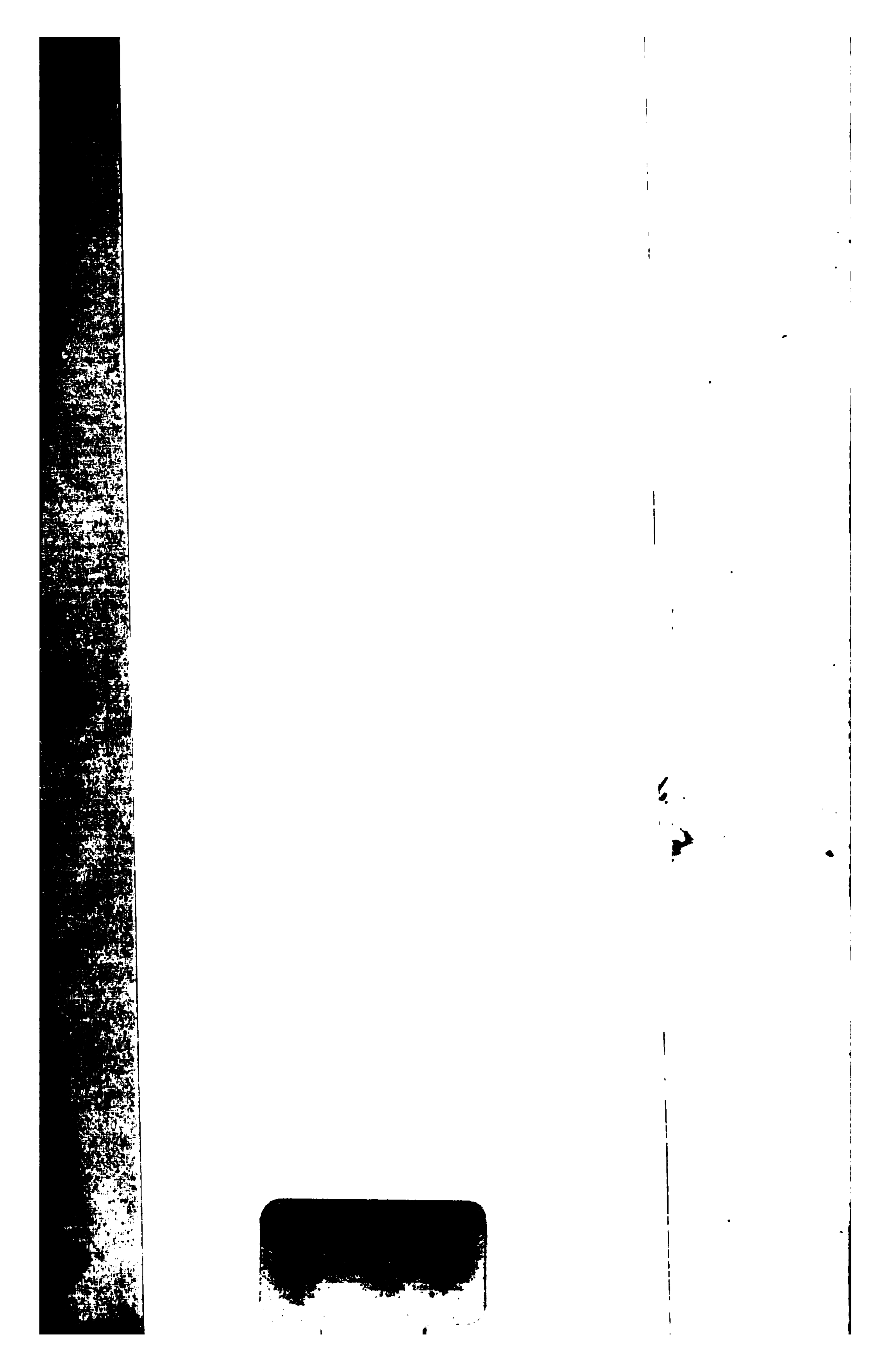
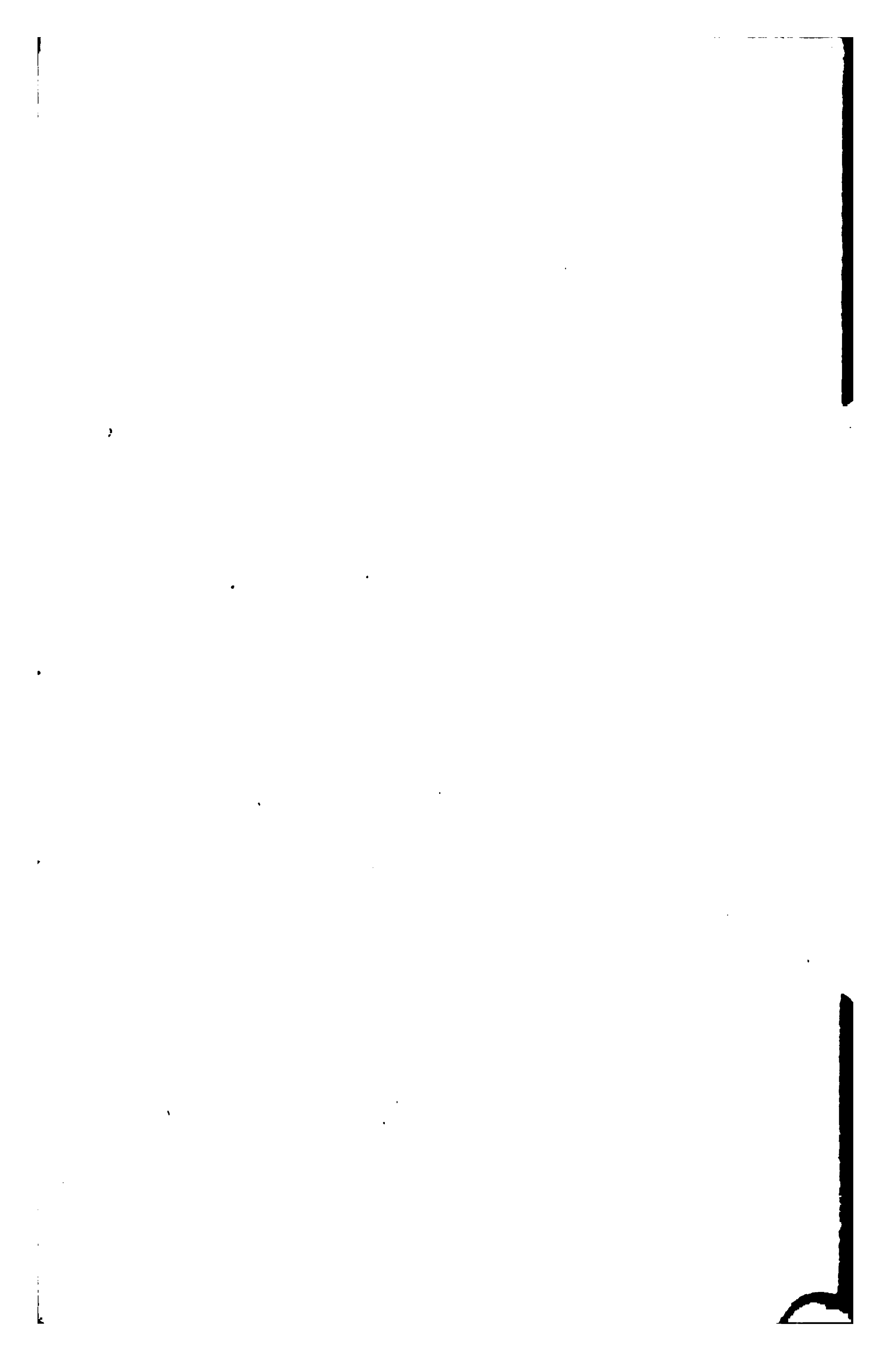
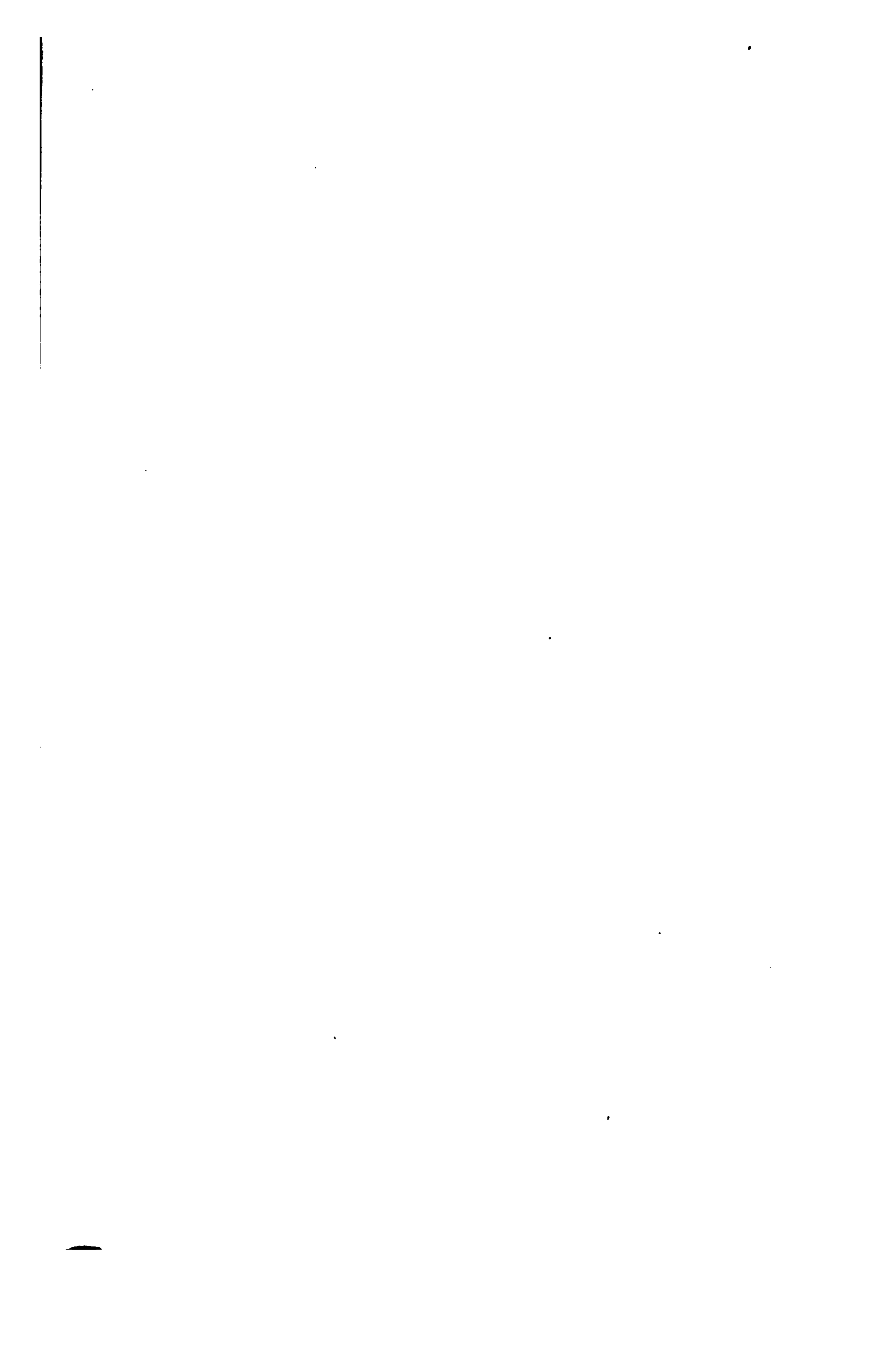








3

THEORETISCHE

MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,

GROSSH. BADISCHER GEHEIMRATH UND PROF. AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN DREI BÄNDEN.

DRITTER BAND.

HAMBURG UND LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1890.

THEORIE

DER

KRAFTMASCHINEN

VON

DR. F. GRASHOF,

GROSSH. BADISCHER GEHEIMRATH UND PROF. AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

MIT 116 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

HAMBURG UND LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1890.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Vorwort.

Im Vorwort zum 1. Bande dieses Werkes vom Jahre 1875 war noch ein 4. Band in Aussicht genommen worden zu theoretischer Untersuchung von Arbeitsmaschinen, insoweit sie einer solchen, besonders die Grösse der zu leistenden Arbeit betreffenden theoretischen Behandlung zugänglich sind. Seit jener Zeit sind nun aber diese namentlich von G. Herrmann in seiner wesentlich vervollständigten, grösstentheils ganz neuen Bearbeitung von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik theils in der die Maschinen zur Ortsveränderung betreffenden, theils in der im Erscheinen begriffenen Abtheilung, welche die Maschinen zur Formveränderung betrifft, insbesondere auch theoretisch so vollständig und vortrefflich zusammenfassend behandelt worden, dass die Ausarbeitung jenes beabsichtigt gewesenen 4. Bandes dieses Werkes derzeit nicht hinlänglich begründet erscheint. Der Verfasser verzichtet darauf um so lieber, als er mit Rücksicht auf seine persönlichen Umstände, wenn überhaupt, wenigstens eine wünschenswerth rasche Vollendung dieses 4. Bandes nicht in Aussicht stellen könnte. Die Arbeitsmaschinen sind auch in ihrer grossen Mannigfaltigkeit am meisten einerseits einer besonderen und selbst vielfach weiter getheilten Behandlung zugänglich, und erfordern andrerseits eine erhöhte Berücksichtigung der constructiven Ausführung, die Art und Güte neben der

Grösse der zu leistenden Arbeit wesentlich bedingend; so einfache Skizzen, wie in den erschienenen Bänden benutzt wurden, in Verbindung mit entsprechend fast ausschliesslich theoretischen Erörterungen, würden meistens nicht genügen. Insofern mögen diese erschienenen Bände immerhin als einen gewissen Abschluss gewährend betrachtet werden.

Karlsruhe, im Januar 1890.

Der Verfasser.

Inhalt.

Theorie der Kraftmaschinen.

C. Windmotoren.

D. Wärmemotoren.

I. Dampfmaschinen.

a. Dampfkessel.

b. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Dampfmaschinen.

g. Dampfverbrauch.

II. Luftmotoren.

a. Luftmotoren mit offener Feuerung.

1. Geschlossene Maschinen.

α. Allgemeine Erörterungen.

β. Ausgeführte Maschinen.

2. Offene Maschinen.

b. Feuerluftmaschinen.

1. Feuerluftmaschinen mit festen oder tropfbar flüssigen Brennstoffen.

2. Gasmotoren.





THEORETISCHE MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,
PROFESSOR AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN VIER BÄNDEN.

DRITTER BAND.

THEORIE DER KRAFTMASCHINEN.

MIT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

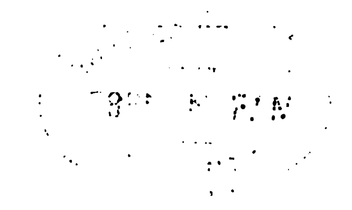
ERSTE LIEFERUNG.

HAMBURG UND LEIPZIG,
VERLAG VON LEOPOLD VOSS.
1886.

Ankündigung.

Der mit dieser Lieferung begonnene dritte Band der **Theoretischen Maschinenlehre** behandelt die **Kraftmaschinen** in ihrem ganzen Umfange, d. h. die Maschinen, welche zur Verwerthung der Naturkräfte als technische Betriebskräfte dienen, insbesondere also nächst den Maschinen zur Aufnahme thierischer Kräfte die hydraulischen Kraftmaschinen, Windräder, Dampfmaschinen und überhaupt die calorischen Maschinen im weiteren Sinne.

Der Band erscheint in fünf Lieferungen und wird ungefähr den gleichen Umfang erhalten, wie die bereits erschienenen ersten beiden Bände.



Theorie der Kraftmaschinen.

§. 1. Uebersicht der Formen des zu technischen Arbeitszwecken verwendbaren natürlich vorhandenen Arbeitsvermögens.

Arbeitsvermögen (Œnergie) kann in Betreff seiner Erscheinungsform unterschieden werden als freies und als gebundenes Arbeitsvermögen. Unter freiem Arbeitsvermögen (kinetischer Energie), gewöhnlich als lebendige Kraft bezeichnet, ist ein solches zu verstehen, welches eine bewegte Masse vermöge ihrer Bewegung in Bezug auf einen anderen Körper (oder einen als ruhend gedachten Raum) besitzt, unter gebundenem (potentieller Energie) ein solches, welches einem Körper infolge seiner Lage gegen andere Körper und der zwischen ihnen wirksamen Kräfte zukommt, so dass es als solches verkleinert, nämlich theilweise frei wird durch eine relative Bewegung im Sinne jener Kräfte, vergrössert durch eine entgegengesetzte relative Bewegung.

Freies sowohl wie gebundenes Arbeitsvermögen kann weiter als äusseres und inneres unterschieden werden. Das äussere freie Arbeitsvermögen (in der Mechanik schlechtweg oder im engeren Sinne als lebendige Kraft bezeichnet) entspricht einer als solche wahrnehmbaren Bewegung, d. h. einer Bewegung, bei der die Punkte des betreffenden Körpers Wege von messbaren Längen durchlaufen, das innere dagegen den hypothetischen, als solche nicht wahrnehmbaren und messbaren relativen Bewegungen der die Körper constituirenden Atome bezw. Moleküle, insbesondere z. B. solchen Molekularbewegungen, die als Ursache der Wärme betrachtet werden. Aeusseres gebundenes Arbeitsvermögen kommt einem Körper von endlicher Grösse zu vermöge seiner Lage gegen andere solche Körper und der zwischen ihnen wirksamen Kräfte, inneres den Körpern an sich vermöge der relativen Lagen ihrer sie constituirenden Atome bezw. Moleküle und der zwischen diesen wirksamen hypothetischen Kräfte. Letzteres kann unterschieden werden in chemisch gebundenes, entsprechend der Gruppirung der Atome in den Molekülen und den

chemischen Kräften, mit welchen die Atome aufeinander wirken, und in physikalisch gebundenes, als beruhend zu betrachten auf der Gruppirung der ganzen Moleküle mit Aetherhüllen und auf den zwischen diesen wirksamen betreffenden Kräften.

Gemäss einem fundamentalen Princip der Naturwissenschaften ist die Gesammtgrösse des in der Welt vorhandenen Arbeitsvermögens unveränderlich, und sind nur die Formen desselben, durch die Arbeiten von Kräften vermittelt, vielfachen unaufhörlichen Wandlungen unterworfen. So z. B. kommt einem irdischen Körper, wenn er über die Erdoberfläche erhoben ist, vermöge dieser Erhebung und seiner Schwere ein gewisses gebundenes (äusseres) Arbeitsvermögen zu, welches frei, nämlich in freies (gleichfalls äusseres) Arbeitsvermögen, in sogenannte lebendige Kraft verwandelt wird, falls der Körper auf die Erde niederfällt, und zwar wird diese Umwandlung vermittelt durch die Arbeit der Schwerkraft. Allgemein ist die Wandlung von gebundenem in freies Arbeitsvermögen mit einer positiven Arbeit verbunden, um deren Betrag das gebundene Arbeitsvermögen abnimmt, das freie zunimmt. Umgekehrt verhält es sich bei der mit einer überschüssigen negativen Arbeit verbundenen Wandlung von freiem in gebundenes Arbeitsvermögen. Uebrigens kann auch freies in ein anderes freie, gebundenes in ein anderes gebundene Arbeitsvermögen übergehen. So wird beim stossweisen Niederfallen eines irdischen Körpers durch Vermittlung negativer Arbeit der Stosskraft (des gegenseitigen Druckes) und positiver Arbeit von Molekularkräften äusseres in inneres freies Arbeitsvermögen, nämlich in Wärme verwandelt, die sich z. B. bei wiederholten Schlägen eines Rammbärs gegen den Pfahl durch Erhitzung beider Theile zu erkennen giebt. Bei der Erhebung des Bärs einer Handramme wird inneres gebundenes (in den Muskeln der Arbeiter chemisch gebundenes) Arbeitsvermögen in äusseres gebundenes verwandelt durch Vermittlung positiver Muskelkraft- und negativer Schwerkraft-Arbeit. Allgemein wird, während die Verwandlung von gebundenem in freies Arbeitsvermögen mit überschüssiger positiver Arbeit, die umgekehrte Wandlung mit überschüssiger negativer Arbeit verbunden ist, die Wandlung von freiem in freies, von gebundenem in gebundenes Arbeitsvermögen durch sich compensirende theils positive, theils negative Arbeiten vermittelt.*

* Es darf nicht stören, dass die übliche wissenschaftliche Ausdrucksweise dieser Auffassung nicht immer ganz zu entsprechen scheint. So sagt man im Falle eines z. B. in der atmosphärischen Luft befindlichen Körpers, dass bei einer Temperatur-

Die Technik sucht die in Rede stehenden Wandlungen, die im Haushalte der Natur unaufhörlich in grossem Massstabe stattfinden, zum Theil ihren Zwecken gemäss zu leiten. Hülfsmittel dazu sind die Maschinen, durch welche also Arbeitsvermögen niemals erzeugt, sondern nur in Betreff seiner Erscheinungsform umgewandelt werden kann. Ein vollständiges Maschinensystem besteht im Allgemeinen aus der Kraftmaschine (Umtriebmaschine, Motor) zur Verwandlung des zum Betriebe disponiblen Arbeitsvermögens in mechanische Arbeit, aus der Arbeitsmaschine (Werkmaschine, Werkzeugmaschine) zur Verwandlung dieser mechanischen Arbeit in die Form von Arbeitsvermögen, welche in Verbindung mit bestimmten Bewegungen dem jeweiligen Zwecke (bestimmter Orts- oder Formveränderung von Körpern) entspricht,* in der Regel auch aus der Zwischenmaschine (Transmission) zur Fortpflanzung der mechanischen Arbeit von der Kraft- zur Arbeitsmaschine eventuell mit entsprechender Abänderung beider Factoren der Arbeitstärke, nämlich der Kraft und der Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes im Sinne der Kraft, bezw. des Kraftmomentes und der betreffenden Winkelgeschwindigkeit bei unveränderter Grösse des Productes, d. h. der Arbeitstärke selbst, vorbehaltlich solcher Abnahme desselben, die durch unvermeidliche Bewegungswiderstände verursacht wird. Abgesehen davon, dass die Zwischenmaschine oft fehlt, indem die Kraftmaschine die zur Bethätigung der Arbeitsmaschine nöthige Bewegung schon hat und beide in unmittelbare Verbindung gebracht werden können, sind letztere auch nicht selten so mit

---

erhöhung desselben durch Wärmemittheilung ein Theil dieser Wärme in äussere Arbeit verwandelt werde entsprechend der Volumenvergrösserung des Körpers entgegen dem äusseren Druck. Nach obiger Auffassung wird durch fragliche Arbeit die Verwandlung der betreffenden Wärme in physikalisch gebundenes Arbeitsvermögen der Luft vermittelt entsprechend der Verdichtung, welche die Luft durch die Ausdehnung des Körpers erfährt, aber jene Arbeit ist so genau das Mass dieser Aenderung von gebundenem Arbeitsvermögen, dass es im Allgemeinen zulässig (oder gar wegen Unmessbarkeit der auf eine sehr grosse Luftmenge sich vertheilenden Dichtigkeitsänderung vorzuziehen) ist, einfacher nur von ihr zu sprechen, obschon sie eine Grösse von so zu sagen nur augenblicklicher Existenz ist, durch welche lediglich die Verwandlung einer Grösse von dauernder Existenz in eine andere solche, nämlich von einer in eine andere Form von Arbeitsvermögen vermittelt wird.

* Das aus der mechanischen Arbeit erhaltene Arbeitsvermögen braucht nicht bezweckt oder wesentlich durch den Zweck bedingt zu sein. Bei dem Horizontaltransport von Lasten z. B. dient die von der Kraftmaschine gelieferte mechanische Arbeit nur zur Bewältigung von Nebenwiderständen, die mit jenem Transport verbunden sind, abgesehen von der lebendigen Kraft, die dem transportirten Körper und dem Transportmittel (insbesondere z. B. einem als Arbeitsmaschine aufzufassenden Fuhrwerke) beim Uebergange aus Ruhe in Bewegung ertheilt werden muss.

einander vereinigt, dass sie nur begrifflich, kaum räumlich getrennt werden können, indem dieselbe Maschine in einer Hinsicht Kraft-, in einer anderen zugleich Arbeitsmaschine ist, z. B. das Spindelprägwerk, der Dampfhammer u. a.*

Die vorzugsweise üblichen Kraftmaschinen, um welche es sich hier allein handelt, entsprechen den Formen, in welchen vorzugsweise natürlich vorhandenes Arbeitsvermögen zu technischen Arbeitszwecken benutzbar ist; es sind das solche, in denen es am reichlichsten entweder durch Ansammlung oder durch beständige Erneuerung in oder auf der Erde vorhanden, in denen es ferner am leichtesten fassbar und zwar insbesondere örtlich concentrirbar ist. Am meisten, wenn auch in sehr verschiedenem Grade, entspricht diesen Bedingungen das äussere freie oder gebundene Arbeitsvermögen des Wassers, das äussere freie Arbeitsvermögen der atmosphärischen Luft, sowie das innere gebundene und zwar chemisch gebundene Arbeitsvermögen von lebenden Wesen, von vegetabilischen und besonders von fossilen Brennstoffen.

Das äussere Arbeitsvermögen des Wassers ist in Form von freiem Arbeitsvermögen technisch nutzbar als dasjenige, welches in Flussbetten fliessendes Wasser vermöge seiner Masse und Geschwindigkeit besitzt; doch findet solche Art der Benutzung in nur untergeordnetem Grade statt, besonders deshalb, weil in dieser Form das Arbeitsvermögen in einer verhältnissmässig allzu grossen Wassermasse vertheilt und auch nicht auf einfache Weise concentrirbar, d. h. auf eine kleinere Wassermasse mit entsprechend grösserer Geschwindigkeit übertragbar ist. In viel grösserem Massstabe wird deshalb das äussere Arbeitsvermögen des Wassers als gebundenes, nämlich dadurch verwerthet, dass das Gefälle einer gewissen Flussstrecke durch abgezweigte Canäle ev. in Verbindung mit Stauung zu möglichst grossem Theile an einer gewissen Stelle con-

---

* Aehnlich verhält es sich schon bei dem Handwerkzeug und dem Handtriebzeug als den einfachsten und ursprünglichsten Formen von leblosen körperlichen Gebilden analoger Bestimmung mit einer Arbeits- bezw. Kraftmaschine, welche auch u. A. zu einem einzigen Gebilde vereinigt sein können, das Werkzeug und Triebzeug zugleich ist, wie z. B. der Hobel, der Grabstichel, während Meissel und zugehöriger Schlägel einfachste Beispiele von getrenntem Werkzeug und Triebzeug sind. (E. Hartig: Ueber einige Allgemeinbegriffe der mechanischen Technik. „Civilingenieur", XXX. Band, 6. Heft.) Trotz der nahen Beziehung und Analogie mit Arbeitsmaschinen und Kraftmaschinen, welche Werkzeuge bezw. Triebzeuge im Allgemeinen nur als Bestandtheile enthalten, gehört doch die nähere Erörterung jener einfachen Formen nicht in das Gebiet der Maschinenlehre, indem eine Maschine ihrem Begriffe nach wesentlich ein Mechanismus im Arbeitsgange ist.

centrirt wird. Wenn dann auch das gebundene Arbeitsvermögen, das dem Wasser infolge dieses örtlich concentrirten Gefälles zukommt, oft nicht unmittelbar als solches, sondern nach vorheriger Umsetzung in freies Arbeitsvermögen bewegten Wassers zur Arbeitsleistung in der hydraulischen Kraftmaschine gelangt, so lässt sich doch auf diese Weise einer bestimmten Wassermasse eine viel grössere Geschwindigkeit, somit ein viel grösseres freies Arbeitsvermögen mittheilen, als eine gleich grosse Wassermasse des natürlichen Flusses besitzt. Bei letzterem wird das ganze, seinem Gefälle und der Schwere des Wassers entsprechende gebundene äussere Arbeitsvermögen durch Vermittelung der Reibungswiderstände in inneres freies Arbeitsvermögen, nämlich in Wärme umgesetzt, die aber hier eine nur so geringe, kaum merkliche Temperaturerhöhung verursacht, dass ihre technische Benutzung zu Arbeitszwecken nicht in Frage kommen kann. Durch Abzweigung des Wassers in einem Canal von kleinerem Gefälle vermindert man aber mit seiner Geschwindigkeit in diesem Canal, oft auch mit der Länge der zu durchfliessenden Strecke und stets mit der Rauhigkeit und Unregelmässigkeit der Canalwände im Vergleich mit dem Flussbette, sowie infolge vortheilhafterer Querschnittsform die Bewegungswiderstände, so dass ein entsprechender Theil des äusseren Arbeitsvermögens, der sonst durch sie in Wärme umgesetzt worden wäre, nun als gebundenes Arbeitsvermögen örtlich concentrirt erhalten und zu technischer Benutzung disponibel wird.

Die atmosphärische Luft besitzt zwar als Wind ein sehr grosses freies Arbeitsvermögen, das aber nur zu einem verhältnissmässig kleinen Theile verwerthet werden kann, weil es noch mehr, als das freie Arbeitsvermögen des in Flussbetten strömenden Wassers, in einer allzu ausgedehnten Masse vertheilt und nicht auf hinlänglich einfache Weise concentrirbar ist. Dazu kommt, dass durch die grosse Veränderlichkeit der Windstärke an demselben Orte die technische Nutzbarkeit des Arbeitsvermögens in dieser Form noch mehr beschränkt wird. Die Wasserführung von Flüssen ist wenigstens nicht in so hohem Grade wie die Windstärke variabel, auch im Ganzen auf mehr bekannte gesetzmässige, an die Jahreszeiten gebundene, somit im Voraus zu veranschlagende Weise; endlich kann oft mit Vortheil (insbesondere in durch Thalsperren gebildeten Teichen) die überschüssige Wassermenge eines Flusses zur Zeit des Hochwassers angesammelt werden als Ersatz für den Ausfall in trockenen Jahreszeiten.

Als chemisch gebundenes wird das Arbeitsvermögen sowohl im unentwickelten als auch in dem heutzutage am höchsten entwickelten

Zustande der menschlichen Gesellschaft vorzugsweise zu Arbeitszwecken benutzt, dort durch die mit chemischen Umsetzungen verbundene Muskelthätigkeit von Menschen und Thieren, hier durch Vermittlung calorischer Kraftmaschinen, d. h. von Maschinen, welche die Gewinnung mechanischer Arbeit in technisch brauchbarer Form durch Umsetzung aus Wärme, also aus innerem freiem Arbeitsvermögen vermitteln, welche Wärme selbst bei der Verbrennung vegetabilischer oder fossiler Brennstoffe durch Umsetzung aus chemisch gebundenem Arbeitsvermögen derselben erhalten wird. In dem letzteren, hier vorzugsweise interessirenden Falle ist die resultirende Verwandlung chemisch gebundenen Arbeitsvermögens in mechanische Arbeit meistens ein sehr mittelbarer, zusammengesetzter Vorgang. Zuvörderst ist es nicht nur Wärme, worin sich chemisch gebundenes Arbeitsvermögen bei der Verbrennung z. B. von Steinkohle verwandelt; ein Theil desselben geht durch die Vergasung der ursprünglich festen brennbaren Bestandtheile auch in physikalisch gebundenes Arbeitsvermögen über, ein anderer Theil in äusseres freies Arbeitsvermögen, entsprechend der Geschwindigkeit, mit der die luftförmigen Verbrennungsproducte entweichen und die atmosphärische Luft von ihnen verdrängt wird. Die thatsächlich producirte Wärme wird nun zunächst meistens zur Verdampfung von Wasser in einem Dampfkessel verwendet, freilich nicht vollständig, da erhebliche Theile durch die Ofenwände ausstrahlen und mit den noch wesentlich warmen Gasen durch die Esse abziehen. Die in den Kessel eindringende Wärme behält zum Theil diese ihre Form inneren freien Arbeitsvermögens bei, indem sie dazu dient, das mit niederer Temperatur in den Kessel eingepresste Speisewasser bis zur Kesseltemperatur zu erwärmen, zum grösseren Theil aber geht sie durch die Verdampfung von Wasser in die Form physikalisch gebundenen Arbeitsvermögens über; ein dritter Theil endlich setzt sich unmittelbar in mechanische Arbeit um infolge der Volumvergrösserung, welche die Verdampfung begleitet. Durch die Expansion des Dampfes im Cylinder nach seiner Absperrung vom Kessel werden auch noch Theile seines freien und seines physikalisch gebundenen Arbeitsvermögens als Arbeit gewonnen, indem bei dieser Expansion der Dampf sich abkühlt und theilweise condensirt wird. Immerhin aber bleibt die ganze auf den Kolben übertragene mechanische Arbeit nur ein kleiner Theil des dem aufgewendeten Brennstoffe eigenthümlichen Arbeitsvermögens, desjenigen nämlich, welches durch vollkommene Verbrennung desselben als Wärme gewonnen werden könnte, und umsomehr gilt dasselbe von der schliesslich nutzbar gemachten Arbeit, die noch kleiner als jene Arbeit des Dampfdrucks auf den Kolben ist, theils infolge der

unvermeidlichen Reibungswiderstände der verschiedenen in relativ gleitender Bewegung begriffenen Maschinentheile, wodurch eine theilweise Rückverwandlung von Arbeit in Wärme bedingt wird, theils infolge des Gegendrucks auf die Vorderseite des Kolbens. Wenn auch der letztere so viel wie möglich reducirt wird, so werden doch nicht mehr als etwa 5—10 % des dem Brennstoffe eigenthümlichen Arbeitsvermögens selbst durch unsere besseren Dampfmaschinen als Nutzarbeit gewonnen. Der ganze verhältnissmässig grosse Rest ist nicht nur zu technischer Arbeitsverrichtung, sondern meistens überhaupt zu wirthschaftlichen menschlichen Zwecken verloren, indem sich nur ausnahmsweise Gelegenheit findet, einen Theil desselben noch als Wärme oder anderweitig zu verwerthen.

Jenes Ergebniss einer Nutzbarmachung des chemisch gebundenen Arbeitsvermögens unserer Brennstoffe zu höchstens etwa 5—10 % ist zwar vergleichungsweise insofern nicht ungünstig, als das Arbeitsvermögen eines ganzen Flusses zu einem oft noch viel kleineren Theil, das der bewegten Luft gar nur zu verschwindend kleinem Theil benutzt wird. Wirthschaftlich ungünstiger für den einzelnen Unternehmer wird es schon durch den Umstand, dass der Brennstoff nach Massgabe seines ganzen, den Handelswerth bedingenden Arbeitsvermögens von ihm erworben werden muss, das Arbeitsvermögen eines Flusses nur theilweise, nur hinsichtlich des zu benutzenden Gefälles einer gewissen Strecke seines Laufes, das der bewegten Luft überhaupt nicht. Am ungünstigsten aber und zwar für die menschliche Gesellschaft im Ganzen erscheint das fragliche Ergebniss insofern, als die zum Betriebe calorischer Kraftmaschinen vorwiegend benutzten fossilen Brennstoffe einen aus früheren geologischen Perioden stammenden, von untergegangenen Vegetationen herrührenden Vorrath von Arbeitsvermögen darstellen, dessen Abgänge unersetzlich geworden sind. Alle übrigen der genannten Formen des technisch benutzten Arbeitsvermögens sind dagegen in beständiger Erneuerung begriffen; sie sind nur Theile des augenblicklichen irdischen Bestandes an Arbeitscapital der Welt, der durch Wärmeausstrahlung der Erde gegen den kälteren Weltraum hin zwar beständig vermindert, durch Zustrahlung von der Sonne aber beständig vermehrt und so auf einer im Ganzen nur wenig variablen Höhe erhalten wird, so lange die Sonne selbst als Quelle von Licht- und Wärmestrahlung, als Quelle jenes Stromes von kosmischem Arbeitsvermögen nicht merklich zu versiegen anfängt.

Die Betrachtung der Art und Weise, wie die Sonne uns fortwährend jenen Ersatz an Arbeitsvermögen liefert, das wir durch unsere Kraftmaschinen (mit Ausnahme der durch Verbrennung fossiler Brennstoffe

betriebenen) technisch verwerthen, ist als Beispiel der in der Natur beständig stattfindenden betreffenden Wandlungen von Interesse. Indem aber die Wärmestrahlung der Sonne das irdische Wasser besonders an den ausgedehnten Meeresoberflächen verdampft, wird das in Form von Aetherschwingungen von der Sonne uns mitgetheilte freie Arbeitsvermögen zum grössten Theil in physikalisch gebundenes verwandelt, und indem der Wasserdampf entgegen der Schwere in höhere Schichten der Atmosphäre aufsteigt, geht das innere Arbeitsvermögen desselben zum Theil in äusseres gebundenes über; damit ist Ausdehnung und Abkühlung und schliesslich auch theilweise Condensation, nämlich Wolkenbildung verbunden, ein Vorgang, der durch Mischung mit kälteren Luftmassen beschleunigt und gesteigert wird. Haben die Wolken solche Dichtigkeit erlangt, dass sie nicht mehr schweben können, sondern als Regen oder Schnee wieder zur Erde fallen, so geht hierbei der grösste Theil ihres äusseren gebundenen Arbeitsvermögens durch Vermittlung der Arbeiten, welche die Schwerkraft verrichtet, der Bewegungswiderstand verbraucht und die Molekularkräfte verrichten, durch die Form äusseren freien Arbeitsvermögens hindurch in Wärme über, die sich durch Erwärmung theils des fallenden Regens selbst, theils der durchfallenen Luft zu erkennen giebt. Indem aber der Regen zum Theil auf das Festland, also auf solche Stellen der Erdoberfläche niederfällt, die über dem Meeresniveau liegen, bleibt ihm ein im Vergleich mit dem der Wolken zwar kleines, im Vergleich mit dem menschlichen Arbeitsbedürfniss aber noch grosses Arbeitsvermögen, das freilich erst von da an technisch nutzbar wird, wo jenes Wasser, vielleicht nach vorübergehend unterirdischem Lauf in Quellen wieder zu Tage tretend, zu Bächen und Flüssen sich sammelt bis zu schliesslicher Rückkehr in das Meer. — Inwiefern die Sonnenwärme die Quelle des Windes und somit auch seines durch betreffende Kraftmaschinen theilweise nutzbar zu machenden Arbeitsvermögens ist, kann im Allgemeinen daraus gefolgert werden, dass durch Erwärmung die Luft dünner und leichter, somit zum Aufsteigen in der umgebenden dichteren Luft genöthigt wird, die dann ihrerseits unten gegen die Erwärmungsstelle hinfliesst, während die aufgestiegene Luft oben seitlich abfliesst, dass ferner diese Gleichgewichtsstörung der Atmosphäre infolge der relativen Bewegung von Sonne und Erde successive an anderen Stellen der Erdoberfläche sich wiederholt, während die daraus hervorgehenden Luftströmungen bezüglich auf Richtung und Stärke durch mancherlei Umstände beeinflusst werden, z. B. durch die Verschiedenheit der ihrer Rotation entsprechenden Oberflächengeschwindigkeit der Erde unter ver-

schiedenen Breiten, durch die Configuration des Festlandes, besonders aber durch das im Wasserdampfgehalt der Atmosphäre aufgespeicherte bedeutende Arbeitsvermögen, das selbst doch auch, wie hervorgehoben wurde, von der Sonne abstammt. — Wie endlich auch alles vegetabilische und animalische Leben der Erde mehr oder weniger mittelbar von Licht und Wärme abhängt, kann wieder hauptsächlich auf Uebergänge verschiedener Formen von Arbeitsvermögen in einander zurückgeführt werden, ausgehend von demjenigen, welches in den die Sonnenstrahlung charakterisirenden Aetherschwingungen als freies Arbeitsvermögen enthalten ist. Durch dieses wird die Arbeit geliefert, die zur Zersetzung der in der Luft enthaltenen Kohlensäure aufgewendet werden muss, damit ihr Kohlenstoff von der Pflanze assimilirt werden könne; es setzt sich dabei in chemisch gebundenes Arbeitsvermögen um, das als Wärme wieder frei wird, wenn die Pflanze unter Rückbildung von Kohlensäure verbrennt. Eine Art von Verbrennung ist es auch, welcher im thierischen Körper die aufgenommene Nahrung unterliegt, nur dass sie langsamer und weniger direct, auch nicht vorwiegend bis zu den einfachsten Endproducten fortschreitet, und dass auch die (das animalische Leben charakterisirenden) chemischen Umwandlungen der Körperbestandtheile das in der Nahrung aufgenommene gebundene Arbeitsvermögen nicht nur als Wärme, sondern durch Vermittlung der Muskelthätigkeit zum Theil auch als Arbeit zur Bewegung des eigenen Körpers und zu anderen Arbeitszwecken frei werden lassen. So kann auch das in Pflanzen und Thieren chemisch gebundene Arbeitsvermögen als eine Concentration von in Aetherschwingungen vertheilt uns zugestrahltem Arbeitsvermögen der Sonne betrachtet werden, in welcher concentrirten Form dasselbe zu menschlichen Arbeitszwecken verwendbar geworden ist und in immer neuen Individuen der mit stetiger Entwicklung sich fortpflanzenden Gattungen von Organismen so lange uns erhalten bleiben wird, wie die Sonne selbst als ausreichend ergiebige Quelle desselben. — In den f o s s i l e n Brennstoffen dagegen, besonders in der Steinkohle, ist uns im Schoosse der Erde ein Vorrath von chemisch gebundenem Arbeitsvermögen aufgespeichert, der aus einer Epoche der Erdgeschichte stammt, in welcher eine durch die noch viel grössere Eigenwärme der Erde unterstützte üppigere Entwicklung der Flora noch nicht im Gleichgewicht war mit dem Verbrauchsbedürfniss der Fauna, und zugleich die geologischen und meteorologischen Zustände der Erde die Erhaltung jenes Vegetationsüberschusses in schliesslich zu Steinkohlenflötzen gewordenen Ablagerungen ermöglichten — ein Vorrath, dessen Abgänge unersetzlich sind, sofern die Bedingungen, unter denen er sich bilden konnte, für immer dahin sind.

Wenn die Menschen sich als eine Interessengemeinschaft von unbegrenzter Dauer betrachteten, oder wenn auch nur die einzelnen Völker durch das Interesse der späten Nachkommen sich wesentlich bestimmen liessen, so müsste es natürlich als wirthschaftliches Gesetz gelten, jenes in den Kohlenflötzen der Erde aufgespeicherte Arbeitsvermögen als einen unverzinslichen Schatz nur im Nothfalle oder insoweit anzugreifen, als das umlaufende, vor unseren Augen in beständigem Wechsel begriffene natürliche Arbeitsvermögen, von dem wir durch seine Nutzung im Gegensatz zu jenem gewissermassen nur die Zinsen zu geniessen brauchen, bei dem zeitigen Stand unserer Kenntnisse und Hülfsmittel zur Deckung des Arbeitsbedürfnisses nicht ausreicht; durch die fortschreitende Naturerkenntniss und Technik in Verbindung mit geeigneten wirthschaftlichen Massnahmen wäre jenes Zinsenerträgniss möglichst bis zum Gleichgewicht mit dem menschlichen Bedürfniss zu steigern. In der That aber haben sich die technisch-wirthschaftlichen Zustände der Völker in gerade umgekehrtem Sinne entwickelt, seit die Dampfmaschine sich mehr und mehr die erste Stelle als industrieller Motor errungen hat, und wenn wohl im Hinblick auf die riesige Gesammtstärke der z. Z. auf der Erde in Betrieb befindlichen Dampfmaschinen mit Befriedigung und Stolz darauf hingewiesen worden ist, „wie die Menschen gegenwärtig es verstehen, die Natur zu bemeistern und sie zu zwingen, ihre Gaben immer reichlicher zu spenden“, so ist unbeschadet der vollen Anerkenntniss des technisch-wissenschaftlichen Fortschritts doch jenes Urtheil in wirthschaftlicher Hinsicht von einem weiteren Gesichtspunkte aus erheblich einzuschränken. Denn in höherem Grade würden wir berechtigt sein, der Bemeisterung der Natur uns zu rühmen, wenn wir sie zwängen, vorwiegend nicht sowohl ihre unersetzlich vergänglichen, als vielmehr ihre stets sich erneuernden Gaben in den unseren Zwecken entsprechenden Formen immer reichlicher uns zugänglich zu machen.

Wenn auch nicht daran zu zweifeln ist, dass die Steinkohle als vorwiegend ausgebeuteter Schatz von Arbeitsvermögen nicht eher ihre Herrschaft verlieren werde, bevor nicht die Noth dazu zwingen oder die Rücksicht auf den augenblicklichen, wenigstens für nahe Zeit übersehbaren Vortheil dazu veranlassen wird, so ist jenen Erwägungen doch immerhin neben gesteigerter Mahnung zu möglichst ökonomischem Kohlenverbrauch die Aufforderung zu entnehmen, die Benutzung der fortdauernd fliessenden anderen Quellen von Arbeitsvermögen bei Zeiten thunlichst zu steigern und zu vervollkommnen der Art, dass sie einst zu vorwiegender Befriedigung des stetig wachsenden Arbeitsbedürfnisses ausreichend werden.

Nachdem aber durch Vervielfältigung und Vervollkommnung der Maschinen überhaupt mit Benutzung von Elementarkräften es möglich geworden ist, sehr schätzbarer Weise den Menschen mehr und mehr bezüglich seiner geistigen Fähigkeiten zur Geltung kommen zu lassen, kann natürlich nicht die Rede davon sein, die menschliche Muskelkraft je wieder in höherem Grade in Anspruch nehmen zu wollen. Ebenso wenig ist daran zu denken, die Muskelkraft von Thieren oder das Arbeitsvermögen des Holzes in ausgedehnterem Masse zu verwerthen; denn die zunehmende Dichtigkeit der Bevölkerung verlangt eine vorwiegend durch das Nahrungsbedürfniss bedingte Entwicklung der Bodencultur. Auch ist schon darauf hingewiesen worden, inwiefern die Benutzung des Windes mit so erheblichen Einschränkungen verbunden ist und der Natur der Sache nach stets verbunden sein wird, dass auch auf ihn die Zukunft gewerblicher Arbeitsgewinnung nur nebensächlich verwiesen werden kann. Von den verschiedenen Formen, in denen z. Z. das von der Natur uns dargebotene Arbeitsvermögen technisch benutzt wird, bleibt nur das äussere Arbeitsvermögen des Wassers als dasjenige übrig, dessen Verwerthung einer bis zum fast vollen Ersatz der Dampfmaschinenarbeit reichenden Steigerung fähig erscheint.

Erhebliche Verluste an Wasser und entsprechendem Arbeitsvermögen werden besonders dadurch verursacht, dass bei zeitweiligen Anschwellungen der natürlichen Wasserläufe grosse Wassermassen ungenutzt und oft verheerend ihren Weg thalabwärts verfolgen. Die sogenannte Accumulation als ein allgemein, wenn auch in sehr verschiedenen Formen zutreffendes Hülfsmittel zur Ermöglichung gleichförmigen Abgangs bezw. Verbrauchs irgend einer Sache bei ungleichförmigem Zugange derselben oder umgekehrt besteht hier besonders bei Gebirgsbächen am unmittelbarsten in der Anlage von Sammelteichen durch Herstellung von Thalsperren, welche Anlagen noch sehr der Vervielfältigung fähig und bedürftig sind. Ferner giebt es manche Orte, wo grössere Wasserläufe in Stromschnellen oder Wasserfällen concentrirt so erhebliche Quantitäten von Arbeitsvermögen besitzen, dass ihre Verwerthung das Bedürfniss des einzelnen gewerblichen Unternehmers weit übersteigen würde; hier sind grössere gemeinschaftliche Kraftmaschinen-Anlagen am Platze in Verbindung mit geeigneten Transmissionen, um die gewonnene mechanische Arbeit auf grössere Entfernungen zu übertragen und unter mehrere Fabriken u. s. w. zu vertheilen. Fehlt es auch nicht an einigen Beispielen solchen Verfahrens, so ist dasselbe doch auch noch viel weiterer Ausdehnung fähig. Endlich haben wir noch ein sehr bedeutendes, bisher kaum benutztes Arbeits-

vermögen an den Meeresküsten zur Verfügung, welches zwar auch zum Theil von der Sonne, grösseren Theils aber vom Monde herrührt (von dem Arbeitsvermögen, das den relativen Lagen und gegenseitigen Anziehungskräften von Erde, Mond und Sonne entspricht), das Arbeitsvermögen von Ebbe und Fluth nämlich, welches theils als freies Arbeitsvermögen der rings um die Erde laufenden Fluthwelle, theils und zwar hauptsächlich als gebundenes des an einem gewissen Küstenorte periodisch gehobenen und gesenkten Meerwassers in Betracht gezogen werden kann. Bei der intermittirenden Wirkungsweise und erheblichen Grösse des Arbeitsvermögens, um welches es sich hier handelt, und bei der für die Verwendung der gewonnenen mechanischen Arbeit meist ungünstigen Lage der möglichen Fassungsorte an der Küste (Küstenstellen mit grosser Niveaudifferenz bei Hoch- und Niederwasser und wo sich möglichst natürliche Buchten mit engem und verhältnissmässig leicht gegen das Meer hin absperrbarem Eingange befinden) ist eine erfolgreiche Ausbeutung dieser noch fast unbenutzten Quelle von Arbeitsvermögen jedenfalls auch nur in Verbindung mit entsprechender Accumulation und mit Energieübertragung auf grössere Entfernungen zu erwarten.

So sind die Fortschritte in der Energiebenutzung des Wassers, zu denen die Zukunft gebieterisch hindrängen dürfte, wesentlich bedingt durch diejenigen in der Herstellung entsprechender Accumulatoren und in der vortheilhaften Uebertragung mechanischer Arbeit bezw. von Arbeitsvermögen auf grosse Entfernungen, also durch den Erfolg von Bestrebungen, welche in neuerer Zeit in der That eine lebhafte Theilnahme finden und besonders bemerkenswerthe Förderung erfahren haben, seit die Elektricität mehr und mehr in das Gebiet der Technik hineingezogen worden ist. Aber nicht nur technische, sondern auch gewerblich-wirthschaftliche Entwicklungen und Umgestaltungen werden nöthig werden, um die erwähnten Arten vollständigerer Energieverwerthung allgemein in grossem Massstabe durchführen zu können. Indem nämlich dadurch die Mittel und das Arbeitsbedürfniss des einzelnen gewerblichen Unternehmers meistens sehr überschritten würden, werden sie mehr und mehr dazu führen müssen, die Arbeitsbeschaffung den einzelnen Arbeitsconsumenten abzunehmen, dieselbe vielmehr zu einem besonderen gewerblichen Unternehmen zu machen, für welches die nutzbare Arbeit als solche, d. h. abgesehen von der Art ihrer technischen Nutzung Productionsobject ist, das wie eine Waare den Consumenten nach Quantität verkauft wird, entsprechend der allgemeinen gewerblichen Entwicklungsrichtung und analog wie für städtischen Einzelbedarf die Beschaffung von Licht und von

Wasser durch verzweigte Leitung von einer Gewinnungsstelle aus schon jetzt die Regel ist, die Beschaffung von Wärme ohne Zweifel einst Regel werden wird. —

Im Folgenden werden der Reihe nach näher besprochen: A. Belebte Motoren, B. Wassermotoren, C. Windmotoren, D. Wärmemotoren. Das Wort Motor, welches in zweifacher Beziehung gebraucht zu werden pflegt, zur Bezeichnung einer Kraftmaschine oder auch des an ihr zur Wirkung kommenden unmittelbaren Trägers von Arbeitsvermögen, ist unter A. im letzteren Sinne verstanden; in der That wird hier mehr von den Eigenschaften der Menschen und Thiere bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit als Energieträger die Rede sein, als von Maschinen, an welchen sie anzugreifen bestimmt und welche meistens von einfachster Art sind.

A. Belebte Motoren.

§. 2. Allgemeine Bemerkungen in Betreff der Arbeit belebter Motoren.

Erfahrungsmässig giebt es für jede Art mechanischer Arbeitsleistung von Menschen und Thieren eine gewisse Grösse der ausgeübten Kraft, der Geschwindigkeit ihres Angriffspunktes im Sinne der Kraft und der täglichen Arbeitszeit, wobei, entsprechend gute Ernährung und Erholung während der übrigen Zeit vorausgesetzt, die tägliche Arbeit ein Maximum ist, ohne dass bei täglicher Wiederholung die Gesundheit leidet oder die Leistungsfähigkeit (abgesehen vom Einflusse zunehmenden Alters) abnimmt. Die vortheilhaftesten Grössen von Kraft, Geschwindigkeit und täglicher Arbeitszeit seien bezw.

$$K \text{ Kgr.}, \; c \text{ Mtr. pro Sec. und } t \text{ Stunden},$$

die entsprechende dauernd grösstmögliche tägliche Arbeit folglich

$$A_0 = 3600\, Kct \text{ Meterkilogramm}.$$

Die Werthe von K, c, t hängen ausser vom Individuum (von der Gesundheit und Stärke desselben und von seiner Uebung in der betreffenden Art von Arbeitsleistung) auch wesentlich ab von der Maschine, an welcher die Arbeit geleistet wird, überhaupt von der Art der Arbeitsverrichtung ev. auch ohne Maschine, weil Menschen und Thiere nicht in allen Stellungen und unter allen Verhältnissen gleich günstig ihre Muskelkräfte verwenden können. Auch ist es nicht gleichgültig, ob durch viele kürzere oder durch wenig längere Pausen von wenn auch gleicher Gesammtdauer die Arbeit zeitweilig unterbrochen wird.

Wird die Arbeit durch längere Zeiträume, die durch eine mässige Zahl von Ruhepausen getrennt sind, verrichtet, so kann für Menschen und Thiere übereinstimmend die vortheilhafteste tägliche Gesammtdauer t der wirklichen Arbeitsleistung im Allgemeinen zu 8 Stunden angenommen werden, so dass nur noch K und c besonders von der Art der Arbeit abhängig bleiben.

Zum Anhalt können nach Angaben von Gerstner die folgenden Mittelwerthe dienen, die zunächst, besonders was die angeführten Thiere betrifft, für Zugkräfte gelten. Dabei bedeutet E_0 die Leistung in Meterkgr. pro Sec., den sogenannten Effect:

$$E_0 = Kc$$

und liegt den Werthen von $A_0 = 3600\, E_0 t$ die Annahme $t = 8$ zu Grunde. G ist das mittlere Gewicht des betreffenden animalischen Motors in Kilogramm.

	G	K	c	E_0	A_0
Mensch	70	14	0,785	11	316 800
Pferd	375	56	1,25	70	2 016 000
Ochs	300	56	0,785	44	1 267 200
Esel	180	35	0,785	27,5	792 000
Maulesel	250	47	1,1	52	1 497 600

Die Division von A_0 durch den Tageslohn eines menschlichen Arbeiters bezw. durch die Summe aus den täglichen Unterhaltungskosten und den täglichen Zinsen sammt Amortisationsquote des Ankaufspreises eines arbeitenden Thiers ergiebt die unter günstigsten mittleren Umständen erzielbare Arbeit pro Geldeinheit und gewährt somit eine Vergleichung des wirthschaftlichen Werthes verschiedener lebender Motoren für einen gewissen Arbeitszweck. —

Die vortheilhaftesten Werthe K, c, t können nicht immer eingehalten werden, und man hat nun verschiedene empirische Formeln aufgestellt für die Kraft P, welche bei einer von c im Allgemeinen verschiedenen Geschwindigkeit v und einer von t im Allgemeinen verschiedenen täglichen Arbeitszeit z bei gleicher Ermüdung ausgeübt werden kann. Erwähnenswerth sind die Formeln von Gerstner:

$$P = K\left(2 - \frac{v}{c}\right)\left(2 - \frac{z}{t}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

und von Maschek:

$$P = K\left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

woraus auch umgekehrt die gleicher Ermüdung entsprechenden Werthe von v bei gegebenen Werthen von P, z sowie von z bei gegebenen Werthen von P, v sich ergeben. Nach beiden Formeln ist bei gegebenem Werthe einer der drei Grössen P, v, z von den zwei übrigen jede um so kleiner, je grösser die andere, und zwar so, dass das Product Pvz und damit die tägliche Arbeit am grössten wird für $P = K$, $v = c$, $z = t$, wie es sein muss. Aus

$$A_0 = 3600\,Kct \text{ und } A = 3600\,Pvz$$

folgt nämlich mit $\frac{v}{c} = x$ und $\frac{z}{t} = y$

nach Gl. (1): $\frac{A}{A_0} = (2 - x)(2 - y)xy = f(x,y) = max.$

$$\text{für } \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} = 0 \text{ und } \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} = 0,$$

also für $2 - 2x = 0$ und $2 - 2y = 0$, d. h. $x = y = 1$, und zwar

$$max. \frac{A}{A_0} = 1;$$

nach Gl. (2): $\frac{A}{A_0} = (3 - x - y)xy = max.$

$$\text{für } 3 - 2x - y = 0 \text{ und } 3 - x - 2y = 0,$$

d. h. $x = y = 1$, und zwar wieder $max. \frac{A}{A_0} = 1.$

Wenn diesen Formeln unbeschränkte Gültigkeit zukäme, so würde ohne grössere Ermüdung nach Gl. (1) keine noch so kleine Kraft mehr ausgeübt werden können,

wenn v bis $2c$ wächst, wie klein auch z ist,
oder wenn z bis $2t$ wächst, wie klein auch v sein mag;

nach Gl. (2) wäre

die Grenze von v bis $= 3c$ um so grösser, je kleiner z,
die Grenze von z bis $= 3t$ um so grösser, je kleiner v ist.

Für Arbeiten von kurzer Zeitdauer, die von verhältnissmässig langen Ruhepausen unterbrochen werden, wie z. B. Arbeiten an Krahnen und Winden unter gewissen Umständen, ergäbe sich in der Grenze mit $z = 0$:

$$P = 2K\left(2 - \frac{v}{c}\right) \text{ bezw. } K\left(3 - \frac{v}{c}\right)$$

$$max. P = 4K \text{ bezw. } 3K \text{ für } v = 0.$$

In der That kann übrigens den Formeln genügend angenäherte Gültigkeit nur so lange zugeschrieben werden, als v nicht sehr erheblich von c und besonders z nicht erheblich von t verschieden ist, wobei eine

bevorzugende Wahl zwischen beiden Gleichungen (1) und (2) ohne speciellere Erfahrungen kaum thunlich ist. Insbesondere für $z = t$ geben beide übereinstimmend:

$$P = K\left(2 - \frac{v}{c}\right) \quad \ldots \quad (3),$$

also den Effect

$$E = Pv = K\left(2 - \frac{v}{c}\right)v = E_0\left(2 - \frac{v}{c}\right)\frac{v}{c} \quad \ldots \quad (4),$$

wonach z. B. E bis $\frac{3}{4}E_0$ abnimmt, wenn v bis $\frac{1}{2}c$ abnimmt oder bis $\frac{3}{2}c$ zunimmt. —

Bei dem Arbeiten an einer Maschine kann gesetzt werden:

$$P = R + (1 + \mu) P_1 \quad \ldots \quad (5),$$

wenn R den auf den Angriffspunkt und auf die Richtungslinie von P reducirten Widerstand der leer (ohne Nutzleistung) gehenden Maschine,

P_1 den ebenso verstandenen Nutzwiderstand,

μ den Coefficienten der sogenannten zusätzlichen Reibung bedeutet. Bei Voraussetzung der mittleren Arbeitszeit $z = t$ und falls v nicht übermässig vom Mittelwerthe c verschieden ist, gilt für P ausserdem die Gleichung (3). Dabei ist aber jetzt die vortheilhafteste Geschwindigkeit nicht diejenige, welche den Totaleffect Pv, sondern diejenige, welche den Nutzeffect $P_1 v$ zu einem Maximum macht, und diese ist um so mehr $< c$, je grösser R. Aus

$$P = R + (1 + \mu) P_1 = K\left(2 - \frac{v}{c}\right) \quad \ldots \quad (6)$$

folgt nämlich

$$P_1 = \left[\left(2 - \frac{R}{K}\right)c - v\right]\frac{K}{(1 + \mu)c},$$

also $\qquad P_1 v = max.$ für $\left[\left(2 - \frac{R}{K}\right)c - v\right]v = max.,$

d. h. für

$$v = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{R}{K}\right)c \quad \ldots \quad (7).$$

Damit wird nach Gl. (6):

$$P = K\left(1 + \frac{1}{2}\frac{R}{K}\right) = K + \frac{1}{2}R \quad \ldots \quad (8)$$

$$P_1 = \frac{P - R}{1 + \mu} = \frac{K - \frac{1}{2}R}{1 + \mu} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{R}{K}\right)\frac{K}{1 + \mu} \quad \ldots \quad (9)$$

$$max. P_1 v = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{R}{K}\right)^2 \frac{Kc}{1 + \mu}$$

und somit der grösstmögliche Wirkungsgrad, verstanden als Verhältniss dieses grössten Nutzeffects zum grösstmöglichen Totaleffect Kc:

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{R}{K}\right)^2}{1+\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Er ist das grösste Product des Wirkungsgrades η_1, mit welchem der Motor zur Geltung kommt, und des Wirkungsgrades η_2 der Maschine. Ersterer ist nach (7) und (8):

$$\eta_1 = \frac{Pv}{Kc} = 1 - \left(\frac{1}{2}\frac{R}{K}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10, a),$$

letzterer nach (8) und (9):

$$\eta_2 = \frac{P_1}{P} = \frac{1 - \frac{1}{2}\frac{R}{K}}{1 + \frac{1}{2}\frac{R}{K}} \frac{1}{1+\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10, b).$$

Ein Fuhrwerk ist als Maschine besonderer Art, als Kraft- und Arbeitsmaschine zugleich zu betrachten. Ist dabei wieder K die im Mittel von dem animalischen Motor bei günstigster Geschwindigkeit c auszuübende Kraft, so wird dieselbe bei der Förderung auf geneigter Strecke aufwärts zum Theil zur Erhebung des eigenen Gewichtes G erfordert, entsprechend einer in Richtung der Fahrbahn auszuübenden Kraft $= G \sin\alpha$. Ist also P_1 die nach dieser Richtung auf das Fuhrwerk noch auszuübende übrig bleibende Zugkraft, so ist unter Voraussetzung mittlerer täglicher Arbeitszeit $z = t$ hier bei der thatsächlichen Fahrgeschwindigkeit v:

$$G \sin\alpha + P_1 = K\left(2 - \frac{v}{c}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

Diese Gleichung stimmt mit Gl. (6) überein, wenn in dieser $R = G \sin\alpha$ und $\mu = 0$ gesetzt wird. Nach (7) und (9) sind also die dem Maximum des Nutzeffects $P_1 v$ entsprechende Fahrgeschwindigkeit v und die zugehörige Zugkraft P_1 bestimmt durch:

$$\frac{v}{c} = \frac{P_1}{K} = 1 - \frac{1}{2}\frac{G \sin\alpha}{K} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Beide werden durch die Neigung der Bahn in gleichem Verhältnisse verkleinert

und $= 0$ für $\quad \sin\alpha = 2\frac{K}{G}$,

z. B. im Falle des Pferdes als Zugthier nach obiger Tabelle für

$$\sin\alpha = 2\frac{56}{375} = 0{,}3.$$

Bei stärkerer Steigung würde das Pferd keine noch so kleine Zugkraft bei noch so kleiner Geschwindigkeit dauernd ohne grössere Ermüdung ausüben können. Sollte $v = c$ bleiben, so würde nach (11) schon für $\sin\alpha = \frac{K}{G}$ die Zugkraft P_1 und somit ihr Effect $= 0$ werden.

Uebrigens verhält sich das Pferd in Beziehung auf Steigungen am ungünstigsten, weil das Verhältniss von K zu G für dasselbe am kleinsten ist. Für den Menschen wäre die in Rede stehende, ohne grössere Ermüdung höchstens zu bewältigende Strassenneigung

$$2\frac{K}{G} = 2\frac{14}{70} = 0{,}4$$

mit der Annäherung, mit welcher solche Grenzfolgerungen aus den hier zu Grunde liegenden empirischen Formeln überhaupt noch auf Gültigkeit Anspruch machen können. —

Bei dem Transport von Lasten (z. B. von Erde, Steinen etc. auf Bauplätzen) auf horizontalem oder wenig geneigtem Wege vermittels eines Fahrzeugs als Transportmittel kommt es häufig vor, dass eine gewisse Wegstrecke $= s$ vom Motor wiederholt abwechslungsweise in der einen Richtung mit belastetem, in der umgekehrten mit unbelastetem Fahrzeuge zurückzulegen ist, wobei dann bei gleicher möglichst kleiner Ermüdung die Transportgeschwindigkeit im ersten Falle kleiner $= v_1$, im zweiten grösser $= v_2$, als eine gewisse mittlere Geschwindigkeit c sein muss, bei welcher der Motor während t Stunden täglicher Arbeitszeit gleichmässig eine gewisse Kraft K im Sinne der Bewegung unter den obwaltenden Umständen auszuüben im Stande ist. Diese Geschwindigkeiten v_1 und v_2 sind abhängig von der zu transportirenden Nutzlast Q, vom Gewichte des Fahrzeugs $= q\cdot Q$ und vom Verhältnisse μ der auszuübenden Kraft zur Gesammtlast. Die nähere Erörterung dieses hier als gegeben vorausgesetzten Verhältnisses μ für verschiedene Fälle, bedingt durch die Beschaffenheit des Weges und des Fahrzeugs, gehört an eine andere Stelle, woselbst verschiedenartige Fahrzeuge in ihrer Eigenschaft als Arbeitsmaschinen mit Bezug auf Fahrstrassen von gewisser Beschaffenheit betrachtet werden. Indessen ist hier noch die vortheilhafteste Schwere der bei normaler Anstrengung des Motors unter sonst gegebenen Umständen zu transportirenden Nutzlast Q zu ermitteln.

Allen diesen Ermittelungen ist wieder passend die obige Gleichung (3) zu Grunde zu legen. Ihr entsprechend hat man mit den erklärten Bezeichnungen und bei Voraussetzung eines horizontalen Weges:

$$K\left(2 - \frac{v_1}{c}\right) = \mu(1 + \varphi)Q$$

$$K\left(2 - \frac{v_2}{c}\right) = \mu\varphi Q$$

und daraus mit $x = \mu \frac{Q}{K}$ . . . . (13)

$$\frac{v_1}{c} = 2 - (1 + \varphi)x \quad \text{und} \quad \frac{v_2}{c} = 2 - \varphi x \quad \ldots\ldots (14).$$

Ist n die Anzahl der Hin- und Hergänge während der täglichen Arbeitszeit $= t$ Stunden, letztere incl. der Aufenthaltszeiten verstanden, welche jedesmal am einen und anderen Ende der Wegstrecke s zusammen a Secunden betragen mögen, so ist

$$n = \frac{3600\,t}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2} + a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$$ns = \frac{3600\,t}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} + \frac{a}{s}} = \frac{3600\,ct}{\frac{c}{v_1} + \frac{c}{v_2} + \frac{ac}{s}}$$

und somit die tägliche Nutzarbeit mit Rücksicht auf (13) und (14):

$$A_n = \mu Q.ns = \frac{3600\,Kct.x}{\frac{1}{2 - (1 + \varphi)x} + \frac{1}{2 - \varphi x} + \frac{ac}{s}} \quad \ldots\ldots (16).$$

Abgesehen von a, d. h. für $a = 0$ ist

$$A_n = \eta A_0 \text{ mit } \left\{ \begin{array}{l} A_0 = 3600\,Kct \\ \frac{1}{\eta} = \frac{1}{x}\frac{1}{2 - (1 + \varphi)x} + \frac{1}{x}\frac{1}{2 - \varphi x} \end{array} \right\} \quad \ldots (17).$$

Der Werth von x, bei welchem der Wirkungsgrad η bei gegebenem φ am grössten, $\frac{1}{\eta}$ am kleinsten wird, entspricht der Gleichung:

$$\frac{1 - (1 + \varphi)x}{[2 - (1 + \varphi)x]^2} + \frac{1 - \varphi x}{(2 - \varphi x)^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (18)$$

und zwar liegt er zwischen den Grenzen $\frac{1}{1 + \varphi}$ und $\frac{2}{1 + \varphi}$ mit Rücksicht auf (14), da v_1 jedenfalls zwischen 0 und c liegt. Ist x aus (18) gefunden, so ergeben sich Q aus (13), v_1 und v_2 aus (14), η aus (17).

Das Verhältniss φ, welches zwischen $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{2}$ zu liegen pflegt, sei beispielsweise $= \frac{1}{4}$. Dann geht Gl. (18) über in:

$$\frac{4-5x}{(8-5x)^2}+\frac{4-x}{(8-x)^2}=0, \text{ entsprechend } x=0{,}935$$

$$Q=0{,}935\,\frac{K}{\mu}; \quad v_1=0{,}83\,c; \quad v_2=1{,}77\,c; \quad \eta=0{,}528.$$

Der Wirkungsgrad ist bei relativ vortheilhaftestem Q natürlich um so grösser, je kleiner φ. In der Grenze für $\varphi=0$ ergiebt sich

$$\eta=\frac{2(2-x)x}{4-x}=max.$$

für $$x=2(2-\sqrt{2})=1{,}172$$

und zwar $$max.\,\eta=4(3-2\sqrt{2})=0{,}686.$$

Weitere Complicationen der Aufgabe werden herbeigeführt durch die Berücksichtigung der Aufenthaltszeiten a und einer etwa vorhandenen Neigung der Wegstrecke s gegen den Horizont. Es soll hier darauf nicht eingegangen werden, weil die Besprechung der Transportverhältnisse besser im Zusammenhang einem betreffenden Abschnitte der Theorie der Arbeitsmaschinen zuzuweisen ist. Hier handelte es sich nur darum, die Anwendung der empirischen Formel (3) an einigen bemerkenswerthen Beispielen allgemeineren Charakters zu zeigen.

I. Der Mensch als Motor.

§. 3. Arbeitsleistung beim Tragen von Lasten.

Der Arbeitsaufwand des Menschen beim Tragen von Lasten, ev. auch bei unbelastetem Gehen auf horizontalem Wege, kann näherungsweise beurtheilt werden mit Rücksicht auf die periodische Erhebung des Oberkörpers. Der Schwerpunkt desselben bewegt sich bei jedem Schritte in einem aufwärts convexen Bogen, dessen horizontale Sehne = der Schrittlänge s ist und welcher als Kreisbogen betrachtet zu einem Kreise mit dem Radius b = der Beinlänge gehört; um den jeweils aufgesetzten Fuss als Drehpunkt findet unmittelbar die Bewegung des Hüftgelenks und somit nahezu jedes Punktes des ganzen Oberkörpers in einem solchen Kreisbogen statt bis beim folgenden Schritt der andere Fuss den Drehpunkt bildet. Die Pfeilhöhe dieses Bogens $\doteq$ der in Rede stehenden periodischen Erhebung ist nahe:

$$h=\frac{1}{2b}\left(\frac{s}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\,\frac{s^2}{b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Nimmt man an, dass auch die Schwerpunkte der Beine infolge ihrer Beugung im Kniegelenke nahe ebenso hoch gehoben werden und dass die ganze zur periodischen Erhebung des Körpers aufgewendete Arbeit durch den Stoss beim Auftreten verloren geht oder wenigstens der etwa übrig bleibende Theil auf solche durch relative Lagenänderung der Körpertheile bedingte Anstrengungen verwendet wird, welche sich rationeller Schätzung entziehen, so ist bei jedem Schritt, wenn G das ganze Körpergewicht, Q die getragene Last bedeutet, die Arbeitsleistung

$$A_s = \frac{1}{8}\frac{s^2}{b}(G + Q) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Ist v die Ganggeschwindigkeit, so ist der Effect oder die Arbeit pro Secunde:

$$E = \frac{v}{s} A_s = \frac{1}{8}\frac{sv}{b}(G + Q) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Für $Q = 0$, d. h. beim Gehen ohne Last kann etwa

$$s = 0{,}6 \text{ Mtr. und } v = 1{,}5 \text{ Sec. Mtr.}$$

gesetzt werden. Damit und mit durchschnittlich $b = 0{,}9$ Mtr. ergiebt sich aus (3) der Effect, der in diesem Falle mit E_0 bezeichnet sei,

$$E_0 = \frac{1}{8}\frac{0{,}6 \,.\, 1{,}5}{0{,}9} G = \frac{1}{8} G \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$= \frac{70}{8} = 8{,}75 \text{ für } G = 70 \text{ Kgr.}$$

nicht erheblich kleiner, als der nach der Tabelle im §. 2 durch eine Zugkraft bei 8 Stunden täglicher Arbeitszeit auszuübende Effect.

Soll beim Gehen mit Last keine grössere Ermüdung eintreten, so müssen ausser kleinerer täglicher Arbeitszeit auch die Geschwindigkeit v und die Schrittlänge s kleiner sein, um so mehr, je grösser die Belastung Q ist. Bis $Q = 50$ Kgr. nimmt etwa

$$v \text{ bis } \frac{1}{2} \cdot 1{,}5 = 0{,}75 \quad \text{und} \quad s \text{ bis } \frac{3}{4} \cdot 0{,}6 = 0{,}45$$

ab, entsprechend einer Abnahme der Schrittzahl in einer gewissen Zeit im Verhältniss $\frac{2}{3}$. Der mechanisch nachweisliche Effect nimmt dadurch nach (3) bei $G = 70$ Kgr. Körpergewicht im Verhältniss

$$\frac{E}{E_0} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{70 + 50}{70} = \frac{3}{8} \cdot \frac{12}{7} = \frac{9}{14}$$

ab, also bis etwa $E_0 = \frac{9}{14} \cdot \frac{70}{8} = \frac{45}{8}$ Meterkgr.

Der mechanische Nutzeffect beim Tragen einer Last auf horizontalem Wege ist immer nur klein, nämlich im Verhältniss $\frac{Q}{G+Q}$ kleiner, als der Gesammteffect E, z. B. für $Q = 50$ bei $G = 70$ nach obiger Schätzung von E nur

$$= \frac{5}{12} \cdot \frac{45}{8} \text{ nahe } = 2\frac{1}{3} \text{ Meterkgr.}$$

Praktisch ist übrigens diese Messung ohne Werth, und können vielmehr verschiedene Horizontaltransportleistungen nur passend unter sich verglichen werden mit Rücksicht auf die Producte aus Last und Weg. Dabei kann man sich fragen, wie gross im Mittel die so verstandene Transportleistung des Menschen höchstens ausfällt und unter welchen Umständen, d. h. bei welcher Last Q, welcher Geschwindigkeit v und welcher täglichen Arbeitszeit z sie am grössten wird, wenn die entsprechend gemessene tägliche Leistung bei unbelastetem Gehen (zum Transport des eigenen Gewichtes G) erfahrungsmässig am grössten ausfällt bei der Geschwindigkeit c und bei t Stunden täglichen Gehens. Nimmt man auch hier die im §. 2 angeführten empirischen Formeln (1) und (2) als hinlänglich zutreffend an, so wäre gemäss der Forderung gleicher Ermüdung bei täglicher Wiederholung insbesondere nach der Maschek'schen Formel zu setzen:

$$G + Q = G\left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right),$$

also mit $\frac{v}{c} = x$ und $\frac{z}{t} = y$:

$$\frac{Q}{G} = 2 - x - y \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Hiernach ist

$$\frac{Qvz}{Gct} = (2 - x - y)\,xy$$

und somit die tägliche Transportleistung

$$= 3600\,Qvz \text{ Kilogramm-Meter*}$$

am grössten für $(2 - x - y)\,xy = max.$, also für

$$2 - 2x - y = 0 \text{ und } 2 - x - 2y = 0,$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{d. h. } x = \frac{v}{c} = \frac{2}{3}, \quad y = \frac{z}{t} = \frac{2}{3} \\ \text{womit nach (5) auch } \frac{Q}{G} = \frac{2}{3} \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

* Mit G. Herrmann ist hier die Einheit der Horizontaltransportleistung als Kilogramm-Meter bezeichnet zum Unterschiede von einem Meterkilogramm als Einheit mechanischer Arbeit.

wird, z. B. mit $c = 1{,}5$ Sec. Mtr., $t = 8$ Stunden, $G = 69$ Kgr.

$$v = 1 \quad " \quad " \quad z = 5\frac{1}{3} \quad " \qquad Q = 46 \quad "$$

Diese Last von 46 Kgr. wird dann täglich

$$5\frac{1}{3} \cdot 3600 \,.\, 1 = 19\,200 \text{ Mtr.}$$

weit getragen, entsprechend einer Transportleistung

$$= 46 \,.\, 19\,200 = 883\,200 \text{ Kilogramm-Meter.}$$

Dabei ist eine solche Vertheilung der Last auf Rücken und Schultern vorausgesetzt, mit welcher eine ähnliche Körperhaltung wie bei unbelastetem Gehen verträglich ist.

Wesentlich ist auch die Bemerkung, dass hier einstweilen eine abgesehen von Ruhepausen andauernd gleiche Arbeitsleistung vorausgesetzt ist, wie z. B. nicht stattfände, wenn ein gewisser Weg abwechselnd im einen Sinne mit Last, im umgekehrten ohne Last wiederholt zurückgelegt würde. —

Beim Aufwärtsschreiten auf geneigtem Wege ist die gesammte mechanische Arbeitsleistung für jeden Schritt:

$$A_s = (G + Q)\, h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7),$$

unter h die Erhebung pro Schritt verstanden, welche, sofern der Neigungswinkel α der Strasse eine gewisse Grenze nicht überschreitet, theilweise vorübergehend, sonst dauernd ist. Die bezügliche Grenze von α ist, wie nebenstehende ohne Weiteres verständliche Fig. 1 erkennen lässt:

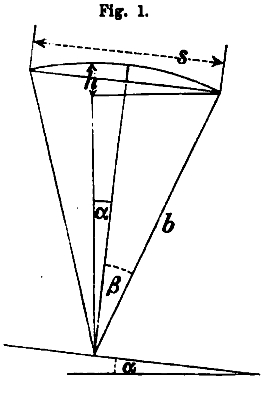


Fig. 1.

$$\alpha = \beta \text{ mit } \sin\beta = \frac{1}{2}\frac{s}{b}.$$

Derselben Figur ist zu entnehmen, dass in Gl. (7) zu setzen ist:

$$h = b\,[1 - \cos(\alpha + \beta)] \text{ für } \alpha < \beta,$$
$$h = s \sin\alpha \text{ für } \alpha > \beta.$$

Im ersten Falle kann auch mit näherungsweise $\cos\alpha = 1$ gesetzt werden:

$$h = b\,(1 - \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta)$$

oder wegen $b\,(1 - \cos\beta) = \frac{1}{8}\frac{s^2}{b}$ nach (1) und $b \sin\beta = \frac{s}{2}$:

$$h = \frac{s}{2}\left(\frac{1}{4}\frac{s}{b} + \sin\alpha\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Mit der Annäherung dieser Gleichung kann somit schon dann $h = s \sin\alpha$ gesetzt werden, wenn

$$sin\,\alpha > \frac{1}{4}\frac{s}{b}, \text{ d. h. } sin\,\alpha > \frac{1}{2}\,sin\,\beta$$

ist, z. B. mit $b = 0{,}9$ Mtr. und $s = 0{,}45$ Mtr. (beim Aufwärtsschreiten auf geneigtem Wege ist die gleicher Ermüdung entsprechende Schrittlänge kleiner) für $sin\,\alpha > \frac{1}{8}$. Indem, wenn $sin\,\alpha < \frac{1}{8}$ ist, $cos\,\alpha > 0{,}99$ wird, kommt dann der Fehler der mit $cos\,\alpha = 1$ erhaltenen Gl. (8) thatsächlich nicht in Betracht.

Für das Abwärtsschreiten auf geneigtem Wege würde man dadurch, dass α einfach negativ gesetzt wird, zu Ergebnissen kommen, die um so weniger zutreffend wären, je grösser die Neigung ist; die Schwerkraft ist dann nicht nur nicht förderlich, sondern es muss ihr mit Anstrengung entgegen gewirkt werden, um die verstärkten Stösse beim Auftreten mit dem vorgesetzten Fusse zu mässigen und die Beschleunigung zu hemmen: Umstände, welche sich nicht auf einfache mechanische Principien zurückführen lassen.

Die Transportleistung beim Tragen von Lasten auf schwach geneigten Strassen aufwärts müsste z. B. als Unterlage für betreffende Lohnberechnungen theils als Horizontaltransportleistung durch das Product aus Last und horizontalem Weg, theils als mechanische Arbeit oder Verticaltransportleistung durch das Product aus Last und Höhe gemessen werden. Dabei könnte eine mechanische Arbeit äquivalent gesetzt werden einer solchen Horizontaltransportleistung, zu welcher sie sich verhält wie die Pfeilhöhe zur Sehne des bei jedem Schritt vom Körperschwerpunkte durchlaufenen Bogens, so dass nach Gl. (1) dieses Verhältniss äquivalenter Vertical- und Horizontaltransportleistungen

$$= \frac{1}{8}\frac{s}{b} = \frac{1}{16} \text{ mit } b = 0{,}9 \text{ und } s = 0{,}45 \text{ Mtr.}$$

zu setzen wäre. —

Bei grösserer Neigung des Weges, z. B. auch bei Ersteigung von Treppen und Leitern wird die mit $\frac{1}{16}$ multiplicirte Horizontaltransportleistung verhältnissmässig so klein, dass die ganze Leistung als mechanische Arbeit entsprechend der erstiegenen Höhe beurtheilt werden kann. Dabei ist es gewöhnlich der Fall, dass eine gewisse Last Q wiederholt auf eine gewisse Höhe h emporgetragen werden und jedesmal unbelastet zurückgekehrt werden soll. Ist n die Zahl der täglichen Wiederholungen dieses Vorgangs, also $H = nh$ die ganze Erhebungshöhe eines

Tages, so kann im Mittel aus verschiedenen Erfahrungen bei $Q = 50$ Kgr. Belastung etwa $H = 1100$ Mtr. gesetzt werden, entsprechend einer täglichen Nutzarbeit:

$$A_n = QH = 55\,000 \text{ Meterkgr.}$$

und bei 70 Kgr. Körpergewicht der Gesammtarbeit:

$$A = \frac{70 + 50}{50} \cdot 55\,000 = 132\,000 \text{ Meterkgr.}$$

Die Höhe $H = 1100$ Mtr. entspricht sehr gut einer von Coulomb angegebenen empirischen Formel, nämlich mit abgerundeten Zahlen der Formel:

$$H = nh = \frac{200 - 1{,}4\,Q}{70 + Q} \cdot 1000 \text{ Mtr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Sie giebt für $Q = 50$:

$$H = 1083 \text{ Mtr.}, \qquad QH = 54\,150 \text{ Meterkgr.}$$

Auch entspricht ihrzufolge einer Belastung von $Q = 50$ Kgr. sehr nahe das Maximum von $A_n = QH$, welches nämlich, wie leicht gefunden wird, bei

$$Q = -70 + \sqrt{14\,900} = 52 \text{ Kgr.}$$

stattfindet und nur sehr wenig $> 54\,150$, nämlich $= 54\,216$ Meterkgr. sich ergiebt.

Die gesammte tägliche Arbeit mit Berücksichtigung des Körpergewichts von durchschnittlich 70 Kgr. ist nach jener Formel:

$$(70 + Q)\,H = (200 - 1{,}4\,Q) \,.\, 1000$$

um so grösser, je kleiner Q, und zwar am grössten $= 200\,000$ Meterkgr. bei unbelastetem Emporsteigen.

§. 4. Arbeit an Maschinen bei Angriff mit den Händen.

Die Maschinen, an welchen man menschliche Arbeiter mit den Händen angreifen lässt, sind vorzugsweise Rollenzüge (Flaschenzüge oder einfache Rollen mit Seil), Hebel, liegende Wellen mit Kurbel oder stehende Wellen.

1) Recht vortheilhaft kann die Muskelkraft des Menschen durch Ziehen am Seil beim Fortschreiten auf horizontaler oder wenig geneigter Bahn verwerthet werden, z. B. behufs der Hebung von Materialien bei Hochbauten mit Hülfe eines Flaschenzugs. Wenn dabei im Mittel aus verschiedenen Erfahrungen unter günstigen Umständen

die ausgeübte Zugkraft $K = 12{,}5$ Kgr.,

die Fortschreitungsgeschwindigkeit $c = \frac{2}{3}$ Sec. Mtr.

und die effective tägliche Arbeitszeit $t = 6$ Stunden

gesetzt wird (unvermeidlichen Zeitverlust erfordert besonders die jedesmalige Rückkehr ohne Verrichtung nützlicher Arbeit), so ergiebt sich die tägliche Arbeitsleistung eines Arbeiters:

$$A = 3600\, Kct = 180\,000 \text{ Meterkgr.}$$

und bei Abrechnung von 25 % für die schädlichen Widerstände des Flaschenzugs die tägliche Nutzarbeit

$$= 0{,}75 \,.\, 180\,000 = 135\,000 \text{ Meterkgr.}$$

ungefähr $2\frac{1}{2}$ mal so gross, als diejenige, welche nach vorigem Paragraph beim Emportragen auf Leitern gleichfalls unter sonst günstigen Umständen erreicht werden kann. —

Weniger vortheilhaft ist das absatzweise Abwärtsziehen am Seil, z. B. zur Hebung eines gefüllten Fördergefässes in einem Schacht oder Brunnen, indem dabei nach jedem Zuge mit der einen Hand das Zurücksinken der Last verhindert werden muss, während die andere zur Ausübung eines neuen Zuges weitergreift und überhaupt eine besonders anstrengende Haltung und Bewegung des ganzen Körpers bei dieser Art von Kraftäusserung stattfindet. Nach Erfahrungen von Coulomb und von Navier kann man unter solchen Umständen nur auf eine tägliche Arbeit von etwa

$$A = 80\,000 \text{ Meterkgr.}$$

rechnen, wenn die vom Arbeiter ausgeübte Zugkraft 16—18 Kgr. beträgt. —

Noch ungünstiger stellt sich das Resultat heraus, wenn mehrere Arbeiter zugleich an demselben Seile abwärts ziehend anfassen müssen, bezw. an kurzen Handseilen, die an das Hauptseil geknüpft sind, wie es bei der Handzugramme der Fall ist, obschon sich dieser Fall vom vorigen nicht unvortheilhaft dadurch unterscheidet, dass der Angriffspunkt der Hände am Seile fast unverändert bleibt, indem die Last (der Rammklotz) nach jedem Zuge niederfällt.

Die Leistung ist hierbei besonders mit der Uebung der Arbeiter sehr verschieden. Eine verhältnissmässig grosse Nutzleistung z. B. beobachtete Coulomb in einem Falle, in welchem jeder der freilich zugleich recht starken Arbeiter 19 Kgr. vom Gewicht des Rammklotzes zu ziehen hatte und wobei dieser während drei Stunden effectiver Arbeitszeit (eine längere hielten die Arbeiter ohne übermässige Ermüdung nicht aus) pro Minute 20 mal je 1,1 Mtr. hoch gezogen wurde, entsprechend der täglichen Nutzarbeit

$$A_n = 19 \,.\, 1{,}1 \,.\, 20 \,.\, 60 \,.\, 3 = 75\,240 \text{ Meterkgr.,}$$

während in einem anderen Falle zwei Arbeiter einen 38 Kgr. schweren Klotz nur 5200 mal 0,4 Mtr. hoch zogen:

$$A_n = 19 \,.\, 0{,}4 \,.\, 5200 = 39\,520 \text{ Meterkgr.}$$

Lahmeyer fand die tägliche Nutzarbeit eines Mannes an der Handzugramme = 54 800 Meterkgr.

Bei ausgedehnten Rammarbeiten in Harburg gaben nach Beobachtungen von v. Kaven und Köpke zwei Handzugrammen folgende Resultate. Bei der ersten wurde während 10 Stunden in 170 Hitzen zu je 13 Schlägen ein 533 Kgr. schwerer Rammklotz von 37 Arbeitern jedesmal 1,65 Mtr. hoch gezogen, entsprechend der

Zugkraft eines Arbeiters $K = \frac{533}{37} = 14{,}4$ Kgr.

und von $A_n = 14{,}4 \,.\, 1{,}65 \,.\, 170 \,.\, 13 = 52\,510$ Meterkgr.

Bei der zweiten wurde während $8^3/_4$ Stunden (Winterszeit) in 114 Hitzen zu je 26 Schlägen der 526 Kgr. schwere Klotz von 36 Arbeitern 1,57 Mtr. hoch gezogen:

$$K = \frac{526}{36} = 14{,}6 \text{ Kgr.}$$

$$A_n = 14{,}6 \,.\, 1{,}57 \,.\, 114 \,.\, 26 = 67\,940 \text{ Meterkgr.}$$

Im Mittel aus diesen fünf Angaben ist bei durchschnittlich

17 Kgr. Zugkraft und 1,2 Mtr. Zughöhe

die tägliche Nutzarbeit $A_n = 58\,000$ Meterkgr. zu setzen, so dass selbst mit Rücksicht auf die nur mässige Zapfenreibung der Leitrolle und die Steifigkeit des darüber laufenden Hauptseils die effective tägliche Leistung eines Arbeiters hier im Durchschnitt auf kaum mehr als

$$A = 60\,000 \text{ Meterkgr.}$$

zu veranschlagen sein wird.

Nebenbei sei darauf hingewiesen, dass bei der Hebung eines unmittelbar mittels Handhaben angefassten Rammklotzes, wobei die Zahl der angreifenden Arbeiter und entsprechend das zulässige Gewicht des Klotzes freilich sehr beschränkt sind, die tägliche Arbeitsleistung eines geübten Mannes erheblich grösser ist. So beobachtete Prof. G. Herrmann, dass vier kräftige und eingeübte Arbeiter einen 56 Kgr. schweren solchen Klotz während fünf Stunden effectiver Arbeitszeit (bei je 260 Secunden dauernder Arbeitsleistung nach ebenso langen Ruhepausen) pro Minute 34 mal 1,25 Mtr. hoch hoben, entsprechend

$$A = \frac{56}{4} \cdot 1{,}25 \,.\, 34 \,.\, 60 \,.\, 5 = 178\,520 \text{ Meterkgr.}$$

Die gleichfalls erheblich grössere Leistung an der Kurbel einer Kunstrammen-Winde ist unter 3) besprochen.

2) Der Hebel empfiehlt sich als Kraftmaschine weniger durch eine besonders vortheilhafte Verwerthung der Muskelkraft, als durch seine Einfachheit und durch die Leichtigkeit seiner Anbringung und Einrichtung auch behufs gleichzeitigen Angriffs mehrerer Arbeiter. Am vortheilhaftesten ist im Allgemeinen eine solche Anwendung desselben, dass der Arbeiter stehend unter Beihülfe seines Gewichtes vorzugsweise niederdrückend wirkt; beim Sitzen ist das Ziehen von vorn nach hinten wie beim Rudern am wirksamsten. Der Schwingungsbogen des Hebels soll nicht zu gross sein (jedenfalls $< 60^0$), um eine zu beträchtliche Richtungsänderung der Kraft bei gleich bleibender Länge des effectiven Hebelarms oder des letzteren bei gleich bleibender Kraftrichtung zu vermeiden.

Wenn der Arbeiter stehend an dem auf- und niederschwingenden Hebel angreift, soll der Angriffspunkt in seiner mittleren Lage ungefähr in der Höhe der Hüften liegen; der ganze Weg des Angriffspunktes beträgt angemessener Weise durchschnittlich etwa 1 Mtr. Um dabei den Arbeiter nur niederdrückend wirken zu lassen, kann man den Hebel mit einem Gegengewichte versehen, falls nicht bei mehreren Arbeitern ein doppelarmiger Hebel angewendet wird, an welchem die Mannschaft beiderseits gleich vertheilt ist, wie es z. B. bei Feuerlöschspritzen und bei der als Pumpspill bekannten Ankerwinde der Fall zu sein pflegt.

Unter solchen Umständen kann erfahrungsmässig bei täglich acht Stunden wirklicher Arbeitszeit auf einen Effect von durchschnittlich

$$E = 5 \text{ Meterkgr.},$$

also auf eine Tagesarbeit von

$$A = 3600 \,.\, 8 \,.\, 5 = 144\,000 \text{ Meterkgr.}$$

gerechnet werden, entsprechend etwa

$$K = 6 \text{ Kgr. und } c = \frac{5}{6} \text{ Sec. Mtr.}$$

Dauert die Arbeitsleistung nur kurze Zeit, so kann sie pro Secunde bedeutend grösser werden, z. B. nach Hartig bei Feuerlöschspritzen bis $E = 22{,}6$ Meterkgr. Den grössten Effect am Hebel hat man beim Rudern (sitzend mit angestemmten Füssen) beobachtet, und zwar bis zu $E = 26$ Meterkgr. —

Mit Rücksicht auf die Nebenwiderstände ist übrigens die relativ vortheilhafteste Grösse P der am Hebel auszuübenden Kraft

etwas $> K$, und wird auch das vortheilhafteste Hebelverhältniss dadurch beeinflusst. Ist nämlich

P die Kraft am Hebelarm a,

Q der Nutzwiderstand am Hebelarm b,

R der auf den Angriffspunkt und die Richtung von Q bezogene Widerstand des Hebels an und für sich, d. h. ohne Nutzleistung,

μ der Coefficient der zusätzlichen Reibung,

so ist nach §. 2, Gl. (5) und (8), worin aber R und P_1 auf den Angriffspunkt und die Richtungslinie von P bezogen sind und deshalb bei den hier erklärten Bedeutungen von R und Q die Werthe

$$\frac{b}{a} R \text{ und } \frac{b}{a} Q$$

haben, die relativ vortheilhafteste Grösse von P:

$$P = \frac{b}{a}[R + (1+\mu) Q] = K + \frac{1}{2}\frac{b}{a} R \;\ldots\ldots\ldots (1).$$

Daraus folgt

$$\frac{a}{b} = \frac{(1+\mu) Q + \frac{R}{2}}{K} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

worin K bei n Arbeitern die $n$fache mittlere Kraftäusserung des einzelnen bedeutet.

Wäre z. B. $\quad R = K = \frac{1}{4} Q$ und $\mu = \frac{1}{8}$,

so folgte $\quad \frac{a}{b} = 5$ und $P = 1{,}1\, K.$

Der Wirkungsgrad des Motors wäre nach §. 2, Gl. (10, a):

$$\eta_1 = 1 - \left(\frac{1}{2}\frac{b}{a}\frac{R}{K}\right)^2 = 0{,}99$$

entsprechend einer effectiven täglichen Leistung des einzelnen Arbeiters von durchschnittlich

$$\eta_1 A = 0{,}99 \,.\, 144\,000 \text{ Meterkgr.}$$

Der resultirende Wirkungsgrad wäre nach Gl. (10) in §. 2:

$$\eta = \frac{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{b}{a}\frac{R}{K}\right)^2}{1+\mu} = \frac{8}{9}(0{,}9)^2 = 0{,}72$$

und der Wirkungsgrad des Hebels selbst:

$$\eta_2 = \frac{0{,}72}{0{,}99} = \frac{8}{11} \cdot -$$

Zum Hebel können (wegen ähnlich absatzweiser Wirkung der Muskelkraft) der Kreuzhaspel und der Spillenhaspel gerechnet werden, bestehend aus einer zur Aufwindung eines gespannten Zugkraftorgans dienenden horizontalen Welle mit kreuzweise quer durchgesteckten Hebeln, bezw. mit einem sogenannten Spillenrade versehen, d. i. einem Rade, von dessen Umfange radial gerichtete Handhaben (Spillen) hervorstehen. Indem diese Maschinen vorzugsweise nur dazu dienen, mit kleiner Geschwindigkeit auf kurze Zeit und mit längeren Unterbrechungen grosse Lasten zu bewältigen, kann man dabei auf eine Kraft von $K = 15$ bis 20 Kgr. pro Arbeiter rechnen.

3) Die Kurbel an einer horizontalen Welle ist eine der vortheilhaftesten Maschinen zur Bethätigung der Muskelkraft des Menschen. Bezeichnet man diejenige Vierteldrehung als die erste, bei welcher der Kurbelarm von der vertical aufwärts gerichteten in die horizontal vom Arbeiter weg gerichtete Lage übergeht, und so fort die folgenden als die zweite, dritte, vierte Vierteldrehung, so wirkt der Arbeiter ungefähr von der Mitte des vierten bis zur Mitte des zweiten Quadranten drückend, während der übrigen Zeit ziehend; bei der Druckwirkung, besonders im letzten Theile derselben, wird die Muskelkraft durch das Körpergewicht unterstützt. Dabei ist behufs möglichst vortheilhafter Wirkung vorausgesetzt, dass die Länge des Kurbelarms ungefähr 0,4 Mtr. beträgt und die Axe der Welle in der Höhe der Hüften über dem Fussboden liegt.

Versuchen zufolge, welche hier mit Hülfe der dynamometrischen Kurbel mit grösserer Sorgfalt angestellt werden konnten, ist der Druck am grössten ungefähr auf der Grenze zwischen dem ersten und zweiten Quadranten, am kleinsten in der Mitte des vierten Quadranten, wo der Zug in Druck übergeht. Bei einer mehrmännischen Kurbel sind deshalb die beiden Kurbelarme an den Enden der Welle entgegengesetzt gerichtet anzubringen. Ein geübter Arbeiter ist indessen durch die drei ersten Quadranten hindurch eine nur wenig veränderliche Kraft auszuüben im Stande.

Erfahrungsmässig ist für eine continuirliche, d. h. solche Akkordarbeit, welche nicht durch nothgedrungen häufige Stillstände unterbrochen wird, höchstens anzunehmen:

$$K = 10 \text{ Kgr.}, \quad c = 1 \text{ Sec. Mtr.}, \quad t = 8 \text{ Stunden},$$

also $$E = 10, \quad A = 10 \,.\, 8 \,.\, 3600 = 288\,000 \text{ Meterkgr.}$$

Bei Taglohnarbeit kann diese Leistung bis auf etwa 60 % abnehmen, insbesondere also die Tagesleistung auf

$$A = 0{,}6 \,.\, 288\,000 = 172\,800 \text{ Meterkgr.}$$

Ebenso können auch Akkordarbeiten erheblich kleiner ausfallen, wenn sie der Natur der Sache gemäss durch längere Pausen unterbrochen werden müssen, wie z. B. Arbeiten an der Kunstramme, wobei der Rammbär mittels einer Kurbelwinde empor gezogen wird.

Nach Beobachtungen von v. Kaven und Köpke über die Leistungen von Kunstrammen bei den oben unter 1) schon erwähnten Harburger Grundbauten vertheilte sich die Zeit einer Stunde wie folgt:

18 Schläge des Rammbärs (Aufwinden)	27 Min.
Herunterlassen und Einhängen des Schneppers	6 „
Pause zum Ausruhen	9 „
Heranbringen der Pfähle, Versetzen der Ramme u. s. w. .	18 „
	60 Min.

Indem nun bei einer solchen Kunstramme (Akkordarbeit) weiter beobachtet wurde:

$$K = 7{,}09 \text{ Kgr. und } c = 1{,}247 \text{ Sec. Mtr.},$$

war $E = Kc = 8{,}84$ Meterkgr. und bei zehnstündiger gesammter Tagesarbeit:

$$A = 8{,}84 \,.\, 10 \,.\, 27 \,.\, 60 = 143\,208 \text{ Meterkgr.}$$

Bei einer zweiten Ramme war

$$K = 8{,}7 \text{ Kgr. und } c = 1{,}3 \text{ Sec. Mtr.},$$

somit $$E = 11{,}31 \text{ und } A = 183\,222 \text{ Meterkgr.}$$

Mit durchschnittlich nur $A = 160\,000$ wäre die tägliche Leistung $\frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$ mal so gross, als bei der Handzugramme nach obigen Ermittelungen, so dass selbst mit Rücksicht auf die grösseren Effectverluste durch Nebenwiderstände der weniger einfachen Maschine und durch die erforderliche Miterhebung des den Schnepper enthaltenden Fallblocks auf eine wenigstens doppelt so grosse Nutzleistung zu rechnen ist, abgesehen von dem weiteren Vorzug der wesentlich grösseren Erhebungshöhe, also der grösseren Wirksamkeit des einzelnen Schlages bei gegebenem Gewicht des Rammbärs. —

Das beste Verhältniss der Hebelarme a, b von Kraft und Last ist ebenso, wie beim Hebel angegeben wurde, durch Gl. (2) bestimmt; da hier a ungefähr $= 0{,}4$ Mtr. gegeben ist, folgt daraus

$$b = \frac{Ka}{(1+\mu)\,Q + \frac{R}{2}}.$$

Wirkt die Last Q an der Welle selbst mittels einer Kurbel von der Armlänge r, aber nicht beständig senkrecht dazu (wie auch K als ein Mittelwerth der senkrecht zur Kraftkurbel gerichteten Kraft bezw. Kraftcomponente verstanden wird), sondern mit Hülfe von Kurbelstange und Geradführung in unveränderlicher Richtungslinie bezüglich auf das Maschinengestell abwechselungsweise im einen und im umgekehrten Sinn oder periodisch stets nur in einem Sinn mit constanter Grösse Q, so ist ihr Hebelarm b zwischen 0 und r veränderlich und im Mittel

$$b = \frac{2}{\pi} r \text{ bezw. } = \frac{1}{\pi} r.$$

Zur Ausgleichung der hier erheblichen Veränderlichkeit der elementaren Widerstandsarbeit ist die Kurbelwelle mit einem Schwungrade auszurüsten, das auch sonst schon zur Ausgleichung der bei den verschiedenen Kurbelrichtungen verschiedenen Grössen der Kraft (zur Unterstützung des Arbeiters bei der oben als vierten bezeichneten Vierteldrehung) besonders bei der einmännischen Kurbel von Nutzen ist.

4) Die stehende Winde (Erdwinde, Ankerwinde) ist eine stehende Welle zur Aufwindung eines gespannten Zugkraftorgans, welche durch ungefähr in Brusthöhe quer durchgesteckte Hebel umgedreht wird, indem dieselben von den im Kreise herum gehenden Arbeitern vor sich her geschoben werden. Die Kraftäusserung ist nicht unvortheilhaft. Meistens wird diese Winde zu solchen Zwecken und unter solchen Umständen angewendet, welche kürzere Dauer oder öftere und längere Unterbrechungen der Arbeit bedingen. Es wird dann auf wenigstens

$$K = 14 \text{ Kgr. bei } c = 0{,}75 \text{ Sec. Mtr.},$$

also auf einen Effect $E = Kc = 10{,}5$ Meterkgr. gerechnet werden können. Uebrigens erfordert diese Winde viel Platz, weshalb ihr z. B. als Ankerwinde (als sogen. Gangspill) wenigstens auf kleineren Kauffahrteischiffen das Pumpspill vorgezogen wird trotz der daran weniger vortheilhaften, bezw. mehr ermüdenden Arbeit.

§. 5. Arbeit an Maschinen bei vorwiegendem Angriff mit den Füssen.

1) Ohne Vermittelung des Körpergewichts arbeitet der Mensch mit den Füssen nicht vortheilhaft, und es ist deshalb diese Art der Arbeitsleistung nur dann am Platze, wenn die Hände zu gleichzeitiger anderweitiger Beschäftigung frei bleiben sollen, wie z. B. bei der Bewegung von Schleifsteinen, kleinen Drehbänken, Nähmaschinen u. s. w.

und wenn es sich um eine nur kleine erforderliche Betriebskraft handelt. Gewöhnlich ist hierbei ein Trittbrett, das um eine horizontale Axe schwingt, vermittels einer Koppel mit einer Kurbel verbunden, die periodisch nur beim Niederdrücken eines Fusses unter Mithülfe des ganzen Beins angetrieben wird und deshalb jedenfalls mit einem Schwungrade oder einem als solches wirkenden Maschinentheile verbunden sein muss. Bei Nähmaschinen wird die Kurbel auch dadurch doppelt wirkend gemacht, dass das Pedal abwechselungsweise auf der einen Seite seiner Schwingungsaxe mit den Fussspitzen, auf der andern mit den Fersen gedrückt und so die Koppelstange abwechselnd auf Zug und auf Druck in Anspruch genommen wird; die Füsse schwingen dabei um die Fussgelenke ohne wesentliche Mitbewegung der Beine und können, da sie zur Stützung des sitzenden Arbeiters nicht gebraucht werden, beide gleichzeitig Arbeit verrichtend wirken.

2) Durch Vermittelung des Körpergewichts, indem dasselbe nämlich, wie beim Ansteigen auf einer geneigten Ebene, Treppe oder Leiter erhoben wird, lässt sich die Muskelkraft des Menschen sehr vortheilhaft verwerthen, wie schon daraus zu schliessen ist, dass nach §. 3 bei abwechselndem Auf- und Niedergange des unbelasteten Menschen längs einer stärker geneigten Strecke die der Erhebung des Körpergewichtes entsprechende Tagesarbeit auf rund 200000 Meterkgr. veranschlagt werden konnte. Die Wirkung ist dabei entweder eine stetige oder eine periodisch unterbrochene, indem der Mensch entweder nur relativ ansteigend seinen absoluten (auf das Maschinengestell bezogenen) Standort beibehält, oder sich thatsächlich auf eine gewisse Höhe emporhebt und von derselben niedersinken lässt.

Die stetige Wirkung des durch Schreiten oder Klettern relativ emporgehobenen Körpergewichtes wird bei dem Tretrade ausgeübt, welches auch je nach seiner besondern Anordnung als Laufrad, Stufenrad oder Sprossenrad bezeichnet wird. Beim Laufrade schreiten die Arbeiter unten im Inneren des Rades auf der mit Leisten beschlagenen Mantelfläche frei, d. h. ohne Anhalt für die Hände, relativ empor. Bei dem Stufen- und dem Sprossenrade befinden sie sich ausserhalb des Rades oberhalb der Axe, indem der Radumfang entweder mit Trittbrettern (Stufen), die den Standort der Arbeiter in horizontaler Lage passiren, oder mit Sprossen versehen ist; ersterenfalls leistet ein in Brusthöhe vor den Arbeitern befindlicher Anhalt für die Hände nützliche Dienste zur Erleichterung dieser Art von Arbeitsleistung und zur Sicherung gegen Unglücksfälle, welche z. B. bei einem Seilbruche oder beim Zurücktreten

eines Theiles der Mannschaft durch die beschleunigte Bewegung veranlasst werden können, in welche das Rad durch plötzliches Uebergewicht der bewegenden Kraft oder der Last im einen oder anderen Sinne versetzt wird.

Der Steigungswinkel = dem spitzen Winkel α, welchen der nach dem Angriffspunkte des Arbeiters gezogene Halbmesser des Rades mit der Verticalen bildet, kann bei dem Laufrade nur eine mässige Grösse von ungefähr 15^0 passend haben, bei dem Stufenrade kann er grösser sein, beim Sprossenrade gar bis 90^0 betragen, indem dann der Arbeiter, zugleich mit den Händen an den Sprossen angreifend, wie auf einer Leiter empor klettert.

Was die Leistung eines Arbeiters am Tretrade betrifft, so kann erfahrungsmässig seine Verticalgeschwindigkeit zu 0,15 Sec. Mtr. angenommen werden, entsprechend einer Peripheriegeschwindigkeit des Rades $= \frac{0{,}15}{\sin\alpha}$ und bei 70 Kgr. Körpergewicht und 7 Stunden effectiver täglicher Arbeitszeit einer Tagesleistung

$$A = 70.0{,}15.7.3600 = 264000 \text{ Meterkgr.}$$

Ein Theil des Vortheils dieser grossen Leistungsfähigkeit geht übrigens durch die des grossen Radgewichtes wegen hier sehr bedeutende Zapfenreibung verloren. Ist

G das Gewicht eines jeden der n Arbeiter,

G_1 das Gewicht des Rades, a sein Halbmesser,

Q die Last, b ihr Hebelarm,

r der Zapfenhalbmesser, μ der Zapfenreibungscoefficient,

so ist, wenn ungünstigsten Falles (in Betreff der Zapfenreibung) Q vertical abwärts zieht,

$$nG.a\sin\alpha = Qb + \mu(nG + G_1 + Q)r \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

wodurch die eine oder andere der in der Gleichung vorkommenden Grössen bei gegebenen Werthen der übrigen bestimmt ist. —

Vermittels der periodischen Erhebung des Körpergewichtes wirkt die Muskelkraft des Menschen recht vortheilhaft bei der im Uebrigen allerdings nur unter besonderen Umständen zweckentsprechenden Aufzugmaschine des französischen Ingenieur-Capitains Coignet.* Dieselbe besteht einfach aus einer um eine horizontale Axe drehbaren festen Rolle von grossem Durchmesser mit einem darüber gelegten Seil,

* Allgem. Maschinenlehre von Dr. M. Rühlmann, 2. Aufl., Bd. I, S. 295.

welches zwei Plattformen trägt; auf die gerade oben befindliche stellt sich ein Arbeiter und zieht dadurch niedersinkend die mit der zu hebenden Last beschwerte andere Plattform in die Höhe. Je nach der Hubhöhe h sind es mehr oder weniger $= n$ Arbeiter, welche der Reihe nach einzeln auf die obere Plattform treten, nachdem sie auf gewöhnlichen Leitern emporgestiegen waren. Zur Vermeidung einer beschleunigten Bewegung wird die zu hebende Last etwas grösser genommen, als das Durchschnittsgewicht $= 70$ Kgr. eines Arbeiters, und es wird oben ein $(n+1)$ter Arbeiter angestellt, der durch Ziehen am Seil mit den Händen den kleinen Ueberschuss nebst der Reibung zu bewältigen hat, wofür im Ganzen eine durchschnittliche Zugkraft von etwa 7 Kgr. gerechnet werden mag, vorausgesetzt, dass die Last ungefähr 72 Kgr. schwer genommen und für passende Auswahl der Arbeiter mit Rücksicht auf nahe gleiches Körpergewicht Sorge getragen wird. Bei Lasten, welche in Gefässen (z. B. Erde in Handkarren) gehoben werden sollen, kann 72 Kgr. das durchschnittliche Nettogewicht sein, wenn man auf der anderen Seite mit dem Manne stets ein leeres Gefäss niedergehen lässt.

Gemäss der Erfahrung, dass ein Mann von 70 Kgr. Körpergewicht durch die periodische Erhebung desselben beim abwechselnden Auf- und Absteigen von Leitern eine Tagesarbeit $A = 200\,000$ Meterkgr. ohne übermässige Ermüdung zu leisten im Stande ist, wird hier, wo das Niedersinken auf der Plattform mit keiner Anstrengung verbunden ist, mit Sicherheit auf eine tägliche Gesammterhebung von 3500 Mtr. zu rechnen sein, entsprechend

$$A = 70.3500 = 245\,000 \text{ Meterkgr.}$$

bei einer zu 10 Stunden anzunehmenden gesammten täglichen Arbeitszeit. Die n Arbeiter verrichten sonach eine tägliche Arbeit

$$= 70.3500.n \text{ Meterkgr.},$$

und indem dabei das Förderseil einen Weg $= 3500\,n$ Mtr. durchläuft, hat der $(n+1)$te Arbeiter eine Arbeit

$$= 7.3500.n \text{ Meterkgr.}$$

zu verrichten. Dabei ist freilich n höchstens $= 4$ vorauszusetzen, weil mit $n = 4$ die diesem Arbeiter zugemuthete Tagesarbeit von

$$7.3500.4 = 98000 \text{ Meterkgr.}$$

nach den im §. 4 unter 1) erwähnten Erfahrungen schon überreichlich bemessen sein würde. Die Leistung aller $(n+1)$ Arbeiter zusammen ist dann also

$$= 77.3500\,n \text{ Meterkgr.}$$

und die durchschnittliche Leistung des einzelnen

$$= 77.3500 \frac{n}{n+1} = 269\,500 \frac{n}{n+1} \text{ Meterkgr. } \ldots\ldots (2).$$

Jeder der n Arbeiter kommt täglich $\frac{3500}{h}$ mal zur Wirkung, und es werden

$$\frac{3500}{h} n \text{ Aufzüge}$$

während der 10 Arbeitsstunden gemacht. Wird für dieselben eine Geschwindigkeit = 1 Sec. Mtr. bei s Secunden Aufenthalt zwischen je zwei Aufzügen gerechnet, so ist folglich

$$\frac{3500}{h} n = \frac{10.3600}{h+s},$$

woraus

$$n = \frac{72}{7} \frac{h}{h+s} \quad \text{oder} \quad s = \left(\frac{72}{7} \frac{1}{n} - 1\right) h \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

folgt. Z. B. bei Festungsbauten in Vincennes bei Paris, wo bedeutende Erdmassen auf $h = 13$ Mtr. Höhe zu heben waren, wurden dieselben in leichten Handkarren auf die jedesmal unten befindliche Plattform gefahren, und es war $n = 3$, entsprechend bei 10 Stunden täglicher Arbeitszeit nach (3) nahe $s = 32$ Sec. Von den 4 Arbeitern kam nach (2) durchschnittlich jeder mit

$$\frac{3}{4} \cdot 269\,500 = 202\,125 \text{ Meterkgr.}$$

täglich zur Wirkung bei nur etwa 5 % Arbeitsverlust durch die Nebenwiderstände der einfachen Maschine.

II. Thiere als Motoren.

Vermöge ihrer Körperbeschaffenheit arbeiten die zur Arbeitsleistung benutzten Thiere (Pferd, Ochs, Esel, Maulesel) am vortheilhaftesten, wenn sie, geradlinig fortschreitend, einen Zug ausüben. Ueber die mittleren Leistungen unter solchen Umständen wurden im §. 2 nach Gerstner Angaben gemacht, wobei indessen zu bemerken ist, dass die betreffenden Angaben verschiedener Schriftsteller oft nicht unerheblich abweichen und dass auch die Leistungen je nach der Raçe, sowie nach Beschaffenheit und Fütterung des Individuums sehr verschieden sein können. Nach anderen Angaben wurde z. B. bei $t = 8$ Stunden täglicher Arbeitszeit und $c = 1,1$ Sec. Mtr. Geschwindigkeit die Zugkraft des Pferdes

$$K = 55 \text{ bis } 70 \text{ Kgr.}$$

gefunden, also $Kc = 60{,}5$ bis 77 Meterkgr.,

$$A = 8.3600\ Kc = 1742400 \text{ bis } 2217600,$$

im Durchschnitt etwa $A = 8.240000$ Meterkgr., d. h. die tägliche Arbeitsleistung des Pferdes beim Ziehen im Schritt auf horizontaler oder wenig geneigter Strasse etwa achtmal so gross, als diejenige des Menschen unter günstigen Umständen, z. B. beim Arbeiten an der Kurbel.

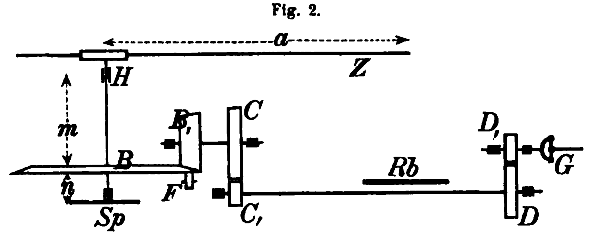
Diese und die Angaben im §. 2 gelten hauptsächlich für die Fortbewegung von Lastfuhrwerken, welche als Arbeitsmaschinen zum Transport von Lasten an anderer Stelle näher zu besprechen sind. Hier soll nur die Arbeit der Zugthiere an Kraftmaschinen (Göpeln und Tretwerken) in Betracht gezogen werden abgesehen von der Benutzungsart der geleisteten mechanischen Arbeit zu gewissen Arbeitszwecken, z. B. in Bergwerken, bei sonstigen Bauten und in der Landwirthschaft. Die Leistungen der Thiere können dabei von ihrer Zugleistung an Fuhrwerken ziemlich verschieden, insbesondere erheblich kleiner sein.

§. 6. Arbeit am Göpel.

Der Göpel ist in der Hauptsache eine verticale Welle, die in einer horizontalen Ebene mit 2 oder 4 symmetrisch angeordneten Hebeln, sogen. Zugbäumen oder Schwengeln, fest verbunden ist, an deren Enden die Thiere (meist Pferde) angespannt werden. Bei feststehenden (in einem Gebäude fest aufgestellten) Göpeln pflegen die Zugbäume von einer mittleren Stelle der Göpelwelle abgezweigt zu sein, indem diese oben und unten mit Endzapfen gelagert ist; bei transportablen Göpeln, die ein niederes Gerüst erfordern, hat die Welle oben ein Halslager und trägt darüber ein gusseisernes Kreuz mit Hülsen zum Einstecken und Befestigen der Zugbäume. Von der langsam umlaufenden Göpelwelle wird die Bewegung mit vergrösserter Winkelgeschwindigkeit durch Räderwerk auf eine horizontale Betriebswelle übertragen, welche bei feststehenden Göpeln über den Zugbäumen und den arbeitenden Thieren liegen kann, bei transportablen aber jedenfalls unter der Rennbahn (der kreisförmigen Bahn, worauf die Thiere umgehen) liegt. Bei leichteren Ausführungen ganz in Holz, wie sie namentlich bei zweispännigen Göpeln vorkommen, lässt man ein grosses hölzernes Kammrad auf der Göpelwelle unmittelbar in ein kleines Stockgetriebe auf der horizontalen Betriebswelle eingreifen. Bei solideren Ausführungen in Eisen (abgesehen vom Gerüst und von den Zugbäumen, welche zweckmässig auch hier in Holz construirt werden) wird eine zwei- bis dreifache Uebersetzung mit Cylinder- und Kegelrädern

vorgezogen, etwa in der Weise wie die Skizze, Fig. 2, zeigt gemäss der nach Rühlmann* im Königreich Hannover sehr verbreiteten Ausführung von Kehlmann.

Fig. 2.



In dieser nur die Anordnung der Wellen mit Rädern andeutenden Skizze, in welcher H das Halslager, Sp das Spurlager der Göpelwelle, Z einen Zugbaum derselben bedeutet, hat man das Gerüst des Vorgeleges D, D_1 mit dem Hauptgerüst, in welchem die Göpelwelle und die erste Vorgelegswelle $B_1 C$ gelagert sind, durch einen trapezförmigen Rahmen fest verbunden zu denken. Zwischen den Langhölzern dieses Rahmens liegt die unter der Rennbahn Rb herlaufende zweite Vorgelegswelle $C_1 D$, welcher ihrer grossen Länge wegen passend noch ein mittleres Lager gegeben werden kann. Wegen der Schwierigkeit ganz genauer Aufstellung eines solchen transportablen Göpels gegen die zu treibende Arbeitsmaschine wird die Bewegung von der kurzen Welle des letzten Rades D_1 durch ein Universalgelenk G auf die Betriebswelle übertragen. Die bei vorliegender Construction tiefe Lage des Kegelrades B hat den Vortheil, dass der Theilrissdruck Q zwischen B und B_1 vorzugsweise auf den fester gelagerten unteren Zapfen der Göpelwelle wirkt. Die Frictionsrolle F soll dem bei der Bewältigung grosser Widerstände sich merklich herausstellenden Drängen des Kegelrades B nach unten entgegenwirken.

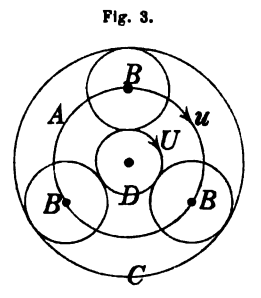
Bei anderen Anordnungen sind B und B_1 Cylinderräder, C und C_1 Kegelräder, wobei die Welle B_1 C eine verticale Lage erhält und B etwas höher auf der Göpelwelle befestigt ist. Auch fehlt oft das dritte Vorgelege D, D_1 und befindet sich dann das Gelenk G dicht neben C_1.

Wesentlich abweichend ist der Cylindergöpel von Barret und Andrews. Er ist ganz in Eisen ausgeführt, indem ein unten und oben offener gusseiserner Cylinder mit verticaler Axe als Gerüst und zugleich als Hülle für das Räderwerk dient. Auf diesem Cylinder liegt ein Deckel, welcher den umgebogenen Cylinderrand umgreift, so dass er

* Allgem. Maschinenlehre, 2. Aufl., Bd. I, S. 304.

nur um die Axe des Cylinders drehbar ist; er enthält oben die angegossenen Hülsen für die einzusteckenden Zugbäume und unten in der Mitte das obere Lager der stehenden Göpelwelle. An seiner Unterseite trägt der Deckel drei im Kreise A, Fig. 3, in gleichen Entfernungen vertheilt befestigte verticale Bolzen, um welche sich die Zwischenräder B drehen können; diese greifen einerseits in den am oberen Rande des Gerüstcylinders festen Zahnkranz C, andererseits in das Rad D auf der Göpelwelle. Am unteren Ende trägt letztere, wie in Fig. 2, ein Kegelrad, welches in ein kleineres eingreift, dessen kurze horizontale Welle hier aber unmittelbar durch das übliche Universalgelenk mit der Betriebswelle gekuppelt wird. Sind c und d die Theilrisshalbmesser des Zahnkranzes C und des Rades D, U und u die Umdrehungszahlen bezw. der Göpelwelle und des Deckels, also auch des Rades D und des Kreises A mit den Bolzen der Zwischenräder B, bezogen auf einerlei Drehungsrichtung, wie es die Pfeile in Fig. 3 andeuten, so erkennt man leicht, wenn man sich dem ganzen System die gemeinsame Umdrehungszahl u im umgekehrten Sinne ertheilt und dadurch den Deckel mit den Axbolzen der Räder B zum Stillstande gebracht denkt, dass jetzt wegen Gleichheit der Peripheriegeschwindigkeiten aller Räder die resultirende Umdrehungszahl $= U - u$ von D im Verhältnisse $\frac{c}{d}$ grösser sein muss, als die im umgekehrten Sinne vorhandene Umdrehungszahl u des Zahnkranzes C:

Fig. 3.



$$\frac{U - u}{u} = \frac{c}{d}, \text{ woraus } U = \left(1 + \frac{c}{d}\right)u \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

folgt. Indem C und D in dieselben Räder B eingreifen, verhalten sich die Theilrisshalbmesser c und d wie die betreffenden Zahnzahlen. Die compendiöse Anordnung dieses Göpels wird leider durch eine grössere Reibung erkauft, die besonders zwischen dem rotirenden Deckel und dem Rande des Gerüstcylinders einen dem grossen relativen Wege entsprechend grossen Arbeitsverlust verursachen kann.

Die Leistung der Thiere am Göpel ist bei gleicher Anstrengung kleiner, als ihre Zugleistung an Fuhrwerken auf im Wesentlichen geraden Strassen. Beschwerlich und unvortheilhaft ist die stete Körperwendung beim Gehen im Kreise, und soll deshalb insbesondere bei Pferdegöpeln der Halbmesser a der mittleren Kreisbahn wenigstens 5 Meter betragen. Würden dabei die Thiere so angespannt, dass sie die Zugbäume in einer

gewissen Entfernung s hinter sich herziehen, so würde die in der Sehne s der kreisförmigen Bahn zum Radius a ausgeübte Zugkraft an einem Hebelarm etwas $< a$ wirken. Um sie zu nöthigen, stets in derselben Entfernung a von der Göpelwelle zu bleiben und möglichst rechtwinklig gegen die Zugbäume, also am Hebelarm a zu wirken, lässt man sie zwischen Gabeln laufen, die sich an den Enden der Zugbäume befinden. Auch der Winkel, den die Zugstränge mit dem Horizont bilden, ist nicht gleichgültig; ist derselbe von Null verschieden, so kommt zwar nur die horizontale Componente der Zugkraft durch Arbeitsleistung zur Geltung, aber ihre verticale Componente erhöht besonders auf glatter Bahn die Sicherheit des Auftretens und der Stützpunkte für die Hufe. Nach Cavalli ist für Pferde die vortheilhafteste Grösse des fraglichen Winkels $= 18^0$.

Was unter solchen Umständen insbesondere die Leistung der Pferde an Göpeln von wenigstens 5 Mtr. Schwengellänge betrifft, so wird meistens die Angabe Navier's:

$$K = 45,\ c = 0{,}9,\ t = 8,\ Kc = 40{,}5,\ A = 1166400$$

(bei Voraussetzung der stets hier zu Grunde gelegten Einheiten) angenommen. Indessen trifft sie nur für leichtere Pferde von ungefähr $G = 300$ Kgr. Körpergewicht zu. Schwerere Pferde von $G = 400$ Kgr. und darüber haben eine grössere Leistungsfähigkeit auch am Göpel, und zwar kann für sie im Durchschnitt aus verschiedenen (von Rühlmann mitgetheilten) Erfahrungen gesetzt werden:

$$K = 65,\ c = 1,\ t = 6,\ Kc = 65,\ A = 1404000.$$

Zur Schätzung des Wirkungsgrades η eines Göpels werde beispielsweise eine Disposition nach Art der durch Fig. 2 dargestellten mit dreifacher Uebersetzung angenommen. Dabei sei

a die Schwengellänge des vierspännigen Göpels,

also der Hebelarm der Kraft $P = 4K$. Ferner seien

$b\ \ b_1\ \ c\ \ c_1\ \ d\ \ d_1$ die Theilrisshalbmesser

der mit $B\ \ B_1\ \ C\ \ C_1\ \ D\ \ D_1$

in Fig. 2 bezeichneten Räder. Die Göpelwelle habe die Zapfenhalbmesser α und β bezw. oben im Halslager und unten im Spurlager; analog seien

$\beta_1\ \ \gamma\ \ \gamma_1\ \ \delta\ \ \delta_1$ die Halbmesser der Zapfen, mit

welchen dicht neben $B_1\ \ C\ \ C_1\ \ D\ \ D_1$

die Wellen B_1C, C_1D und D_1G gelagert sind.

$BB_1\ \ CC_1\ \ DD_1$

seien zugleich die Zahnzahlen der ebenso bezeichneten Räder. Weiter sei G das Gewicht der Göpelwelle mit den darauf festsitzenden Theilen,

l ihre Länge zwischen den Mittelebenen des Halslagers und des Spurlagers, welche Länge durch die Mittelebene des Rades B in den oberen Theil m und den unteren n getheilt werde.

Endlich sei μ der Coefficient, mit dessen Hülfe das Reibungsmoment eines Tragzapfens vom Halbmesser r infolge des Zapfendruckes P

$$= \mu P r$$

gesetzt werden kann und dasjenige eines ebenflächigen Spurzapfens bei analoger Bedeutung der Buchstaben

$$= \frac{2}{3} \mu P r$$

gesetzt werden mag, was nach Bd. II, §. 70, Gl. (5) und §. 71, Gl. (5) bei neuen Zapfen voraussetzt, dass der theoretische eigentliche Reibungscoefficient bei Spurzapfen im Verhältnisse $\frac{\pi}{2}$ grösser ist, als bei Tragzapfen. Die Verkleinerung, welche bei äusserem Eingriff von Zahnrädern der Theilrissdruck P als nutzbarer Druck durch die Zahnreibung erfährt und welche, wenn der betreffende Reibungscoefficient zum Unterschied von obigem mit μ_1 bezeichnet wird und wenn z, z' die Zahnzahlen bedeuten, für Cylinderräder nach Bd. II, §. 76, Gl. (4)

$$= \pi \mu_1 P \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} \right)$$

gesetzt werden kann, ist zwar für Kegelräder mit senkrecht zu einander gerichteten Axen nach §. 79, Gl. (4) daselbst etwas kleiner

$$= \pi \mu_1 P \sqrt{\frac{1}{z^2} + \frac{1}{z'^2}},$$

mag jedoch hier der Einfachheit wegen ebenso wie bei Cylinderrädern berechnet werden, da es anderenfalls nicht unpassend wäre, den Coefficienten μ_1 für sie etwas grösser anzunehmen.

Hiernach gilt nun, wenn Q den Theilrissdruck zwischen den Rädern B und B_1 bedeutet, für die Göpelwelle folgende Momentengleichung:

$$Pa = Qb + \frac{2}{3} \mu G \beta + \mu \left(Q \frac{n}{l} \alpha + Q \frac{m}{l} \beta \right),$$

indem der Spurzapfen zugleich als Tragzapfen zur Geltung kommt entsprechend dem Seitendrucke $Q \frac{m}{l}$, während $Q \frac{n}{l}$ als Belastung des Halszapfens zu rechnen ist und das Kräftepaar

$$Pa = \frac{P}{4} \cdot 2a + \frac{P}{4} \cdot 2a$$

weder den einen noch den anderen Zapfen der Göpelwelle belastet. Aus der Gleichung folgt:

$$Q = \frac{Pa - \frac{2}{3}\mu G\beta}{b + \mu\frac{n\alpha + m\beta}{l}}$$

oder angenähert, da die Glieder mit μ verhältnissmässig klein sind,

$$Q = P\frac{a}{b}\left(1 - \frac{2}{3}\mu\frac{G\beta}{Pa} - \mu\frac{n\alpha + m\beta}{lb}\right) = P\frac{a}{b}(1 - \varepsilon_1) \quad \ldots\ldots (2).$$

Ist ferner R der Theilrissdruck zwischen den Rädern C und C_1, so gilt für die Welle $B_1 C$, indem der Druck auf ihren Zapfen dicht neben B_1 mit kleinem Fehler $= Q$ und auf den anderen $= R$ gesetzt werden kann, die folgende Momentengleichung:

$$Q\left[1 - \pi\mu_1\left(\frac{1}{B} + \frac{1}{B_1}\right)\right]b_1 = Rc + \mu(Q\beta_1 + R\gamma),$$

woraus

$$R = Q\frac{\left[1 - \pi\mu_1\left(\frac{1}{B} + \frac{1}{B_1}\right)\right]b_1 - \mu\beta_1}{c + \mu\gamma}$$

oder näherungsweise

$$R = Q\frac{b_1}{c}\left[1 - \pi\mu_1\left(\frac{1}{B} + \frac{1}{B_1}\right) - \mu\left(\frac{\beta_1}{b_1} + \frac{\gamma}{c}\right)\right] = Q\frac{b_1}{c}(1 - \varepsilon_2) \quad . (3)$$

folgt. Für die zweite Vorgelegswelle $C_1 D$ ergiebt sich hieraus durch Buchstabenvertauschung der Theilrissdruck S zwischen D und D_1:

$$S = R\frac{c_1}{d}\left[1 - \pi\mu_1\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_1}\right) - \mu\left(\frac{\gamma_1}{c_1} + \frac{\delta}{d}\right)\right] = R\frac{c_1}{d}(1 - \varepsilon_3) \quad . . (4)$$

und endlich ist, wenn Td_1 das auf das Universalgelenk nutzbar übertragene Kraftmoment bedeutet,

$$T = S\left[1 - \pi\mu_1\left(\frac{1}{D} + \frac{1}{D_1}\right) - \mu\frac{\delta_1}{d_1}\right] = S(1 - \varepsilon_4) \quad \ldots\ldots (5).$$

Aus (2)—(5) folgt:

$$T = P\frac{ab_1c_1}{bcd}(1 - \varepsilon_1)(1 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_3)(1 - \varepsilon_4)$$

und ist somit das Verhältniss des auf die Betriebswelle übertragenen Kraftmomentes Td_1 zu demjenigen $= Pa$, mit welchem die Göpelwelle von den Zugthieren umgedreht wird, welches Verhältniss ohne alle Reibungen

= dem umgekehrten Verhältnisse der betreffenden Winkelgeschwindigkeiten $= \frac{b_1 c_1 d_1}{b c d}$ wäre,

$$\frac{T d_1}{P a} = \frac{b_1 c_1 d_1}{b c d} \cdot \eta \text{ mit } \eta = (1-\varepsilon_1)(1-\varepsilon_2)(1-\varepsilon_3)(1-\varepsilon_4) \quad . \; . \; . \; (6).$$

Dieses η ist der Wirkungsgrad des Göpels. Die Bedeutungen von ε_1, ε_2, ε_3, ε_4 ergeben sich aus den Gleichungen (2)—(5).

Beispielsweise findet man mit

$$P = 4.50 \text{ Kgr.}, \quad G = 750 \text{ Kgr.}, \quad m = \frac{2}{3} l, \quad n = \frac{1}{3} l$$

$a = 5160$	$\alpha = 60$	
$b = 573$	$\beta = 20$	$B = 70$
$b_1 = 123$	$\beta_1 = 30$	$B_1 = 15$
$c = 270$	$\gamma = 20$	$C = 49$
$c_1 = 83$	$\gamma_1 = 20$	$C_1 = 15$
$d = 166$	$\delta = 14$	$D = 44$
$d_1 = 56{,}6$	$\delta_1 = 15$	$D_1 = 15$

(für das Millimeter als Längeneinheit), ferner mit $\mu = 0{,}1$ und $\pi \mu_1 = 0{,}4$:

$$\eta = 0{,}805.$$

Bei einer Geschwindigkeit der Pferde von 0,9 Sec. Mtr. werden, so lange die Arbeit dauert, $\frac{4.50.0{,}9.0{,}805}{75} = 1{,}93$ Maschinenpferdestärken nutzbar gemacht. Dabei macht die Betriebswelle $D_1 G$

$$\frac{B}{B_1} \frac{C}{C_1} \frac{D}{D_1} = \frac{70.49.44}{15.15.15} = 45{,}73$$

Umdrehungen für jede Umdrehung der Göpelwelle, deren pro Minute

$$\frac{0{,}9.60}{2\pi.5{,}16} = 1{,}664$$

stattfinden. Das giebt $1{,}664.45{,}73 = 76$ Umdrehungen der Betriebswelle.

Fehlte das letzte Vorgelege, welchem bei vorliegendem Beispiele der partielle Wirkungsgrad

$$1 - \varepsilon_4 = 1 - 0{,}065 = 0{,}935$$

zukommt, so hätte sich $\eta = \frac{0{,}805}{0{,}935} = 0{,}861$ ergeben. Im Durchschnitt dürfte der Wirkungsgrad eines Göpels mit zweifacher Uebersetzung = 0,85, eines solchen mit dreifacher Uebersetzung = 0,8 anzunehmen sein. Bei einem Barret'schen Cylindergöpel wird dagegen mit Rücksicht auf die

von zufälligen Umständen abhängige Reibung zwischen dem Deckel und dem Cylinderrande kaum auf einen grösseren Wirkungsgrad, als $\eta = 0{,}75$ gerechnet werden dürfen.

§. 7. Arbeit an Tretwerken.

Dieselbe ist analog der im §. 5 besprochenen durch das Körpergewicht stetig vermittelten Arbeit des Menschen am Tretrade.

1) Früher häufiger, als heutzutage, waren besonders bei landwirthschaftlichen Betrieben sogenannte Tretscheiben gebräuchlich: grosse hölzerne Scheiben von 12—15 Mtr. Durchmesser, deren Axe unter etwa 20^0 gegen die Verticale geneigt gelagert ist und auf deren mit radial laufenden Latten beschlagenen oberen Fläche man in der Nähe des horizontalen Durchmessers und nahe dem Rande die passend angebundenen Thiere (Pferde oder Ochsen) schreiten lässt, so dass die Scheibe unter ihren Füssen sich drehend in Bewegung gesetzt wird.

Ist G das Gewicht des arbeitenden Thiers und a seine Entfernung von der Axe der Scheibe, deren Neigungswinkel gegen den Horizont = dem Neigungswinkel ihrer Axe gegen die Verticale allgemein $= \alpha$ sei, so ist $G \sin\alpha$ die am Hebelarm a auf Drehung um die Scheibenaxe wirkende Componente des Motorgewichtes. Ist ferner

Q der am Hebelarm b wirkende Nutzwiderstand,

G_1 das Gewicht der Scheibe mit Welle und sonst etwa zugehörigen Theilen,

r der Halbmesser beider Wellzapfen, von denen der obere nur als Tragzapfen, der untere zugleich als Spurzapfen zur Geltung kommt,

so gilt ungünstigsten Falles, dass Q die Richtung der Neigungslinien der Scheibe hat, dagegen bei Abstraction von dem aus der excentrischen Belastung durch die axiale Componente $G \cos\alpha$ entspringenden, den Seitendruck auf die Zapfen etwas vergrössernden Kraftmoment $G \cos\alpha \,.\, a$, und wenn in Betreff des Verhältnisses der Reibungscoefficienten bei der Spurzapfen- und der Tragzapfenreibung dieselbe Voraussetzung wie im vorigen §. zu Grunde gelegt wird, die folgende leicht verständliche Momentengleichung:

$$G \sin\alpha \,.\, a = Qb + \frac{2}{3}\mu(G + G_1)\cos\alpha \,.\, r$$

$$+ \mu[(G + G_1)\sin\alpha + Q]r$$

$$= Q(b + \mu r) + \mu(G + G_1)\left(\frac{2}{3}\cos\alpha + \sin\alpha\right)r \quad \ldots\ldots (1),$$

wodurch eine der in der Gleichung vorkommenden Grössen bei gegebenen Werthen der übrigen bestimmt ist.

Ist ferner v die dem Abstande a von der Axe entsprechende Geschwindigkeit der Scheibe, so ist die Anstrengung des Motors derjenigen nahe gleich zu achten, welche der Ausübung einer Zugkraft $= G \sin \alpha$ auf horizontaler Bahn mit der Geschwindigkeit v während der betreffenden täglichen Arbeitszeit $= z$ Stunden entspricht. Wenn also K die Zugkraft bedeutet, die unter vortheilhaftesten Umständen, nämlich während t Stunden täglicher Arbeitszeit und bei der mittleren Geschwindigkeit c erfahrungsmässig ausgeübt werden kann, so folgt für die angemessene Grösse von v aus Gl. (2), §. 2:

$$G \sin \alpha = K\left(3 - \frac{v}{c} - \frac{z}{t}\right)$$

$$v = \left(3 - \frac{G \sin \alpha}{K} - \frac{z}{t}\right) c \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (2).$$

Mit durchschnittlich $K = \frac{1}{6} G$ (z. B. $K = 60$ bei $G = 360$ Kgr.) und $z = \frac{1}{3} t$ (man lässt die Thiere meistens nur kurze Zeit auf der Tretscheibe arbeiten) ist

$$v = \left(\frac{8}{3} - 6 \sin \alpha\right) c$$
$$= 0{,}615\, c \text{ für } \alpha = 20^0$$
$$= 0{,}68 \text{ für } c = 1{,}1 \text{ Sec. Mtr.}$$

Uebrigens wird der Scheibe passend eine um so kleinere Neigung gegeben, je längere Zeit die Thiere täglich arbeiten sollen. Z. B. mit $G = 6K$ und $v = 0{,}6\, c$ folgt aus (2):

$$0{,}6 = 3 - 6 \sin \alpha - \frac{z}{t}; \quad \sin \alpha = \frac{1}{6}\left(2{,}4 - \frac{z}{t}\right)$$

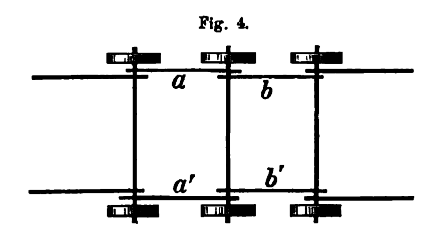
$$\alpha = 21^0 \qquad 18{,}5^0 \qquad 16^0 \qquad 13{,}5^0$$

$$\text{für } \frac{z}{t} = \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{4} \qquad 1.$$

2) Wesentlich compendiöser ist ein anderes auch vorzugsweise bei landwirthschaftlichen Betrieben benutztes Tretwerk, dessen besonders gebräuchliche Art als T r e t b r ü c k e oder als amerikanisches Tretwerk be-

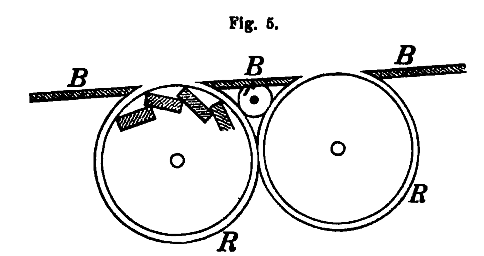
zeichnet zu werden pflegt. Dabei ist es eine eigenthümlich construirte Gliederkette ohne Ende, welche sich unter den Füssen des arbeitenden Thiers fortbewegt. Zwei um die Bahnbreite von einander entfernte einfache Systeme von Kettenschienen (Fig. 4) sind durch entsprechend lange Bolzen zu einem doppelten Systeme verbunden; die Bolzen tragen an den Enden kleine Rollen, welche bei der gerade oben befindlichen Kettenhälfte auf einer unter ungefähr 15⁰ gegen den Horizont geneigten ebenen Bahn laufen. Auf je zwei sich entsprechenden Kettenschienen *a* und *a'*, *b* und *b'* u. s. f. ist ein mit Leisten benageltes Trittbrett befestigt. Am oberen Ende der geneigten Bahn legen sich die Kettenbolzen in gabelförmige Vertiefungen an den Enden radialer Arme einer quer gegen die Kette gelagerten Welle, welche somit umgedreht wird, wenn das arbeitende Thier seine bewegliche Bahn unter sich weg schiebt.

Fig. 4.



Noch einfacher erscheint das Tretwerk mit Stufenwalzen von d'Heureuse in Berlin, Fig. 5. Zwei kräftige hölzerne Walzen von etwa 1,2 Mtr. Durchmesser und 0,8 Mtr. Länge sind mit sehr kleinem Zwischenraum von einigen Centimetern horizontal und parallel so gelagert, dass ihre Axen in einer unter 13 bis 15⁰ gegen den Horizont geneigten Ebene in nahe 1,2 Mtr. Entfernung liegen = der durchnittlichen Entfernung der Vorderbeine von den Hinterbeinen eines Pferdes. Sie sind am Umfange mit Stufen (in Fig. 5 an einer Stelle angedeutet) ausgestattet, auf denen das Pferd schreitet, die hinteren Hufe auf der unteren Walze, die vorderen auf der oberen, indem es vorn entsprechend angebunden und hinten an ein unverrückbares Richtscheit gespannt ist. Zu seinem Schutze sind vorn, hinten und zwischen den Walzen Bohlen *B*, *B*, *B* angebracht sowie auch seitwärts die Bahn durch Bretter abgesperrt ist. Die Uebertragung der Bewegung geschieht durch gleiche Zahnräder *R*, *R*, welche auf den Wellen der Stufenwalzen sitzen und in dasselbe kleine Rad *r* auf der Betriebswelle eingreifen. Gewöhnlich lässt man die Walzen 8 Umdrehungen pro Minute machen und giebt den grossen Rädern 96, dem

Fig. 5.



kleinen 12 Zähne, so dass sich letzteres mit der Betriebswelle 64 mal in der Minute umdreht.

Ist G das Gewicht des auf dem Tretwerke arbeitenden Pferdes,
v die Geschwindigkeit der gegliederten Tretbrücke bezw. die Peripheriegeschwindigkeit der Stufenwalzen,
α der Neigungswinkel der Bahn gegen den Horizont,

so ist nach obiger Gleichung (2) mit $K = \frac{1}{6} G$, $c = 1{,}1$ Sec. Mtr. und $z = t$:

$$v = (2 - 6 \sin \alpha) . 1{,}1$$

und mit $\sin \alpha = 0{,}25$ ($\alpha = 14{,}5^0$):

$$v = 0{,}55 \text{ Sec. Mtr.},$$

entsprechend bei 1,2 Mtr. Durchmesser der Stufenwalzen

$$\frac{60 . 0{,}55}{\pi . 1{,}2} = 8 \frac{3}{4} \text{ Umdrehungen pro Min.}$$

und bei $G = 400$ Kgr. Körpergewicht einem ausgeübten Effect:

$$E = G \sin \alpha . v = 55 \text{ Meterkgr.}$$

Der Wirkungsgrad dieser Tretwerke wird im Allgemeinen nicht viel kleiner, als $\eta = 0{,}9$ sein. Schätzt man z. B. reichlich bei dem Tretwerke mit Stufenwalzen das Gewicht jeder Walze und jedes der grossen Räder R zu 400 Kgr., so dass bei auch $G = 400$ Kgr. Körpergewicht des Pferdes auf jede Walzenaxe eine Gesammtbelastung von 1000 Kgr. entfällt, und rechnet man hiervon 400 Kgr. als Belastung des einen Zapfens, 600 Kgr. als Belastung des anderen, nimmt die Durchmesser dieser Zapfen bezw. = 4 und = 5 Centimtr., den Durchmesser der Stufenwalzen und die Zahnzahlen so wie oben angegeben an, endlich die betreffenden Reibungscoefficienten so, wie es im vorigen §. bei der Berechnung des Wirkungsgrades eines Göpels geschehen ist, so ergiebt sich, dass von der Betriebskraft $G \sin \alpha = 400 . \frac{1}{4} = 100$ Kgr. durch Zapfen- und Zahnreibung verbraucht werden:

$$2 . 0{,}1 \left(400 \cdot \frac{4}{120} + 600 . \frac{5}{120}\right) + 0{,}4 \left(\frac{1}{96} + \frac{1}{12}\right) . 100$$
$$= 7{,}66 + 3{,}75 = 11{,}4 \text{ Kgr.},$$

entsprechend einem Wirkungsgrade $\eta = 0{,}886$. Die Zapfenreibung der Betriebswelle, auf welcher das Rad r, Fig. 5, festsitzt, ist wenig erheblich, und dürfte es genügen, den Wirkungsgrad mit Rücksicht darauf zu $\eta = 0{,}88$ anzunehmen.

B. Wassermotoren.

§. 8. Vorbemerkungen und Uebersicht der üblichen Arten von Wassermotoren.

Im Folgenden sei stets mit Q das Volumen des Aufschlagwassers pro Secunde, d. h. des pro Sec. disponiblen Wassers bezeichnet, dessen Arbeitsvermögen zu möglichst grossem Theile vermittels einer hydraulischen Kraftmaschine (eines Wassermotors) durch Umsetzung in mechanische Arbeit technisch nutzbar gemacht werden (mit welchem die Maschine beaufschlagt werden) soll. Sofern die Zuleitung dieses Wassers durch einen (oben offenen) Canal oder durch eine Röhre, die Ableitung nach seiner Wirkung in der Maschine nur durch einen Canal zu geschehen pflegt, ist unter dem disponiblen Gefälle, welches hier stets mit H bezeichnet sei, die Summe aus der Geschwindigkeitshöhe und der Druckhöhe (Ueberdruckhöhe) des Wassers am Ende der Zuleitung und aus der Höhe der Messungsstelle dieser Grössen über dem Wasserspiegel am Anfange des Abflusscanals zu verstehen. Geschieht auch die Zuleitung des Aufschlagwassers in einem Canal, wie es meistens der Fall ist, so ist die Druckhöhe, welche hier immer als Ueberdruckhöhe, nämlich als Ueberschuss der Druckhöhe über die atmosphärische Wasserdruckhöhe von ungefähr 10 Mtr. gemeint ist, am Wasserspiegel auch des Zuflusscanals = Null, und wenn ausserdem an dieser Stelle die Geschwindigkeitshöhe sehr klein ist, kann dann das disponible Gefälle H einfach als Verticalabstand der Wasserspiegel am Ende des Zuflusscanals und am Anfange des Abflusscanals verstanden werden; streng genommen ist es aber um jene Geschwindigkeitshöhe grösser.

Das Arbeitsvermögen, welches den Q Cubikmeter Aufschlagwasser infolge des Gefälles = H Meter zukommt, oder der sogenannte absolute Effect ist

$$E_0 = \gamma Q H \text{ Meterkgr.},$$

wenn γ das hier stets = 1000 zu setzende Gewicht von 1 Cubikmtr. Wasser in Kgr. bedeutet. In Pferdestärken als der üblichen grösseren Einheit ausgedrückt ist dieser absolute Effect:

$$N_0 = \frac{E_0}{75}.$$

Derselbe erfährt stets einen gewissen Verlust, und zwar insbesondere

1) dadurch, dass nicht alles der Maschine zugeführte Wasser zur Wirkung in derselben gelangt,

2) durch die Bewegungswiderstände, mit welchen die Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit in die Maschine verbunden ist, und durch den Stoss, mit welchem dieser Eintritt oft stattfindet,

3) infolge der lebendigen Kraft, womit das Wasser, nachdem es die Maschine verlassen hat, den Unterwasserspiegel erreicht,

4) durch hydraulische Widerstände, verursacht durch mehr oder weniger plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderungen des Wasserstroms in der Maschine und durch innere oder äussere Reibung desselben,

5) durch Reibungswiderstände der Maschine selbst, durch den Widerstand der Luft und durch Unvollkommenheiten des Baues bezüglich der Maschine selbst und ihrer Aufstellung.

Der Nutzeffect E ist somit $< E_0$, und zwar, unter η den Wirkungsgrad verstanden,

$$E = \eta E_0 \text{ Meterkgr.},$$

die Nutzpferdestärke: $N = \eta N_0$. —

Was die Wirkungsweise des Aufschlagwassers in einer hydraulischen Kraftmaschine betrifft, so wird die von der Schwerkraft des niedersinkenden Wassers geleistete Arbeit entweder unmittelbar durch Druck auf gewisse bewegliche feste Flächen der Maschine übertragen oder mittelbar dadurch, dass sie dem Wasser zunächst und zwar grösstentheils schon ausserhalb der Maschine eine lebendige Kraft ertheilt, welche demnächst entweder durch Stoss (infolge plötzlicher Geschwindigkeitsabnahme) oder durch stetigen Druck (infolge allmählicher Geschwindigkeitsabnahme) als mechanische Arbeit auf die Maschine übergeht. Im Allgemeinen können diese verschiedenen Wirkungsweisen bei derselben Maschine zugleich vorkommen, wobei in Betreff derselben Modificationen stattfinden können, die in den einzelnen Fällen näher zu erörtern sein werden. So kann die unmittelbare Druckwirkung entweder darin bestehen, dass das Aufschlagwasser ausser Zusammenhang mit dem Oberwasser in der Maschine selbst niedersinkt, in Portionen von Zellen derselben aufgenommen, die dazu abwärts eine dem Gefälle H nahe gleich kommende Verticalbewegung haben müssen, oder es kann das schon ausserhalb der Maschine niedersinkende und mit dem Oberwasser in stetigem Zusammenhange bleibende Aufschlagwasser die dabei geleistete Arbeit durch seine hydraulische Pressung auf eine bewegliche Fläche (Schaufel- oder Kolbenfläche) übertragen, deren Bewegung bezüglich ihrer Richtung beliebig und bezüglich ihrer Grösse durch die Grösse der Fläche bedingt ist. —

Die hydraulischen Kraftmaschinen sind Radmaschinen (Wasserräder) oder Kolbenmaschinen (Wassersäulenmaschinen). Durch diese Bezeichnungen sind zunächst nur wesentliche Formverschiedenheiten ausgedrückt, die indessen auch entsprechende Wirkungsunterschiede bedingen. Kinematisch sind im Sinne Reuleaux's die Radmaschinen ihres stetigen Wasserzuflusses und entsprechend stetigen Ganges wegen als Laufwerke, die Kolbenmaschinen, bei denen der Zufluss des Aufschlagwassers hinter einem hin- und hergehenden Kolben in regelmässigen Intervallen gehemmt wird, als Hemmwerke zu bezeichnen. Bei ersteren kommen alle soeben besprochenen Wirkungsarten des Aufschlagwassers vor, bei letzteren wirkt dasselbe im Wesentlichen nur durch die dem disponiblen Gefälle entsprechende Pressung.

Die Radmaschinen werden weiter unterschieden als Wasserräder im engeren Sinne und als Turbinen. Erstere haben stets eine horizontale Axe, meistens eine kleine Winkelgeschwindigkeit bei einem dem disponiblen Gefälle mindestens nahe kommenden, oft erheblich grösseren Raddurchmesser, und es fliesst das Wasser stets an einem nur kleinen Theile des Umfangs in das Rad ein sowie an derselben Stelle wieder aus. Die Turbinen haben gewöhnlich eine verticale Axe, eine grössere Winkelgeschwindigkeit bei einem Raddurchmesser, der vom Gefälle unabhängig und oft erheblich kleiner ist, als dieses, und es fliesst das Wasser an einem beliebig grossen Theile des Umfangs, oft am ganzen Umfange zugleich in das Rad ein, aber an einer anderen Stelle wieder aus. Dieser letztere Umstand gewährt das durchgreifendste Unterscheidungsmerkmal, dass nämlich das Aufschlagwasser bei den Wasserrädern im engeren Sinne an denselben Stellen des Rades, bei den Turbinen an verschiedenen Stellen ein- und austritt, dass also seine relative Bewegung gegen das Rad bei jenen eine hin- und hergehende, bei diesen eine stetig in gleichem Sinne strömende Bewegung ist.

Vor einer näheren theoretischen Untersuchung der hier nur im Allgemeinen angedeuteten einzelnen Arten von Wassermotoren ist allgemein die Fassung des Aufschlagwassers insoweit zu erörtern, als erforderlich ist, um danach jeweils beurtheilen zu können, ein wie grosser Theil des zur Benutzung gegebenen absoluten Gefälles nach Abzug der zu solcher Fassung, zur Zu- und Ableitung benöthigten Partialgefälle als das am Orte der Maschine concentrirbare Gefälle H zu ihrem Betriebe disponibel bleibt.

I. Fassung des Aufschlagwassers hydraulischer Kraftmaschinen.

§. 9. Vorbereitende Untersuchungen.

Das Aufschlagwasser hydraulischer Kraftmaschinen wird meistens natürlichen Wasserläufen, Flüssen oder Bächen entnommen. Zunächst sind deshalb in jedem Falle die Verhältnisse des letzteren festzustellen, insoweit ihre Kenntniss für die beabsichtigte Anlage wichtig ist. Vor Allem ist bei einem mittleren Beharrungszustande des Wasserlaufs, nämlich bei mittlerem und längere Zeit nahe constant bleibendem Wasserstande in der betreffenden zu benutzenden Strecke desselben, deren Länge $= l$ sei, das Gefälle h dieser Strecke, somit auch das mittlere relative Gefälle $\alpha = \frac{h}{l}$ zu bestimmen, und ist ferner an einer Stelle, wo die Wasserquerschnitte längs einer gewissen möglichst geraden Flussstrecke nahe gleich sind, die strömende Bewegung des Wassers also nahe gleichförmig ist, ein Querschnitt auszumessen (Flächeninhalt $= F$, Breite $= b$, benetztes Querprofil $= p$) sowie für denselben die mittlere Geschwindigkeit u und das pro Secunde hindurchfliessende Wasservolumen Q zu bestimmen.

Wie das Gefälle und der Wasserquerschnitt zu messen sind, lehrt die praktische Geometrie. Nachdem sie gefunden sind, handelt es sich nur noch um die Bestimmung einer der beiden durch die Gleichung $Q = Fu$ verbundenen Grössen u und Q.

Zur Bestimmung von Q durch Geschwindigkeitsmessungen kann man den Querschnitt durch Senkrechte (Normalen zum Wasserquerprofil $= b$) in Theile ΔF theilen und für sie die angenäherten mittleren Geschwindigkeiten v ermitteln. Es ist dann $Q =$ der betreffenden Summe von Producten:

$$Q = \Sigma v . \Delta F \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Dabei kann die mittlere Geschwindigkeit v eines solchen zwischen zwei Senkrechten enthaltenen Flächentheils $\Delta F =$ der mittleren Geschwindigkeit in einer nahe durch den Schwerpunkt dieses Flächentheils gehenden Senkrechten gesetzt werden. Nach Bd. I, §. 124 und 125 ist aber die mittlere Geschwindigkeit irgend einer Senkrechten:

$$v = w_2 - \frac{m a^2}{12} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2),$$

wenn $a = 2a_2$ die Länge der Senkrechten (die betreffende Wassertiefe), w_2 die Geschwindigkeit im Mittelpunkte derselben bedeutet und

$$m = \frac{\frac{w_0 - w}{y} - \frac{w_0 - w_2}{a_2}}{y - a_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ist, unter w_0 die Geschwindigkeit im höchsten Punkte der Senkrechten (die betreffende Oberflächengeschwindigkeit) und unter w die Geschwindigkeit in der (möglichst gross zu wählenden) Tiefe y unter der Oberfläche verstanden. Wird näherungsweise w_0 als Maximum von w angenommen, so kann einfacher

$$v = w_0 - \frac{m a^2}{3} \text{ mit } m = \frac{w_0 - w}{y^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

oder

$$v = w \text{ für } y = a\sqrt{\frac{1}{3}} = 0{,}58\,a \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

gesetzt werden. Instrumente und Methoden zur Messung der Geschwindigkeit w an irgend einer Stelle sind in Bd. II, §. 161 und 162 besprochen worden.

Eine solche Bestimmung von Q durch Geschwindigkeitsmessung ist besonders bei grösseren fliessenden Gewässern passend und oft geboten, indem ein anderes Verfahren mit zu grossen Schwierigkeiten und Kosten verbunden sein würde. Bei kleineren Wasserläufen ist dagegen oft die Ermittelung von Q mit Hülfe eines Versuchsüberfallwehrs thunlich und vorzuziehen, welches als eine verticale Bretterwand, gehörig gedichtet, quer durch den Bach errichtet und oben entweder längs der ganzen Bachbreite mit stromabwärts abgeschrägtem Rande horizontal begrenzt oder mit einem rechteckigen Einschnitte versehen wird, durch welchen das Wasser hindurchfliesst und dessen horizontaler Rand (Ueberfallrand) und verticale Ränder gleichfalls stromabwärts abgeschrägt sind. Bezeichnet dann

F_0 den Querschnitt, b_0 die Breite des durch die Wand aufgestauten Wassers am Anfange der Stromschnelle (etwa 1 Mtr. stromaufwärts von der Wand, wo die nach oben schwach concave in eine aufwärts convexe Krümmung übergeht und die Geschwindigkeit des Wassers ein Minimum, sein Querschnitt ein Maximum ist),

b die Breite des Ueberfalles, welche bei oben ganz horizontal begrenzter Ueberfallwand $= b_0$, im Falle des Wandeinschnittes $< b_0$ ist,

h die Höhe des Wasserspiegels am Anfange der Stromschnelle über dem Ueberfallrande,

n das Querschnittsverhältniss $\frac{bh}{F_0}$,

μ einen Erfahrungscoefficienten,

so kann in dem hier immer herzustellenden Falle eines sogenannten vollkommenen Ueberfalls, d. h. unter der Voraussetzung, dass der Ueberfallrand über dem Unterwasserspiegel liegt, bei eingetretenem Beharrungszustande das pro Secunde überfallende Wasservolumen

$$Q = \mu b h \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

und hierin nach Weisbach, dessen betreffende Versuche noch immer besonderes Zutrauen verdienen und deren Ergebnisse, obschon sie nur mit Ueberfällen von höchstens 0,4 Mtr. Breite (bei $n < 0{,}5$) angestellt worden sind, auch auf wesentlich grössere Verhältnisse hinlänglich anwendbar zu sein scheinen,

$$\left.\begin{array}{l} \mu = \mu_0 (1 + 1{,}718\, n^4) \text{ für } b \text{ wesentlich } < b_0 \\ \mu = \mu_0 (1{,}041 + 0{,}3693\, n^2) \text{ für } b = b_0 \ \ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots \quad (7)$$

gesetzt werden, wenn

für $h =$	0,01	0,02	0,03	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2 Mtr.
$\mu_0 =$	0,424	0,417	0,412	0,407	0,401	0,397	0,395	0,393	0,390

genommen wird.

Die Ungenauigkeit, welche diesen Bestimmungen von Q anhaftet, ist für den vorliegenden Zweck mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit von Q nicht von erheblicher Bedeutung; wegen derselben kommt es nicht sowohl darauf an, für einen gewissen Augenblick Q mit grösster Genauigkeit zu finden, als vielmehr seinen ungefähren Mittelwerth, seinen kleinsten und grössten Werth im Verlauf eines Jahres von normalen Witterungsverhältnissen. Zu den dazu dienenden wiederholten Messungen eignet sich vorzugsweise ein Versuchsüberfallwehr, welches so dauerhaft hergestellt wird, dass es ein Jahr lang dicht hält und überhaupt genügend unversehrt bleibt. Ist das der örtlichen Umstände oder der Kosten wegen unthunlich, so kann man auch, wenn nur für einen gewissen mittleren Zustand die Wasserführung des Flusses mit möglichster Sorgfalt bestimmt wurde, dieselbe für einen anderen Zustand aus den leicht zu messenden geänderten Querschnittsdimensionen durch Rechnung ableiten. Ist nämlich unter der Voraussetzung nahe gleichförmiger Beharrungszustände der Querschnitt, die Wasserbreite, das benetzte Querprofil und der sogenannte

mittlere Radius (= dem Quotienten aus Querschnitt durch benetztes Querprofil)

bei der Wassermenge Q_0 bezw. $= F_0 \quad b_0 \quad p_0 \quad r_0$

„ „ „ Q „ $= F \quad b \quad p \quad r$

so ist nach Bd. I, §. 136, Gl. (1) und (2) auf Grund einer betreffenden empirischen Formel von Ganguillet und Kutter:

$$\frac{Q}{Q_0} = \frac{1 + B\sqrt{\frac{p_0}{F_0}}}{1 + B\sqrt{\frac{p}{F}}} \sqrt{\left(\frac{F}{F_0}\right)^3 \frac{p_0}{p}}$$

$$= \frac{1 + B\sqrt{\frac{1}{r_0}}}{1 + B\sqrt{\frac{1}{r}}} \cdot \frac{F}{F_0} \sqrt{\frac{r}{r_0}} = \frac{F}{F_0} \frac{r}{r_0} \frac{B + \sqrt{r_0}}{B + \sqrt{r}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8).$$

Darin ist, unter n einen Coefficienten verstanden, welcher wachsend mit der Rauhigkeit des Flussbettes in der Regel = 0,025 bis 0,03 gesetzt werden kann,

$$B = \left(23 + \frac{0,00155}{\alpha}\right) n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9).$$

Das relative Gefälle α ist hier als constant zu betrachten, braucht also nur bei der mittleren Wassermenge Q_0 gemessen worden zu sein, deren Kenntniss dann nach (8) und (9) auch die genügende Kenntniss von Q in irgend einem anderen Beharrungszustande vermittelt.

Ist die so gefundene kleinste Wassermenge des betreffenden Wasserlaufs (abgesehen von abnormen Verhältnissen in sehr trockenen Jahren) zum Betriebe des benöthigten Motors ausreichend, so ist auch nur diese ausreichende Wassermenge dem ganzen Entwurf zu Grunde zu legen, falls nicht eine Erweiterung der Anlage in nahe Aussicht genommen wird, und ist gleichzeitig durch eine Regulirungsschleuse (ein Schleusenwehr) am Anfange des Obergrabens, nämlich des Zuflusscanals da, wo er vom Flusse abgezweigt ist, Vorsorge zu treffen, dass das überschüssige Wasser von der Maschine fern gehalten wird. Auch wenn die kleinste Wassermenge des Flusses zum normalen Betriebe einer anzulegenden Fabrik etc. nicht ausreicht, ist im Allgemeinen doch der dazu ausreichenden grösseren Wassermenge die hydraulische Motorenanlage anzupassen, falls sie die mittlere Wassermenge des Flusses nicht oder nur unerheblich überschreitet, vorbehaltlich eines daneben aufzustellenden, nur zeitweilig in Betrieb kommenden Hülfsmotors (in der Regel einer Hülfsdampf-

maschine), deren grösste Leistungsfähigkeit stets der bei kleinster Wassermenge des Flusses fehlenden Betriebsarbeit entsprechen muss. Ist aber die im Ganzen nöthige Betriebsarbeit gar wesentlich grösser, als das disponible Arbeitsvermögen selbst bei mittlerer Wassermenge, so wird in der Regel nur diese mittlere Wassermenge passend der hydraulischen Motorenanlage zu Grunde zu legen sein, um nicht zu grosse Dimensionen zu erhalten, die doch nur während der kleinsten Zeit des Jahres genügend zur Geltung kämen.

§. 10. Theoretische Grundlagen und Regeln in Betreff der Fassung des Aufschlagwassers hydraulischer Kraftmaschinen-Anlagen.

Die Arten, wie vom Gefälle H_0 einer gewissen Flussstrecke AB ein möglichst grosser Theil H an einer Stelle als disponibles Gefälle concentrirt werden kann, sind insbesondere folgende:

1) Anlage eines Wehrs (eines Durchlass- oder Schleusenwehrs) in der Nähe des unteren Endes B der fraglichen Flussstrecke und Errichtung des Werkes dicht unterhalb des Wehrs über dem Fluss oder hart am Ufer.

2) Anlage des Werkes an passender Stelle seitwärts vom Flusse und Verbindung desselben durch einen Obergraben (Zuflusscanal) mit dem obern Ende A, durch einen Untergraben (Abflusscanal) mit dem untern Ende B der gegebenen Flussstrecke.

3) Anlage eines Wehrs (eines Ueberfallwehrs) bei C zwischen A und B und Verbindung des an passender Stelle seitwärts vom Flusse angelegten Werks durch einen Obergraben mit dem Flusse bei C dicht oberhalb des Wehrs, während der Untergraben bei B mündet.

Die Wahl des Ortes für das Werk in den beiden letzten Fällen sowie der Stelle C des Wehrbaues im dritten Falle ist hauptsächlich durch das Terrain und durch andere örtliche Verhältnisse bedingt. Insbesondere sind im Allgemeinen am wenigsten Erdarbeiten durch Einschneidungen oder Aufschüttungen erforderlich, können vielmehr die Canäle am besten dem Terrain angepasst werden, wenn das Werk an eine Stelle stärkster Neigung der Erdoberfläche gelegt wird (wo die Niveaulinien, welche die Gestaltung dieser Oberfläche zwischen den Horizontalebenen durch A und B im Situationsplan ersichtlich machen, am nächsten beisammen liegen); auch ist es rathsam, den Obergraben möglichst kurz zu halten mit Rücksicht auf seine Freihaltung von Eis im Winter und auf die leichte Bedienung der Einlassschleuse am Anfange desselben vom Werke aus, wogegen eine grössere Länge des Untergrabens, der ohne Regulirungsschleuse

in den Fluss einmündet und dessen etwaige Eisbildung der Maschine nicht mehr schädlich ist, insofern sogar nützlich sein kann, als dadurch bei Hochwasser die Hebung des Unterwasserspiegels bei der Maschinenanlage vermindert wird.

Was die Eigenthümlichkeiten, die Vorzüge und Nachtheile der unter 1)—3) erwähnten Fassungsarten betrifft, so ist zunächst zu bemerken, dass man im ersten Falle in der Erzielung von Stauhöhe h (hier nahe einerlei mit dem disponiblen Gefälle H), also in der Ausnutzung des Gefälles H_0 häufig dadurch beschränkt ist, dass die Stauhöhe bei A oder an einer anderen Stelle, welche mit der Stauhöhe bei B in bestimmter Beziehung steht, eine gewisse Grösse nicht überschreiten darf, sei es mit Rücksicht auf das Austreten des Flusses über die Ufer oder mit Rücksicht auf ein oberhalb gelegenes Nachbarwerk, dessen Unterwasser nicht über einen gewissen Betrag gehoben werden darf. Auch abgesehen davon ist bei unregelmässiger, steiniger Beschaffenheit des natürlichen Bettes ein beträchtlicher Theil von H_0 zur Bewegung selbst des aufgestauten Wassers von A bis B erforderlich, trotzdem der grösseren Tiefe dieses aufgestauten Wassers eine kleinere Geschwindigkeit und ein grösserer mittlerer Radius entspricht, und es kann dann also nur ein kleinerer überschüssiger Theil von H_0 als Stauhöhe h gewonnen werden. Dieser erste Fall ist deshalb im Allgemeinen nur zulässig für hydraulische Motoren, welche mit einem Gefälle H von mässiger Grösse zu betreiben sind und wenn eine möglichst vollständige Ausnutzung des Gefälles H_0 nicht geboten ist; aber selbst dann ist es ein misslicher Umstand, dass das Werk infolge seiner Lage den unmittelbaren Einwirkungen des Hochwassers ausgesetzt ist, und wird deshalb diese ursprünglichste Anordnung mit Recht nur noch wenig gefunden.

Im zweiten Falle besteht der Gefällverlust in den Gefällen h_1 und h_2, welche zur Bewegung des Wassers im Ober- und Untergraben erforderlich und welche wegen der kleineren Wassergeschwindigkeit, der regelmässigen Formen und grösseren Tiefen der Canalbetten kleiner sind, als das zur Bewegung des Wassers im natürlichen Flussbette unter sonst gleichen Umständen nöthige Gefälle. Die Wahl dieser zweiten Anordnung ist geboten, wenn ein Aufstau des Wassers unzulässig ist; sie eignet sich besonders für Gebirgsbäche von starkem Gefälle bei steinigem Bette und wenn noch dazu bei sehr gekrümmtem Laufe durch die längs einer Sehne geführten Gräben eine erhebliche Wegabkürzung erzielt werden kann.

Im dritten Falle besteht der Gefällverlust in den Gefällen h_1 und h_2 des Ober- und Untergrabens und in demjenigen Betrage $= h_3$, um

welchen die Stauhöhe bei C kleiner sein muss, als das Gefälle der Flussstrecke AC (weil die Erhebung des Wasserspiegels bei A oder an anderer Stelle eine gewisse Grösse nicht überschreiten darf). Wenn aber in dieser Hinsicht keine allzu einschränkenden Bedingungen gestellt sind, ist diese dritte Anordnung in der Regel die beste: im Vergleich mit der ersten gestattet sie eine vollständigere Ausnutzung des Gefälles H_0 und eine günstigere Lage des Werks, im Vergleich mit dem zweiten Fall meistens kürzere Canäle, insbesondere einen kürzeren Obergraben, welcher sich an der nach Beschaffenheit des Terrains gelegensten Stelle vom Flusse abzweigen lässt.

Die Anlage des Ueberfallwehrs ist bedingt durch die im ersten Bande dieses Werkes entwickelten bezüglichen Gesetze. Ist Q_0 die in dem betreffenden Beharrungszustande durch jeden Querschnitt des Flusses pro Secunde hindurchfliessende Wassermenge, Q diejenige, welche dicht oberhalb des Wehrs in den Obergraben zum Betriebe des Werks gelangen, also $Q_0 - Q = Q_1$ diejenige, welche den Ueberfall bilden soll, so ist die Beziehung zwischen Q_1, der Stauhöhe und den Dimensionen des Wehrs davon abhängig, ob letzteres ein vollkommenes oder unvollkommenes Ueberfallwehr ist, d. h. ob die horizontale Scheitellinie des Wehrdammes höher oder tiefer, als der Unterwasserspiegel an der betreffenden Stelle gelegen ist. Bei der Beurtheilung dieses Umstandes ist zu bedenken, dass durch die Abzweigung der Wassermenge Q der Unterwasserspiegel eine Erniedrigung e erfährt, welche, wenn F den Inhalt, b die Breite des Wasserquerschnitts bei der Wassermenge Q_0 bedeutet, $a = \frac{F}{b}$ die mittlere Tiefe, nach Bd. I, §. 136, Gl. (5) unter der Voraussetzung ziemlich steiler Ufer und eines grossen Verhältnisses $\frac{b}{a}$ bestimmt ist durch die Gleichung:

$$\left.\begin{array}{l} e = a\left[1 - x\left(1 - y\dfrac{a}{b}\right)\right] \quad \cdots\cdots\cdots \\ \text{mit } x = \left(\dfrac{\dfrac{Q_1}{Q_0} + \dfrac{B}{\sqrt{a}}\left(\dfrac{Q_1}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}}}{1 + \dfrac{B}{\sqrt{a}}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ und } y = \dfrac{2}{3}\left[1 - \left(\dfrac{Q_1}{Q_0}\right)^{\frac{2}{3}}\right] \;\cdot\cdot \end{array}\right\} \quad \cdots\cdots (1).$$

Folgende Tabelle enthält die Werthe von x und y für verschiedene Werthe von $\frac{Q_1}{Q_0}$ und $\frac{B}{\sqrt{a}}$.

$\frac{Q_1}{Q_0}$	y	x für $\frac{B}{\sqrt{a}} =$						
		0,5	1	1,5	2	3	5	∞
0,2	0,439	0,394	0,419	0,433	0,443	0,455	0,466	0,489
0,3	0,368	0,496	0,519	0,533	0,542	0,553	0,564	0,586
0,4	0,305	0,585	0,606	0,618	0,626	0,636	0,646	0,665
0,5	0,247	0,666	0,683	0,694	0,701	0,709	0,718	0,735
0,6	0,192	0,740	0,755	0,763	0,769	0,776	0,783	0,797
0,7	0,141	0,810	0,821	0,828	0,832	0,837	0,843	0,853
0,8	0,092	0,876	0,884	0,888	0,891	0,895	0,898	0,906

In Betreff B siehe vorigen §., Gl. (9).

Ist nun der Ueberfall vollkommen, so ist nach Bd. I, §. 137, Gl. (1) die in der Secunde überfallende Wassermenge:

$$Q_1 = \mu_1 b_1 \sqrt{2g}\left[(h_1 + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] \text{ mit } k = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q_0}{F_0}\right)^2 \quad \ldots\ldots (2),$$

unter b_1 die Breite des Ueberfalls verstanden, die hier gleich der Flussbreite b zu sein pflegt, h_1 die Höhe des Wasserspiegels nahe stromaufwärts am Wehr (am Anfang der Stromschnelle) über der Scheitellinie des Wehrs, F_0 den Wasserquerschnitt daselbst $= (a + h) b$, wenn h die Stauhöhe bedeutet. Der Coefficient μ_1 kann nach Weisbach $= \frac{2}{3} . 0{,}8 = 0{,}53$ gesetzt werden. Indem es sich nämlich hier um abgerundete Wehrdämme oder bei hölzernen Wehren um Dämme handelt, die am Scheitel (am Sattel oder Fachbaum) einen stumpfen Winkel bilden, ist die im vorigen §. angeführte Gleichung (6) mit betreffenden Werthen von μ nicht passend. Aus Gl. (2) findet man h_1 und damit die erforderliche Höhe des Fachbaums (der Scheitellinie des Wehrdamms) über dem ursprünglichen Wasserspiegel $= h - h_1$.

Im Falle eines unvollkommenen Ueberfalles kann nach Bd. I, §. 138, Gl. (1) gesetzt werden:

$$\frac{Q_1}{b_1 \sqrt{2g}} = \mu_1 \left[(h + e + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}\right] + \mu_2 h_2 (h + e + k)^{\frac{1}{2}} \quad \ldots (3)$$

mit den obigen Bedeutungen von b_1, h, k, e, während h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels nahe stromabwärts vom Wehrdamme über der Scheitellinie desselben bedeutet und den Coefficienten nach Weisbach die Werthe $\mu_1 = 0{,}53$ und $\mu_2 = 0{,}8$ beigelegt werden können. Aus dieser Gleichung ergiebt sich h_2 und damit die erforderliche Tiefe des Fachbaums unter dem ursprünglichen Wasserspiegel $= e + h_2$.

Die Anwendung der Gleichungen (2) und (3) zur Bestimmung der Fachbaumhöhe setzt die Stauhöhe h als gegeben voraus. Die Annahme der letzteren erfordert aber eine Prüfung ihrer Angemessenheit bezw. ihrer Zulässigkeit, die auf die Ermittelung derjenigen Entfernung $= s$ vom Wehr stromaufwärts gerechnet hinauskommt, wo die Stauhöhe, die am Wehr $= h$ ist, nur noch den kleineren Werth h^1 hat. Nach Bd. I, §. 133 ist diese Entfernung:

$$s = \frac{1}{\alpha}\left[h - h^1 + \left(ac - \frac{1}{g}\frac{u_0^2}{c^2}\right)\left(i^1 - i\right)\right] \quad \ldots\ldots (4).$$

Darin ist, während a, α, h, h^1, g bekannte Bedeutungen haben, und abgesehen zunächst von den mit i und i^1 bezeichneten Grössen, u_0 die mittlere Geschwindigkeit des ursprünglichen Flusses bei der Wassermenge Q_0 und

$$c = \left(\frac{k_0}{k}\right)^{\frac{2}{3}} \text{ mit } k_0 = \frac{u_0}{\sqrt{a\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$k = \frac{1}{n}\,\frac{\frac{1}{n} + 23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}x_m^3}{\frac{1}{n} + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\alpha}x_m^3\right)\frac{1}{\sqrt{a + h_m}}} \quad \ldots\ldots (6).$$

In diesem Ausdrucke von k (mit der oben ebenso bezeichneten Geschwindigkeitshöhe nicht zu verwechseln) sind unter h_m und x_m die Mittelwerthe

$$h_m = \frac{h + h^1}{2} \text{ und } x_m = \frac{a + h_m}{a} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

zu verstehen, während der Rauhigkeitscoefficient zwar näherungsweise nach den Angaben im vorigen §. angenommen werden könnte, doch besser durch die Gleichung

$$\frac{1}{n} = \frac{k_0 - m}{2} + \sqrt{\left(\frac{k_0 - m}{2}\right)^2 + \frac{mk_0}{\sqrt{a}}} \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

mit

$$m = 23 + \frac{0{,}00155}{\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

bestimmt wird. Was endlich die mit i und i^1 in Gl. (4) bezeichneten Grössen betrifft, so können sie einer in Bd. I, §. 133, S. 765 mitgetheilten Tabelle entnommen werden, worin zahlreiche sich entsprechende Werthe von

$$\frac{1}{x} \text{ und } i = \frac{1}{6}\,ln\frac{x^2 + x + 1}{(x - 1)^2} - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ arcctg } \frac{2x + 1}{\sqrt{3}}$$

zusammengestellt sind. Hier ist

$$\frac{1}{x} = \frac{ac}{a+h}; \quad \frac{1}{x^1} = \frac{ac}{a+h^1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10),$$

i der zu $\frac{1}{x}$, i^1 der zu $\frac{1}{x^1}$ gehörige Tabellenwerth. Uebrigens ist ein Flussbett mit ziemlich steilen Ufern und einem Wasserquerschnitte vorausgesetzt, dessen Breite gross im Vergleich mit der mittleren Tiefe ist.

Die für den Ober- und Untergraben (Längen $= l_1$ und l_2, Abhänge = den relativen Gefällen α_1 und α_2) anzunehmenden mittleren Wassergeschwindigkeiten u_1 und u_2 sind vor Allem durch die Erwägung bedingt, dass, je kleiner dieselben, desto kleiner auch α_1 und α_2, somit die Gefällverluste $h_1 = l_1 \alpha_1$ und $h_2 = l_2 \alpha_2$ ausfallen, desto grösser jedoch die erforderlichen Canalquerschnitte und damit die betreffenden Anlagekosten. In der Regel liegen diese Geschwindigkeiten zwischen 0,3 und 1,5 Mtr., sind aber auch von der Beschaffenheit der Canalwände und selbst unter Umständen von der Beschaffenheit des Wassers abhängig. In letzterer Hinsicht soll die mittlere Geschwindigkeit wenigstens 0,2 Mtr. betragen, wo das Absetzen von Schlamm, wenigstens 0,4 Mtr., wo das Absetzen von Sand zu befürchten ist. In ersterer Hinsicht wird, damit das Canalbett nicht merklich angegriffen werde, die Geschwindigkeit am Boden und an den Seitenwänden, nahezu also auch die mittlere Geschwindigkeit bei Canälen in sandigem Boden höchstens = 0,3 Mtr., in kiesigem Boden höchstens = 0,6 Mtr., in grobsteinigem Boden höchstens = 1,2 Mtr. für zulässig erachtet; durch Ausmauerung der Canäle können diese zulässigen Maximalgeschwindigkeiten beliebig erhöht werden.

Im Allgemeinen ist es angemessen, $u_2 > u_1$ anzunehmen, damit auch α_2 und $h_2 = l_2 \alpha_2$ grösser werde und so weniger leicht bei hohem Wasserstande im Flusse oder infolge des Wehrbaues eines stromabwärts etwa noch anzulegenden Nachbarwerkes eine wesentliche Hebung des Wasserspiegels im oberen Theile des Untergrabens bei der hydraulischen Maschine zu befürchten ist. Aus demselben Grunde ist, wie schon oben bemerkt wurde, eine solche Disposition empfehlenswerth, bei welcher $l_2 > l_1$ ist, und ist dann die gleichzeitige Wahl einer grösseren Geschwindigkeit im Untergraben, entsprechend einem kleineren Querschnitte desselben, um so passender, als dadurch die Kosten insbesondere dieses längeren Untergrabens verkleinert werden. In derselben Absicht, um dem Rückstau im Untergraben bei hohen Wasserständen des Flusses möglichst zu begegnen, kann man auch für diejenige (in der Regel kleinste oder mittlere) Wasser-

menge des Flusses, für welche die Anlage berechnet und unterworfen wird, den Untergraben so anordnen, dass der für ihn angenommenen mittleren Geschwindigkeit u_2 entsprechend sein Wasserspiegel an der Einmündung in den Fluss um einen gewissen Betrag h_4 höher liegen würde, als der Wasserspiegel des letzteren, um so mehr, je mehr der Wasserstand des Flusses veränderlich ist. Es wird dadurch das Gefälle h_4 preisgegeben, um einen grösseren Uebelstand zu vermeiden.

Durch die Geschwindigkeiten u_1 und u_2 sind mit Rücksicht auf das erforderliche Aufschlagwasserquantum $= Q$ Cubikmtr. pro Secunde die Wasserquerschnitte

$$F_1 = \frac{Q}{u_1} \text{ und } F_2 = \frac{Q}{u_2}$$

beider Canäle bestimmt. Die Querschnittsform ist in der Regel ein Trapez,, dessen schräge Seiten unter dem Winkel β gegen die Verticale geneigt sein mögen ($\operatorname{tg}\beta = 1$ im Durchschnitt bei Canälen in dichter Erde, $\operatorname{tg}\beta$ höchstens $= 0{,}5$ bei ausgemauerten Canälen). Die Wassertiefe t und das benetzte Querprofil p in solchem Falle ergeben sich, wenn die untere Breite $= nt$ angenommen wird (n etwa $= 2$ bis 4):

$$t = \sqrt{\frac{F}{n + tg\beta}} \text{ und } p = t(n + 2\sec\beta) \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Bei hölzernen oder eisernen Gerinnen ist $\beta = 0$ und $n = 2$ das dem relativ kleinsten Widerstande entsprechende Verhältniss der Breite zur Tiefe t, welche hier mit der mittleren Tiefe einerlei ist.

Durch F und p ist der mittlere Radius $r = \frac{F}{p}$ bestimmt und dadurch das relative Gefälle

$$\alpha = \frac{1}{k^2}\frac{u^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12),$$

wo k nach Ganguillet und Kutter gemäss Bd. I, §. 126 angenommen werden kann. Endlich ergeben sich die Canalgefälle

$$h_1 = l_1\,\alpha_1 \text{ und } h_2 = l_2\,\alpha_2.$$

Sofern übrigens bei dem Entwurf der Anlage das in den Canälen pro Secunde zu- und abzuführende Wasserquantum Q a priori nicht gegeben zu sein pflegt, vielmehr von dem disponibel bleibenden Gefälle H abhängt und dieses durch die Canalgefälle wesentlich mitbedingt ist, sind einstweilen für h_1 und h_2 angenäherte Werthe anzunehmen, etwa entsprechend

$$\alpha_1 = 0{,}0002 \text{ bis } 0{,}0004$$
$$\alpha_2 = 0{,}0005 \text{ bis } 0{,}001.$$

Endlich ist noch zu bedenken, dass ausser den besprochenen Gefällverlusten h_1, h_2, h_3, h_4 ein weiterer h_5 durch die Einlassschleuse am Anfange des Obergrabens veranlasst wird. Wenn unter den Umständen, welche dem Entwurf der Anlage zu Grunde liegen, die betreffende Durchlassöffnung $= A$ ist, die Geschwindigkeitshöhe des aufgestauten Wassers nahe vor der Einlassschleuse $= k$, so ist

$$Q = \mu A \sqrt{2g(h_5 + k)}; \quad h_5 = \frac{1}{\mu^2} \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{A}\right)^2 - k$$

zu setzen, mit durchschnittlich etwa

$$A = 0{,}4 F_1, \text{ also } \frac{Q}{A} = 2{,}5 \frac{Q}{F_1} = 2{,}5 u_1:$$
$$h_5 = \left(\frac{2{,}5}{\mu}\right)^2 \frac{u_1^2}{2g} - k.$$

Der Ausflusscoefficient μ dürfte ungefähr den Versuchen Bornemann's entsprechen, welche in Bd. I, §. 85 unter 3) besprochen wurden und welchen zufolge, da hier die Höhe der rechteckigen, bis zum Boden reichenden und ihrer Breite nach fast die ganze Wand einnehmenden Durchlassöffnung bei dem angenommenen Verhältnisse $A:F_1$ etwas grösser, als die Hälfte der Höhe des Unterwasserspiegels über der Mitte dieser Oeffnung sein wird, ungefähr $\mu = 0{,}8$ veranschlagt werden kann, so dass sich

$$h_5 = 9{,}8 \frac{u_1^2}{2g} - k = 0{,}5 u_1^2 - k \quad \dots\dots\dots\dots (13)$$

ergiebt und schliesslich

$$H = H_0 - (h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5).$$

Wenn der Obergraben nicht unmittelbar von einem fliessenden Gewässer aus gefüllt wird, sondern wenn mit Rücksicht auf die veränderliche Wasserführung des letzteren zu besserer Ausnutzung des Wassers dasselbe in einem Teiche (insbesondere z. B. gebildet durch eine vermittels eines Teichdammes hergestellte Thalsperre) angesammelt wird, so wird aus diesem das Wasser in den Obergraben durch ein meistens eisernes Rohr abgelassen, welches von der geneigten Innenwand des Teichdammes etwas unterhalb des niedrigsten Wasserstandes ausgeht und dessen Einmündung durch einen von der Dammkappe aus regierbaren Schieber regulirt werden kann. Der vorher mit h_5 bezeichnete Gefällverlust bedeutet

dann die Druckhöhe, welche zum Abflusse durch dieses Rohr aufzuwenden ist, bezogen auf den dem Entwurfe zu Grunde zu legenden niedrigsten Wasserstand im Sammelteiche, wobei die Einlassöffnung ganz frei ist während sie nur bei wachsendem Wasserstande mehr und mehr durch den Schieber verengt wird. Ist l die Länge, d die Weite des Ablassrohrs ζ der (nach Bd. I, §. 86 zu beurtheilende) Eintrittswiderstandscoefficient ungefähr $= 0{,}8$ bei einer Neigung von 45—50° der Schieberfläche gegen die Rohraxe, λ der im Durchschnitt $= 0{,}025$ zu setzende Coefficient des Leitungswiderstandes, so gilt die Gleichung (Bd. I, §. 93):

$$\left(1+\zeta+\lambda\frac{l}{d}\right)\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2\frac{1}{d^4} = 2gh_5 \ldots\ldots\ldots (14),$$

aus welcher bei übrigens gegebenen bezw. angenommenen Werthen der darin vorkommenden Buchstabengrössen h_5 oder d berechnet werden kann.—

Schliesslich mag nur noch bemerkt werden, dass, wenn das Gefälle sehr gross und das Terrain so beschaffen ist, dass der Obergraben nicht etwa längs eines Bergabhanges hin geführt werden kann, sondern zu seiner Anlage eine bedeutende Aufdämmung oder ein kostspieliger gemauerter Aquäduct erforderlich wäre, es vortheilhafter sein kann, für den Zuflusscanal eine Röhrenleitung zu substituiren. Auch kann es der Fall sein, dass nur an dem dem Werke gegenüberliegenden Flussufer ein geeigneter Bergabhang zur Anlage eines Zuführungscanals sich vorfindet, so dass zu dessen Weiterführung als Canal der Fluss durch einen Aquäduct überbrückt werden müsste. Statt dessen kann dann hier wenigstens auf dieser letzten Strecke eine Zuleitungsröhre u. U. vorgezogen werden u. s. f.

Das Gefälle, welches zur Bewegung des Wassers in einer solchen Röhre von der Länge l erfordert wird, ist analog h_5 nach Gl. (14) zu beurtheilen, nur dass hier der Summand 1 neben ζ und $\lambda\frac{l}{d}$ wegfallen kann, sofern die lebendige Kraft des in der Röhre fliessenden Wassers hier nicht verloren ist, sondern der hydraulischen Kraftmaschine zugutekommt. Wird der Durchmesser d der meistens gusseisernen Röhre einer mittleren Wassergeschwindigkeit $= 1$ Mtr. entsprechend gewählt, also

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi}} = 1{,}13\sqrt{Q}$$

gesetzt, so ist der fragliche Gefällverlust

$$= \frac{1}{2g}\left(\zeta+\lambda\frac{l}{d}\right) = \frac{1}{2g}\left(\zeta+\frac{\lambda}{1{,}13}\frac{l}{\sqrt{Q}}\right)$$

oder mit $\lambda = 0{,}025$ sehr nahe

$$= \frac{\zeta}{20} + 0{,}0011 \frac{l}{\sqrt{Q}},$$

wobei, wenn besondere Widerstände ausser dem Eintrittswiderstande nicht vorkommen, $\frac{\zeta}{20} = 0{,}025$ gesetzt werden kann.

§. 11. Beispiel.

In der Nähe eines kleinen Flusses wird eine gewerbliche Anlage beabsichtigt, welche $N = 40$ Pferdestärken zu ihrem Betriebe erfordert. Dazu sei das Wasserbenutzungsrecht einer Strecke $AB = 2000$ Mtr. des Flusses mit der Bedingung vorhanden, dass durch etwaige Wasserbauten der Wasserspiegel bei A unter keinen Umständen, insbesondere nicht bei Hochwasser um mehr, als um $h^1 = 0{,}06$ Mtr. gehoben werden darf. Das Gefälle der ganzen Strecke sei $H_0 = 4$ Mtr., entsprechend dem mittleren relativen Gefälle:

$$\alpha = \frac{4}{2000} = 0{,}002.$$

Die Wassermenge Q_0 des Flusses, welche vorzugsweise von Quellen herrühre und deshalb verhältnissmässig wenig veränderlich sei, betrage (abgesehen von ganz ungewöhnlichen Zuständen) zwischen 3,5 und 6,5 Cubikmeter und sei im Mittel = 5 Cubikmeter. Bei dieser mittleren Wassermenge sei

die mittlere Tiefe $a = 0{,}5$ Mtr.,
die Breite $b = 10$ Mtr.,

also der Wasserquerschnitt $F = ab = 5$ Quadratmtr., die mittlere Geschwindigkeit $u_0 = \frac{Q_0}{F} = 1$ Sec. Mtr.

Gemäss dem vorigen §. ist nach Gl. (5) daselbst (alle hier angezogenen bezifferten Gleichungen ohne anderweitige Angabe beziehen sich auf den vorigen §.)

$$k_0 = \frac{u_0}{\sqrt{a\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}001}} = 31{,}6$$

und nach (9):

$$m = 23 + \frac{0{,}00155}{0{,}002} = 23{,}8.$$

Somit ist $k_0 - m = 7,8$ und nach Gl. (8):

$$\frac{1}{n} = 3,9 + \sqrt{(3,9)^2 + \frac{23,8 \cdot 31,6}{\sqrt{0,5}}} = 36,7$$

$$n = 0,0272,$$

einem ziemlich unebenen steinigen Flussbette entsprechend.

Zur Feststellung der Verhältnisse des natürlichen Flusses, insoweit sie bei der beabsichtigten Anlage in Betracht kommen, gehört noch die Angabe der mittleren Tiefen $= a_1$ und a^1 bei kleinster und grösster Wassermenge des Flusses. Dieselben können in Wirklichkeit durch Beobachtung gefunden worden sein, mögen aber hier mit Hülfe von Gl. (1) berechnet werden. Danach ist nämlich unter der Voraussetzung hinlänglich steiler Ufer, um die Breite als constant betrachten zu dürfen, die veränderte mittlere Tiefe

$$a - e = ax\left(1 - y\frac{a}{b}\right) = \frac{x}{2}\left(1 - \frac{y}{20}\right),$$

und zwar ergiebt sich hieraus a_1 oder a^1, jenachdem in den Ausdrücken von x und y unter Q_1 die kleinste oder grösste Wassermenge $= 3,5$ bezw. 6,5 Cubikmtr. verstanden wird. Indem dabei nach §. 9, Gl. (9)

$$\frac{B}{\sqrt{a}} = \frac{23,8 \cdot 0,0272}{\sqrt{0,5}} = 0,915$$

gesetzt wird, findet man

$$a_1 = 0,42 \text{ Mtr.}, \; a^1 = 0,58 \text{ Mtr.}$$

Da in Wirklichkeit mit der Wasserführung des Flusses und der entsprechenden Höhenlage der freien Oberfläche sich die Wasserbreite b etwas ändern kann, sind a_1 und a^1 richtiger nicht als die mittleren Wassertiefen bei kleiner und bei grosser Wassermenge, sondern als die betreffenden Wasserstände des Flusses zu bezeichnen, von derjenigen unter dem Winkel α geneigten Ebene aus gerechnet, für welche bei mittlerer Wassermenge der Wasserstand = der mittleren Tiefe $a = 0,5$ Mtr. ist. Jene Ebene heisse die mittlere Sohle des Flusses.

Unter der vorläufigen Voraussetzung, dass von dem totalen Gefälle $H_0 = 4$ Mtr. etwa $H = 3$ Mtr. als ein zum Betriebe disponibles Gefälle an der Stelle des Werks werde concentrirt werden können, wäre der dem ganzen Wasserquantum des Flusses entsprechende absolute Effect bei Niedrigwasser:

$$N_0 = \frac{1000 \cdot 3,5 \cdot 3}{75} = 140 \text{ Pferdestärken.}$$

Indem er für die verlangten $N = 40$ Nutzpferdestärken jedenfalls ausreichend ist, ist der Zustand des Flusses bei dieser kleinen Wassermenge dem Entwurf zu Grunde zu legen.

Es sei nun eine Flussstelle C in 500 Mtr. Entfernung stromabwärts vom oberen Ende A der Flussstrecke AB zur Anlage eines Wehrs und zur Abzweigung des Obergrabens mit Rücksicht auf die örtlichen Umstände geeignet; auch sei das Flussbett hinlänglich tief, um eine Stauhöhe von nahe

$$500\,\alpha = 1 \text{ Mtr.}$$

zu gestatten. Wie viel dieselbe thatsächlich etwa kleiner sein muss, ist dann nur von der Bedingung abhängig, dass unter keinen Umständen die Stauhöhe bei A grösser, als $h^1 = 0{,}06$ Mtr. sein soll. Einstweilen werde dieser Forderung bei Niedrigwasser Rechnung getragen, indem dabei versuchsweise die Stauhöhe h nahe oberhalb des Wehrs $= 0{,}9$ Mtr. angenommen und die Entfernung s stromaufwärts von dieser Stelle berechnet werde, in welcher die Stauhöhe auf $h^1 = 0{,}06$ Mtr. abgenommen haben wird. Bildete die freie Oberfläche des aufgestauten Wassers eine horizontale Ebene, so wäre

$$s = \frac{h - h^1}{\alpha} = \frac{0{,}84}{0{,}002} = 420 \text{ Mtr.}$$

Infolge der aufwärts concaven Krümmung jener Oberfläche ist s aber grösser, und es fragt sich, ob wenigstens < 500 Mtr.?

Nun ist nach (7) hier mit $a = a_1 = 0{,}42$:

$$h_m = \frac{0{,}96}{2} = 0{,}48 \text{ und } x_m = \frac{0{,}42 + 0{,}48}{0{,}42} = 2{,}143,$$

womit und mit $\frac{1}{n} = 36{,}7$ nach (6) gefunden wird:

$$k = 36{,}7\,\frac{36{,}7 + 23 + 7{,}6}{36{,}7 + (23 + 7{,}6)\frac{1}{\sqrt{0{,}9}}} = 35{,}8$$

und mit $k_0 = 31{,}6$ nach (5):

$$c = \left(\frac{31{,}6}{35{,}8}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}920.$$

Ferner ist die mittlere Geschwindigkeit des Flusses bei Niedrigwasser:

$$u_0 = \frac{3{,}5}{0{,}42\,.\,10} = \frac{5}{6} \text{ Mtr. pro. Sec.}$$

und ergiebt sich damit nach (4):

$$s = 420 + 151\,(i^1 - i).$$

Nach (10) ist aber endlich

$$\frac{1}{x} = \frac{0{,}42 \,.\, 0{,}92}{0{,}42 + 0{,}9} = 0{,}293 \text{ und } \frac{1}{x^1} = \frac{0{,}42 \,.\, 0{,}92}{0{,}42 + 0{,}06} = 0{,}805,$$

welchen Werthen entsprechend

$$i = 0{,}0434 \text{ und } i^1 = 0{,}4281$$
$$s = 420 + 58 = 478 \text{ Mtr.}$$

gefunden wird. Die Stauhöhe bei A ist also $< 0{,}06$ Mtr., und es werde deshalb unter der (später zu prüfenden) Annahme, dass es auch bei Hochwasser der Fall sein werde, die Stauhöhe h an der Stelle des Wehrs bei Niedrigwasser $= 0{,}9$ Mtr., folglich der entsprechende Gefällverlust $h_3 =$ 0,1 Mtr. angenommen.

Den örtlichen Umständen gemäss sei nun für das Werk eine solche Lage gewählt worden, dass danach die Längen des Ober- und des Untergrabens

$$l_1 = 200 \text{ Mtr. und } l_2 = 1000 \text{ Mtr.}$$

sich ergeben. Werden dann ihre relativen Gefälle vorläufig

$$\alpha_1 = 0{,}0003 \text{ und } \alpha_2 = 0{,}0007$$

angenommen, also die totalen Gefälle

$$h_1 = l_1 \alpha_1 = 0{,}06 \text{ und } h_2 = l_2 \alpha_2 = 0{,}70 \text{ Mtr.}$$

und wird die Summe der Gefällverluste h_4 und h_5 vorläufig $= 0{,}14$ gesetzt, so ist

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 0{,}76 + 0{,}1 + 0{,}14 = 1 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $H = 4 - 1 = 3$ Mtr.

Als hydraulische Kraftmaschine werde eine solche in Aussicht genommen, deren Wirkungsgrad bei diesem disponiblen Gefälle nach sonstigen Erfahrungen zu $\frac{2}{3}$ veranschlagt werden kann; das Aufschlagwasserquantum, dessen sie benöthigt, um 40 Pferdestärken gewinnen zu lassen, ist dann bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{2}{3}\frac{1000\,Q \,.\, 3}{75} = 40, \text{ woraus } Q = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

folgt.

Die mittleren Strömungsgeschwindigkeiten im Ober- und Untergraben seien jetzt mit Rücksicht auf die obwaltenden Umstände und auf die beabsichtigte Ausführungsart der Canäle endgültig

$$u_1 = 0{,}5 \text{ und } u_2 = 0{,}75 \text{ Mtr.}$$

festgesetzt, und es sei der in Aussicht genommenen Trapezform der Wasserquerschnitte entsprechend für beide Canäle

$$tg\,\beta = 0{,}5 \ (sec\,\beta = 1{,}118) \text{ und } n = 2,$$

d. h. die Breite an der Sohle = dem Doppelten, die obere Wasserbreite = dem Dreifachen der Tiefe. Dann sind die Inhalte der Wasserquerschnitte:

$$F_1 = \frac{1{,}5}{0{,}5} = 3 \text{ und } F_2 = \frac{1{,}5}{0{,}75} = 2 \text{ Quadratmtr.},$$

somit nach (11) die Wassertiefe, das benetzte Querprofil und der reciproke Werth des mittleren Radius für den Obergraben:

$$t_1 = \sqrt{\frac{3}{2{,}5}} = \sqrt{1{,}2} = 1{,}095 \text{ Mtr.}$$

$$p_1 = 1{,}095\,(2 + 2{,}236) = 4{,}638 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{p_1}{F_1} = 1{,}546$$

sowie für den Untergraben:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2}{2{,}5}} = \sqrt{0{,}8} = 0{,}894 \text{ Mtr.}$$

$$p_2 = 0{,}894\,(2 + 2{,}236) = 3{,}787 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{p_2}{F_2} = 1{,}893.$$

Die endgültige Bestimmung der relativen Gefälle des in diesen Canälen fliessenden Wassers, also auch der Abhänge α_1 und α_2, womit die Sohlen derselben anzulegen sind, nach Gl. (12) erfordert die Kenntniss der betreffenden Coefficienten k_1 und k_2. Dieselben sind nach Bd. I, §. 126:

$$k_1 = \frac{A_1}{1 + \frac{B_1}{\sqrt{r_1}}} \text{ und } k_2 = \frac{A_2}{1 + \frac{B_2}{\sqrt{r_2}}},$$

unter A_1 und B_1, A_2 und B_2 Coefficienten verstanden, welche von den relativen Gefällen $\alpha_1 = 0{,}0003$ und $\alpha_2 = 0{,}0007$ sowie vom Rauhigkeitscoefficienten n abhängen. Was letzteren betrifft, so erscheine es mit Rücksicht auf die Ausführung der Canäle passend, hier A und B den arithmetischen Mitteln derjenigen Werthe gleich zu setzen, welche nach den Tabellen a. a. O. $n = 0{,}017$ (Canalwände von Bruchsteinen) und $n = 0{,}025$ (Canalwände von Erde) entsprechen, nämlich

$$A_1 = 77{,}6 \text{ und } B_1 = 0{,}591, \quad A_2 = 74{,}6 \text{ und } B_2 = 0{,}529.$$

Damit ergiebt sich

$$\frac{1}{k_1} = 0{,}0224 \text{ und } \frac{1}{k_2} = 0{,}0232$$

sowie dann nach (12):

$$\alpha_1 = (0{,}0224 \,.\, 0{,}5\ )^2 \,.\, 1{,}546 = 0{,}00019 \qquad h_1 = 0{,}04$$
$$\alpha_2 = (0{,}0232 \,.\, 0{,}75)^2 \,.\, 1{,}893 = 0{,}00057 \qquad h_2 = 0{,}57.$$

Beide Gefälle sind kleiner, als vorläufig angenommen worden war, doch würde eine berichtigende Wiederholung der Rechnung nur dann in Frage kommen, wenn etwa auch für Q sich schliesslich ein erheblich von 1,5 verschiedener Werth ergeben sollte.

Der mit h_5 bezeichnete (der Wassermenge $Q_0 = 3{,}5$ Cubikmtr. des Flusses entsprechende) Höhenunterschied der Wasserspiegel beiderseits von der Einlassschleuse an der Abzweigungsstelle des Obergrabens vom Flusse dicht oberhalb des Wehrs ist nach (13) von der Geschwindigkeitshöhe k des aufgestauten Wassers daselbst abhängig, welche indessen sehr klein, nämlich mit Rücksicht auf die betreffende Wassertiefe

$$= a_1 + h = 0{,}42 + 0{,}9 = 1{,}32 \text{ Mtr.}$$

nur
$$k = \frac{1}{2g}\left(\frac{3{,}5}{1{,}32 \,.\, 10}\right)^2 = 0{,}0036 \text{ Mtr.}$$

ist. Nach (13) ergiebt sich also

$$h_5 = 0{,}5\,(0{,}5)^2 - k = 0{,}12 \text{ Mtr.}$$

Der Obergraben ist also mit dem Abhange α_1 seiner Sohle so anzulegen, dass letztere am oberen Ende um

$$h_5 + t_1 = 0{,}12 + 1{,}10 = 1{,}22 \text{ Mtr.}$$

unter dem aufgestauten Wasserspiegel, somit

$$1{,}32 - 1{,}22 = 0{,}10 \text{ Mtr.}$$

über der mittleren Flusssohle liegt. Der Untergraben würde mit dem Abhange α_2 seiner Sohle so anzulegen sein, dass letztere am unteren Ende um

$$t_2 - a_1 = 0{,}89 - 0{,}42 = 0{,}47 \text{ Mtr.}$$

unter der mittleren Flusssohle liegt, wenn es nicht vorzuziehen wäre, dieselbe hier

$$\frac{a_2 - a_1}{2} = 0{,}08 \text{ Mtr.}$$

höher, folglich nur 0,39 Mtr. unter die mittlere Flusssohle zu legen, um bei höheren Wasserständen des Flusses den Abfluss des Aufschlagwassers in demselben nicht zu sehr zu erschweren. Letzteres wird dann thatsächlich nur bei mittlerer Wasserführung des Flusses gleichförmig im

Untergraben abfliessen, bei kleinerer Wasserführung dagegen mit zunehmender, bei grösserer mit abnehmender Geschwindigkeit. Indem damit auch noch das Gefälle

$$h_4 = 0{,}08 \text{ Mtr.}$$

preisgegeben wird, ist schliesslich der ganze durch die Fassung des Wassers verursachte Gefällverlust:

$$h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5 = 0{,}04 + 0{,}57 + 0{,}1 + 0{,}08 + 0{,}12 = 0{,}91 \text{ Mtr.},$$

entsprechend einem zum Betriebe des Wassermotors disponibel bleibenden Gefälle

$$H = 3{,}09 \text{ Mtr.},$$

welches nur so wenig grösser, als das vorläufig zu 3 Mtr. angenommene ist, dass eine berichtigende Wiederholung der Rechnung entbehrlich erscheint; diesem etwas grösseren Gefälle H würde die Aufschlagwassermenge $Q = 1{,}5$ genau entsprechen, wenn der Wirkungsgrad η des Motors statt $\frac{2}{3} = 0{,}667$ nur

$$\frac{2}{3}\,\frac{3}{3{,}09} = 0{,}647$$

wäre.

Schliesslich bleibt noch die erforderliche Höhe des Wehrdammes an der Flussstelle C so zu bestimmen, dass er bei Niedrigwasser des Flusses die Stauhöhe $h = 0{,}9$ Mtr. ergiebt und $3{,}5 - 1{,}5 = 2$ Cubikmtr. Wasser pro Sec. überfliessen lässt. Zu dem Ende findet man zunächst aus Gl. (2), da das Wehr jedenfalls ein vollkommenes Ueberfallwehr sein muss, mit

$$Q_1 = 2,\quad \mu_1 = 0{,}53,\quad b_1 = b = 10 \text{ und } k = 0{,}0036$$

die (dort mit h_1 bezeichnete) erforderliche Höhe des aufgestauten Wasserspiegels über der Scheitellinie des Dammes $= 0{,}19$ Mtr. und damit die Höhe der letzteren über der mittleren Flusssohle

$$= 0{,}42 + 0{,}9 - 0{,}19 = 1{,}13 \text{ Mtr.}$$

Bei Hochwasser des Flusses muss die Wassermenge

$$Q_1 = 6{,}5 - 1{,}5 = 5 \text{ Cubikmtr.}$$

pro Sec. über den Wehrdamm fliessen; damit und mit übrigens denselben Buchstabenwerthen wie zuvor ergiebt sich jetzt die Höhe h_1 des aufgestauten Wasserspiegels über der Scheitellinie des Dammes $= 0{,}35$ Mtr., und folglich die Stauhöhe des bei Hochwasser 0,58 Mtr. tiefen Flusses

$$h = 0{,}35 + 1{,}13 - 0{,}58 = 0{,}9 \text{ Mtr.},$$

also innerhalb der Genauigkeitsgrenzen dieser Rechnung ebenso gross wie bei Niedrigwasser.

Dagegen ist es fraglich, ob auch bei Hochwasser die Stauhöhe am oberen Ende der benutzten Flussstrecke bei A der Bedingung gemäss noch kleiner, als 0,06 Mtr., folglich ob die Flussstelle, wo bei Hochwasser die Stauhöhe $h^1 = 0,06$ Mtr. stattfinden wird, um weniger als 500 Mtr. vom Wehr bei C entfernt ist? Zur Prüfung dienen wieder die Gleichungen (4)—(10), in welchen aber jetzt

$$a = a^1 = 0,58 \text{ und } u_0 = \frac{6,5}{0,58 \,.\, 10} = 1,121$$

zu setzen ist, während es nur einen kleinen Fehler verursachen kann, wenn der frühere Werth des Coefficienten

$$c = \left(\frac{k_0}{k}\right)^{\frac{2}{3}} = 0,92$$

hier beibehalten wird. So findet man nach (4):

$$s = 420 + 191\,(i^1 - i)$$

und weiter mit Rücksicht auf (10) und die betreffende Tabelle in Bd. I, §. 133, nämlich mit

$$\frac{1}{x} = \frac{0,58 \,.\, 0,92}{0,58 + 0,9} = 0,361 \qquad i = 0,0664$$

$$\frac{1}{x^1} = \frac{0,58 \,.\, 0,92}{0,58 + 0,06} = 0,834 \qquad i^1 = 0,4811$$

$$s = 420 + 79 = 499 \text{ Mtr.}$$

Die Wehrdammhöhe = 1,13 Mtr., entsprechend der Stauhöhe $h = 0,9$ Mtr. an der Flussstelle C, ist also in der That eben noch zulässig.

II. Wasserräder.*

§. 12. Einleitende Erklärungen.

Die wesentlichsten und besonders für die Theorie vorzugsweise in Betracht kommenden Theile eines Wasserrades sind seine Schaufeln (von Holz oder Eisenblech), welche zur unmittelbaren Aufnahme des Wasserdrucks dienen und welche, abgesehen von ihrer Dicke, als con-

* Es versteht sich von selbst, dass hier wie in den folgenden Abschnitten die bezügliche Litteratur vielfach benutzt worden ist, wenn es auch an den betreffenden Stellen nicht immer ausdrücklich gesagt wurde. Was insbesondere diesen von den Wasserrädern handelnden Abschnitt betrifft, so bezieht sich jene Bemerkung besonders auf die Schriften von Redtenbacher und auf G. Herrmann's Bearbeitung der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik von Weisbach.

gruente materielle Flächen bezeichnet werden können, die in gleichen Entfernungen von einander und in gleichen Lagen gegen das Rad an dessen Umfange so angeordnet sind, dass sie bei der Umdrehung des Rades alle denselben ringförmig cylindrischen Raum durchlaufen. Dieser Raum heisse im Folgenden der Radkranz, jeder der gleichen Theile, in die er durch die Schaufeln getheilt wird, ein Schaufelraum.

An seiner äusseren Cylinderfläche ist der Radkranz offen, indem hier das Wasser ein- und austritt. (Nur ausnahmsweise ist wohl auch das Wasser an der Innenfläche des Kranzes eingeführt worden.) Gewöhnlich ist der Radkranz an seiner inneren Cylinderfläche durch einen sogenannten Boden materiell abgeschlossen. Je nach Form und Stellung der Schaufeln, deren Oberflächen übrigens stets cylindrische (ebene, gebrochene oder krumme) Flächen mit Erzeugungslinien parallel der Radaxe sind, unterscheidet man gewöhnlich Schaufelräder im engeren Sinne und Zellenräder; bei ersteren haben die Schaufeln eine vorwiegend radiale, bei letzteren wenigstens nach aussen hin eine mehr tangentiale Richtung. An den beiden ebenen ringförmigen Seitenflächen ist der Radkranz bei Zellenrädern materiell abgeschlossen, bei den Schaufelrädern nicht immer, vielmehr sind Schaufelräder mit seitlich geschlossenem Radkranz (sogenannte Staberäder) und solche mit seitlich offenem Radkranz (sogenannte Strauberäder) zu unterscheiden.*

Man unterscheidet ferner freihängende und Kropfräder. Erstere sind entweder freihängend im engeren Sinne, nämlich so, dass die tiefste Stelle des Rades sich noch etwas, um den sogenannten Betrag des Freihängens, über dem Unterwasserspiegel befindet, oder sie tauchen in das Wasser ein, entweder als Schiffmühlenräder in das verhältnissmässig unbegrenzte Wasser eines Flusses, oder in das in einem geraden sogenannten Schnurgerinne fliessende Wasser mit möglichst kleinem Spielraume zwischen dem Radumfang und dem Gerinneboden. Bei den Kropfrädern wird der wasserhaltende Bogen des Kranzes von einem

---

* Dem sonstigen Sprachgebrauche würde es besser entsprechen, die Schaufelräume, abgesehen von der Schaufelform, immer dann als Zellen, die betreffenden Räder als Zellenräder zu bezeichnen, wenn der Radkranz seitlich materiell abgeschlossen ist, also die Schaufelräume nur nach aussen offen sind; doch mögen in dieser Hinsicht die eingebürgerten Benennungen beibehalten werden, die aus einer Zeit stammen, in welcher der Bau der Wasserräder kaum Sache des wissenschaftlichen Maschinenbaues, vielmehr lediglich des empirischen Handwerks war. Nur der oben festgestellte Begriff des Radkranzes weicht von dem hier üblichen Sprachgebrauche ab, gemäss welchem vielmehr die ringförmigen Seitenwände des hier so genannten Radkranzes als Radkränze bezeichnet zu werden pflegen.

sogenannten Kropf (Mantel) mit möglichst kleinem Spielraume zwischen der cylindrischen Oberfläche desselben und den äusseren Schaufelkanten umschlossen. Dieser aus Holz oder Stein hergestellte Kropf ist gewöhnlich zu einem Kropfgerinne ausgebildet durch ebene vertikale Seitenwände, die den Radkranz auch seitlich mit möglichst kleinem Spielraume umschliessen und (wenigstens im Falle hölzerner Kropfgerinne) als Wasserbänke bezeichnet zu werden pflegen. Nothwendig zum Zweck des Kropfes, den Ausfluss des Wassers aus den Schaufelräumen vor deren tiefster Lage thunlichst zu erschweren, sind dergl. Seitenwände des Kropfes natürlich bei Schaufelrädern mit seitlich offenem Radkranz.

In Bezug auf die Art der Wasserzuführung unterscheidet man Räder mit Spannschütze, Ueberfallschütze oder Leitschaufelschütze (Coulissenschütze), jenachdem das Aufschlagwasser aus einer rechteckigen Mündung mit oder ohne Ansatzgerinne dem Rade zufliesst, oder als Ueberfall über einer horizontalen Schwelle mit oder ohne angesetzte Leitschaufel, oder endlich aus einer kurzen Ansatzröhre bezw. aus einem System von solchen mit rechteckigen Querschnitten. Bei der Spannschütze geschieht die Regulirung durch ein von oben her stellbares Schutzbrett, wodurch die Entfernung des oberen vom festliegenden unteren Rande der Ausflussöffnung, also die Höhe der letzteren verändert werden kann; die Regulirung betrifft unter diesen Umständen nur die Menge, nicht aber die Geschwindigkeit des ausfliessenden und dem Rade zufliessenden Wassers, welche vielmehr mit dem Oberwasserstande sich entsprechend ändert und selbst (als mittlere Geschwindigkeit) bei unverändertem Oberwasserspiegel in bestimmtem Masse etwas grösser wird bei der Senkung, etwas kleiner bei der Hebung des Schutzbrettes, somit etwas grösser bei der Verkleinerung, etwas kleiner bei der Vergrösserung der Wassermenge. Bei der Ueberfallschütze sind durch Verstellung der Ueberfallschwelle, also durch Aenderung der Höhe des Ueberfalles stets nur die Menge und die Geschwindigkeit des überfallenden Wassers in gleichem Sinne regulirbar; aber es ist wenigstens möglich, bei beliebig veränderlichem Oberwasserstande beide constant zu erhalten oder in beliebigem Masse, nur nicht unabhängig von einander zu ändern. Bei der Leitschaufelschütze endlich, wenigstens bei ihrer vollkommensten Ausführungsart, wobei das Wasser zwischen den einander zugekehrten horizontalen Rändern von zwei einzeln und unabhängig von einander stellbaren Schutzbrettern und längs einem System von Leitschaufeln, welche zwischen der Gleitbahn jener Schutzbretter und dem Rade festliegend angeordnet sind, dem letzteren zufliesst, können die Menge und die

Geschwindigkeit des zufliessenden Wassers unabhängig von einander regulirt werden, und es ist insofern diese Art der Wasserzuführung, wo sie constructiv am Platze ist, besonders bei sehr veränderlichem Oberwasserstande die vollkommenste, um so mehr, als man dabei auch die Sicherstellung der vortheilhaftesten Richtung des Wassereinflusses in das Rad am besten in der Gewalt hat. Freilich ist sie mit etwas grösseren hydraulischen Widerständen verbunden.

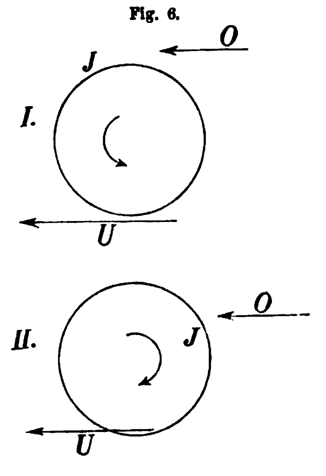
Mehr von constructiver Wichtigkeit, als von Bedeutung für die hier zu besprechende Theorie der Wasserräder, ist die Art und Weise, wie die gewonnene Arbeit vom Rade fortgepflanzt wird, ob insbesondere dazu 1) ein in einiger Entfernung von ihm auf der Wasserradwelle sitzendes Zahnrad dient, oder 2) ein mit dem Radkranze auf einer Seite verbundener Zahnkranz, oder 3) zwei solche Zahnkränze, die auf beiden Seiten mit dem Radkranze verbunden sind und in zwei Getriebe der Transmissionswelle eingreifen. Wenn man bei Voraussetzung von zwei Armsystemen zur Verbindung des Radkranzes mit der Welle dasjenige, welches im Falle 1) dem auf der Welle sitzenden Zahnrade zunächst liegt, als das erste, das andere als das zweite Armsystem bezeichnet, so wird das Wellenstück zwischen dem Zahnrade und dem ersten Armsystem durch das Kraftmoment M, das Wellenstück zwischen beiden Armsystemen durch das Kraftmoment $\frac{1}{2}M$ auf Torsion, sowie jedes Armsystem durch das Kraftmoment $\frac{1}{2}M$ auf Biegung in Anspruch genommen, wo $M = E.\omega$ ist, unter E (§. 8) den Nutzeffect und unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades verstanden. Im Falle 2) geht die Hälfte des Moments M unmittelbar in den Zahnkranz über, die andere Hälfte wird durch das zweite, nämlich durch das auf der anderen Seite des Radkranzes befindliche Armsystem, durch die Welle und durch das erste Armsystem auf den Zahnkranz übertragen. Vom Kraftmoment $\frac{1}{2}M$ werden somit beide Armsysteme und zwar in entgegengesetztem Sinne auf Biegung, das zwischen ihnen liegende Wellenstück auf Torsion in Anspruch genommen, es sei denn, dass durch schräg eingefügte Umfangszugstangen beide Seiten des Radkranzes unmittelbar so mit einander verbunden werden, dass sie keiner nennenswerthen relativen Verdrehung fähig sind. Vollkommen wird im Falle 3) die Welle vor Torsion, und werden die Radarme vor Biegung (abgesehen von der Wirkung des Radgewichtes) bewahrt, indem letztere dann nur zum Tragen des Rades dienen. Weitere, übrigens leicht zu

übersehende Complicationen dieser Verhältnisse, welche für die Construction des Rades natürlich von erheblicher Bedeutung sind, treten dann ein, wenn bei sehr breiten Rädern noch ein drittes mittleres Armsystem angeordnet oder wenn ein Zahnkranz, anstatt unmittelbar mit dem Radkranze, an mittleren Stellen mit den Armen eines Armsystems verbunden wird.

Das hauptsächlichste Kriterium für die Unterscheidung verschiedener Arten von Wasserrädern ist der Ort, wo das Wasser in das Rad eingeführt wird. Jenachdem dieser nahe der obersten, mittleren (in der Höhe der Radaxe gelegenen) oder untersten Stelle des Rades sich befindet, unterscheidet man oberschlächtige, mittelschlächtige und unterschlächtige Räder, auch zwischen den ober- und mittelschlächtigen noch rückenschlächtige (hochschlächtige), zwischen mittel- und unterschlächtigen noch tiefschlächtige Räder.

Ober- und rückenschlächtige Räder sind freihängende Zellenräder, bei welchen das Wasser vorwiegend unmittelbar durch seine Schwere wirkt, indem es in den Zellen der einen Radhälfte niedersinkt; die Stosswirkung vermöge der lebendigen Kraft, womit das Wasser einfliesst, ist von untergeordneter Bedeutung, indem das zur Erzeugung dieser lebendigen Kraft verwendete Gefälle einen verhältnissmässig kleinen Theil des ganzen Gefälles ausmacht. Den oberschlächtigen Rädern pflegt das Wasser durch eine Spannschütze, den rückenschlächtigen durch eine Leitschaufelschütze zugeführt zu werden, ein Vorzug der letzteren besonders bei veränderlicher Höhenlage des Oberwasserspiegels. Auch besteht der Unterschied, dass den oberschlächtigen Rädern das Wasser im Zuflussgerinne in demselben Sinne zufliesst, in welchem die Eintrittsstelle des Wassers in das Rad infolge der Drehung des letzteren ausweicht, den rückenschlächtigen Rädern aber im umgekehrten Sinne, wie ein Blick auf Fig. 6 erkennen lässt, in welcher die Pfeile O und U bezw. den Ober- und Unterwasserspiegel und zugleich die Bewegungsrichtungen des Wassers daselbst andeuten, J die mittlere Einflussstelle des Wassers in das oberschlächtige Rad gemäss der durch I., in das rückenschlächtige Rad gemäss der durch II. angedeuteten Disposition. Unter diesen Umständen ist unten die Abflussrichtung U des Wassers

Fig. 6.



der Bewegungsrichtung des oberschlächtigen Rades daselbst entgegengesetzt, mit derjenigen des rückenschlächtigen dagegen übereinstimmend, weshalb ersteres zur Vermeidung eines erheblichen Widerstandes im Unterwasser vor dem Eintauchen in dasselbe (dem sogenannten Waten) bewahrt werden muss, zuweilen (bei sehr veränderlicher Höhenlage des Unterwasserspiegels) ihm sogar unter mittleren Umständen ein gewisser Betrag des Freihängens gegeben wird, der einen für den Effect des Rades verlorenen Theil des Gefälles darstellt. Das Waten rückenschlächtiger Räder ist dagegen nicht von so erheblichem Nachtheil, was als Vorzug derselben auch mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Unterwasserstandes zu betrachten ist. Um in solchen Fällen, in welchen thunlichst sparsame Wasserverwendung geboten ist, den Wirkungsgrad der rückenschlächtigen Räder noch mehr zu steigern, wird der wasserhaltende Bogen des Radkranzes zuweilen schon mit einem Mantel umgeben, bei welchem dann aber Wasserbänke (Seitenwände, die den Radkranz zwischen sich fassen) entbehrlich sind.

Mittel- und tiefschlächtige Räder sind gewöhnlich Schaufelräder mit Kropf, bei denen alle Arten der Wasserzuführung vorkommen. Bei den mittelschlächtigen Rädern wirkt das Wasser noch vorwiegend unmittelbar durch seine Schwere, indem es auf den im Kropf laufenden Schaufeln relativ ruhend niedersinkt, jedoch auch schon grossentheils, bei tiefschlächtigen Rädern mitunter sogar vorwiegend durch Stoss infolge des Geschwindigkeitsüberschusses des die Schaufeln treffenden Wassers.

Unterschlächtige Räder sind Schaufelräder, welchen abgesehen von den im unbegrenzten Wasser hängenden Schiffmühlenrädern, die einer Schütze nicht bedürfen, das Wasser durch eine Spannschütze zugeführt wird. Dasselbe wirkt ausschliesslich mittelbar durch seine schon ausserhalb des Rades erlangte lebendige Kraft, und zwar bei den mit ebenen Schaufeln versehenen Schiffmühlenrädern und Rädern im Schnurgerinne durch Stoss, bei dem mit gekrümmten und entsprechend gestellten Schaufeln ausgerüsteten Poncelet-Rade durch stetigen Druck. —

Es seien hier noch im Voraus einige Buchstabenbezeichnungen erklärt, welche ausser den schon im §. 8 erklärten bezüglich der Theorie der Wasserräder im Folgenden stets in denselben Bedeutungen gebraucht werden sollen. Es bezeichne

R den äusseren Halbmesser des Rades,

a die radiale Dimension des Radkranzes, die sogenannte Kranzbreite oder Radtiefe, bei vorhandenem Boden bis zu dessen Aussenfläche gerechnet,

b die axiale Dimension des Radkranzes oder die Radbreite, bei vorhandenen Seitenwänden des Radkranzes auch Radweite genannt, wodurch ausgesprochen ist, dass dann diese Dimension im Lichten zwischen den Seitenwänden gemessen werden soll (entsprechend der Bedeutung des Products ab als der Querschnittsgrösse des von den wirksamen Schaufelflächen durchlaufenen ringförmigen Raumes, der oben als Radkranz bezeichnet wurde),

z die Anzahl der Schaufeln,

e die Theilung des Rades, d. i. die in der äusseren Peripherie gemessene Entfernung zweier benachbarter Schaufeln,

ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades,

n seine Umdrehungszahl pro Minute,

u die absolute Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers an der äusseren Peripherie, und zwar bezogen auf den Mittelpunkt J des Einlaufbogens, d. h. des Bogens der Radperipherie, längs welchem das Wasser einfliesst,

h den Theil des disponiblen Gefälles H, welcher zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit verwendet wird, also die Tiefe des Punktes J unter dem Oberwasserspiegel,

v die äussere Peripheriegeschwindigkeit des Rades,

α den Winkel zwischen den Richtungen von u und v, falls u auf den festliegenden Punkt J und v auf den augenblicklich damit zusammenfallenden Punkt der Peripherie des rotirenden Rades bezogen wird,

w die ebenso verstandene relative Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers gegen das Rad, also die Resultante von u und der entgegengesetzt genommenen, auf denselben Punkt bezogenen Peripheriegeschwindigkeit v,

β den spitzen Winkel, unter welchem der Umfang des Rades vom Querprofil der Schaufelfläche, nämlich von ihrem Durchschnitt mit einer zur Radaxe senkrechten Ebene geschnitten wird,

ε das Verhältniss $\frac{Q}{abv}$, den sogenannten Füllungscoefficienten, nämlich das Verhältniss des zufliessenden Wasservolumens zu demjenigen Volumen, welches gleichzeitig ein Querschnitt ab des Radkranzes mit der Annäherung beschreibt, mit welcher die Geschwindigkeit seines Mittelpunktes $= v$ gesetzt werden kann, und also auch zu demjenigen Volumen, welches vom Wasser höchstens ausgefüllt werden könnte, falls die Schaufeln materielle Flächen ohne Dicke wären,

F den Querschnitt, also Fb das cylindrische Volumen der von einem Schaufelraume thatsächlich aufgenommenen Wassermenge.

Endlich sei stets mit M der Mittelpunkt, mit O der oberste, mit U der unterste Punkt der Radperipherie bezeichnet, mit E der Mittelpunkt eines Theilbogens e, mit J der schon erwähnte Mittelpunkt des Einlaufbogens. Letzterer ist von fester Lage, während jeder Punkt E mit dem Rade umläuft, also nur periodisch und augenblicklich mit J zusammenfällt.

Zwischen den erklärten Buchstabengrössen finden folgende allgemeine Beziehungen statt:

$$\left.\begin{aligned} n &= \frac{60\,\omega}{2\pi} = \frac{30}{\pi}\,\omega = 9{,}55\,\omega \\ \omega &= \frac{\pi}{30}\,n = 0{,}1047\,n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

$$2\pi R = ze \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

ferner, da u, v, w die Seiten eines Dreiecks sind, in welchem der Seite w der Winkel α gegenüberliegt,

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

endlich, da $\frac{Q}{v}$ das pro Längeneinheit der Radperipherie zufliessende Wasservolumen, also

$$Fb = \frac{Q}{v}\,e$$

ist, mit Rücksicht auf die Bedeutung von ε:

$$F = \frac{Qe}{bv} = \varepsilon a e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Die Theorie der Wasserräder hat hauptsächlich das Ziel, den Wirkungsgrad η eines gegebenen oder eines zu entwerfenden Rades als Function seiner Elemente mit angemessener Näherung auszudrücken, um danach auch diejenigen Werthe bezw. Verhältnisse der besprochenen und anderer Radelemente zu finden, welche einen möglichst grossen Wirkungsgrad unter sonst gegebenen Umständen zur Folge haben. Dazu ist die Kenntniss der Abhängigkeitsgesetze der einzelnen Effectverluste nöthig, welche bei einem Wasserrade vorkommen. Es mögen zunächst allgemein, abgesehen von den einzelnen Arten von Wasserrädern, die wesentlichsten dieser Effectverluste näher besprochen und thunlichst zur Ableitung von Berechnungs- und Constructionsregeln verwerthet werden. Die wichtigsten derselben können als Gefällverluste, andere als Wasserverluste oder unmittelbar als aliquote Theile des absoluten Effects in Rechnung gebracht werden.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Wasserrädern, insbesondere ihrer Effectverluste.

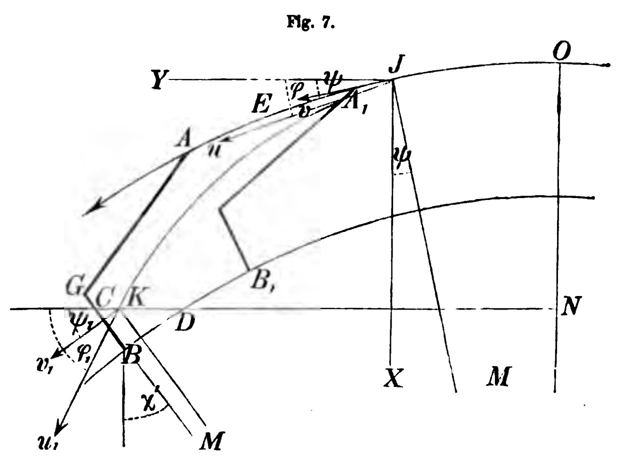
§. 13. Effectverluste, mit welchen der Einfluss des Wassers in das Rad verbunden ist.

Der wesentlichste dieser Effectverluste rührt her von dem Stosse des einfliessenden Wassers, sei es gegen die jeweils von ihm getroffene Schaufel, sei es gegen das Wasser, das in dem betreffenden Schaufelraume schon angesammelt und im unteren Theile desselben näherungsweise zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt ist. Behufs allgemeiner Erörterung dieses als Gefällverlust auszudrückenden Effectverlustes seien AB und A_1B_1 zwei benachbarte Schaufeln, in Figur 7 als Schaufelprofile, nämlich als Durchschnittslinien mit der zur Radaxe senkrechten Ebene der Figur sich darstellend, AB die bezüglich des Bewegungssinnes des Rades vordere, A_1B_1 die hintere Schaufel, A und A_1 die in der äusseren, B und B_1 die in der inneren Cylinderfläche des Radkranzes gelegenen Schaufelränder. Wegen Gleichheit der Verhältnisse in allen zur Radaxe senkrechten Ebenen können stets statt der betreffenden cylindrischen Flächen ihre Profile, statt der erzeugenden Geraden jener Flächen ihre Schnittpunkte mit einer solchen Ebene, der Ebene der Figur, in Betracht gezogen werden. So sei E der Mittelpunkt des Theilbogens $AA_1 = e$, J der Mittelpunkt des Einlaufbogens; in letzterem sei φ der Neigungswinkel der absoluten Einflussgeschwindigkeit u, ψ der Neigungswinkel der Peripheriegeschwindigkeit v gegen den Horizont $=$ dem Winkel JMO.

Wenn auch die Endpunkte des Einlaufbogens als vorderer und hinterer bezeichnet werden mit Bezug auf die Richtung, in welcher der Theilbogen AA_1 am festliegenden Einlaufbogen sich vorbei bewegt, so fängt der Einfluss des Wassers in den Schaufelraum zwischen AB und A_1B_1 an, wenn A mit dem hinteren, er hört auf, wenn A_1 mit dem vorderen Endpunkte des Einlaufbogens zusammenfällt. Dabei kommen die Wassertheilchen, welche an verschiedenen Stellen des Einlauf- und des Theilbogens in den Schaufelraum einfliessen, mit verschiedenen Geschwindigkeiten, überhaupt unter verschiedenen Umständen zum Stoss, pro Gewichtseinheit verschieden grosse Effectverluste, d. h. verschieden grosse Gefällverluste bedingend. Die genauere Berücksichtigung dieser Verschiedenheiten würde auf kaum überwindliche Schwierigkeiten oder wenigstens zu Weitläufigkeiten führen, die zum Genauigkeitsbedürfnisse in

Missverhältniss ständen. Es kann aber kein in Betracht kommender Fehler dadurch verursacht werden, dass man den durchschnittlichen betreffenden Gefällverlust demjenigen gleich setzt, welcher dem mittleren Wassertheilchen der Füllung des in Rede stehenden Schaufelraumes, nämlich demjenigen entspricht, das im Punkte J in dem Augenblicke einfliesst, in welchem E mit J zusammenfällt. Dieses Wassertheilchen kommt zum Stoss, wenn die Hälfte der Wasserfüllung des betrachteten Schaufelraumes bereits zum Stoss gelangt ist, und zwar erfolgt der Stoss im Allgemeinen in einem gewissen Punkte K der Oberfläche CD des im unteren Theile des Schaufelraums schon angesammelten Wassers vom Volumen $\frac{1}{2} Fb$. Die Richtung der Einflussgeschwindigkeit u (der Winkel φ) kann immer so gewählt werden, dass der Stosspunkt K von solcher Lage ist, wie hier vorausgesetzt werden soll.

Fig. 7.



Während das mittlere Wassertheilchen unter dem Einflusse seiner Anfangsgeschwindigkeit u im Punkte J und der Schwere die parabolische Bahn JK durchläuft, welche die Richtungslinie von u in J berührt, seien die Schaufeln AB, A_1B_1 und der Punkt E in die Lagen gekommen, die in Fig. 7 angegeben sind, so dass der Bogen JE der Radperipherie $= vt$ ist, wenn t die Zeit der fraglichen Bewegung in Secunden bedeutet. Die Endgeschwindigkeit des Wassertheilchens in K sei $= u_1$, unter dem Winkel φ_1 gegen den Horizont geneigt. Die Geschwindigkeit des Radpunktes K, welche im Verhältnisse $KM:JM$ kleiner als v ist, sei mit v_1, der Neigungswinkel ihrer zu KM senkrechten Richtung gegen den Horizont

mit ψ_1 bezeichnet. Ist endlich w_1 die relative Geschwindigkeit des Wassertheilchens gegen das Rad im Punkte K (die Resultante von u_1 und $-v_1$), und nimmt man an, dass diese relative Geschwindigkeit durch den Stoss verloren wird (das Theilchen plötzlich zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt), so ist $\frac{w_1^2}{2g}$ der Verlust an lebendiger Kraft pro 1 Kgr., d. h. der Verlust an Gefälle, welcher als durchschnittlicher Gefällverlust betrachtet werden sollte.*

Das Quadrat der relativen Geschwindigkeit w_1 als der Resultanten von u_1 und $-v_1$ ist:

$$w_1^2 = (u_1 \cos\varphi_1 - v_1 \cos\psi_1)^2 + (u_1 \sin\varphi_1 - v_1 \sin\psi_1)^2$$

oder, da von der absoluten Geschwindigkeit des Wassertheilchens nur die verticale Componente durch die Wirkung der Schwere geändert wird, also

$$u_1 \cos\varphi_1 = u \cos\varphi \text{ und } u_1 \sin\varphi_1 = u \sin\varphi + gt$$

ist, unter g immer die Beschleunigung der Schwere verstanden,

$$w_1^2 = (u \cos\varphi - v_1 \cos\psi_1)^2 + (u \sin\varphi + gt - v_1 \sin\psi_1)^2 \ldots (1).$$

Ebenso wie v und ψ (mit der Lage des Punktes J) sind auch u und φ in einem gegebenen Falle gegeben, so dass die Berechnung von w_1 nach Gl. (1) nur noch die Kenntniss der Zeit t und der Lage des Punktes K erfordert, wodurch nämlich v_1 und ψ_1 bestimmt sind. Indem aber die Coordinaten x, y von K in Beziehung auf die Axen JX (vertical) und JY (horizontal)

$$x = u \sin\varphi . t + \frac{gt^2}{2} \text{ und } y = u \cos\varphi . t \ldots\ldots\ldots (2)$$

sind, erfordert die Bestimmung von w_1 und somit des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ in der That nur noch die Kenntniss von t. Eine Gleichung für t ergiebt sich durch Aufstellung eines zweiten Ausdrucks von x und seine Gleich-

* Nach einem allgemeinen Satze der Mechanik ist der Verlust an lebendiger Kraft infolge von unelastischen Stössen zwischen den materiellen Punkten eines beliebigen Systems = der Summe derjenigen lebendigen Kräfte, welche den verlorenen Geschwindigkeiten aller Punkte entsprechen, unter der vorlorenen Geschwindigkeit eines Punktes die Resultante seiner Geschwindigkeit vor dem Stoss (hier u_1) und entgegengesetzt genommenen Geschwindigkeit nach dem Stoss (hier $-v_1$) verstanden. Zu dem System gehört hier freilich auch das Rad; sofern dieses aber unter dem Einflusse der sich beständig wiederholenden Stösse und der übrigen gleich bleibenden Umstände eine constante Geschwindigkeit hat, betrifft der hier in Rede stehende Verlust an lebendiger Kraft thatsächlich nur das Wasser.

setzung mit obigem gemäss Gl. (2). Zu dem Ende sei mit ψ'' der Winkel bezeichnet, unter welchem die Sehne JE gegen JY geneigt ist, also

$$\psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{JE}{JM} = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Der Bogen $JE = vt$ ist aber immer klein genug, um ohne in Betracht kommenden Fehler seiner Sehne gleich gesetzt werden zu können, so dass, wenn k die Höhe des Punktes E über der horizontalen Geraden durch den Punkt K bedeutet, auch

$$x = vt\sin\psi'' + k \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

ist und durch Gleichsetzung beider Ausdrücke von x sich die Gleichung ergiebt:

$$g^2t^2 + 2gt(u\sin\varphi - v\sin\psi'') = 2gk \ldots\ldots\ldots (5).$$

Vermittels dieser Gleichung kann t durch wiederholte Annäherung gefunden werden. Behufs einer ersten Näherung kann das Schaufelprofil AB in der Lage gezeichnet werden, in welcher (entsprechend $t = 0$) E mit J zusammenfällt, und k = der Höhe der zusammenfallenden Punkte E, J über der horizontalen Geraden, welche mit AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ umgrenzt, berechnet oder mit dem Zirkel abgegriffen werden. Wird ferner ψ'' vorläufig $= \psi$ gesetzt, so ergiebt sich aus (5) ein erster Näherungswerth von t, mit welchem dann ein zweiter Näherungswerth gefunden werden kann, indem $JE = vt$ abgetragen, AB in der entsprechend corrigirten Lage gezeichnet und k = der Höhe von E über der Horizontalen ermittelt wird, welche mit der neuen Lage von AB und dem inneren Umfange des Radkranzes die Fläche $\frac{1}{2}F$ umgrenzt, und indem auch ψ'' gemäss Gl. (3) corrigirt wird. Nöthigenfalls können noch weitere, immer genauere Werthe von t auf dieselbe Weise gefunden werden.

Beispielsweise sei für ein oberschlächtiges Rad (alle Längen auf das Meter als Einheit bezogen)

$$R = 6;\quad z = 100;\quad a = 0{,}32;\quad \varepsilon = \frac{1}{4}$$

$$\varphi = 22^0,\quad u = 5;\quad \psi = 12^0,\quad v = 2{,}5.$$

Es ist dann die Theilung $e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}377$ und der Theilwinkel, der mit λ bezeichnet sei,

$$\lambda = \frac{360^0}{z} = 3^0\,36'.$$

Die Schaufeln seien einfach gebrochen, bestehend aus je einer ebenen und radial gerichteten sogenannten Riegelschaufel, welche sich bis zur Mitte der Kranzbreite erstrecke, und einer gleichfalls ebenen sogenannten Stossschaufel (obschon sie den Stoss des Wassers nicht zu empfangen bestimmt ist), welche so geneigt sei, dass ihr Mittelpunktswinkel $AMB =$ dem Theilwinkel ist, dass also A und B_1 (Fig. 7) in demselben Halbmesser des Rades liegen. (Die Figur ist der Wirklichkeit besonders deshalb nicht ganz entsprechend, weil zu ihrer grösseren Deutlichkeit die Kranzbreite zu gross gezeichnet ist.)

Wird nun zunächst der betrachtete Schaufelraum in der Lage vorausgesetzt, in welcher E mit J zuzammenfällt, so ist der Winkel OMB, der mit χ bezeichnet sei,

$$\chi = \psi + 1{,}5\,\lambda = 17^0\,24'$$

und die Höhe des in J liegenden Punktes E über B mit Rücksicht auf

$$MB = R - a = 5{,}68$$

$$p = MJ.\cos\psi - MB.\cos\chi = 0{,}449.$$

Unter der Voraussetzung, dass die horizontale Gerade, welche vom Querschnitte des Schaufelraums unterhalb die Fläche

$$\frac{\varepsilon a e}{2} = 0{,}0151$$

abschneidet, den radialen Theil der Schaufel AB (die Riegelschaufel) trifft und von ihr das Stück

$$r = BC < 0{,}16$$

abschneidet, kann die fragliche Fläche ohne in Betracht kommenden Fehler als ein rechtwinkliges Dreieck BCD betrachtet werden; ist dessen Höhe, zur Hypothenuse CD gehörig, $= q$, so ist die Kathete

$$BC = r = \frac{q}{\cos\chi}$$

und die andere Kathete $\qquad BD = \dfrac{q}{\sin\chi}$,

also der Inhalt $\qquad = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{\cos\chi}\dfrac{q}{\sin\chi} = \dfrac{q^2}{\sin 2\chi}$.

Daraus folgt $q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi} = 0{,}093$ und der entsprechende Werth von $r = 0{,}097$ bestätigt dadurch, dass er $< 0{,}16$ ist, die Voraussetzung dieser Berechnung von q.

Die Höhe von E über CD ist nun

$$k = p - q = 0{,}356$$

und mit vorläufig $\psi'' = \psi$ ist nach Gl. (5):

$$g^2 t^2 + 2gt . 1{,}353 = 6{,}985$$

$$gt = 1{,}616; \quad t = 0{,}102 . 1{,}616 = 0{,}165 \text{ Sec.}$$

$$vt = 0{,}412; \quad \frac{vt}{R} = 0{,}0687 = 3^0\,56'.$$

Wird jetzt die Schaufel AB in solcher Lage aufgezeichnet, dass $JE = vt = 0{,}412$ ist, so ist

$$\text{Winkel } OME = \psi' = \psi + \frac{vt}{R} = 15^0\,56'$$

$$\text{„} \quad OMB = \chi' = \chi + \frac{vt}{R} = 21^0\,20'$$

$$p = ME . \cos\psi' - MB . \cos\chi' = 0{,}479$$

$$q = \sqrt{0{,}0151 \sin 2\chi'} = 0{,}101; \quad r = \frac{q}{\cos\chi'} = 0{,}109$$

$$k = p - q = 0{,}370 \text{ und } \psi'' = \psi + \frac{1}{2}\frac{vt}{R} = 13^0\,58'.$$

Damit geht Gl. (5) über in:

$$g^2 t^2 + 2gt . 1{,}270 = 7{,}259$$

und giebt

$$gt = 1{,}705; \quad t = 0{,}174.$$

Begnügt man sich mit diesem einmal corrigirten Werth von t und mit $k = 0{,}37$, so ist jetzt

$$vt = 0{,}435; \quad \frac{vt}{R} = 4^0\,10'; \quad \psi'' = 14^0\,5',$$

damit nach Gl. (2) und (4):

$$x = vt \sin\psi'' + k = 6{,}476; \quad y = u \cos\varphi . t = 0{,}807$$

und, unter N den Durchschnittspunkt von CD mit MO verstanden,

$$MN = R \cos\psi - x = 5{,}393$$

$$NK = R \sin\psi + y = 2{,}054$$

$$MK = \sqrt{MN^2 + NK^2} = 5{,}771.$$

Der Umstand, dass $MK > MD$, nämlich $> 5{,}68$ und $< MC$, nämlich $< 5{,}68 + r = 5{,}789$ ist, bestätigt die zu Grunde liegende Voraussetzung, dass der Stoss des mittleren Wassertheilchens gegen die Oberfläche des im Schaufelraum schon angesammelten Wassers (nicht etwa unmittelbar gegen die Schaufel) stattfindet. Endlich ist jetzt

$$v_1 = \frac{MK}{R} v = 2{,}404 \text{ und } \psi_1 = \arccos\frac{MN}{MK} = 20^0\,51',$$

also nach Gl. (1):

$$w_1^2 = 13{,}12; \quad \frac{w_1^2}{2g} = 0{,}051\, w_1^2 = 0{,}669.$$

Wenn auch diese Bestimmung des durch den Stoss des einfliessenden Aufschlagwassers bedingten Gefällverlustes durch Zeichnung und Messung von Längen, Flächen und Winkeln, welche bei obigem Beispiel berechnet wurden und wegen einfacher Schaufelform ohne Schwierigkeit berechnet werden konnten, merklich erleichtert werden kann, ein Verfahren, welches für den zeichnenden Constructeur das passendste, auch hinlänglich genau und bei weniger einfacher Schaufelform fast geboten ist, so bleibt sie doch für die gewöhnlichen Bedürfnisse meistens zu zeitraubend. Mit gewöhnlich ausreichender Näherung kann es aber durch eine einfachere Regel ersetzt werden mit Rücksicht darauf, dass die Punkte K und J sehr nahe im Verhältniss zur Grösse des Rades bei einander zu liegen pflegen (viel mehr, als es gemäss der verzerrten Figur 7 der Fall zu sein scheint) und dass die Fehler sich theilweise aufheben, welche dadurch begangen werden, dass ψ_1 in Gl. (1) zu klein, also $\sin\psi_1$ zu klein, $\cos\psi_1$ zu gross gesetzt wird. Setzt man hier und in Gl. (5) näherungsweise

$$v_1 = v, \quad \psi_1 = \psi, \quad \psi'' = \psi,$$

so kann Gl. (1) in der Form geschrieben werden:

$$w_1^2 = (u\cos\varphi - v\cos\psi)^2 + (u\sin\varphi - v\sin\psi)^2 + g^2t^2 + 2gt(u\sin\varphi - v\sin\psi).$$

Die Summe der zwei ersten Glieder auf der rechten Seite ist $= w^2$, die Summe der letzten Glieder $= 2gk$ nach (5); also ergiebt sich

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

d. h. der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit im mittleren Eintrittspunkte J entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraumes von solcher Lage, dass der Mittelpunkt E seines Theilbogens mit J zusammenfällt.

Im Falle des obigen Beispiels ergiebt sich nach Gl. (3) im vorigen Paragraph mit

$$\alpha = \varphi - \psi = 10^0: \quad w^2 = 6{,}630$$

und ausserdem war unter der gleichen Voraussetzung des Zusammenfallens von E mit J gefunden worden: $k = 0{,}356$. Nach der Regel (6) wäre also

$$\frac{w_1^2}{2g} = 0{,}051 \,.\, 6{,}63 + 0{,}356 = 0{,}694$$

um 0,025 Mtr. oder 3,74 $^0/_0$ zu gross. Dass überhaupt die Näherungsformel (6) den Gefällverlust etwas zu gross ergeben würde, konnte erwartet werden, weil mit $\psi_1 = \psi$ das zweite Glied im Ausdrucke (1) von $w_1{}^2$ in höherem Grade zu gross, als das erste Glied zu klein gesetzt wird und als beide Glieder mit $v_1 = v$ zu klein gesetzt werden.

Ganz ebenso wie gemäss Fig. 7 für ober- und rückenschlächtige Räder ist der in Rede stehende Gefällverlust auch für mittel- und tiefschlächtige Räder zu bestimmen, wobei mit der Näherungsformel (6) in der Regel ein noch kleinerer Fehler verbunden sein wird, weil die Punkte J und K noch näher beisammen liegen. Bei tiefschlächtigen Rädern kann sogar der mit J zusammenfallende Punkt E unter das Niveau der halben Füllung des betreffenden Schaufelraums zu liegen kommen, in welchem Falle die Grösse k ihre obige Bedeutung verliert und der fragliche Gefällverlust einfach $= \frac{w^2}{2g}$ zu setzen ist. Insbesondere ist hier nur die relative Eintrittsgeschwindigkeit w massgebend bei unterschlächtigen Rädern, welche wegen des Einflusses der Schaufelstellung in dieser Hinsicht und aus anderen Gründen demnächst einer besonderen Besprechung unterzogen werden.

Uebrigens sei nachträglich auf die Fehlerhaftigkeit einiger Voraussetzungen hingewiesen, welche der vorstehenden Untersuchung stillschweigend oder ausdrücklich zu Grunde liegen. Stillschweigend wurde die Oberfläche des im Schaufelraum jeweils angesammelten Wassers als horizontale Ebene angenommen, während sie im folgenden Paragraph richtiger als Cylinderfläche erkannt werden wird, deren Krümmung mit der Winkelgeschwindigkeit des Rades zunimmt. Indessen ist dieser Umstand für die vorliegende Untersuchung in der That von nebensächlicher Bedeutung schon im Vergleich mit den Unregelmässigkeiten, welche die Wasseroberfläche während des Einfliessens darbietet und deren Berücksichtigung nicht in Frage kommen kann. Bedenklicher könnte es erscheinen, dass im Vorhergehenden angenommen wurde, das in einen Schaufelraum einfliessende Wasser verliere im Augenblick des Stosses seine relative Geschwindigkeit w_1 vollständig, während thatsächlich dem Wasser auch nach dem Stoss eine gewisse relative Geschwindigkeit gegen das Rad verbleiben wird, welche theils von unregelmässig wirbelnder, theils von regelmässig schwingender Bewegung herrühren kann. Erstere geht indessen bald durch den Uebergang in Molekularbewegungen verloren und kann einen merklichen Fehler kaum zur Folge haben; auch wenn es der Fall wäre, würde er sich der Bestimmung gänzlich entziehen.

Die schwingende Bewegung der Wasserfüllung eines Schaufelraumes kann sich länger erhalten, wird aber auch den Effectverlust durch den Stoss nicht erheblich ändern, sofern sie nur bis zum Austritt des Wassers aus dem Rade im Wesentlichen aufgehört hat. Sie hat dann nur zur Folge, dass der Druck dieser Wassermasse gegen die vordere Schaufel des betreffenden Schaufelraums abwechselnd grösser oder kleiner als bei relativer Ruhe ist, jenachdem die Schwingungsgeschwindigkeit im Sinne der Radbewegung an betreffender Stelle augenblicklich in Abnahme oder Zunahme begriffen ist, wodurch ein einigermassen zuckender ungleichförmiger Gang des Rades verursacht werden kann. Bei frei hängenden Zellenrädern wird ausserdem ein zu frühzeitiges Herausfallen des Wassers aus den Zellen durch solche Schwingungen befördert, weshalb es hier besonders wichtig ist, dieselben durch passende Form und Stellung der Schaufeln thunlichst zu verhindern; ebene bezw. gebrochene Schaufeln, welche eine eckige Zellenform zur Folge haben, sind in dieser Hinsicht stetig gekrümmten Blechschaufeln vorzuziehen. — Anders verhält es sich bei dem Poncelet-Rade, welches überhaupt in mehrfacher Hinsicht eine besondere Untersuchung erfordert; bei ihm ist zur Vermeidung des Stossverlustes die schwingende Bewegung der in einen Schaufelraum eingeströmten Wassermasse gerade beabsichtigt, und zwar eine einmalige Hin- und Herschwingung längs der fast tangential getroffenen Schaufel, wodurch es, wie sich später zeigen wird, bei entsprechender Wahl der Verhältnisse erreicht werden kann, dass die nach erfolgter Rückschwingung aus der relativen Geschwindigkeit des Wassers und der Peripheriegeschwindigkeit des Rades resultirende absolute Austrittsgeschwindigkeit des ersteren zu Gunsten grösstmöglicher Ausnutzung des disponiblen Arbeitsvermögens sehr klein wird. —

Ausser dem Effectverlust durch den Stoss können auch noch einige andere untergeordnete Effectverluste durch die Art der Wassereinführung in das Rad verursacht werden. Insbesondere ist schon die Erzeugung der Einflussgeschwindigkeit u mit einem gewissen Verlust verbunden, der von der Art der Schütze und der Leitung des Wassers von ihr bis zum Rade abhängt und nach bekannten Erfahrungen in Betreff des Ausflusses des Wassers zu beurtheilen ist. Unter ζ den resultirenden Widerstandscoefficienten verstanden, ist der betreffende Gefällverlust

$$=\zeta\frac{u^2}{2g}, \text{ entsprechend } h=(1+\zeta)\frac{u^2}{2g},$$

und zwar kann ζ bei Spann- und Ueberfallschützen im Durchschnitt $= 0{,}1$,

bei Coulissenschützen $= \frac{1}{3}$ gesetzt werden, ensprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten

$$\frac{u}{\sqrt{2gh}} = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}953 \text{ bezw. } = 0{,}866.$$

Ferner ist zu bemerken, dass bei Rädern, deren Schaufelräume nur nach aussen offen sind, also bei Zellenrädern und bei Schaufelrädern mit seitlich geschlossenem Kranze, ein Effectverlust durch den Luftgehalt der Schaufelräume herbeigeführt werden kann, indem, wenn der einfliessende Strahl die Eintrittsöffnung ganz schliesst, jene Luft abgesperrt und comprimirt und so der regelmässige Einfluss des Wassers gestört, bezw. erschwert wird. Bei Kropfrädern ist dieser Zustand der Luftabsperrung in der Regel zeitweilig selbst bei beliebig kleinem Einlaufbogen durch die Anordnung bedingt, wie ein Blick auf Fig. 8 erkennen lässt, da wegen des Gerinnes die Oeffnungsweite jedes in der Füllung begriffenen Schaufelraums allmählich bis Null abnimmt. Indessen lässt sich hier der Uebelstand leicht vermeiden durch sogenannte Ventilation der Schaufelräume, d. h. durch Spalten s im Radboden, welche dicht an der hinteren Schaufel jedes Schaufelraumes längs der ganzen Breite des Rades hinlaufen. Bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern sind dann diese Spalten stets so gelegen, dass ein Ausfluss von Wasser durch dieselben ausgeschlossen ist. Bei rückenschlächtigen Rädern erfordert dagegen diese Ventilation schon eine gewisse Complication zur Vermeidung von Wasserverlusten, indem etwa nach Art von Fig. 9 die Luftspalte s jeder Zelle höher hinauf unter den Boden der folgenden Zelle gerückt wird.

Fig. 8.

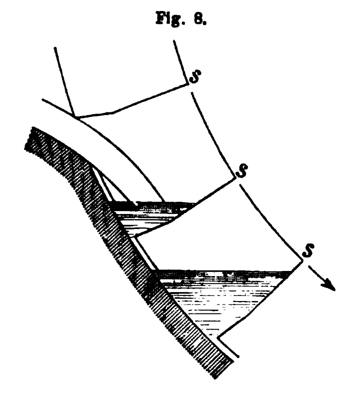
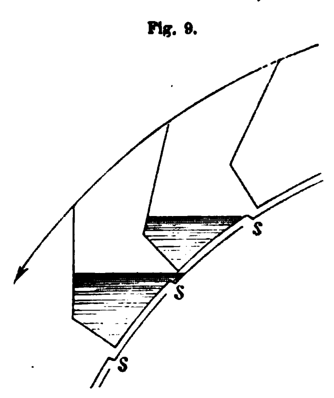


Fig. 9.



Bei oberschlächtigen Rädern wird statt einer solchen hier kaum ausführbaren Ventilation der Zellen dadurch der durch das einfliessende Wasser verdrängten Luft ein Ausweg gesichert, dass die gänzliche Absperrung der Zellenöffnung durch den Wasserstrahl infolge passender

Richtung und Dicke des letzteren unmöglich gemacht wird. Zu dem Ende wird erstens die relative Einlaufgeschwindigkeit w nahe tangential an die den Einlaufbogen passirende Schaufel, also unter dem Winkel β gegen die Radperipherie gerichtet, und zweitens die Theilung e wesentlich grösser als der Einlaufbogen gemacht. Wird letzterer mit i bezeichnet, so ist die Dicke des Wasserstrahls, welche unmittelbar vor seinem Eintritte in das Rad $= i \sin \alpha$ war, unmittelbar nach demselben im Rade selbst $= i \sin \beta$, also, da dort das Wasser die Geschwindigkeit u, hier bei gleicher Breite des Querschnitts die relative Geschwindigkeit w hat,

$$u \sin \alpha = w \sin \beta \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

wie auch aus dem Dreiecke ersichtlich ist, dessen Seiten $= u, v, w$ sind und in welchem der Winkel α der Seite w sowie gemäss fraglicher Bedingung der Winkel $180^0 - \beta$ der Seite u gegenüberliegt. Ist die Breite des Strahls nicht wesentlich kleiner als die Radbreite b, so ist

$$Q = b i \sin \beta . w = \varepsilon a b v$$

gemäss der Bedeutung des Füllungscoefficienten ε. Nach der zweiten Bedingung muss der hieraus folgende Werth von $i < e$, d. h.

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta} < e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

sein. Bei einfach gebrochenen Schaufeln gemäss Fig. 7 ergiebt sich der Winkel β, unter welchem die Stossschaufel die Radperipherie schneidet, folgendermassen. Ist mit Bezug auf genannte Figur G der Eckpunkt des Schaufelprofils AB an der Uebergangsstelle von der Stoss- zur Riegelschaufel, G' die Projection dieses Punktes auf den Halbmesser MA, ferner $MG = R_1$ und der Mittelpunktswinkel einer Schaufel: $AMB = \sigma$, so ist

$$tg \beta = \frac{AG'}{GG'} = \frac{R - R_1 \cos \sigma}{R_1 \sin \sigma} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9).$$

Bei obigem Beispiele war

$$R = 6; \quad R_1 = 6 - 0{,}16 = 5{,}84; \quad \sigma = \lambda = 3^0\, 36'.$$

Damit ergiebt sich

$$tg \beta = 0{,}4691; \quad \beta = 25^0\, 8'.$$

Indem ferner

$$\varepsilon = \frac{1}{4}; \quad a = 0{,}32; \quad v = 2{,}5; \quad w = \sqrt{6{,}63} = 2{,}575$$

war, folgt aus (8):

$$i = 0{,}183 \text{ nahe } = \frac{1}{2} e.$$

Aus Gl. (7) folgt

$$sin\, \alpha = \frac{w}{u} sin\, \beta = 0{,}2187; \quad \alpha = 12^0\, 38'.$$

Damit freilich eine Schaufel, während sie am Einlaufbogen sich entlang bewegt, in keiner Lage im Geringsten gegen ihre Vorderfläche gestossen werde, sollte dieser Werth von α besser auf den hinteren Endpunkt des Einlaufbogens bezogen werden, für welchen das Verhältniss $\frac{w}{u}$ nur ganz unerheblich von demjenigen verschieden ist, welches sich auf den mittleren Eintrittspunkt J bezieht. Für letzteren wird dann

$$\alpha = 12^0\, 38' - \frac{1}{2} \frac{i}{R} = 11^0\, 46'.$$

Thatsächlich war $\alpha = 10^0$ angenommen worden, und es hätte also dieser Winkel (sowie entsprechend der Winkel φ) etwas grösser sein dürfen, obschon der etwas kleinere Werth den vor Allem zu vermeidenden Stoss gegen die vorderen Schaufelflächen um so sicherer ausschliesst, während auch mit i nahe $= 0{,}5\, e$ das Entweichen der verdrängten Luft hinlänglich gesichert bleibt.

Dass, um die Verspritzung von Wasser beim Einflusse möglichst zu vermeiden, die Schaufeln solcher Räder am Rande zuzuschärfen sind, und dass, besonders wenn sie im Freien umlaufend der Einwirkung des Windes ausgesetzt sind, die Breite des einfliessenden Strahls aus demselben Grunde passend etwas kleiner als die Radbreite zu halten sein wird, bedarf kaum der Erwähnung.

§. 14. Effectverluste, welche durch die Art des Austritts des Wassers aus dem Rade veranlasst werden.

Die Effectverluste, um welche es sich hier handelt, sind ebenso wie die wesentlichsten der im vorigen Paragraph besprochenen als Gefällverluste in Rechnung zu stellen. Als ein solcher ist zunächst immer die Geschwindigkeitshöhe zu bezeichnen, welche der absoluten Austrittsgeschwindigkeit entspricht. Letztere ist die Resultante der Peripheriegeschwindigkeit v und der relativen Austrittsgeschwindigkeit, die aber mit Ausnahme des später besonders zu besprechenden Poncelet-Rades so klein zu sein pflegt, dass sie vernachlässigt werden und somit der in Rede stehende Gefällverlust

$$= \frac{v^2}{2g}$$

gesetzt werden kann. Im Uebrigen wird ein Effectverlust durch die Art des Ausflusses, und zwar durch die mittlere Höhe der Ausflussstelle über dem Unterwasserspiegel insbesondere bei freihängenden Zellenrädern verursacht. Zwar ist es unerheblich, dass solchen Rädern, wenigstens den oberschlächtigen, bei den ihrem Entwurf zu Grunde liegenden normalen Umständen (bei mittlerem Unterwasserstande) oft ein gewisser Betrag des Freihängens gegeben wird, wie schon im §. 12 erwähnt wurde, d. h. eine gewisse Höhe h_1 des tiefsten Radpunktes U über dem Unterwasserspiegel. Sehr wesentlich ist aber der Umstand, dass die Zellen solcher Räder schon früher von Wasser entleert sind und dass umsomehr das Wasser schon früher aus denselben auszufliessen anfängt, bevor sie die tiefste Stelle des Rades erreicht haben. Bei der Beurtheilung des hierdurch bedingten Gefällverlustes h_2 = der mittleren Höhe der Austrittsstelle über dem tiefsten Radpunkte U ist zu erwägen, dass die Wasseroberfläche in einer Zelle keine horizontale Ebene, sondern eine Kreiscylinderfläche mit der Radaxe paralleler und vertical darüber liegender Axe bildet, wenigstens näherungsweise mit derjenigen Annäherung, mit welcher in jedem Augenblicke die Zellenfüllung als in relativer Ruhe gegen das Rad betrachtet werden kann.

In der That ist dann diesem relativen Gleichgewicht entsprechend die Oberfläche eine Niveaufläche, also eine Fläche, deren Differentialgleichung

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0$$

ist, unter x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten irgend eines Punktes derselben und unter X, Y, Z die entsprechenden Componenten der auf die Masseneinheit wirkenden relativen bewegenden Kraft verstanden. Obige Gleichung (siehe Bd. I, §. 53, Gl. 5) drückt nämlich aus, dass die Resultante von X, Y, Z im Punkte x, y, z senkrecht zur Fläche, nämlich zu irgend einem Linienelement in derselben ist, deren Projectionen auf die Axen = dx, dy, dz sind. Die relative bewegende Kraft setzt sich zusammen aus der Schwerkraft und aus der Centrifugalkraft als erster Ergänzungskraft relativer Ruhe oder Bewegung (die zweite ist bei relativer Ruhe = Null), welche für die in der Entfernung r von der Radaxe befindliche Masseneinheit = $\omega^2 r$ ist und diese Axe rechtwinklig schneidet, unter ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades um dieselbe verstanden. Wird also hier die y-Axe in der Radaxe, die z-Axe vertical abwärts gerichtet angenommen, so dass die Kraft $\omega^2 r$ in der Ebene der x-Axe und der z-Axe liegt und $\omega^2 x$, $\omega^2 z$ ihre betreffenden Componenten sind, so ergiebt sich

$$X = \omega^2 x,\ Y = 0,\ Z = \omega^2 z + g$$

und die Differentialgleichung einer Niveaufläche, insbesondere, falls x, y, z die Coordinaten eines Punktes der Wasseroberfläche einer Zellenfüllung bedeuten, die Differentialgleichung der letzteren:

$$\omega^2 x \, . \, dx + (\omega^2 z + g)\, dz = 0,$$

woraus durch Integration als endliche Gleichung sich ergiebt:

$$\omega^2 \frac{x^2 + z^2}{2} + gz = \text{Const.}$$

$$x^2 + z^2 + 2 \frac{g}{\omega^2} z = \text{Const.}$$

oder auch

$$x^2 + \left(z + \frac{g}{\omega^2}\right)^2 = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

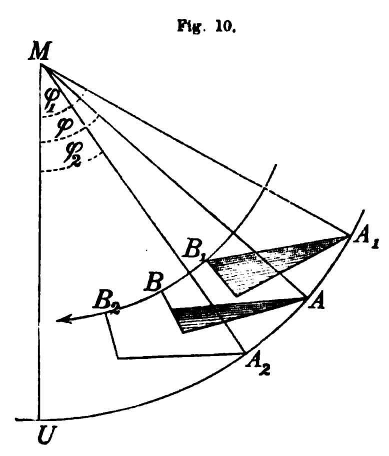
Daraus folgt, dass die Wasseroberfläche jeder Zelle eine Kreiscylinderfläche bildet, deren Axe der Radaxe parallel ist und in der Höhe

$$CM = \frac{g}{\omega^2} = g\left(\frac{30}{\pi n}\right)^2 = \frac{91{,}19}{n^2}\, g = \frac{894{,}6}{n^2} \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

vertical darüber liegt.

Bei grösseren Rädern pflegt ω höchstens $= 0{,}5$ (die Peripheriegeschwindigkeit v höchstens $= 0{,}5\ R$ Mtr. pro Secunde) zu sein, also CM wenigstens $= 4g =$ etwa 40 Mtr., bei kleineren Rädern wenigstens im Verhältnisse zu R nicht wesentlich kleiner. Unter diesen Umständen kann die Wasseroberfläche zwar in der Regel ohne erheblichen Fehler als Ebene betrachtet werden, aber als eine solche, welche um so mehr gegen den Horizont geneigt ist, je näher die betreffende Zelle sich der Stelle befindet, wo die Radperipherie von einer durch den Punkt C gehenden Geraden berührt wird. —

Fig. 10.



Es sei nun $A_1 B_1$ in Fig. 10 die Lage einer Schaufel in dem Augenblicke, in welchem das von ihr getragene Wasser über den äusseren Rand derselben auszufliessen anfängt, in welchem also der aus dem vorbesprochenen Punkte C als Mittelpunkt mit dem Halbmesser CA_1 beschriebene Kreis zusammen mit dem Schaufelprofil eine Fläche umgrenzt, deren Inhalt $= F =$ dem Querschnitt einer Zellenfüllung ist. $A_2 B_2$ sei die Lage der Schaufel, in welcher (abgesehen von adhärirendem Wasser) der Rest des von ihr getragenen

Wassers eben ganz über ihren Rand hinüber ausgeflossen ist, in welcher also ihr Profil von einem aus C mit dem Halbmesser CA_2 beschriebenen Kreise berührend umschlossen wird. AB sei eine Zwischenlage, in welcher das Wasser über den Rand A hinweg im Ausfliessen begriffen ist. Sind ferner die Winkel

$$AMU = \varphi,\ A_1MU = \varphi_1,\ A_2MU = \varphi_2$$

und bezeichnet $f(\varphi)$ den Inhalt der Fläche, welche durch das Schaufelprofil in der Zwischenlage AB und durch den aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreis umgrenzt wird, so ist $f(\varphi)$ eine von der Schaufelform abhängige und so beschaffene Funktion, dass

$$f(\varphi_1) = F \text{ und } f(\varphi_2) = 0$$

ist. Während nun das Rad sich um den Winkel $-d\varphi$ dreht, fliesst aus der Zelle, welche von AB als vorderer Schaufel begrenzt wird, das Wasservolumen

$$-b \,.\, df(\varphi) = -bf'(\varphi)\,d\varphi,$$

unter $f'(\varphi)$ den Differentialquotienten von $f(\varphi)$ nach φ verstanden. Das Niederfallen dieses Wassers bis zur Horizontalebene durch den tiefsten Punkt U des Rades bedingt einen Arbeitsverlust

$$= \gamma\,[-\,bf'(\varphi)d\varphi]\,R\,(1 - \cos\varphi),$$

wenn γ wie immer das specifische Gewicht des Wassers bedeutet. Der Arbeitsverlust pro Zelle bei ihrem Durchgange durch den ganzen Ausgussbogen A_1A_2 ist das von $\varphi = \varphi_1$ bis $\varphi = \varphi_2$ genommene Integral dieses Ausdrucks oder das entgegengesetzte zwischen den umgekehrten Grenzen genommene Integral

$$= \gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi.$$

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Zellen bei A_1 in den Ausgussbogen ein, bei A_2 aus; der Arbeitsverlust pro Secunde ergiebt sich also durch Multiplication mit $\frac{v}{e}$, und weil derselbe bei der oben erklärten Bedeutung von h_2 auch $= \gamma Q h_2$ ist, folgt die Gleichung:

$$\frac{v}{e}\,\gamma b R \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi = \gamma Q h_2$$

und daraus wegen $F = \frac{Qe}{bv}$ (§. 12, Gl. 4):

$$h_2 = \frac{R}{F}\int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)\,(1 - \cos\varphi)\,d\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Die Entwickelung des Integrals in diesem Ausdrucke kann erhebliche Schwierigkeiten verursachen, wenn die Schaufelform nicht ganz einfach ist und wenn zugleich der Einfluss berücksichtigt werden soll, den die Drehung des Rades auf Form und Lage der Wasseroberfläche in einer Zelle ausübt. Es entspricht aber durchaus der Näherung, die im vorigen Paragraph zur Bestimmung des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ zugelassen wurde, wenn für Gl. (3) gesetzt wird:

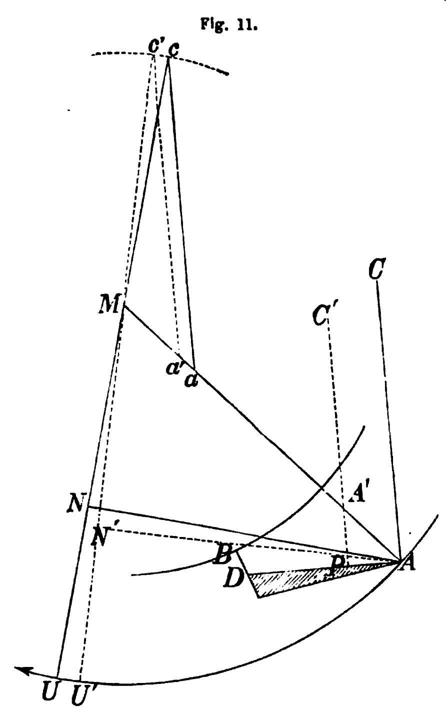
$$h_2 = R(1 - \cos\varphi') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

und wenn dabei der Mittelwerth φ', der streng genommen durch die Gleichung

$$F(1 - \cos\varphi') = \int_{\varphi_2}^{\varphi_1} f'(\varphi)(1 - \cos\varphi)\, d\varphi$$

definirt ist, näherungsweise der Gleichung

$$f(\varphi') = \frac{1}{2} F$$



entsprechend gewählt, d. h. wenn h_2 = der Höhe von A über U gesetzt wird in der Lage, in welcher vom Schaufelprofil AB und von dem aus C mit dem Halbmesser CA beschriebenen Kreise eine Fläche $= \frac{1}{2} F$ umgrenzt wird.

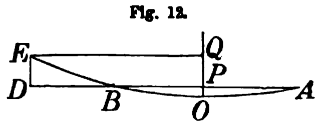
Die Bestimmung von h_2 in einem gegebenen Falle geschieht am bequemsten durch Zeichnung und Messung: Figur 11, wobei der verhältnissmässig kleine Bogen AD des genannten Kreises, der sich von A bis zum zweiten Durchschnittspunkte mit dem Schaufelprofil erstreckt, in der Regel als eine zu AC senkrechte gerade Linie zu betrachten ist. Man trägt das Profil AB in beliebiger Lage in den aufgezeichneten Querschnitt des Radkranzes (mit einer zur Radaxe senk-

rechten Zeichnungsebene) ein und schneidet durch die Gerade AD die (in der Figur schraffirte) Fläche $= \frac{1}{2} F = \frac{1}{2} \varepsilon a e$ ab, zieht AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser $MC = \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit der Radperipherie und endlich AN senkrecht zu MU; dann ist $h_2 = NU$. Wenn, was meistens der Fall sein wird, der Punkt C wegen zu grosser Entfernung von M nicht zugänglich ist, kann, unter m eine beliebige Zahl verstanden, $Ma = \frac{1}{m} MA$ gemacht und ac parallel AC gezogen werden bis zum Schnittpunkte c mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise; die Gerade cM fällt dann mit CM zusammen.

Diese Bestimmung von h_2 enthält zwei Fehler. Der eine, welcher leicht zu berichtigen ist, beruht darauf, dass der Mittelpunkt des durch A gehenden Kreises, mit welchem das Schaufelprofil eine ebenso grosse Fläche $= \frac{1}{2} F$ umgrenzt wie mit der Geraden AD, in einer Geraden liegen muss, die nicht in A, sondern in einem gewissen mittleren Punkte P senkrecht zu AD ist, und welcher also den aus M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreis in einem Punkte C' etwas neben C schneidet. Dieselbe Richtung $C'MU'$ wird, sofern C' in der Zeichnung unzugänglich ist, auch dadurch gefunden, dass, unter A' den Schnittpunkt von PC' mit MA verstanden, $Ma' = \frac{1}{m} MA'$ gemacht und $a'c'$ parallel PC' gezogen wird bis zum Durchschnittspunkte c' mit dem aus M mit dem Halbmesser $\frac{1}{m} \frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise. Der Punkt c' liegt in MC' und liefert, falls die Gerade $c'M$ die Radperipherie in U' schneidet und AN' senkrecht zu ihr ist, den corrigirten Werth $N'U'$ von h_2, der etwas $< NU$ ist.

Was die Lage des Punktes P in der Strecke AD betrifft, so entspricht es sehr nahe der Forderung, wenn $AP = \frac{1}{3} AD$ gemacht wird. Ist nämlich in Fig. 12 die Gerade OPQ in P senkrecht zu AD und ist $AOBE$ ein aus einem weit entfernten in OPQ gelegenen Mittelpunkte beschriebener so flacher

Fig. 12.



Kreisbogen, dass er mit unmerklichem Fehler als Parabelbogen mit dem Scheitel O zur Axe OQ betrachtet werden kann, ist ferner DE senkrecht zu AD und EQ parallel AD,

$$AP=x,\quad DP=y,\quad OP=p,\quad OQ=q,$$

so soll P in AD so liegen, dass

$$\text{die Fläche } AOBA = \frac{2}{3}\cdot 2xp = \frac{4}{3}xp$$

$$= \text{der Fläche } BDEB = DEQP + OBP - OEQ$$

$$= y(q-p) + \frac{2}{3}xp - \frac{2}{3}yq = \frac{1}{3}yq + \left(\frac{2}{3}x - y\right)p$$

ist, dass also

$$4xp = yq + (2x-3y)p$$

$$(2x+3y)p = yq$$

oder wegen $p:q = x^2:y^2$

$$(2x+3y)x^2 = y^3$$

oder mit $\frac{y}{x} = z$, dass

$$z^3 - 3z - 2 = (z+1)^2(z-2) = 0$$

ist. Die hier einzig in Betracht kommende positive Wurzel $z = \frac{PD}{PA} = 2$ bestätigt die Behauptung. Ist auch hier DE senkrecht zu AD, während in Fig. 11 die Schaufelcurve im Allgemeinen unter einem anderen als rechten Winkel von der Geraden AD in D geschnitten wird, so entspricht diesem Unterschiede doch nur eine Fläche, welche klein im Vergleich mit der selbst kleinen Fläche $AOBA$ oder $BDEB$ in Fig. 12 ist.

Was den anderen Fehler obiger Bestimmung von h_2 betrifft, so beruht er darauf, dass, wenn mit Bezug auf Fig. 10 der Gefällverlust, welcher durch den verfrühten Ausfluss der ersten Hälfte der Wasserfüllung betreffender Zelle verursacht wird, während also ihre vordere Schaufel aus der Lage A_1B_1 in die $f(\varphi) = \frac{1}{2}F$ entsprechende Lage AB übergeht, $= h_2 + \Delta_1$ gesetzt wird, der durch den Ausfluss der zweiten Hälfte verursachte $= h_2 - \Delta_2$, alsdann streng genommen nicht $\Delta_1 = \Delta_2$, und dass somit auch der durchschnittliche Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{2}$$

von h_2 verschieden ist. Die vollständige Berichtigung dieses Fehlers würde auf die Bestimmung des Integrals in Gl. (3) hinauslaufen, welche eben

vermieden werden sollte. Einigermassen wird er aber berichtigt, indem $\Delta_1 = \frac{a_1}{2}$, $\Delta_2 = \frac{a_2}{2}$, also der Gefällverlust

$$= h_2 + \frac{a_1 - a_2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

gesetzt wird, unter a_1 die Höhe des Punktes A_1 über A,
a_2 die Höhe des Punktes A über A_2
verstanden. Diese Längen a_1 und a_2 können durch Zeichnung und Messung gefunden werden, indem ebenso wie oben entsprechend $f(\varphi) = \frac{1}{2} F$ die Strecke NU (Fig. 11) ermittelt wurde, so analoge Strecken $N_1 U_1$ entsprechend $f(\varphi) = F$ und $N_2 U_2$ entsprechend $f(\varphi) = 0$ bestimmt werden, womit sich dann ergiebt:

$$a_1 = N_1 U_1 - NU \text{ und } a_2 = NU - N_2 U_2.$$

Für das im vorigen Paragraph als Beispiel angenommene oberschlächtige Rad findet man auf solche Weise

$$h_2 = NU = 1{,}24 \text{ Mtr.}$$

und mit Rücksicht auf die Krümmung der Wasseroberfläche in den Zellen:

$$N'U' = 1{,}215 \text{ Mtr.}$$

Ferner ergiebt sich

$$N_1 U_1 = 1{,}83 \text{ Mtr.},\ N_2 U_2 = 0{,}63 \text{ Mtr.},$$

folglich

$$a_1 = 1{,}83 - 1{,}24 = 0{,}59 \text{ Mtr.}$$
$$a_2 = 1{,}24 - 0{,}63 = 0{,}61 \text{ Mtr.}$$

und somit nach Gl. (5) der mit Rücksicht auf beide Fehler corrigirte Gefällverlust

$$h_2 = 1{,}215 - 0{,}005 = 1{,}21 \text{ Mtr.}$$

Die ursprüngliche Bestimmung hat also h_2 mit $NU = 1{,}24$ Mtr. um nur 3 Centimeter oder 2,5 $^0/_0$ zu gross ergeben, wobei bemerkt werden muss, dass hier 3 Centimeter schon deshalb kaum ganz sicher sind, weil die Zeichnung in solchem Massstab ausgeführt wurde, in welchem 3 Centimeter durch 1 Millimeter dargestellt sind, und indem auch wegen

$$\frac{g}{\omega^2} = 56{,}5 \text{ Mtr.}$$

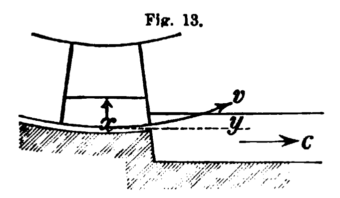
die Verjüngungszahl $\frac{1}{m}$ mit Rücksicht auf die Grösse der Zeichenfläche $= 0{,}1$ angenommen wurde. Die Berücksichtigung der Neigung der Wasseroberflächen wegen der Drehungsgeschwindigkeit des Rades war

aber wesentlich. Ohne dieselbe, d. h. einem verschwindend kleinen Werthe von ω entsprechend, wäre h_2 nur $= 1{,}00$ Mtr.

Bei allen freihängenden Zellenrädern ist es besonders wichtig, diesen Gefällverlust h_2, der sich für das Beispiel fast doppelt so gross ergeben hat, als der im vorigen Paragraph bestimmte Gefällverlust $\frac{w_1^2}{2g}$, so viel wie möglich zu verkleinern. Offenbar ist er um so kleiner, je kleiner ω ist, je mehr die Schaufeln im Sinne des Radumfangs gestreckt sind und je kleiner der Füllungsquerschnitt F der einzelnen Zelle, je kleiner also der Füllungscoefficient ε, je kleiner die Kranzbreite a und je kleiner die Theilung e, bezw. je grösser die Schaufelzahl ist. —

Bei Kropfrädern, überhaupt bei Rädern mit einem an den Radumfang sich nahe anschliessenden Gerinne und mit vorwiegend radial gerichteten Schaufeln, ist mit dem Austritte des Wassers auch ein Effectverlust verbunden, welcher als Gefällverlust betrachtet dem Freihängen von Zellenrädern in gewissem Sinne analog und von ähnlicher geringer Grösse ist, deshalb wie jener mit h_1 bezeichnet sei. Indem das Wasser im Abflussgerinne mit einer Geschwindigkeit c fliesst, welche kleiner als die Peripheriegeschwindigkeit v zu sein pflegt, die Erhebung des Unterwasserspiegels über die Oberfläche des Wassers im untersten Schaufelraum aber wegen des durch solches übermässiges sogenanntes Waten des Rades im Unterwasser bedingten Widerstandes thunlichst zu vermeiden ist, pflegt man dem Gerinne an der Uebergangsstelle in den Abflusscanal einen Abfall nach Art von Fig. 13 zu geben, dessen Höhe mit Rücksicht darauf zu bemessen ist, dass die Wassertiefen im untersten Schaufelraume und im Abflussgerinne sich umgekehrt wie die betreffenden Geschwindigkeiten v und c verhalten, dass aber

Fig. 13.



die Höhe y des Unterwasserspiegels über dem tiefsten Radpunkte U höchstens = der Wassertiefe x im untersten Schaufelraume sein soll. Liegt also im Allgemeinen y zwischen 0 und x, so verursacht der über dem Unterwasserspiegel bis zur Höhe $x - y$ befindliche Theil der Füllung eines sich entleerenden Schaufelraumes, indem sein Schwerpunkt von der Höhe $\frac{x-y}{2}$ niederfällt, sobald die vordere Schaufel dieses Raumes die Stelle des Gerinneabfalls überschritten hat, den Effectverlust

$$\gamma Q \frac{x-y}{2}$$

pro Secunde. Der um den Betrag y in das Unterwasser eintauchende untere Theil fraglicher Schaufel erfährt dagegen einen Widerstand, welcher, unter ϑ einen erfahrungsmässigen, hier etwa $= 1{,}5$ zu setzenden Coefficienten verstanden, nach Bd. I., §§. 153 und 154

$$= \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g}$$

gesetzt werden kann und einem Effectverlust pro Secunde = dem Produkt dieses Ausdrucks und der Peripheriegeschwindigkeit v entspricht. Die Summe beider Verluste ist also

$$= \gamma Q \frac{x-y}{2} + \vartheta \gamma b y \frac{(v-c)^2}{2g} v$$

oder mit $Q = xbv$ auch

$$= \gamma b v \left[x \frac{x-y}{2} + \vartheta y \frac{(v-c)^2}{2g} \right].$$

Indem dieser Effectverlust auch

$$= \gamma Q h_1 = \gamma x b v h_1$$

ist, ergiebt sich

$$h_1 = \frac{x-y}{2} + \vartheta \frac{y}{x} \frac{(v-c)^2}{2g}$$

$$= \frac{x}{2} + \frac{y}{2} \left[\frac{\vartheta}{x} \frac{(v-c)^2}{g} - 1 \right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wäre $v - c = 1$ bis $1{,}15$, also mit $\vartheta = 1{,}5$

$$\vartheta \frac{(v-c)^2}{g} = 0{,}15 \text{ bis } 0{,}2 \text{ Mtr.},$$

so wäre, da die Kranzbreite solcher Räder = 0,3 bis 0,4 Mtr. und der Füllungscoefficient nahe $= \frac{1}{2}$, somit x ungefähr auch = 0,15 bis 0,2 Mtr. zu sein pflegt, das Glied mit y in Gl. (6) = Null und

$$h_1 = \frac{x}{2} = \text{nahe } \frac{a}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

für jeden Werth von y zwischen 0 und x. In der Regel wird freilich

$v - c$ kleiner, als 1 bis 1,15 Sec. Mtr.

und deshalb der Factor von y in Gl. (6) negativ sein. Dann ist h_1 um so kleiner, je grösser y, am kleinsten für $y = x$, nämlich

$$h_1 = \vartheta \frac{(v-c)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Bei der geringen Grösse des Unterschiedes kann es gleichwohl vorgezogen werden, den Abfall so zu bemessen, dass unter normalen Umständen die Radperipherie vom Unterwasserspiegel berührt wird, falls bei Hochwasser eine merkliche Hebung desselben erwartet werden kann.

Der Widerstand kann übrigens noch dadurch etwas vergrössert werden, dass die radialen Schaufeln, indem sie sich in etwas gegen die Verticale geneigter Lage aus dem Unterwasser erheben, dieses theilweise empor drücken und so eine wirbelnde Welle hinter dem Rade bilden. Dieser Uebelstand wird dadurch vermindert, dass man die Schaufeln unter einem stumpfen Winkel bricht (siehe Fig. 8) und dadurch ihre eintauchenden äusseren Theile so gegen den Radhalbmesser etwas neigt, dass sie nahe vertical sich aus dem Wasser erheben.

§. 15. Effectverluste während der Wirkung des Wassers im Rade.

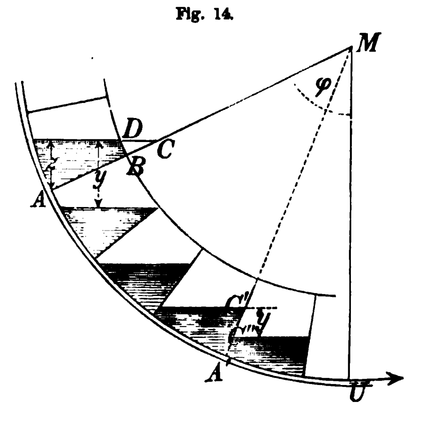
Die hier zu besprechenden Effectverluste sind ein gewisser Gefällverlust bei Kropfrädern und ein Wasserverlust bei unterschlächtigen Rädern.

1) Der fragliche Gefällverlust bei Kropfrädern wird zunächst dadurch verursacht, dass zwischen den Aussenkanten der Schaufeln und dem Boden des Kropfgerinnes ein Spielraum vorhanden ist, dessen Weite selten weniger, als 0,015 Mtr. beträgt und allgemein mit s bezeichnet sei. Dadurch werden rechteckige schmale Oeffnungen $= bs$ längs der ganzen Radbreite gebildet, durch welche, während eine Schaufel sich längs dem Kropf bewegt, beständig Wasser aus dem hinteren in den vorderen (aus dem oberen in den benachbarten unteren) Schaufelraum fliesst und in diesem vorläufig wieder zu relativer Ruhe gegen das Rad gelangt; die Arbeit = dem Product aus dem Gewichte des so ausgeflossenen Wassers und dem Höhenunterschiede der (hier immer als horizontale Ebenen zu betrachtenden) Wasserspiegel in beiden Schaufelräumen ist für den Effect des Rades verloren, indem sie theils durch die Widerstände des Ausflusses selbst, theils durch Wirbelbewegungen im vorderen und unteren der betreffenden zwei Schaufelräume schliesslich in Wärme übergeht. Andere Ausflussöffnungen von gleicher Weite s bieten sich der Wasserfüllung eines Schaufelraums an den Seiten dar zwischen den äusseren Umfängen der Seitenwände des Radkranzes und dem Boden des Kropfgerinnes; diese Oeffnungen sind zwar meistens von viel geringerer Länge, aber es fällt

das durch sie ausgeflossene Wasser, gewöhnlich in den Zwischenräumen zwischen den Seitenwänden des Radkranzes und des Kropfgerinnes abwärts fliessend, nicht nur bis zur Wasseroberfläche im benachbarten unteren Schaufelraum, sondern bis zum Unterwasserspiegel, so dass der Einfluss dieser Seitenspalten auf den in Rede stehenden Effectverlust grösser sein kann, als derjenige der vorerwähnten Hauptspalten. Wäre der Radkranz an den Seiten offen (dann aber der Kropf jedenfalls mit Seitenwänden versehen, was sonst nicht unbedingt nöthig ist), so würden zwar die eben erwähnten Seitenöffnungen wegfallen, aber dafür andere, längere und meistens auch breitere zwischen den Seitenrändern der Schaufeln, ev. auch Theilen der Seitenränder des Radbodens, und den Seitenwänden des Kropfgerinnes sich dem Durchfluss des Wassers darbieten, welches übrigens nach seinem Ausfluss in diesem Falle vorläufig nur bis zur Wasseroberfläche des benachbarten unteren Schaufelraums niederfällt, dessen Wasserfüllung die ganze Breite des Kropfgerinnes einnimmt.

Indem einstweilen nur die Spalten $= bs$ an den Aussenkanten der Schaufeln berücksichtigt werden mögen, sei V das Wasservolumen, welches in einer Secunde aus einem Schaufelraume ausfliessen würde, wenn unterdessen das Rad in Ruhe und die Wasserfüllungen der Schaufelräume unverändert blieben, also Vdt das Wasservolumen, welches in einem Zeitelement dt durch den betreffenden Spalt wirklich ausfliesst. Ist ferner y die Höhe des Wasserspiegels in dem diesem Spalt nachfolgenden über demjenigen in dem vorhergehenden (unteren) Schaufelraume, Figur 14, auf welchem letzteren sich das ausgeflossene Wasser sammelt, so geht dadurch die Arbeit

Fig. 14.



$$\gamma V dt . y = \gamma V \left(-\frac{R d\varphi}{v}\right) y$$

pro Spalt und pro Zeitelement dt für den Effect des Rades verloren, wobei φ den Winkel AMU bedeutet, welchen der nach dem Spalt gezogene Radhalbmesser mit der Verticalen MU bildet, so dass $-R d\varphi$ das im Zeitelement dt vom Endpunkte A des Schaufelprofils mit der Geschwindigkeit v durchlaufene Wegelement ist. Der durch den betreffenden Spalt bei seinem Durchgange durch den ganzen Kropf verursachte Arbeitsverlust ist also

$$= \gamma \frac{R}{v} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

wenn $\varphi = \vartheta$ diejenige Lage des Spalts bestimmt, in welcher der Durchfluss durch denselben beginnt. Bei einem mittel- oder tiefschlächtigen Kropfrade mit radialen oder wenig gegen die betreffenden Radien geneigten Schaufeln beginnt der Ausfluss schon allmählich während der Füllung, sobald die Schaufel am oberen Endpunkte des Einlaufbogens vorbeigegangen ist; bei der geringen Grösse des letzteren wird man indessen wenig irren, wenn man den Durchfluss durch den Spalt erst von dem Augenblicke an rechnet, in welchem er mit dem Mittelpunkte J des Einlaufbogens zusammenfällt, also ϑ = dem Winkel JMU setzt und in dieser Lage von der kaum erst begonnenen Füllung absieht. Wenn übrigens die Schaufeln einigermassen im Sinne des Umfanges gestreckt sind (siehe z. B. Fig. 9, falls das betreffende rückenschlächtige Rad mit einem Kropf versehen wäre), so kann es auch der Fall sein, dass der Winkel $\vartheta = AMU$, bei welchem der Ausfluss durch den Spalt bei A beginnt, wesentlich $< JMU$ ist.

In einer Secunde treten $\frac{v}{e}$ Schaufeln in den Kropf oben ein und unten aus; mithin ist nach (1) der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \int_0^{\vartheta} V y \, d\varphi.$$

Was V betrifft, so ist zu unterscheiden, ob der Spalt, durch welchen das Wasser eines Schaufelraumes theilweise ausfliesst, unter dem Wasserspiegel des benachbarten unteren Schaufelraumes liegt, wie A' in Fig. 14, oder darüber, wie A. Setzt man allgemein

$$V = \mu b s \sqrt{2gz},$$

unter μ einen sogenannten Ausflusscoefficienten verstanden, so ist im ersten Falle $z = y$, im andern $z < y$. Insbesondere bei tiefschlächtigen Rädern kann es der Fall sein, dass nach vollständiger Füllung der betreffenden Schaufelräume überall $z = y$ ist. Durch Einsetzung des Ausdruckes von V ergiebt sich der Arbeitsverlust pro Secunde

$$= \gamma \frac{R}{e} \mu b s \sqrt{2g} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z} \, d\varphi$$

und da derselbe auch $= \gamma Q h'$ ist, unter h' den von den Spalten $= bs$ herrührenden Gefällverlust verstanden, so folgt

$$h' = \mu \sqrt{2g} \frac{R b s}{e Q} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi = \mu \sqrt{2g} \frac{R s}{F v} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi \quad \ldots \ldots (2).$$

Zur angenäherten Berechnung des Integrals in diesem Ausdrucke kann ϑ (als Bogenlänge für den Halbmesser = 1 verstanden) mit einem Mittelwerthe von $y\sqrt{z}$ multiplicirt werden, der hier aber nicht mit ausreichender Berechtigung analog den Bestimmungen in den vorigen Paragraphen einer einzigen mittleren Lage entsprechend zu wählen, sondern besser etwa mit Hülfe der Simpson'schen Regel zu bestimmen ist, indem man ϑ in eine gerade Anzahl $= n$ gleicher Theile theilt und für die Lagen des Spalts, welche den betreffenden Theilpunkten des Umfangsbogens entsprechen, die aus der Zeichnung sich ergebenden Werthe von y, z mit dem Zirkel abgreift. Z. B. mit $n = 4$,

$$\varphi_0 = 0, \quad \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta, \quad \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta, \quad \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta, \quad \varphi_4 = \vartheta$$

wäre mit Rücksicht darauf, dass der Werth y_0 von y, welcher $\varphi = \varphi_0 = 0$ entspricht, sowie der Werth z_4 von z, welcher $\varphi = \varphi_4 = \vartheta$ entspricht, verschwinden, der fragliche Mittelwerth

$$\frac{1}{\vartheta} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{1}{12}\left(4 y_1 \sqrt{z_1} + 2 y_2 \sqrt{z_2} + 4 y_3 \sqrt{z_3}\right)$$

$$\int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi = \frac{\vartheta}{6}\left(2 y_1 \sqrt{z_1} + y_2 \sqrt{z_2} + 2 y_3 \sqrt{z_3}\right) \quad \ldots \ldots (3).$$

Da der Ausflusscoefficient für eine rechteckige Mündung um so grösser ist, je kleiner ihre kleinere, hier sehr kleine Dimension ist, und indem hier auch nur an einer Seite des Spalts Contraction stattfindet, wird der Coefficient μ verhältnissmässig gross $= 0{,}75 - 0{,}8$ zu setzen sein, etwa

$$\mu \sqrt{2g} = 3{,}4 \text{ (entsprechend } \mu = 0{,}77).$$

Dass, wie der erste Ausdruck (2) von h' erkennen lässt, dieser Gefällverlust der Spaltgrösse proportional ist, war selbstverständlich. In dieser Hinsicht ist nicht nur ein möglichst enger Anschluss des Kropfes an das sorgfältig gelagerte und vor Deformationen thunlichst gesicherte Rad geboten, sondern auch ein grosser Füllungscoefficient ε, sowie eine grosse Peripheriegeschwindigkeit v angemessen, damit in

Verbindung mit einer etwas grösseren Kranzbreite a, als bei frei hängenden Zellenrädern üblich ist, die erforderliche Radbreite b gemäss der Gleichung

$$Q = \varepsilon a b v$$

möglichst klein ausfalle. Wenn der Wirkungsgrad eines gegebenen solchen Rades durch grosse Spaltweite s beeinträchtigt wird, kann es gemäss dem zweiten Ausdrucke (2) dadurch verbessert werden, dass man das Rad schneller umlaufen lässt, falls es nur gleichzeitig so viel mehr beaufschlagt wird, dass der Füllungsquerschnitt F einer Zelle nicht wesentlich abnimmt. Von Vortheil ist auch eine grosse Schaufelzahl oder kleine Theilung e; denn da y und z unter sonst gleichen Umständen ungefähr e proportional sind, ist $\frac{y\sqrt{z}}{e}$ und somit auch h' nach (2) nahe proportional $\sqrt{e}$. Die Form und Stellung der Schaufeln ist besonders insofern von Einfluss, als ihre Streckung im Sinne des Umfangs den Winkel ϑ und dadurch das Integral im Ausdrucke von h' verkleinert. —

Der Gefällverlust, welcher durch die Seitenspalten verursacht wird, sei mit h'' bezeichnet. Er werde zunächst für den gewöhnlichen Fall ermittelt, dass der Radkranz seitlich geschlossen ist und dass somit die Seitenspalten, auch am cylindrischen Boden des Kropfgerinnes liegend, dieselbe Weite s wie die vorbesprochenen Hauptspalten haben, während ihre Länge an jeder Seite für kleinere Werthe von $\varphi = e$ ist, für grössere $< e$, wie Fig. 14 bei A' bezw. bei A erkennen lässt. Bezeichnet für den Schaufelraum, für welchen die Aussenkante seiner vordern (untern) Schaufel dem Winkel φ entspricht, x die Höhe des Wasserspiegels in demselben über dem Unterwasserspiegel, so ist hier x an die Stelle von y in Gl. (1) zu setzen, ebenso dann auch in Gl. (2). Sind ferner z' und z'' die Höhen jenes Wasserspiegels bezw. über dem unteren und oberen Ende einer der betreffenden Seitenspalten, wo $z'' = 0$ ist, wenn für grössere Werthe von φ die Spaltlänge $= \frac{z'}{\sin\varphi} < e$ ist, so ist nach Bd. I., §. 79, Gl. (7) für zwei Seitenspalten zusammen

$$V = 2 \cdot \frac{2}{3} \frac{\mu s \sqrt{2g}}{\sin\varphi} \left(z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \mu s \sqrt{2g} \cdot D \text{ mit } D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots (4)$$

zu setzen und dabei unter φ streng genommen die mittlere Neigung des Seitenspalts gegen den Horizont zu verstehen. Uebrigens wird V nur wenig zu gross gesetzt, wenn, wie es hier geschehen soll, φ im bisherigen

Sinne auf den unteren Endpunkt des Seitenspaltbogens, d. h. auf den zugehörigen Hauptspalt bezogen wird. Durch die Substitutionen

$$x \text{ für } y,\ \frac{4}{3} D \text{ für } b\sqrt{z}$$

wird aus h' nach (2):

$$h'' = \frac{4}{3}\mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\int_0^{\vartheta} xD\,d\varphi \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Wenn zur angenäherten Berechnung des Integrals wieder ϑ in 4 gleiche Theile getheilt wird durch die Zwischenwerthe $\varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$, $\varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$, $\varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$, und wenn mit x_1, x_2, x_3 bezw. D_1, D_2, D_3 die den letzteren entsprechenden Werthe von x und D bezeichnet werden, so ergiebt sich analog Gl. (3):

$$\int_0^{\vartheta} xD\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2x_1D_1 + x_2D_2 + 2x_3D_3) \qquad \ldots\ldots\ldots (6)$$

mit Rücksicht darauf, dass D_4 (entsprechend $\varphi = \vartheta$) $= 0$ und dass x_0 (entsprechend $\varphi = 0$) klein genug ist, um das betreffende Glied durch die etwas zu reichliche Schätzung der Grösse D als aufgewogen betrachten zu dürfen. Der Vortheil kleiner Radbreite, somit grosser Werthe von ε und v, fällt in Beziehung auf h'' fort; besonders wichtig ist die Verkleinerung von ϑ und damit auch von x.

Dem Ausflusscoefficienten μ ist hier derselbe Werth beizulegen wie bezüglich des Ausflusses durch die Hauptspalten, so dass sich schliesslich der ganze durch die Spielräume verursachte Gefällverlust für ein Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranz nach (2) und (5):

$$h_3 = h' + h'' = \mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\int_0^{\vartheta} xD\,d\varphi\right] \qquad \ldots\ldots (7)$$

ergiebt, wo $\mu\sqrt{2g} = 3{,}4$ gesetzt werden kann und die Integrale nach (3) und (6) mit genügender Annäherung zu bestimmen sind. —

Bei einem Kropfrade mit seitlich offenem Radkranze und, wie hier ausdrücklich vorausgesetzt werden soll, mit radialen ebenen Schaufeln liegen die Seitenspalten an den Seitenwänden des Kropfgerinnes und haben gewöhnlich eine grössere Weite $= s'$. Bezüglich des Einflusses derselben bleibt Gl. (1) unverändert. Aber was V betrifft, sind die beiden Fälle zu unterscheiden, dass diese Spalten den Verlauf ABD,

Fig. 14 (bei grösseren Werthen von φ) oder den Verlauf $A'C'$ daselbst haben. Im ersten Falle ist, unter z' und z'' die Höhen des Wasserspiegels DC über A und über B verstanden,

$$V = \frac{4}{3}\mu s'\sqrt{2g}\left(\frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\cos\varphi} + \frac{z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi}\right)$$

oder mit Rücksicht auf Fig. 14, wenn

$$\frac{z'}{\cos\varphi} = AC = a', \quad \frac{z''}{\cos\varphi} = BC = a'', \quad \frac{z''}{\sin\varphi} = BD = b''$$

gesetzt wird,

$$V = \frac{4}{3}\mu s'\sqrt{2g}\left[a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''}\right].$$

Im anderen Falle (bei kleineren Werthen von φ, siehe bei A' in Fig. 14) ist mit

$$A'C' = c', \quad A'C'' = c''$$

$$V = 2\mu s'\sqrt{2g}\left[\frac{2}{3}(c' - c'')\sqrt{y} + c''\sqrt{y}\right] = \frac{4}{3}\mu s'\sqrt{2g}\left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y}.$$

Somit ist hier

$$V = \frac{4}{3}\mu s'\sqrt{2g}\,.\,D' \text{ mit } D' = \left\{\begin{matrix} a'\sqrt{z'} - (a'' - b'')\sqrt{z''} \\ \left(c' + \frac{c''}{2}\right)\sqrt{y} \end{matrix}\right\} \quad \ldots (8)$$

zu setzen, und ergiebt sich der betreffende Gefällverlust h'' aus dem Ausdrucke (2) von h' durch Substitution von

$$\frac{4}{3}s'D' \text{ für } bs\sqrt{z}: \quad h'' = \frac{4}{3}\mu\sqrt{2g}\frac{Rs'}{eQ}\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi \quad \ldots\ldots (9).$$

Das Integral kann analog Gl. (3), da y für $\varphi = 0$, D' für $\varphi = \vartheta$ verschwindet, gesetzt werden:

$$\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2y_1D'_1 + y_2D'_2 + 2y_3D'_3) \quad \ldots\ldots (10),$$

während $\mu\sqrt{2g}$ auch hier $= 3{,}4$ gesetzt werden mag. Der resultirende Gefällverlust infolge der Spielräume ist in diesem Falle:

$$h_3 = \mu\sqrt{2g}\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\frac{s'}{s}\int_0^{\vartheta} yD'd\varphi\right] \quad \ldots\ldots (11).$$

Beispielsweise sei für ein mittelschlächtiges Kropfrad mit seitlich geschlossenem Radkranze und radialen ebenen Schaufeln (Meter und Secunde als Einheiten vorausgesetzt)

$$H = 3 \quad Q = 0{,}6 \quad R = 2{,}5 \quad \varepsilon = 0{,}5 \quad v = 2 \quad u = 3{,}5$$

$$a = 0{,}4 \quad b = \frac{Q}{\varepsilon a v} = 1{,}5 \quad s = 0{,}015 \quad z = 44 \quad e = \frac{2\pi R}{z} = 0{,}357.$$

Bei Voraussetzung einer Ueberfall- oder einer Spannschütze ist auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u das Gefälle

$$h = 1{,}1\frac{u^2}{2g} = 0{,}687$$

zu verwenden, und falls der Radumfang vom Unterwasserspiegel berührt wird, ist

$$\vartheta = arc\cos\frac{R-(H-h)}{R} = 85^0\,43' = 1{,}496.$$

Wird dieser Winkel in 4 gleiche Theile getheilt:

$$\varphi_1 \quad \varphi_2 - \varphi_1 \quad \varphi_3 - \varphi_2 \quad \vartheta - \varphi_3,$$

so lassen sich der Zeichnung die folgenden Werthe entnehmen:

$\varphi = \varphi_1 = \frac{1}{4}\vartheta$	$\varphi = \varphi_2 = \frac{1}{2}\vartheta$	$\varphi = \varphi_3 = \frac{3}{4}\vartheta$
$\frac{1}{\sin\varphi} = 2{,}737$	1,470	1,110
$y = 0{,}122$	0,222	0,294
$z = 0{,}122$	0,222	0,24
$z' = 0{,}254$	0,266	0,24
$z'' = 0{,}104$	0	0
$x = 0{,}43$	0,935	1,66

Hiermit ergiebt sich nach (3), (4) und (6):

$$\int_0^\vartheta y\sqrt{z}\,d\varphi = 0{,}1192 \text{ und } \int_0^\vartheta xD\,d\varphi = 0{,}2106,$$

endlich nach (7) mit $u\sqrt{2g} = 3{,}4$:

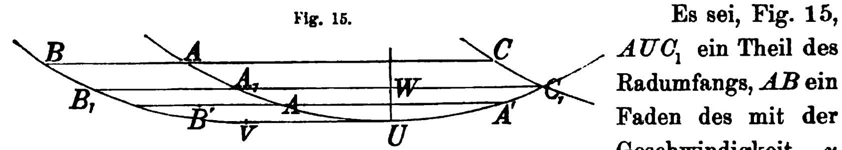
$$h_3 = 3{,}4\frac{2{,}5\,.\,0{,}015}{0{,}357\,.\,0{,}6}\left(1{,}5\,.\,0{,}1192 + \frac{4}{3}\cdot 0{,}2106\right)$$
$$= 0{,}5952\,(0{,}1788 + 0{,}2808) = 0{,}274 \text{ Mtr.}$$

$= 9{,}1\,\%$ von H, zum grösseren Theile von den Seitenspalten herrührend.

2) Der Wasserverlust bei unterschlächtigen Stossrädern wird theils dadurch verursacht, dass ein Theil des zufliessenden Aufschlag-

wassers gar nicht in den Radkranz hinein gelangt, sondern durch den Spielraum zwischen ihm und dem Gerinneboden, bezw. den Seitenwänden des Gerinnes vorbeifliesst, theils dadurch, dass das in den Radkranz eingeflossene Wasser denselben zum Theil wieder verlässt, bevor es zum Stoss gegen eine Schaufel gelangt ist. Während jener Verlust im Princip sehr einfach in Anschlag gebracht werden kann, ergiebt sich dieser nach Gerstner durch folgende Betrachtung bei Voraussetzung nahe radial gestellter ebener Schaufeln, wie sie bei solchen Rädern gebräuchlich sind.

Fig. 15.



Es sei, Fig. 15, AUC_1 ein Theil des Radumfangs, AB ein Faden des mit der Geschwindigkeit u zufliessenden Wassers von solcher Länge l, dass er gerade in einem Schaufelraum Platz findet, dass also, wenn sein vorderer Endpunkt A die Aussenkante einer vorbeigehenden Schaufel trifft, der hintere Endpunkt B mit der Aussenkante der folgenden Schaufel zusammentrifft; es ist dann

$$AB = l = e\frac{u}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Unter der Voraussetzung, dass die zum Stoss gegen eine Schaufel gelangten Wassertheilchen an derselben empor fliessend den nachfolgenden Theilchen des in den betreffenden Schaufelraum einfliessenden, bezw. eingeflossenen Wassers Platz machen und dass sie die Geschwindigkeit u nach Grösse und Richtung bis zum Augenblicke des Stosses (bezw. bis zum Wiederausfluss aus dem Radkranz, falls sie vorher nicht zum Stoss gelangen sollten) beibehalten, wird diejenige Schaufel, deren Aussenkante vom Wassertheilchen A getroffen wird, vom Theilchen B in einem Punkte C getroffen, welcher so liegt, dass, unter S den Schnittpunkt der durch ihn hindurch gehenden Schaufelcurve mit dem Radumfange verstanden,

$$\text{Gerade } BC : \text{Kreisbogen } AS = u : v$$

ist. Indem es sich hier um einen nur flachen Bogen handelt und die Schaufeln nahe radial sind, kann der Kreisbogen AS ohne erheblichen Fehler = der Geraden AC gesetzt werden, so dass aus obiger Proportion zu folgern ist:

$$BC - AC : AC = u - v : v$$

und mit $BC - AC = AB = l$:

$$AC = l\frac{v}{u-v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Dasselbe gilt von allen zufliessenden Wasserfäden $AB = l$; ihnen entspricht eine Curve der Stosspunkte C, mit welcher der Kreisbogen AU zusammenfällt, wenn er im Sinne von u um die Strecke AC verschoben wird. Trifft diese Curve der Punkte C den Radumfang in C_1, und ist $A_1 B_1$ der gegen C_1 hin gerichtete Wasserfaden, so können die unterhalb $A_1 B_1$ zufliessenden Fäden nicht mehr vollständig zum Stoss gelangen, sondern nur mit einem Stück AB', dessen Länge sich zu der entsprechenden Sehnenlänge AA' der Radperipherie ebenso verhält, wie l zu AC und welche somit aus (13) sich ergiebt:

$$AB' = AA'.\frac{u-v}{v}.$$

Für alle Werthe von AA' zwischen $A_1C_1 = AC$ und Null ergiebt sich so eine Curve der Punkte B', welche den Punkt B_1 mit dem untersten Punkte U der Radperipherie verbindet. Die Fläche F, welche von dieser Curve, von der Geraden $A_1 B_1$ und vom Bogen $A_1 U$ der Radperipherie umgrenzt wird und welche $= \frac{u-v}{v} \times$ dem flachen Kreissegment ist, welches die Sehne $A_1 C_1$ mit dem Radumfange begrenzt, stellt das Wasservolumen dar, welches, unterhalb $A_1 B_1$ in das Rad pro Einheit seiner Breite b in $\frac{e}{v}$ Secunden (während des Weges e jedes Punktes der Radperipherie) einfliessend, noch zum Stoss in ihm gelangt, bevor es wieder ausfliesst. Da jenes Kreissegment, unter w seine Höhe UW verstanden,

$$= \frac{2}{3} w . AC$$

gesetzt werden kann gleich als ob es ein parabolisches Segment wäre, ist fragliche Fläche F mit Rücksicht auf Gl. (13):

$$F = \frac{2}{3} w . AC \cdot \frac{u-v}{v} = \frac{2}{3} lw.$$

Indem aber das überhaupt an dieser Stelle in der angegebenen Zeit pro Einheit der Radbreite einfliessende Wasservolumen $= lw$ ist und das oberhalb $A_1 B_1$ einfliessende vollständig zum Stoss gelangt, ist

$$lw - \frac{2}{3} lw = \frac{1}{3} lw$$

das Wasservolumen, welches, pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden in den Radkranz einfliessend, mit unveränderter Geschwindigkeit wieder ausfliesst und somit als Wasserverlust zu betrachten ist.

Ist s die Entfernung zwischen dem Gerinneboden und dem Radkranz, so ist ls das gleichfalls verlorene Wasservolumen, welches unter letzterem pro Einheit der Radbreite in der Zeit $\frac{e}{v}$ ganz vorbeifliesst, sofern auch diesem vorbeifliessenden Wasser die Geschwindigkeit u zugeschrieben werden kann. Streng genommen mag es wohl etwas kleiner sein mit Rücksicht auf eine gewisse, übrigens ohne Zweifel nur geringfügige Contraction und weil durch die Reibung am Gerinneboden die Geschwindigkeit etwas $< u$ sein wird; doch kann, falls nicht etwa die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers wesentlich höher liegt, als die des zufliessenden, bei der Unsicherheit jeder Messung oder Schätzung von s im einzelnen Falle der Fehler dadurch genügend als aufgewogen betrachtet werden, dass die Weite des Spielraums zwischen dem Gerinneboden und dem äusseren Rande der gerade untersten Schaufel mit deren Neigung gegen die Verticale periodisch etwas $> s$ wird, und dass auch an den Seiten etwas Wasser zwischen dem Radkranze und den Seitenwänden des Gerinnes hindurch fliesst.

Ist endlich a_1 die Tiefe des im Gerinne dem Rade zufliessenden Wasserstroms, so fliesst im Ganzen pro Einheit der Radbreite in $\frac{e}{v}$ Secunden das Wasservolumen la_1 zu, und es ist folglich der ganze verhältnissmässige Wasserverlust

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{ls + \frac{1}{3} lw}{la_1} = \frac{1}{a_1}\left(s + \frac{1}{3} w\right) \quad \ldots\ldots\ldots (14),$$

wo Q_1 den Wasserverlust pro Sec. bedeutet.

Die Pfeilhöhe $w = UW$ des von der Sehne $A_1 C_1$ abgeschnittenen Umfangsbogens ist sehr nahe:

$$w = \frac{\overline{A_1 W}^2}{2R} = \frac{AC^2}{8R}$$

oder weil nach (12) und (13)

$$AC = e \frac{u}{u - v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

ist, auch

$$w = \frac{e^2}{8R}\left(\frac{u}{u - v}\right)^2$$

und nach (14) der verhältnissmässige Wasserverlust:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24R}\left(\frac{u}{u - v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Er ist bei gegebenen Werthen von a_1 und u um so kleiner, je kleiner e und je grösser R ist, je mehr Schaufeln also gleichzeitig in das Wasser eingetaucht sind, ferner je kleiner s und v sind.

Der dem zweiten Gliede des Ausdrucks (16) entsprechende Verlust kann dadurch fast ganz vermieden werden, dass das Wasser verhindert wird, unterhalb A_1 (Fig. 15) in das Rad einzufliessen und unterhalb C_1 auszufliessen, indem dem Gerinne der Verlauf $B_1 A_1 U C_1$ gegeben wird, so dass es von A_1 bis C_1 das Rad in der kleinen Entfernung s umschliesst. Bei C_1 kann ihm ein Abfall gegeben werden, der passend so zu bemessen ist, dass die Oberfläche des abfliessenden Wassers mit derjenigen des zufliessenden gleiche Höhenlage erhält, dass also, wenn a_2 die Tiefe des Abflussgerinnebodens an seinem Anfange unter der Oberfläche des zufliessenden Wassers an seiner Eintrittstelle in das Rad bedeutet,

$$a_2 = \frac{u}{v} a_1$$

wird, indem v die Geschwindigkeit ist, mit welcher das Wasser nach erfolgtem Stoss in das Abflussgerinne gelangt. Die Bahnen, welche die Wassertheilchen im Rade bis zu diesem Stoss durchlaufen, werden dann nur etwas gekrümmt, so dass der Verlust wegen des Spielraums s keine wesentliche Aenderung erfährt und also

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

gesetzt werden kann, falls s mit Vorsicht etwas reichlich im einzelnen Falle geschätzt wird.

Während sich in diesem Falle die obige Voraussetzung erfüllt findet, dass die Oberfläche des vom Rade wegfliessenden Wassers nicht wesentlich höher, als die des zufliessenden gelegen ist, verhält es sich bei den gewöhnlichen unterschlächtigen Stossrädern im eigentlichen Schnurgerinne anders. Sofern letzteres ganz gerade, ein Abfall nicht vorhanden ist, liegt die Oberfläche des abfliessenden Wassers, dessen Tiefe $a_2 = \frac{u}{v} a_1$ ist, um

$$a_2 - a_1 = \left(\frac{u}{v} - 1\right) a_1 = \frac{u - v}{v} a_1$$

höher, als die Oberfläche des zufliessenden, und ist deshalb die Geschwindigkeit des unter dem Rade vorbeifliessenden Wassers nur gleich

$$u_1 = \sqrt{u^2 - 2ga_1\frac{u-v}{v}} = u\sqrt{1 - \frac{2ga_1}{u^2}\cdot\frac{u-v}{v}}$$

zu setzen. Wie später erörtert werden wird, ist bei vortheilhaftestem Gange eines solchen unterschlächtigen Stossrades nahe

$$v = 0,4\sqrt{2gH},$$

während

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1,15}}, \quad \frac{2g}{u^2} = \frac{1,15}{H}$$

gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{\sqrt{1,15 \,.\, 0,16}} = \frac{1}{0,429} = 2,33$$

$$u_1 = u\sqrt{1 - 1,15\frac{a_1}{H}\,.\,1,33} = u\sqrt{1 - 1,53\frac{a_1}{H}}.$$

In Gl. (16) kann der hier besprochene Umstand dadurch berücksichtigt werden, dass für s ein im Verhältnisse $u_1 : u$ kleinerer Werth s_1 gesetzt wird, also

$$s_1 = s\sqrt{1 - 1,53\frac{a_1}{H}} \text{ nahe} = s\left(1 - 0,8\frac{a_1}{H}\right) \cdots\cdots (18).$$

§. 16. Untergeordnete Effectverluste.

Diejenigen der hierher zu rechnenden Widerstände, welche sich wenigstens noch näherungsweise rationell in Anschlag bringen lassen, sind bei Kropfrädern die Reibung des mit der Geschwindigkeit v am Kropfgerinne entlang sich bewegenden Wassergehalts der Schaufelräume, sowie bei allen Rädern der Widerstand der Luft (insbesondere bei Schaufelrädern mit seitlich offenem Radkranz) und die Reibung der Wasserradwelle in den Lagern.

1) Ist W_1 die Grösse der Wasserreibung pro Einheit der Wandfläche eines Kropfgerinnes, und wird dieselbe mit derjenigen einer geraden Canalstrecke von der Länge l verglichen, die unter dem kleinen Winkel α gegen den Horizont geneigt ist und in welcher sich Wasser mit dem Querschnitte F und dem benetzten Querprofil p mit der mittleren Geschwindigkeit v gleichförmig bewegt, so gilt die Gleichung

$$W_1 lp = \gamma Fl\alpha,$$

welche ausdrückt, dass die ganze Reibung $= W_1 lp$ an der Canalwand der Componente der Schwere längs dem Canal gleich sein muss, wenn

weder sie eine Verzögerung, noch die Schwere eine Beschleunigung der strömenden Wasserbewegung verursachen soll. Daraus folgt

$$W_1 = \gamma \frac{F}{p} \alpha = \gamma r \alpha$$

und mit $v = k\sqrt{r\alpha}$ (siehe Bd. I, §. 126, Gl. 3)

$$W_1 = \frac{\gamma}{k^2} v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

Was den Erfahrungs-Coefficienten k betrifft, so wäre nach Bestimmungen von Bazin für Canalwände aus gehobelten Brettern (Gl. 12 a. a. O.)

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{r}$$

zu setzen oder, da hier r durchschnittlich = der halben Kranzbreite von ungefähr 0,4 Mtr. angenommen werden kann,

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00015 + \frac{0{,}0000045}{0{,}2} = 0{,}00017$$

bezw. für Canäle in behauenen Quadersteinen oder ungehobeltem Holz:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}00019 + \frac{0{,}0000133}{0{,}2} = 0{,}00026.$$

Nach älteren Bestimmungen (a. a. O., S. 725), wobei verschiedene Beschaffenheiten der Canalwände nicht ausdrücklich unterschieden waren, wäre gar in runder Zahl:

$$\frac{1}{k^2} = 0{,}0004.$$

Den letzten und grössten Werth hier zu Grunde zu legen, erscheint deshalb gerechtfertigt und rathsam, weil hier eine von relativen Bewegungen längs den Schaufeln begleitete und überhaupt viel weniger regelmässige Bewegung des Wassers, als in einem geraden Canal oder Gerinne stattfindet. Mit $\gamma = 1000$ Kgr. pro Cubikmtr. ist dann nach (1):

$$W_1 = 0{,}4\, v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Wird mit l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne bezeichnet, nach oben hin ev. aus getrennten Bogenstücken bestehend (Fig. 14), so dass die Berührungsfläche selbst = lb und die Wasserreibung an ihr = $lb\, W_1$ ist, so ergiebt sich schliesslich der Effectverlust durch diese Wasserreibung im Kropf:

$$E_w = lb\, W_1 . v = 0{,}4\, lbv^3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Von erheblicher Bedeutung ist er nur bei ungewöhnlich grosser Peripheriegeschwindigkeit. Z. B. für das im vorigen Paragraph besprochene

mittelschlächtige Kropfrad mit $v = 2$ Mtr. pro Sec. und $b = 1{,}5$ Mtr. ist l nahe $= 3{,}5$ Mtr. und deshalb

$$E_w = 16{,}8 \text{ Meterkgr. pro Sec.}$$

noch nicht ganz 1 % des absoluten Effects $E_0 = \gamma Q H = 1800$ Meterkgr.

2) Der als tangentiale und dem Bewegungssinne entgegengerichtete Umfangskraft verstandene **Luftwiderstand** kann nach Versuchen von **Piobert, Morin und Didion für Schaufelräder mit seitlich offenem Radkranz** ungefähr

$$= 0{,}12\, z a b v^2$$

gesetzt werden.* Dabei ist vorausgesetzt, dass die Entfernung benachbarter Schaufeln wenigstens = der Kranzbreite a ist. Anderenfalls wird durch die Bewegung, welche die zwischen den Schaufeln befindliche Luft im Sinne von v dauernd annimmt, der Geschwindigkeitsüberschuss der Schaufeln und somit der widerstehende Druck gegen dieselben erheblich verkleinert. Noch mehr ist das der Fall bei Rädern mit seitlich geschlossenem Radkranz, wobei die in den Schaufelräumen befindliche Luft im Wesentlichen mit dem Rade umläuft, insoweit sie nicht durch die Ventilationsspalten im Radboden allmählich erneuert und nach aussen fortgetrieben wird. Setzt man statt des obigen Zahlenwerths 0,12 diesen Coefficienten im Allgemeinen $= m$ (wo im zuletzt erwähnten Falle m fast bis Null abnehmen könnte, wenn nicht gerade bei Rädern mit seitlich geschlossenem Kranz ein Luftwiderstand anderer Art, eine Art von Luftreibung in erhöhtem Masse in Betracht käme), so ist **der Effectverlust durch diesen Luftwiderstand**:

$$E_l = m z a b v^3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

---

* Wenn man den Druck auf eine Schaufel

$$= \vartheta \gamma a b \frac{v^2}{2g}$$

setzt, unter γ das specifische Gewicht der Luft verstanden (siehe Bd. I., §. 156), so entspricht obiger Ausdruck der Gleichung:

$$\vartheta \gamma \cdot \frac{1}{2g} = 0{,}12$$

oder mit $\gamma = 1{,}25$ (Kgr. pro Cubikmtr.) dem Werthe $\vartheta = 1{,}88$ in befriedigender Uebereinstimmung mit sonstigen analogen Erfahrungen.

Dieser Luftdruck auf die im Kreise umlaufende Schaufel ist um etwa 20 % grösser, als derjenige auf eine geradlinig und normal bewegte ebene Fläche unter sonst gleichen Umständen, vermuthlich deshalb, weil im letzten Falle die an der Vorderfläche eine Zeit lang fast relativ ruhende verdichtete Luft gewissermassen eine den Widerstand vermindernde Zuspitzung bildet, während die rotirende Fläche die vor ihr befindliche Luft wie ein Ventilator beständig nach aussen treibt und so überhaupt eine grössere lebendige Kraft ihr mittheilt. (Siehe Bd. I., §. 156.)

mit m etwa = 0,06 bis 0,12. Für das oben unter 1) erwähnte Beispiel wäre höchstens mit m = 0,12:

$$E_l = 0{,}12 \,.\, 44 \,.\, 0{,}4 \,.\, 1{,}5 \,.\, 8 = 25{,}4 \text{ Meterkgr.}$$

$= 1{,}4\%$ von $E_0 = 1800$.

Auch dieser Effectverlust wird nur bei grossen Peripheriegeschwindigkeiten von erheblicher Bedeutung. Für Räder mit seitlich geschlossenem Radkranz ist übrigens m so unsicher oder vielmehr schon die Form des Ausdrucks (4) so wenig den Verhältnissen entsprechend, dass es ebenso gerechtfertigt ist, für den Effectverlust durch den Luftwiderstand in diesem Falle einen kleinen aliquoten Theil von E_0 (höchstens etwa 1%) in Rechnung zu bringen, als Gl. (4) mit einem angenommenen Werthe von m zu Grunde zu legen.

3) Der Effectverlust durch die Zapfenreibung der Wasserradwelle ist, wenn G das Gewicht des Rades und r den Halbmesser der Welle in den Lagern (im Mittel, wenn er in beiden Lagern verschieden sein sollte) bedeutet,

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

wo der Reibungscoefficient je nach dem Zustande der Schmierung = 0,06 bis 0,1, im Durchschnitt etwa = 0,08 zu setzen ist.

Sofern man Veranlassung haben kann, diesen Effectverlust für ein erst zu entwerfendes Rad in Anschlag zu bringen, für welches zwar v und R schon angenommen sein mögen, G und r aber noch nicht bekannt sind, kann man

$$G = CbRH \text{ Kgr.}$$

setzen, unter C eine Constante verstanden, die am sichersten durch Vergleichung mit einer grösseren Zahl ausgeführter Räder verschiedener Art und Grösse zu bestimmen sein wird; während nämlich mit b und R, und zwar offenbar nahe proportional diesen Dimensionen, die Flächengrössen der plattenförmigen Bestandtheile des Rades wachsen, wächst mit H ihre Inanspruchnahme, also die ihnen zu gebende Dicke, sowie auch das Gewicht der Wasserfüllung des Radkranzes, während die Masse des Armsystems eher R^2, als R, proportional sein mag, R aber wieder in Verhältniss zu H steht. Zur Bestimmung der Constanten C diene hier in Ermangelung einer genügenden Zahl directer anderweitiger Anhaltspunkte die Formel

$$G = 1400 \frac{N}{\varepsilon n} \text{ Kgr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

welche G. Herrmann aus einigen Erfahrungen für oberschlächtige Räder abgeleitet hat. Setzt man darin

$$N = \eta \frac{1000 QH}{75} = 10\, QH \text{ mit } \eta = 0{,}75$$
$$= 10\, \varepsilon a b v H$$

und $n = 9{,}55\, \omega$ nahe $= 10 \frac{v}{R}$, so wird

$$G = 1400\, a b R H = 400\, b R H$$

mit $a = \frac{2}{7} = 0{,}29$ Mtr. als mittlerer Kranzbreite oberschlächtiger Räder. Für kleine Gefälle H (für unterschlächtige Räder) dürfte jedoch diese Formel meistens das Gewicht G zu klein ergeben, und mag zu grösserer Sicherheit schliesslich

$$G = 400\, b R (H + 1) \text{ Kgr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

gesetzt werden, womit bei grossen Gefällen (bei oberschlächtigen Rädern), denen der Zahlencoefficient und die ganze Formel zunächst angepasst wurde, keine sehr erhebliche Aenderung verbunden ist.

Der Halbmesser r kann für schmiedeeiserne Zapfen

$$= 0{,}55 \sqrt{\frac{G}{2}} = 0{,}39 \sqrt{G} \text{ Millimtr.}$$

nahe $= 0{,}0004 \sqrt{G}$ Mtr. gesetzt werden.

Beispielsweise ergiebt sich in dem unter 1) und 2) erwähnten Falle:

$$G = 400 \,.\, 1{,}5 \,.\, 2{,}5\,(3 + 1) = 6000 \text{ Kgr.}$$
$$r = 0{,}0004 \sqrt{6000} = 0{,}031 \text{ Mtr.}$$
$$E_z = 0{,}08 \,.\, 6000 \,.\, \frac{0{,}031}{2{,}5} \,.\, 2 = 11{,}9 \text{ Meterkgr.}$$

nahe $= 0{,}7\,\%$ von E_0.

4) Schliesslich können noch verschiedene Effectverluste vorkommen, welche sich einer rationellen Grössenbestimmung gänzlich entziehen. Dahin gehört z. B. die Verspritzung von Wasser beim Einfliessen, besonders in freihängende Zellenräder, sowie die Adhäsion desselben an den Schaufeln und sonstigen Wänden, vermöge welcher die Entleerung der Schaufelräume in ihrer tiefsten Lage insofern unvollständig ist, als etwas Wasser haften bleibt und wenn überhaupt, nur allmählich abtropft, während es mit in die Höhe genommen wird. Endlich werden durch die unvollkommene Stabilität des aus vielen Theilen zusammengesetzten Rades relative Bewegungen dieser Bestandtheile verursacht, welche mit Effectverlusten

verbunden sind, besonders wenn sie zu Stössen zwischen gewissen in ihrer Verbindung gelockerten Constructionsgliedern führen. In Betreff aller dieser Verluste, die namentlich bei den weniger sorgfältig gebauten und leichter schadhaft werdenden hölzernen Rädern gewöhnlicher Art von ziemlich erheblicher Grösse sein können, muss man sich damit begnügen, den Nutzeffect in Bausch und Bogen um einige Procente des absoluten Effects kleiner anzunehmen, als er mit Rücksicht auf die berechenbaren und berechneten Effectverluste sich ergeben hat, etwa um 1 bis 2 Procent bei eisernen, um 3 bis 4 Procent bei hölzernen Rädern.

§. 17. Zusammenstellung der Resultate.

Zur Erleichterung des Gebrauchs mögen die Ergebnisse der bisherigen allgemeinen Erörterungen in der Hauptsache übersichtlich zusammengestellt werden. Ist zu dem Ende

Q_1 der Wasserverlust pro Secunde,

H_1 der resultirende Gefällverlust,

E_1 der Effectverlust durch nebensächliche Widerstände, so ist der Nutzeffect

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1$$

und der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{E}{\gamma Q H} = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H}\right) - \frac{E_1}{E_0} \quad \ldots\ldots (1).$$

Hauptsächlich wird η durch den Gefällverlust bedingt, welcher im Allgemeinen

$$H_1 = \zeta \frac{u^2}{2g} + \frac{w_1^{\,2}}{2g} + \frac{v^2}{2g} + h_1 + h_2 + h_3 \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

ist, wo jedoch die letzten Summanden h_1, h_2, h_3 nicht alle bei demselben Rade zugleich vorkommen.

$\zeta \frac{u^2}{2g}$ ist der durch die Einführung des Wassers in das Rad verursachte Gefällverlust, und zwar kann der Coefficient ζ im Durchschnitt $= 0{,}1$ gesetzt werden, falls diese Einführung durch eine Spannschütze oder durch eine Ueberfallschütze vermittelt und regulirt wird, bezw. $= \frac{1}{3}$ im Falle einer Coulissenschütze.

Der zweite Summand ist der Gefällverlust durch den Stoss des einfliessenden Wassers. Er kann mit ausreichender Näherung:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k$$

gesetzt werden, nämlich = der Geschwindigkeitshöhe, welche der relativen Geschwindigkeit des im mittleren Eintrittspunkte J zufliessenden Wassers entspricht, vermehrt um die Höhe dieses Punktes über dem Niveau der halben Wasserfüllung eines Schaufelraums in solcher Lage, dass der Mittelpunkt seines Theilbogens mit J zusammenfällt. Wie dieser Verlust genauer gefunden werden kann, ist aus §. 13 zu ersehen.

Das Glied $\frac{v^2}{2g}$ bedarf keiner weiteren Erläuterung.

h_1 ist bei freihängenden Zellenrädern der Betrag des Freihängens und je nach den Umständen (je nach der Veränderlichkeit des Unterwasserspiegels vor Allem) etwa = 0,1 bis 0,3 Mtr. anzunehmen. Bei Kropfrädern bedeutet h_1 einen Gefällverlust, welcher von der Höhe des Wasserspiegels im untersten noch nicht entleerten Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel oder auch vom Eintauchen der Schaufeln in das Unterwasser herrührt und in der Regel $\frac{1}{4}$ der Kranzbreite a gesetzt werden kann.

h_2 entspricht der vorzeitigen Entleerung der Zellen bei freihängenden Zellenrädern und ist der Zeichnung wie folgt zu entnehmen. Man trägt ein Schaufelprofil an beliebiger Stelle ein und zieht durch seinen äusseren Endpunkt A eine Gerade AD, welche mit ihm die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ umgrenzt, zieht die Gerade AC senkrecht zu AD bis zum Schnittpunkte C mit dem aus dem Radmittelpunkte M mit dem Halbmesser $\frac{g}{\omega^2}$ beschriebenen Kreise, zieht CM bis zum Schnittpunkte U mit dem Radumfang und endlich AN senkrecht zu MU bis zum Durchschnittspunkte N mit dieser Geraden; dann ist $h_2 = NU$. Wie diese Bestimmung mit Rücksicht auf einige untergeordnete Umstände noch etwas corrigirt werden kann, und wie man zu verfahren hat, wenn der Punkt C in der Zeichnung nicht zugänglich ist, findet sich in §. 14 besprochen.

h_3 ist ein bei Kropfrädern durch die Spielräume verursachter Gefällverlust. In dem gewöhnlichen Falle eines Rades mit seitlich geschlossenem Kranz kann gesetzt werden:

$$h_3 = \mu \sqrt{2g}\,\frac{Rs}{eQ}\left[b\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi + \frac{4}{3}\int_0^{\vartheta} xD\,d\varphi\right]$$

mit
$$\int_0^{\vartheta} y\sqrt{z}\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2y_1\sqrt{z_1} + y_2\sqrt{z_2} + 2y_3\sqrt{z_3})$$

$$\int_0^{\vartheta} xD\,d\varphi = \frac{\vartheta}{6}(2x_1D_1 + x_2D_2 + 2x_3D_3)$$

$$D = \frac{z'\sqrt{z'} - z''\sqrt{z''}}{\sin\varphi}; \quad \mu\sqrt{2g} = 3{,}4.$$

φ ist in Bogenmass der Winkel zwischen dem nach einem (längs der Radbreite sich erstreckenden) Hauptspalt und dem nach dem untersten Umfangspunkte U gezogenen Halbmesser,

ϑ der Werth von φ, bei welchem der Durchfluss durch die Spalten beginnt,

s die Spaltweite,

x die Höhe des Wasserspiegels in einem Schaufelraume über dem Unterwasserspiegel,

y die Höhe desselben über dem Wasserspiegel im nächst unteren Schaufelraume,

z seine Höhe über dem Hauptspalt zwischen beiden Schaufelräumen, falls dieselbe $< y$ ist, sonst $z = y$,

z' seine Höhe über dem unteren, z'' diejenige über dem oberen Endpunkte jeder der betreffenden Seitenspalten.

Die Indices 1, 2, 3 entsprechen bezw. $\varphi = \frac{1}{4}\vartheta, \frac{1}{2}\vartheta, \frac{3}{4}\vartheta$.

Im Falle eines Rades mit seitlich offenem Kranz ändert sich der Ausdruck von h_3 theilweise, wie aus §. 15 zu ersehen ist. —

Q_1 bezieht sich nur auf unterschlächtige Räder. Das Verhältniss dieses Wasserverlustes zu Q ist höchstens

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24\,R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

kann aber durch passende kropfartige Anschmiegung des Gerinnebodens an das Rad längs einem Bogen

$$= e\frac{u}{u-v}$$

bis auf nahe $\frac{Q_1}{Q} = \frac{s}{a_1}$ reducirt werden; a_1 bedeutet die Tiefe des dem Rade unmittelbar zufliessenden Wasserstroms. —

Der Effectverlust E_1 ist im Allgemeinen:

$$E_1 = E_w + E_l + E_z + \alpha E_0 \quad \text{(4)}.$$

Dabei bedeutet E_w den Effectverlust durch die Wasserreibung im Kropf bei Kropfrädern, welcher

$$E_w = 0{,}4\, l b v^3$$

gesetzt werden kann, unter l die gesammte Bogenlänge der Berührungsfläche des Wassers mit dem Kropfgerinne verstanden.

E_l, der Effectverlust durch den Luftwiderstand, ist ungefähr

$$E_l = m z a b v^3$$

mit $m = 0{,}06$ bis $0{,}12$, am grössten bei seitlich offenem Radkranz und radial gerichteten Schaufeln.

Zu vorläufig angenäherter Schätzung des Effectverlustes durch die Zapfenreibung:

$$E_z = \mu G \frac{r}{R} v$$

mit $\mu = 0{,}06$ bis $0{,}1$ kann das Gewicht des Rades

$$G = 400\, b R (H + 1) \text{Kgr.}$$

und der Zapfenhalbmesser

$$r = 0{,}0004 \sqrt{G} \text{ Mtr.}$$

gesetzt werden.

Der Coefficient α der schliesslichen Zugabe αE_0 ist bei eisernen Rädern $= 0{,}01$ bis $0{,}02$, bei hölzernen $= 0{,}03$ bis $0{,}04$ anzunehmen.

§. 18. **Wahl der Radelemente.**

Nach dem Vorhergehenden lassen sich der Nutzeffect E und der Wirkungsgrad η eines Wasserrades berechnen, dessen Elemente in Betreff seiner Form und Grösse, seiner Lage gegen den Ober- und den Unterwasserspiegel, sowie in Betreff seines Ganges und seiner Beaufschlagung gegeben sind. Auch könnte man sich nun die Aufgabe stellen, diese Radelemente so zu bestimmen, dass unter sonst gegebenen Umständen, insbesondere z. B. für gegebene Werthe von Q und H oder von E bezw. N und H der Wirkungsgrad η ein Maximum wird. Abgesehen davon indessen, dass bei der grossen Zahl zu bestimmender Elemente und bei der Zusammengesetztheit ihrer Beziehungen zu η die strenge Durchführung dieser Aufgabe auf kaum überwindliche Schwierigkeiten führt, würde für die praktische Ausführung nicht viel dadurch gewonnen werden, weil auf

diese namentlich der Kostenpunkt von wesentlich mitbestimmendem Einflusse ist, abgesehen von anderweitigen praktischen Erwägungen, die ebenso wenig bei jener Rechnung die ihnen gebührende Berücksichtigung fänden.

So wird man dahin geführt, für die Mehrzahl der fraglichen Radelemente solche Werthe oder Verhältnisse anzunehmen, welche sich bewährt haben. An solche erfahrungsmässige Mittelwerthe darf man sich nur nicht zu streng binden; auf Grund der im Vorhergehenden bestimmten Effectverluste und ihrer Abhängigkeitsgesetze wird man vielmehr beurtheilen können, in welchem Sinne und ungefähren Betrage sie in einem gegebenen Falle zu modificiren sind, jenachdem es gerade mehr darauf ankommt, die Kosten möglichst klein oder η möglichst gross zu erhalten. Auch durch die Localverhältnisse und durch die besondere Art der gewählten Construction können Abweichungen bedingt werden, welche der jeweiligen Beurtheilung anheimgestellt bleiben müssen.

Vor Allem können die fraglichen Radelemente von der Art des Rades, also davon abhängig sein, ob dasselbe als ober- oder rückenschlächtiges freihängendes Zellenrad, als rücken-, mittel- oder tiefschlächtiges Kropfrad, als unterschlächtiges Stossrad oder als Poncelet-Rad gebaut werden soll. Die passende Wahl in dieser Hinsicht hängt von Q und H ab, worüber einige Angaben bei der Besprechung der einzelnen Arten von Rädern gemacht werden. Ist ausser H nicht unmittelbar Q, sondern N bezw. $E = 75\,N$ gegeben, so kann Q aus der Gleichung

$$E = \eta\,.\,1000\,QH$$

mit einem angenommenen Werthe von η vorläufig gefunden werden; wie solche Werthe für die verschiedenen Arten von Rädern passend anzunehmen sind, wird gleichfalls später besprochen.

1) Der Halbmesser R ist nach getroffener Wahl in Betreff der Art des Rades im Grossen und Ganzen durch H bestimmt.

Bei dem oberschlächtigen Rade pflegt mit Rücksicht auf die passende Anordnung des Einlaufs das Wasser nicht genau an der höchsten Stelle eingeführt, sondern der mittlere Eintrittspunkt J um ungefähr 10^0 vom höchsten Punkte O der Radperipherie im Sinne ihrer Bewegung entfernt angenommen zu werden. Wird dieser Winkel allgemein mit δ bezeichnet, während h das auf die Erzeugung der Einlaufgeschwindigkeit u verwendete Gefälle bedeutet, h_1 den Betrag des Freihängens, so ergiebt sich R aus der Gleichung:

$$R(1 + \cos\delta) = H - h - h_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

nachdem die übrigen darin ausser dem gegebenen Gefälle H vorkommenden Grössen angenommen oder bestimmt worden sind.

Für ein rückenschlächtiges Rad kann R etwas $< \frac{2}{3} H$, für ein mittelschlächtiges etwas $< H$, für ein tiefschlächtiges $= 2$ bis 4 Mtr. angenommen werden. Bedeutet in allen diesen Fällen ϑ den Winkel zwischen dem vertical abwärts gerichteten und dem nach dem mittleren Eintrittspunkte J gezogenen Halbmesser, t die Tiefe des Eintauchens in das Unterwasser, so ist

$$R(1 - \cos\vartheta) = H - h + t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

wodurch hier ϑ bestimmt ist, wenn nebst R auch die übrigen Grössen festgesetzt sind.

Bei den unterschlächtigen Rädern steht R noch weniger, als bei tiefschlächtigen, in einer nothwendigen Beziehung zu H; gewöhnlich macht man hier $R = 2 - 3$ Mtr.

2) In Betreff des Verhältnisses der Geschwindigkeiten u und v, durch welches nach der Annahme von v (siehe unter 3) auch u bestimmt ist und somit die u. A. in den Gleichungen (1) und (2) vorkommende Grösse

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g},$$

kann man von folgender Erwägung ausgehen.

Abgesehen von unterschlächtigen Rädern, welche in dieser wie in anderen Hinsichten einer besonderen Untersuchung bedürfen und später unterzogen werden sollen, kann das Gefälle H im Ganzen als aus zwei Theilen bestehend betrachtet werden:

$$H = H' + H'',$$

von denen der erste zum Einfluss des Wassers in das Rad und zur Stosswirkung in ihm, der zweite zu unmittelbarer Druckwirkung des von dieser Höhe H'' niedersinkenden Wassers verwendet wird. Nur das Ausnutzungsverhältniss des ersteren Gefälletheils H' ist von dem in Rede stehenden Verhältnisse der Geschwindigkeiten u und v abhängig, und zwar kann man sich fragen, bei welchem Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses

$$\frac{h'}{H'} = max$$

ist, wenn h' den der Stosswirkung thatsächlich zugutkommenden Theil von H' bedeutet. Dieser Theil ist aber derjenige, welcher von H' übrig

bleibt nach Abzug des Stossverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ und der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$, die der absoluten Ausflussgeschwindigkeit v des Wassers aus dem Rade entspricht, so dass die Forderung auf die Form gebracht werden kann:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{H' - \frac{w_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}}{H'} = max \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Die verschiedenen Wassertheilchen der Füllung eines Schaufelraums kommen nach und nach zum Stoss, und es entsprechen ihnen also streng genommen verschieden grosse Bestandtheile H' und H'' von H, nach und nach grössere Werthe von H', kleinere von H''; im Durchschnitt kann jedoch H' = der Höhe des Oberwasserspiegels über dem Wasserniveau eines Schaufelraums in dem Augenblicke gesetzt werden, in welchem die Hälfte seiner Füllung in ihm zum Stoss und näherungsweise zu relativer Ruhe gelangt ist, also = der Höhe des Oberwasserspiegels über der Horizontalen CKD in der Fig. 7, welche beispielsweise den Verhältnissen eines oberschlächtigen Rades (mit übertrieben gross gezeichneter Kranzbreite) angepasst ist. Diese Höhe ist = der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u_1^2}{2g}$, womit das mittlere Wassertheilchen im Punkte K zum Stosse kommt, vermehrt um die Widerstandshöhe $\zeta\frac{u^2}{2g}$, die durch die Widerstände der Schütze und überhaupt des Einlaufs verloren gegangen ist, und es wäre also in Gl. (3)

$$H' = \frac{u_1^2}{2g} + \zeta\frac{u^2}{2g}$$

zu setzen. Setzt man aber statt dessen

$$H' = \frac{u_1^2}{2g},$$

so setzt man damit den Zähler und den Nenner in der Regel nur unerheblich zu klein, jenen freilich verhältnissmässig mehr zu klein, als diesen, so dass die sich theilweise compensirenden Fehler noch weiter ausgeglichen werden können, indem der Zähler des Bruches (3) dadurch etwas vergrössert wird, dass die Geschwindigkeit v_1 des Radpunktes K an die Stelle der Umfangsgeschwindigkeit v gesetzt wird. So ergiebt sich näherungsweise die Forderung:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{u_1^2 - w_1^2 - v_1^2}{u_1^2} = max \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

oder, da in dem Dreieck, dessen Seiten u_1, v_1, w_1 sind, deren erstere den Winkel α_1 ($= \varphi_1 - \psi_1$ in Fig. 7) einschliessen mögen,

$$w_1^2 = u_1^2 + v_1^2 - 2 u_1 v_1 \cos \alpha_1$$

und somit $u_1^2 - w_1^2 - v_1^2 = 2 v_1 (u_1 \cos \alpha_1 - v_1)$ ist,

$$\frac{h'}{H'} = 2 \frac{v_1}{u_1} \left(\cos \alpha_1 - \frac{v_1}{u_1} \right) = max \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Ihr entspricht

$$\frac{v_1}{u_1} = \frac{1}{2} \cos \alpha_1; \quad max \frac{h'}{H'} = \frac{1}{2} \cos^2 \alpha_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Da $\cos \alpha_1$ nur wenig < 1 zu sein pflegt und v_1 etwas $< v$ ist, kann näherungsweise

$$v = \frac{1}{2} u_1$$

gesetzt werden, also wegen $u_1 > u$:

$$v > \frac{1}{2} u; \quad u < 2 v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

und zwar wird es angemessen sein, um so mehr $u < 2v$ zu machen, je kleiner α_1 (je grösser $\cos \alpha_1$) und je mehr $u_1 > u$ ist. Im Durchschnitt ist

$$u = 1{,}75\, v$$

ein passendes und übliches Verhältniss.

Bei freihängenden Zellenrädern mit im Sinne des Umfangs gestreckten Schaufeln kann u_1 erheblich $> u$ sein, weil das Wasser vom mittleren Eintrittspunkte J bis zum Stosspunkte K einen verhältnissmässig grossen Weg zu durchlaufen hat, und es sollte insofern hier u erheblich $< 2v$ sein. Wenn trotzdem gerade bei solchen Rädern oft $u = 2v$ angenommen wird, so hat es, wenigstens bei oberschlächtigen Rädern mit unventilirten Zellen, den Vortheil, dass nach Gl. (8), §. 13 die Länge des Einlaufbogens

$$i = \frac{\varepsilon a v}{w \sin \beta}, \text{ nahe } = \frac{\varepsilon a}{\left(\frac{u}{v} - 1 \right) \sin \beta}$$

wegen w nahe $= u - v$, um so kleiner wird, also um so eher, wie es verlangt werden muss, erheblich $< e$ gehalten werden kann, je grösser $\frac{u}{v}$ ist. Uebrigens hat die Veränderung dieses Geschwindigkeitsverhältnisses von beispielsweise 1,75 bis 2 nur sehr geringen Einfluss auf den verhältnissmässigen Effectverlust, wie daraus zu folgern ist, dass die Function

$$f(x) = x (2 - x),$$

welche für $x = 1$ am grössten, und zwar $f(1) = 1$ ist, für $x = \frac{2}{1,75} = \frac{8}{7}$ den Werth annimmt:

$$f\left(\frac{8}{7}\right) = \frac{8}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{48}{49},$$

der um nur 2 % kleiner, als das Maximum ist. Eine solche Differenz kann bei freihängenden Zellenrädern (ober- und rückenschlächtigen Rädern), bei welchen H' einen nur mässigen Theil von H ausmacht, sowie überhaupt mit Rücksicht auf den Genauigkeitsgrad der ganzen hier in Rede stehenden Schätzung kaum in Betracht kommen.

3) Die Umfangsgeschwindigkeit v ist bei unterschlächtigen Rädern in weiterhin näher zu besprechender Weise von u und somit, da bei ihnen das ganze Gefälle $H = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g}$ zur Erzeugung der Eintrittsgeschwindigkeit verwendet wird, von H abhängig.

Bei den übrigen Rädern ist η in geringerem Grade durch v bedingt, und genügt es, schätzungsweise die sich entgegenstehenden Rücksichten bei der Wahl von v gegen einander abzuwägen. Für ein kleineres v spricht der Umstand, dass aus mehreren Gründen der Wirkungsgrad mit abnehmendem v wächst; insbesondere sind stets die Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ (bei entsprechender Wahl von u) und $\frac{v^2}{2g}$ sowie auch die Effectverluste E_w und E_l um so kleiner, je kleiner v. Je kleiner aber v, desto grösser müssen wegen $Q = \varepsilon abv$ unter sonst gegebenen Umständen a und b gemacht werden, womit die Kosten des Rades wachsen. (Dass gleichfalls das Gewicht G und der Zapfenhalbmesser r zunehmen, kann in Beziehung auf den Werth von E_z durch das kleinere v als nahe aufgewogen betrachtet werden.) Wenn ferner, wie gewöhnlich, die zu treibende Arbeitsmaschine schneller umlaufen muss, als das Rad, so wächst die nöthige Uebersetzung mit abnehmendem v, und ist sie dann im Allgemeinen kostspieliger und mit grösseren Arbeitsverlusten durch Reibung verbunden.

Bei freihängenden Zellenrädern ist von wesentlichem Einflusse auf η der Gefällverlust h_2 wegen des vorzeitigen Ausgusses der Zellen, welcher insofern auch von v abhängen kann, als dadurch eine denselben befördernde cylindrische Krümmung des Wasserspiegels in den Zellen bedingt wird. Diese Krümmung ist um so beträchtlicher, je grösser die Winkelgeschwindigkeit ω, also je grösser v bei gegebenem Werthe von R ist. Bei Kropfrädern ist dagegen statt h_2 der Gefällverlust h_3 von erheblichem

Einflusse auf η; er ist unter sonst gleichen Umständen um so grösser, je kleiner v.

Aus diesem Umstande, dass die Verkleinerung von h_2 ein möglichst kleines, die Verkleinerung von h_3 ein möglichst grosses v verlangt, könnte gefolgert werden, dass diese Umfangsgeschwindigkeit bei freihängenden Zellenrädern in der Regel kleiner, als bei Kropfrädern gemacht werden soll, wenn nicht zu bedenken wäre, dass die mit wachsendem v unter allen Umständen zunehmenden Gefällverluste $\frac{w_1^2}{2g}$ und $\frac{v^2}{2g}$, deren Summe mit den Bezeichnungen unter 2) $= H' - h'$ und nach Gl. (6) bei vortheilhaftester Wahl des Geschwindigkeitsverhältnisses $\frac{u}{v}$ wenigstens $= \frac{1}{2} H'$ ist, auf η von um so schädlicherem Einflusse sind, je grösser H' im Verhältnisse zu H ist, somit in der Regel von schädlicherem Einflusse bei mittel- und tiefschlächtigen Kropfrädern, als bei ober- und rückenschlächtigen Zellenrädern.

Unter diesen Umständen lässt man sich vorzugsweise von der Rücksicht auf eine angemessene Winkelgeschwindigkeit ω, bezw. auf eine angemessene Umdrehungszahl $n = 9{,}55\,\omega$ bei der Annahme von v leiten, indem man meistens zwischen den Grenzen 1 Mtr. und 3 Mtr. v um so grösser annimmt, je grösser R und je grösser die Geschwindigkeit der zu treibenden Arbeitsmaschine ist, abgesehen von anderweitigen Umständen, die in besonderen Fällen ausserdem in Betracht kommen können.

Bei kleinen Gefällen ist der Vergrösserung von v durch folgende Erwägung eine Grenze gesetzt. Da bei allen nicht unterschlächtigen Rädern

$$h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g} < H$$

ist, muss

$$u < \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}, \quad \text{also } v < \frac{v}{u}\sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}}$$

sein, z. B.

$$v < 2{,}4\sqrt{H} \text{ für } \zeta = 0{,}1 \text{ und } u = 1{,}75\,v$$

$$v < 1{,}9\sqrt{H} \text{ für } \zeta = \frac{1}{3} \text{ und } u = 2\,v.$$

4) Der Füllungscoefficient $\varepsilon = \frac{Q}{abv}$ ist, um die Dimensionen a und b, somit die Kosten des Rades möglichst klein zu erhalten, so gross zu nehmen, wie die Rücksicht auf η gestattet. Bei freihängenden Zellenrädern wächst aber h_2 erheblich mit ε, wozu bei oberschlächtigen Rädern mit ihren unventilirten Zellen noch das Bedürfniss eines kleinen, dem

Füllungscoefficient proportionalen, Einlaufbogens i hinzukommt. Bei Kropfrädern ist zwar mit Rücksicht auf h_3 ein grosses ε vortheilhaft, doch setzt die Gefahr des Wasserverlustes durch die Luftspalten im Radboden eine Grenze, um so eher, je höher im Rade das Wasser einfliesst. Unter diesen Umständen sind passende und übliche Mittelwerthe:

bei oberschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{4}$,

bei rückenschlächtigen $\varepsilon = \frac{1}{3}$, falls sie freihängend sind, $\varepsilon = \frac{2}{5}$, falls der wasserhaltende Theil des Kranzes mit einem Kropf (wenn auch ohne Seitenwände) umgeben ist,

bei mittel- und tiefschlächtigen Rädern $\varepsilon = \frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{5}$. Letztere können im Allgemeinen auch für unterschlächtige Räder gelten.

5) Was die Dimensionen a und b betrifft, so ist, nachdem v und ε dem Obigen zufolge angenommen worden sind, zunächst ihr Product ab durch die Gleichung $Q = \varepsilon abv$ bestimmt. Daraus folgt b, wenn auch für a ein erfahrungsmässig passender Werth angenommen wird, gewöhnlich $a = 0{,}25$ bis $0{,}35$ Mtr. bei Zellenrädern, bezw. $= 0{,}35$ bis $0{,}45$ Mtr. bei Schaufelrädern. Auch kann im Anschlusse an empirische Formeln, welche Redtenbacher aus bewährten Ausführungen abgeleitet hat,

$$\frac{b}{a} = 2{,}25\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 2\sqrt[3]{N_0} \text{ bezw. } 1{,}75\sqrt[3]{N_0}$$

$$\text{bei } \varepsilon = \frac{1}{4} \quad " \quad \frac{1}{3} \quad " \quad \frac{1}{2}$$

gesetzt, und können dann a und b aus den Werthen von ab und von $\frac{b}{a}$ berechnet werden, wenigstens sofern a zwischen obigen Grenzen liegend gefunden wird, welche nur ausnahmsweise überschritten zu werden pflegen.

Auf das Poncelet-Rad finden diese Regeln keine Anwendung, indem bei ihm die Kranzbreite in später zu besprechender Weise wesentlich vom Gefälle abhängig gemacht werden muss.

6) Die Theilung e des Rades betreffend, durch welche in Verbindung mit dem Halbmesser R auch die Schaufelzahl z bestimmt ist, hat die Untersuchung der Effectverluste eine enge Schaufelung als vortheilhaft ergeben. Insbesondere ist das der Fall bezüglich auf h_2, h_3 und Q_1, während in keiner Hinsicht (mit Ausnahme allenfalls des unerheblichen Luftwiderstandes) ein kleines e, bezw. grosses z von nachtheiligem Einflusse auf den Wirkungsgrad ist. Auch giebt es für jede Schaufel

natürlich eine gewisse vortheilhafteste Lage gegen den einfliessenden Wasserstrahl, und muss es schon deswegen vortheilhaft sein, dass, wenn eine Schaufel jene Lage überschritten hat, möglichst bald die nachfolgende an ihre Stelle tritt. Indessen wird durch constructive und ökonomische Rücksichten, sowie auch durch die Rücksicht auf ε der Vergrösserung von z eine Grenze gesetzt, bei oberschlächtigen Rädern auch durch die Forderung, dass der Einlaufbogen i wesentlich $< e$ sein soll.

Im Allgemeinen wird $e =$ der Kranzbreite oder wenigstens das Verhältniss $\frac{e}{a}$ nur wenig von 1 verschieden gemacht, nämlich um so grösser, je kleiner a, etwa entsprechend der Formel:

$$e = 0{,}75\, a + 0{,}1.$$

b. Die einzelnen Arten von Wasserrädern.

Die im vorigen Paragraph besprochenen Regeln für die Wahl einiger der wesentlichsten Radelemente setzten H und Q, sowie die Art des Rades als gegeben voraus. Statt Q ist aber oft ein verlangter Nutzeffect E, bezw. $N = \frac{E}{75}$ gegeben, vermittels dessen und des Gefälles H zur Anwendung jener Regeln und vielleicht auch behufs passender Wahl in Betreff der Art des Rades die nöthige Aufschlagwassermenge Q erst ermittelt werden muss gemäss der Gleichung:

$$N = \frac{1}{75} \cdot \eta \cdot 1000\, Q H,$$

woraus

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta} \frac{N}{H}$$

folgt, jedoch erst gefunden werden kann, wenn ausserdem η genügend bekannt ist. Zur Vermittlung dieser vorläufig genügenden Kenntniss ist es hier hauptsächlich die Aufgabe, den Wirkungsgrad η für die verschiedenen Arten von Rädern näherungsweise als Function einiger Radelemente auszudrücken, von denen er ausser von der Art des Rades hauptsächlich abhängt, nämlich besonders als Function von H und von v.

Erst wenn Q bekannt ist, kann der Entwurf im Einzelnen durchgeführt und darauf endlich der Wirkungsgrad genauer berechnet werden auf Grund der in den Paragraphen 13—16 ermittelten Wirkungsgesetze der verschiedenen Effectverluste. Eine erhebliche Abweichung dieser

genauer bestimmten von dem vorläufig der betreffenden Näherungsformel gemäss angenommenen Werthe von η würde zu einer Modification des Entwurfes Veranlassung geben, besonders wenn sich zeigen sollte, dass η zu gross angenommen worden war. Bei der Ableitung fraglicher Näherungsformeln von η werden deshalb besonders zu günstige Annahmen möglichst zu vermeiden sein.

Diese Ableitungen bieten zugleich Gelegenheit, die im vorigen Paragraph unvollständig gebliebene Besprechung der Radelemente für die einzelnen Arten von Rädern zu ergänzen, insbesondere z. B. was die Form und Stellung der Schaufeln, sowie die Einrichtung des Wassereinlaufs betrifft, immer aber nur dem Zweck dieses Buches entsprechend insoweit, als theoretische Erwägungen dabei in Betracht kommen. Nachdem übrigens schon bisher bei verschiedenen Anlässen die unterschlächtigen Räder ausgenommen und einer gesonderten Untersuchung vorbehalten werden mussten, wird hier ausdrücklich unterschieden zwischen

1. Wasserrädern mit theilweise unmittelbarer Druckwirkung der Schwere des niedersinkenden Wassers und

2. unterschlächtigen, nämlich Wasserrädern mit bloss mittelbarer Wirkung des vorher ganz in lebendige Kraft umgesetzten Arbeitsvermögens des Wassers.

1. Wasserräder mit theilweise unmittelbarer Druckwirkung der Schwere des niedersinkenden Wassers.

§. 19. Das oberschlächtige Rad.

Oberschlächtige Räder werden gewöhnlich bei Gefällen H zwischen 4 und 12 Mtr., sowie bei Aufschlagwassermengen Q zwischen 0,1 und 1 Cubikmtr. pro Sec. angewendet, so jedoch, dass das Product QH höchstens etwa $= 6$, entsprechend $N_0 = 80$ Pferdestärken ist.

Der Winkel α zwischen den Richtungen von u und v ist bei diesen Rädern immer so klein, dass ohne erheblichen Fehler $w = u - v$ gesetzt werden kann, oder

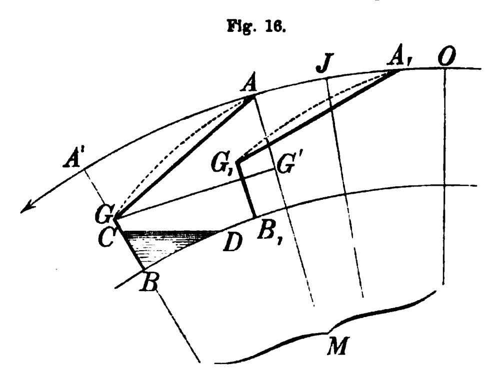
$$w = v, \text{ da } u = 2v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

ein hier durchschnittlich passendes und übliches Verhältniss zwischen u und v ist, wie schon im §. 18 bemerkt wurde. Nach den Gleichungen (7) und (8), §. 13, ist dann

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \sin \beta \text{ und } i = \frac{\varepsilon a}{\sin \beta} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Die Grundform der üblichen Schaufeln ist die, wie Fig. 16 andeutet, aus der ebenen Stossschaufel AG und aus der radial bis zur Mitte der Kranzbreite sich erstreckenden gleichfalls ebenen Riegelschaufel BG bestehende einfach gebrochene Schaufel AGB. Bezeichnet e_1 die Bogenlänge ihrer Centralprojection auf den Umfang des Rades (den Bogen AA' in Fig. 16 zum Unterschiede vom Theilungsbogen $AA_1 = e$), und ist G' der Fusspunkt des Perpendikels vom Punkte G auf den Halbmesser AM, so kann für den Winkel $\beta = AGG'$,

Fig. 16.



unter welchem die Stossschaufel den Radumfang schneidet, mit Rücksicht darauf, dass AG' wenig $> \frac{a}{2}$, AG wenig $> e_1$ ist, sehr nahe gesetzt werden:

$$sin\,\beta = \frac{a}{2e_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

(Beispielsweise wäre danach für den im §. 13 besprochenen Fall, in welchem $a = 0{,}32$ und $e_1 = e = 0{,}377$ war, $\beta = 25^0\,7'$, während daselbst genauer fast derselbe Werth $\beta = 25^0\,8'$ gefunden wurde.) Wenigstens ist $e_1 = e$, also höchstens

$$sin\,\beta = \frac{a}{2e} = \frac{5}{12}, \text{ da } \frac{e}{a} = 1{,}2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

im Durchschnitt hier zu sein pflegt. Nach (2) ist damit

$$sin\,\alpha = \frac{5}{24}, \text{ entsprechend } \alpha = 12^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

und zwar ist auch α ebenso wie β eher kleiner, als grösser. Dieser Winkel α entspricht der Bedingung, dass im Mittelpunkte des Einlaufbogens i die relative Geschwindigkeit w längs der gerade vorbeigehenden Stossschaufel gerichtet sei; damit sie in keinem Punkte des Einlaufbogens die Stossschaufel etwas von vorn treffen könne, ist thatsächlich ein Winkel α passend, der um 1 bis 2^0 noch kleiner ist. Die obige Voraussetzung bezüglich der Kleinheit von α und ihrer Consequenzen wird hierdurch genügend bewahrheitet.

Genauer können der Winkel α und die relative Geschwindigkeit w gefunden werden, nachdem die Geschwindigkeiten u und v angenommen

sind und während β durch die gewählte Schaufelform gegeben ist, indem mit den Seiten u und v das Dreieck construirt wird, in welchem der Seite u der Winkel $180^0 - \beta$, bezw. mit β' etwas $< \beta$ der Winkel $180^0 - \beta'$ gegenüberliegt. Die dritte Seite ist dann $= w$, der ihr gegenüberliegende Winkel $= \alpha$. Behufs der Rechnung hat man

$$u : v : w = \sin\beta' : \sin(\beta' - \alpha) : \sin\alpha.$$

Obiger Ausdruck (2) von i ergiebt mit Gl. (3) das Verhältniss

$$\frac{i}{e} = \frac{1}{e} \cdot \varepsilon a \cdot \frac{2 e_1}{a} = 2 \varepsilon \frac{e_1}{e} = \frac{1}{2} \frac{e_1}{e} \dots \dots \dots \quad (6)$$

mit durchschnittlich $\varepsilon = \frac{1}{4}$. Dass dieses Verhältniss innerhalb der üblichen Grenzen $e_1 = e$ und $e_1 = \frac{5}{4} e$ wesentlich < 1 ist, sichert allein noch nicht beim Einfliessen des Wassers den ungehinderten Austritt der Luft aus den Zellen, weil diese gegen ihre Mitte hin erheblich enger werden können, wie es namentlich bei der in Figur 16 ausgezogenen üblichen Grundform AGB, $A_1 G_1 B_1$ der Schaufeln der Fall ist. Mit Rücksicht darauf ist vielmehr zu verlangen, dass die kleinste Weite $= w =$ dem Abstande des Eckpunktes G_1 von der benachbarten Stossschaufel AG, die sogenannte Schluckweite, wesentlich grösser sei, als die Dicke des einfliessenden Wasserstrahls. Bezeichnet aber D den Durchschnittspunkt der nach aussen verlängerten Geraden $B_1 G_1$, Fig. 16, mit AG, so erkennt man leicht, dass sehr nahe

$$w = G_1 D \cos\beta = \left[\frac{a}{2} - (e_1 - e)\, tg\,\beta\right] \cos\beta = \frac{a}{2} \cos\beta - (e_1 - e) \sin\beta \quad (7)$$

ist. Insbesondere für $e_1 = e = 1{,}2\,a$, also $\sin\beta = \frac{5}{12}$ nach Gl. (4), findet man

$$w = 0{,}454\,a,$$

für $e_1 = 1{,}25\,e = 1{,}5\,a$, also $\sin\beta = \frac{1}{3}$ nach Gl. (3):

$$w = 0{,}371\,a.$$

Der Austritt der Luft erscheint hiernach zwar in allen Fällen gesichert, weil die Dicke des einfliessenden Strahls am Umfange des Rades nach Gl. (2) nur $i \sin\beta = \varepsilon a = 0{,}25\,a$ ist mit $\varepsilon = \frac{1}{4}$ und dieselbe mit zunehmender Geschwindigkeit durch die Wirkung der Schwere noch etwas kleiner geworden ist, wo er die Verengung bei G_1 erreicht hat. Um aber diesen Luftaustritt besonders im Falle $e_1 > e$ noch mehr zu sichern,

werden die Stossschaufeln wohl etwas gekrümmt, wie durch Strichelung in Fig. 16 angedeutet ist. Mit der entsprechenden Verkleinerung von β ist dann zwar eine Vergrösserung von i verbunden, aber $i \sin\beta = \varepsilon a$ bleibt unverändert, während die Schluckweite w offenbar grösser geworden ist. Jene Verkleinerung von β ist ausserdem von Vortheil mit Rücksicht auf den Gefällverlust h_2.

Um das Wasser an der bestimmten Stelle in der bestimmten Richtung in das Rad einfliessen zu lassen, kann es entweder durch eine Schussrinne bis dicht an das Rad heran geleitet werden, oder man kann es in einem parabolischen Strahl frei fallend einfliessen lassen. Im ersten Falle muss der Boden der Schussrinne neben J im Abstande $0{,}5\,i$ von diesem Punkte gegen den Punkt O (den höchsten Punkt des Radumfangs) hin endigen und gegen die Tangente des Radumfangs im Punkte J unter dem Winkel α, gegen den Horizont folglich unter dem Winkel $\alpha + \delta$ geneigt sein, wenn δ den im §. 18 unter 1) ebenso bezeichneten Winkel OMJ bedeutet. Im zweiten Falle ist der Schutzöffnung, deren Mittelpunkt mit S bezeichnet sei, eine solche Lage zu geben, dass die Mittellinie des Strahls durch den Punkt J unter dem Winkel $\alpha + \delta = \varphi$ gegen den Horizont geneigt hindurch geht. Wenn also mit x und mit y bezw. der verticale und der horizontale Abstand der Punkte S und J bezeichnet werden, so muss, wenn z. B. der Strahl in horizontaler Richtung aus der Mündung fliessen soll, S im Scheitelpunkte fraglicher Parabel liegen und

$$x = x_0 = \frac{u^2}{2g} \sin^2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

= der Geschwindigkeitshöhe sein, welche der Verticalgeschwindigkeit $u \sin\varphi$ entspricht,

$$y = y_0 = 2x_0 \cot g\,\varphi = \frac{u^2}{2g} \sin 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Sollte aber der Strahl unter dem Winkel $\psi\,(< \varphi)$ gegen den Horizont abwärts geneigt aus der Mündung kommen (die Mündungsebene bei gleicher Contraction von oben und unten den Winkel ψ mit der Verticalen bilden), so wäre erforderlich:

$$x = \frac{u^2}{2g}\sin^2\varphi - \left(\frac{u^2}{2g} - x\right)\sin^2\psi = \frac{u^2}{2g}\,\frac{\sin^2\varphi - \sin^2\psi}{\cos^2\psi}$$

$$= \frac{u^2}{g}\,\frac{\sin(\varphi+\psi)\sin(\varphi-\psi)}{1+\cos 2\psi} \quad (10)$$

$$y = \frac{u^2}{2g}\sin 2\varphi - \left(\frac{u^2}{2g} - x\right)\sin 2\psi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Um nun den Wirkungsgrad eines oberschlächtigen Wasserrades näherungsweise als Function von H und v auszudrücken, mögen im Uebrigen durchschnittliche Verhältnisse angenommen werden, und zwar einfach gebrochene ebene Schaufeln mit

$$e_1 = e = 1{,}2\,a, \text{ dabei } a = 0{,}3 \text{ Mtr.},$$

$$\text{Länge der Riegelschaufel} = \frac{a}{2} = 0{,}15 \text{ Mtr.},$$

$$\varepsilon = \frac{1}{4},\ u = 2v,\ w = v,\ \delta = 10^0.$$

Für den ganzen Gefällverlust H_1 gilt der Ausdruck (2) im §. 17 ohne den Summand h_3. Mit $\zeta = 0{,}1$ ist dabei

$$\zeta\frac{u^2}{2g} = 0{,}4\frac{v^2}{2g}$$

und ferner ist
$$\frac{w_1{}^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k = \frac{v^2}{2g} + k.$$

Was hier k betrifft, so sei $AGBB_1G_1A_1$ (Fig. 16, worin jedoch A in der Geraden B_1G_1 liegend zu denken ist) der Querschnitt einer Zelle von solcher Lage, dass der Mittelpunkt des Theilungsbogens AA_1 mit dem mittleren Einflusspunkte J zusammenfällt, und der Winkel $OMB = \chi$:

$$\chi = \delta + \frac{1{,}5\,e}{R}\frac{180}{\pi} \text{ Grad.}$$

Eine horizontale Gerade, welche vom Querschnitt der Zelle unterhalb die Fläche $\frac{1}{2}F = \frac{1}{2}\varepsilon a e$ abschneidet, treffe BG in C unterhalb G, das Bogenstück BB_1 in D unterhalb B_1. Es ist dann k = der Höhe von J über CD, also

$$k = p - q,$$

unter p die Höhe von J über B, unter q die Tiefe von B unter CD verstanden; dabei ist (siehe §. 13):

$$p = R\cos\delta - (R-a)\cos\chi \text{ und } q = \sqrt{\frac{\varepsilon a e}{2}\sin 2\chi}.$$

Mit den obigen Annahmen findet man

für $R = 2$	4	6	Mtr.
$k = 0{,}332$	0,327	0,325	„

und als Bestätigung der dem Ausdrucke von q zu Grunde liegenden Voraussetzung in Betreff der Lage von CD ergiebt sich

$$BC < BG, \quad BD < BB_1,$$

$$\text{nämlich } \frac{q}{\cos\chi} < 0{,}15 \text{ und } \frac{q}{\sin\chi} < e\frac{R-a}{R} = 0{,}36\,\frac{R-0{,}3}{R}.$$

Die drei Werthe von k sind so wenig verschieden, dass für vorliegenden Zweck genau genug in allen Fällen $k = 0{,}33$, also

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} + 0{,}33$$

gesetzt werden kann. Die folgenden Summanden von H_1 sind

$$\frac{v^2}{2g} \text{ und } h_1, \text{ wofür im Mittel } h_1 = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

angenommen werde. Hiernach ist nun

$$H_1 - h_2 = \zeta\frac{u^2}{2g} + \frac{w_1^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} + h_1$$

$$= 2{,}4\frac{v^2}{2g} + 0{,}48 = 0{,}122\,v^2 + 0{,}48 \;\ldots\ldots\; (12).$$

Von besonderer Bedeutung ist der Gefällverlust h_2. Seine graphische Bestimmung nach §. 17

z. B. für	$R = 2$	4	6
und	$v = 1{,}5$	2	2,5
ergiebt	$h_2 = 0{,}56$	0,95	1,26

näherungsweise entsprechend der empirischen Formel:

$$h_2 = (0{,}32 - 0{,}05\,R + 0{,}03v^2)R \;\ldots\ldots\ldots\; (13),$$

welche $h_2 = 0{,}575 \quad 0{,}96 \quad 1{,}245$

für die obigen Werthe von R und v liefert. Nach §. 18, Gl. (1) ist aber

$$R(1 + \cos\delta) = H - 1{,}1\frac{u^2}{2g} - h_1$$

oder, wenn mit $\cos\delta = 1$ und $h_1 = 0$ beide Seiten der Gleichung sehr wenig zu gross gesetzt werden,

$$R = \frac{1}{2}(H - 4{,}4 . 0{,}051v^2) = \frac{H}{2} - 0{,}112v^2 \;\ldots\ldots\; (14).$$

Die Substitution in Gl. (13) ergiebt sehr nahe mit Rücksicht auf den Mittelwerth 0,25 von $\frac{h_2}{R}$:

$$h_2 = \left[0{,}32 - 0{,}05\left(\frac{H}{2} - 0{,}112v^2\right) + 0{,}03v^2\right]\frac{H}{2} - 0{,}25 . 0{,}112v^2$$

$$= \left(0{,}16 - \frac{H}{80} + 0{,}018v^2\right)H - 0{,}028v^2 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; (15).$$

Aus (12) und (15) folgt:

$$H_1 = 0{,}094 v^2 + 0{,}48 + \left(0{,}16 - \frac{H}{80} + 0{,}018 v^2\right) H \;\ldots\; (16).$$

Wenn endlich die Effectverluste durch Zapfenreibung, Luftwiderstand und unberechenbare Umstände zusammen mit durchschnittlich 4 % des absoluten Effects veranschlagt werden, d. h. $E_1 = 0{,}04 E_0$ gesetzt wird, folgt der Wirkungsgrad

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$

$$= 0{,}8 + \frac{H}{80} - 0{,}018 v^2 - \frac{0{,}094 v^2 + 0{,}48}{H} \;\ldots\ldots\; (17).$$

Er ist um so grösser, je grösser H und je kleiner v. Beispielsweise

für	$H = 4$	8	12
und	$v = 1{,}5$	2	2,5
ist nach (17):	$\eta = 0{,}64$	0,72	0,75.

Erfahrungsmässig kann übrigens der Wirkungsgrad hoher oberschlächtiger Räder bis erheblich über 0,75 gesteigert werden, falls nur die Umfangsgeschwindigkeit v in mässigen Grenzen gehalten wird. Selbst aus der Gleichung (17), welche absichtlich nicht unter den günstigsten Voraussetzungen abgeleitet ist, folgt z. B.

$$\text{für } H = 12 \text{ und } v = 2 : \eta = 0{,}81.$$

Freilich hat dann ein solches Rad einen für manche Zwecke übermässig langsamen Gang; nach (14) ist

$$R = 5{,}55 \text{ für } H = 12 \text{ und } v = 2,$$

folglich die Umdrehungszahl pro Minute nur

$$n = 9{,}55 \frac{v}{R} = 3{,}44.$$

Zuweilen, insbesondere z. B. zum Betriebe leichter und schnell gehender Hämmer (Schwanzhämmer) erscheint der Vortheil grösstmöglicher Einfachheit der Transmission so überwiegend über den Werth eines grossen Wirkungsgrades, dass man selbst kleine oberschlächtige Räder von etwa $R = 2$ Mtr. Halbmesser mit Umfangsgeschwindigkeiten von $v = 3$ bis 4 Mtr. umlaufen lässt, entsprechend $n = 15$ bis 20, wobei dann freilich η bis 0,30 und darunter abnehmen kann. Die Verhältnisse solcher Räder sind übrigens von den der Gleichung (17) zu Grunde liegenden zu sehr verschieden, als dass von derselben hier noch genügende Brauchbarkeit als Näherungsformel erwartet werden könnte.

§. 20. Das rückenschlächtige Rad.

Rückenschlächtige Räder können unter ähnlichen Umständen wie oberschlächtige angewendet werden, finden sich aber vorzugsweise mit Halbmessern $R = 3$ bis 5 Mtr. ausgeführt, entsprechend Gefällen

$$H \text{ nahe } = R(1 + \cos 45^0) + 0{,}5 = 5{,}6 \text{ bis } 9 \text{ Mtr.},$$

sofern der mittlere Eintrittspunkt des Wassers um ungefähr $\delta = 45^0$ vom Scheitelpunkte O entfernt und der Oberwasserspiegel um ungefähr 0,5 Mtr. höher liegt, während der Unterwasserspiegel gewöhnlich das Rad an seiner tiefsten Stelle U berührt. Indem ihnen das Wasser durch eine Coulissenschütze zugeführt wird, welche gestattet, die Einlaufstelle dem jeweiligen Oberwasserstande anzupassen, und indem die Ablaufrichtung unten mit der Bewegungsrichtung des Rades übereinstimmt, so dass dessen Waten weniger nachtheilig ist, können sie besonders bei sehr veränderlichem Ober- und Unterwasserstande einem oberschlächtigen Rade vorzuziehen sein.

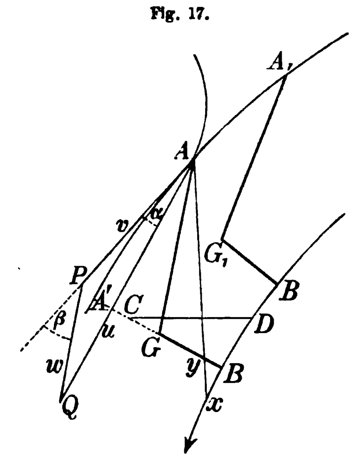
Die Leitschaufeln, welche zwischen die Gleitbahn der Schütze (bezw. beider Theile der Schütze) und dem Radumfange eingefügt werden, sind so anzuordnen, dass sie letzteren überall unter solchen Winkeln α schneiden, welche zur Folge haben, dass von der relativen Einlaufgeschwindigkeit w der Radumfang unter demselben Winkel β geschnitten wird wie von den Schaufeln. Dass diese an ihren Hinterflächen vom einfliessenden Wasser gestossen werden, hat hier zwar nicht denselben Nachtheil wie bei oberschlächtigen Rädern mit unventilirten Zellen, bei welchen der Luftaustritt dadurch beeinträchtigt werden kann; indessen könnte solcher Stoss nur durch überflüssige Verkleinerung von α bewirkt werden, welche aber mit Rücksicht auf die passende Anordnung der Leitschaufeln (um die Leitcanäle an ihrer Ausmündung nicht übermässig zu verengen oder ihre Anzahl nicht allzu sehr zu beschränken) vermieden werden muss. Hierbei ist zu berücksichtigen, dass bei der gegen den Horizont stark geneigten Lage des Einlaufbogens dessen Punkte in merklich verschiedenen Tiefen h unter dem Oberwasserspiegel liegen, und dass ihnen also auch merklich verschiedene Einlaufgeschwindigkeiten

$$u = \sqrt{\frac{2gh}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{3}{4}\cdot 2gh} = \sqrt{14{,}7\,h}$$

entsprechen. Die Bestimmung der Leitschaufelrichtungen ist deshalb für jede besonders auszuführen, indem man in jedem Punkte A, Fig. 17, in welchem eine Leitschaufel endigen soll, die Peripheriegeschwin-

digkeit $v = AP$ anträgt, an dieselbe unter dem durch die Radschaufelform bestimmten Winkel β die Gerade PQ, und diese aus A mit der Zirkelöffnung $AQ =$ der betreffenden Grösse von u einschneidet; dann ist $PQ = w$, Winkel $PAQ = \alpha$ und AQ die Tangente der fraglichen Leitschaufel in ihrem Endpunkte A.

Fig. 17.



Wenn der Oberwasserspiegel sinkt, also $u = AQ$ kleiner wird, trifft w den Radumfang unter einem Winkel $> \beta$, stösst also das Wasser von vorn gegen die Schaufeln. Damit dies bei veränderlichem Oberwasserstande niemals der Fall sei, muss obige Construction unter Voraussetzung eines so niedrigen Standes ausgeführt werden, dass der betreffende Punkt A durch die entsprechende Regulirung der Schütze zum höchsten Punkte des Einlaufbogens wird. Je kleiner aber dann u bei gegebener Umfangsgeschwindigkeit v (je kleiner $AQ:AP$, Fig. 17) und bei gegebenem Winkel β ist, desto kleiner wird α. Es ist deshalb angemessen, bei mittlerem Wasserstande und für den Mittelpunkt des Einlaufbogens hier ebenso wie bei oberschlächtigen Rädern $u = 2v$ anzunehmen, obschon nach §. 18, 2) aus anderen Gründen ein kleineres Verhältniss $u:v$ besser sein würde.

Die Umfangsgeschwindigkeit v wird passend $= 1{,}5$ bis $1{,}8$ Mtr. pro Secunde angenommen. Ihre Steigerung über 1,8 hinaus ist wenigstens bei frei hängenden Rädern, wie sie hier vorausgesetzt sind, nicht rathsam mit Rücksicht auf den Gefällverlust h_2 und auf das grossentheils verloren zu gebende, mit v entsprechend zu vergrössernde Stossgefälle, sofern solche Räder besonders in Fällen zur Anwendung kommen, in welchen mehr Werth auf Vergrösserung von η, als auf Vereinfachung der Transmission zu legen ist.

Den Schaufeln kann dieselbe Grundform gegeben werden wie bei oberschlächtigen Rädern: siehe AGB, Figur 17, mit durchschnittlich $BG = 0{,}5\,a$ und $AA' = e_1 = 1{,}2\,a$, abgesehen von der hier nicht dargestellten Complikation, welche, wie früher in Fig. 9 angedeutet wurde, durch die Ventilation der Zellen bedingt wird. Nach Gl. (3) im vorigen Paragraph ist dann auch

$$sin\,\beta = \frac{a}{2\,e_1} = \frac{5}{12}; \quad \beta = 24^0\,38'.$$

Weil aber hier die Rücksicht auf eine ausreichende Schluckweite der Zellen bedeutungslos ist, wird eine engere Schaufelung zulässig, und kann dadurch derselbe hinlänglich kleine Querschnitt $F = \varepsilon a e$ der Wasserfüllung einer Zelle mit einem grösseren Füllungscoefficienten ε erzielt werden. Wird dieser Querschnitt vom Schaufelprofil AGB mit der Geraden AX, Fig. 17, umgrenzt, und ist Y der Schnittpunkt von AX mit BG, wobei AY der Wasseroberfläche in der Zelle (abgesehen von ihrer cylindrischen Krümmung) in der tieferen Lage entspricht, in welcher das Wasser über den Schaufelrand A hinüber auszufliessen anfängt, so ist nur zu verlangen, dass die Kante G_1 der folgenden Schaufel diese Wasseroberfläche AY nicht erreicht. Dieser Forderung gemäss braucht näherungsweise, wenn $BX = x$ gesetzt wird, nur

$$e > e_1 - \frac{e_1 + x}{2}, \quad \text{d. i. } e > \frac{e_1 - x}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

zu sein. Es ist aber

$$\Delta AGY = F = \varepsilon a e$$

$$\left(\frac{a}{2} - BY\right)\frac{e_1}{2} = \left(\frac{a}{2} - \frac{ax}{e_1 + x}\right)\frac{e_1}{2} = \varepsilon a e$$

$$\frac{e_1 - x}{e_1 + x} = \frac{4\varepsilon e}{e_1}; \quad \frac{e_1 - x}{2e_1} = \frac{4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e}.$$

Dadurch geht die Bedingung (1) über in:

$$e > \frac{e_1 . 4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e} \quad \text{oder } e > \frac{4\varepsilon - 1}{4\varepsilon} e_1 \quad \ldots\ldots\ldots (2).$$

vorausgesetzt, dass sich für

$$x = e_1 - \frac{8\varepsilon e e_1}{e_1 + 4\varepsilon e} = \frac{e_1 - 4\varepsilon e}{e_1 + 4\varepsilon e} e_1 \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

ein positiver Werth ergiebt, was im Falle der nach (2) kleinsten zulässigen Grösse von e so lange zutrifft, als ε nicht $> \frac{1}{2}$ ist.

Wenn aber bei oberschlächtigen Rädern

$$e = 1{,}2a = e_1, \text{ mit } \varepsilon = \frac{1}{4} \text{ folglich } F = \varepsilon a e = 0{,}3a^2$$

gesetzt wurde, so genügt hier mit $\varepsilon = \frac{1}{3}$, falls $F = 0{,}3\,a^2$ sein soll, thatsächlich schon

$$e = 0{,}9\,a = \frac{3}{4} e_1 \text{ mit } e_1 = 1{,}2\,a.$$

Nach (3) ist dann $x = 0$, fallen also die Punkte X und Y in Fig. 17 mit B zusammen. —

Zur Herleitung eines angenäherten Ausdruckes von η als Function von H und v für ein frei hängendes rückenschlächtiges Rad werde angenommen:

$$e_1 = 1{,}2a, \qquad e = 0{,}9a, \qquad a = 0{,}3 \text{ Mtr.},$$

Länge der radialen Riegelschaufel $= 0{,}5a = 0{,}15$ Mtr. bei Voraussetzung einfach gebrochener Schaufeln;

$$\varepsilon = \frac{1}{3}, \quad u = 2v, \quad w = v \text{ (sehr nahe)}, \quad h_1 = 0, \quad \delta = \measuredangle OMJ = 45^0.$$

Hiernach ist, falls der Mittelpunkt des Theilbogens AA_1, Fig. 17, mit dem mittleren Eintrittspunkte J zusammenfällt,

$$\chi = \measuredangle OMB = \delta + \frac{0{,}5e + e_1}{R}\frac{180}{\pi} = 45 + \frac{1{,}65}{R}\frac{180}{\pi} \text{ Grad},$$

und ergiebt sich ebenso wie im vorigen Paragraph unter der Voraussetzung, dass die horizontale Gerade CD, welche mit dem Schaufelprofil AGB die Fläche $\frac{\varepsilon a e}{2}$ umgrenzt, die Gerade BG unterhalb G trifft, mit den dortigen Bedeutungen von p, q, k

z. B. für	$R = 3$	5
	$k = p - q = 0{,}439$	0,442,
wobei jedoch wegen	$BC = \frac{q}{\cos\chi} = 0{,}19$	$0{,}18 > BG$

thatsächlich q etwas zu klein, folglich k etwas zu gross gefunden wurde. Diese Werthe von k sind unter sich so wenig verschieden, dass in allen Fällen $k = 0{,}44$ Mtr. gesetzt werden mag. Dann ist mit $\zeta = \frac{1}{3}$:

$$H_1 - h_2 = \frac{1}{3}\frac{u^2}{2g} + \frac{w^2}{2g} + 0{,}44 + \frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{10}{3}\frac{v^2}{2g} + 0{,}44 = 0{,}17v^2 + 0{,}44 \quad \ldots\ldots \quad (4).$$

Da hier dieselbe Schaufelform und derselbe Werth von $\varepsilon a e$ vorausgesetzt sind, wie im vorigen Paragraph, kann auch nach Gl. (13) daselbst

$$h_2 = (0{,}32 - 0{,}05R + 0{,}03v^2)R$$

gesetzt werden, im Durchschnitt $(R = 4, v = 1{,}6) : h_2 = 0{,}2R$. Weil ferner hier

$$R(1 + \cos 45^0) = H - \frac{4}{3}\frac{u^2}{2g} = H - \frac{16}{3}\frac{v^2}{2g} = H - 0{,}272v^2,$$

also

$$R = 0{,}586H - 0{,}159v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

ist, folgt auch mit genügender Annäherung:

$$h_2 = [0{,}32 - 0{,}05\,(0{,}586\,H - 0{,}159\,v^2) + 0{,}03\,v^2]\,.\,0{,}586\,H - 0{,}2\,.\,0{,}159\,v^2$$
$$= (0{,}188 - 0{,}017\,H + 0{,}022\,v^2)\,H - 0{,}032\,v^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

ferner aus (4) und (6):

$$H_1 = 0{,}138\,v^2 + 0{,}44 + (0{,}188 - 0{,}017\,H + 0{,}022\,v^2)\,H \quad \ldots \quad (7).$$

Mit $E_1 = 0{,}042\,E_0$ nach Schätzung ergiebt sich endlich

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$
$$= 0{,}77 + 0{,}017\,H - 0{,}022\,v^2 - \frac{0{,}138\,v^2 + 0{,}44}{H} \quad \ldots\ldots \quad (8),$$

z. B. für	H =	6	9
und	v =	1,5	1,8
	η =	0,70	0,75.

Den kleiner angenommenen Umfangsgeschwindigkeiten v ist es hauptsächlich zuzuschreiben, dass η noch etwas grösser gefunden wird, als für oberschlächtige Räder bei gleichen Werthen von H nach Gl. (17) im vorigen Paragraph. Würde das rückenschlächtige Rad mit einem Kropf umgeben, so dass h_3 an die Stelle von h_2 träte, so liessen sich noch grössere Wirkungsgrade erwarten trotz grösseren Werthes von ε und kleineren Verhältnisses $e_1 : a$, wie solche in diesem Falle zulässig wären. —

Auch lässt sich η dadurch vergrössern, dass man das Stossgefälle vermeidet oder wenigstens erheblich vermindert, indem man das Aufschlagwasser mit derselben (oder nur wenig grösseren) Geschwindigkeit in das Rad einfliessen lässt, mit welcher es im Gerinne zufliesst, und welche dann im Allgemeinen erst im Rade, indem von diesem das Wasser mitgenommen wird, in eine mittlere Geschwindigkeit etwas $< v$ übergeht. Das lässt sich erreichen durch Ausdehnung der Seitenwände jenes Gerinnes zu zwei mit sehr kleinem Spielraum das Rad zwischen sich fassenden verticalen Wänden, während an den Gerinneboden sich unmittelbar ein Kropfgerinneboden zwischen jenen Wänden anschliesst. Der zwischen diesem und dem Radboden liegende Raum (der Wasser haltende Theil des Radkranzes) wird, abgesehen von den Schaufeldicken, vollständig vom Wasser erfüllt. Falls das Rad nur etwas über den Wasserspiegel im Zuflussgerinne hinausragt, rühren die Effectverluste unter solchen Umständen fast allein vom Gefällverluste $\frac{v^2}{2g}$ und von dem Wasserdurchfluss durch die Spielräume her, deren Verkleinerung nur Sache einer sorgfältigen Ausführung ist. Auf diesem Gedanken beruhen Wasserräder von

Mary und von Zuppinger, welche hinsichtlich der Einflussstelle des Wassers als rückenschlächtige Räder besonderer Art zu bezeichnen sind, mit welchen sie auch bezüglich der relativen Bewegungsrichtungen des zu- und des abfliessenden Wassers gegen das Rad übereinstimmen. Sie sind auch für kleine Gefälle geeignet, für welche sie noch Wirkungsgrade von ungefähr 0,80 ergeben haben. Wesentlich bei der Disposition solcher Räder ist die passende Annahme der Dicke (Tiefe) a_1 des dem Rade unmittelbar zufliessenden Wasserstroms. Ist u dessen mittlere Geschwindigkeit an fraglicher Stelle unmittelbar vor dem Eintritt in das Rad, und $V = Fb$ das vom Querschnitte $= ab$ des Radkranzes pro Sekunde durchlaufene Volumen mit Zurechnung der Spielräume und Abrechnung der von den Constructionstheilen des Rades erfüllten Räume, so folgt entsprechend der Forderung, dass der so resultirende Raum ganz von Wasser erfüllt sein soll, a_1 aus der Gleichung:

$$\frac{Q}{b} = a_1 u = F$$

bei der Annahme von $u < v$.

§. 21. Das mittelschlächtige Rad.

Solche Räder werden gewöhnlich bei Gefällen $H = 3$ bis 6 Mtr. und bei Aufschlagwassermengen $Q = 0{,}2$ bis 2 Cubikmtr. pro Sek. angewendet. Bei den grösseren Gefällen kommen sie zwar auch als frei hängende Zellenräder vor, in welchem Falle vor Allem zur Verkleinerung des Gefällverlustes h_2 möglichst viele und lang gestreckte Schaufeln (kleinen Werthen von $e:a$ und grossen von $e_1:a$ entsprechend) bei kleiner Füllung ε und mässiger Umfangsgeschwindigkeit v rathsam sind; meistens vorzuziehen ist jedoch der Bau dieser Räder als Kropfräder, wobei der Gefällverlust h_3 anstatt h_2 besonders massgebend für den Wirkungsgrad wird und mit Rücksicht darauf zwar eine enge Schaufelung vortheilhaft in Hinsicht auf η bleibt, dagegen grössere Werthe von ε ($= 0{,}5 - 0{,}6$) und von v ($= 1{,}8 - 2{,}4$ Sek. Mtr.) zulässig oder selbst vortheilhaft werden bei vorwiegend radialer Stellung ebener Schaufeln.

Wenn es auch meistens passend ist, das Rad so zu lagern, dass es bei mittlerer oder tiefer Lage des Unterwasserspiegels von diesem berührt wird, so bleibt es doch zweckmässig, den Widerstand der bei höherer Lage desselben eintauchenden Schaufeln, bezw. das Empordrücken von Wasser durch dieselben dadurch zu vermindern, dass man sie in möglichst

verticaler Lage aus dem Wasser sich erheben lässt, indem ihnen eine etwas gegen den Radius geneigte Stellung gegeben wird, oder wenigstens den äusseren Theilen der zu dem Ende unter stumpfem Winkel gebrochenen, nach innen zu radialen Schaufeln. Die ganze und ungebrochene Schaufel geneigt zu stellen, ist übrigens einfacher und zugleich wirksamer behufs Verkleinerung auch von h_3. Wird etwa verlangt, dass eine Schaufel AB, Fig. 18, vertical ist, wenn ihr äusserer Rand A sich um $UN = \frac{a}{4}$ über die tiefste Stelle des Rades erhoben hat, so muss sie den Radumfang unter einem solchen Winkel β schneiden, dass

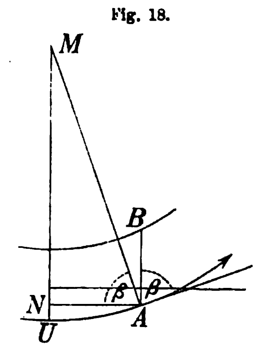


Fig. 18.

$$\cos\beta = \frac{AN}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{a}{4}\left(2R - \frac{a}{4}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

z. B. für $a = 0{,}4$ und $R = 2$ 5 Mtr.
$\beta = 71^0 48'$ $78^0 31'$

ist. Im Durchschnitt mag

$$\beta = arctg\, 4 = 75^0 58'$$

genommen werden, entsprechend der Centralprojection $e_1 = \frac{a}{4}$ der ganz ebenen Schaufel auf den Umfang des Rades.

Dem grossen Werthe von β entsprechend kann auch der Winkel α hier viel grösser gemacht werden, als es bei frei hängenden Zellenrädern geschehen darf. Aus

$$\frac{u}{v} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)} \text{ (siehe Fig. 17, §. 20)}$$

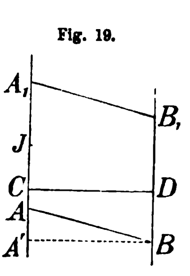
folgt mit $\frac{u}{v} = 1{,}75$ und $\beta = 75^0 58' : \alpha = 42^0 18'$.

Hiernach macht die Annahme $\alpha = 30^0$ bei diesem Werthe von β jedenfalls einen Stoss des Wassers gegen die Vorderflächen der Schaufeln unmöglich selbst im höchsten Punkte des Einlaufbogens, falls die Annahme $u = 1{,}75v$ auf den Mittelpunkt desselben bezogen wird. In letzterem ist dann

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha$$
$$= \left(\frac{49}{16} + 1 - 2 \cdot \frac{7}{4} \cdot \cos 30^0\right) v^2 = 1{,}03\, v^2.$$

Wenn ABB_1A_1, Fig. 19, den Querschnitt eines Schaufelraums in solcher Lage bedeutet, dass der Mittelpunkt des Theilbogens $AA_1 = e$ mit dem mittleren Eintrittspunkte J zusammenfällt, wenn ferner letzterer in gleicher Höhe mit der Radaxe liegt, so dass die concentrischen Kreisbögen AA_1 und BB_1 näherungsweise als verticale gerade Linien betrachtet werden können, und wenn die Centralprojection AA' eines Schaufelprofils wieder mit e_1 bezeichnet wird, so entspricht die Tiefe $AC = x$ des Punktes A unter der horizontalen Geraden CD, durch welche die Fläche

Fig. 19.



$$ACDB = \frac{1}{2}F = \frac{\varepsilon a e}{2}$$

abgeschnitten wird, der Gleichung:

$$ax + \frac{ae_1}{2} = \frac{\varepsilon a e}{2}, \text{ also } x = \frac{\varepsilon e - e_1}{2}.$$

Der Summand k im Ausdrucke von $\frac{w_1^2}{2g}$, §. 17, ist also:

$$k = JC = \frac{e}{2} - x = \frac{(1-\varepsilon)e + e_1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (2),$$

insbesondere mit $e = a$ und $\varepsilon = \frac{1}{2}$, wie hier durchschnittlich passend ist,

$$k = \frac{a + 2e_1}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Dadurch, dass k mit e_1 zunimmt, wird der Vortheil der gegen die radiale Richtung geneigten Schaufelstellung eingeschränkt. —

Zur angenäherten Berechnung von η für ein mittelschlächtiges Kropfrad mögen radiale ebene Schaufeln vorausgesetzt werden, der mittlere Eintrittspunkt J als in gleicher Höhe mit der Radaxe liegend. Ferner sei

$$e = a = 0{,}4 \text{ und } \varepsilon = 0{,}5$$
$$u = 1{,}75v \text{ und } w^2 = 1{,}03v^2, \text{ entsprechend } \alpha = 30^0.$$

Nach §. 17 ist dann mit $\zeta = \frac{1}{3}$ (bei Voraussetzung einer Coulissenschütze) und mit $h_1 = \frac{a}{4} = 0{,}1$ Mtr., während h_2 ohne Bedeutung ist:

$$H_1 - h_3 = \frac{1}{3}\frac{(1{,}75v)^2}{2g} + 1{,}03\frac{v^2}{2g} + k + \frac{v^2}{2g} + 0{,}1$$

oder mit $k = \frac{a}{4} = 0{,}1$ nach Gl. (3):

$$H_1 - h_3 = 3{,}051 \frac{v^2}{2g} + 0{,}2 = 0{,}156 v^2 + 0{,}2 \quad \ldots\ldots (4).$$

Mit Rücksicht auf $Q = \varepsilon abv$, also $\frac{b}{Q} = \frac{1}{\varepsilon av} = \frac{5}{v}$ ist ferner nach §. 17:

$$h_3 = 3{,}4 \frac{Rs}{0{,}4} \left(\frac{5}{v} \int_0^{\frac{\pi}{2}} y \sqrt{z}\, d\varphi + \frac{4}{3} \frac{1}{Q} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x D\, d\varphi \right) \quad \ldots\ldots (5).$$

Das erste der beiden Integrale kann von R kaum merklich abhängig sein, während das zweite wegen des Factors x nahe proportional R ist. Es genügt deshalb ihre Berechnung auf Grund der Dimensionen, welche sich aus der Zeichnung für irgend einen mittleren Werth von R, etwa $R = 3$ Mtr., abgreifen lassen. Man findet:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} y \sqrt{z}\, d\varphi = 0{,}1493 \text{ und} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x D\, d\varphi = 0{,}2966 = 0{,}0989\, R$$

und hiermit nach (5):

$$h_3 = \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{R}{Q} \right) Rs \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Im Mittel, insbesondere z. B. mit $v = 2$, $\frac{R}{Q} = 5$, $s = 0{,}015$ ist h_3 etwa $= 0{,}13\, R$, so dass wegen

$$R = H - \frac{4}{3} \frac{(1{,}75 v)^2}{2g} = H - 0{,}208 v^2 \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

und mit Rücksicht darauf, dass hier das Glied mit v^2 von untergeordneter Grösse im Vergleich mit H ist, nach Gl. (6) und (7) auch näherungsweise gesetzt werden kann:

$$h_3 = \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{H - 0{,}208 v^2}{Q} \right) sH - 0{,}027 v^2 \quad \ldots\ldots (8),$$

wo nämlich $0{,}027 = 0{,}13 \cdot 0{,}208$ ist. Hieraus und aus (4) folgt:

$$H_1 = 0{,}129 v^2 + 0{,}2 + \left(\frac{6{,}35}{v} + 1{,}12 \frac{H - 0{,}208 v^2}{Q} \right) sH \quad \ldots (9).$$

Der mit E_1 bisher bezeichnete Effectverlust durch Nebenwiderstände, welcher für das oberschlächtige und für das rückenschlächtige Rad $= 0{,}04\, E_0$ geschätzt wurde, begreift hier auch die Arbeit der Wasserreibung am Kropfgerinne in sich, welche nach §. 17:

$$E_w = 0{,}4\, lbv^3$$

gesetzt werden kann. Aus diesem Ausdrucke und aus $E_0 = 1000\,QH$ folgt mit $Q = \varepsilon abv = 0,2\,bv$:

$$\frac{E_w}{E_0} = 0,002\frac{lv^2}{H}.$$

Die Bogenlänge l der Reibungsfläche am Gerinne besteht von $\varphi = 0$ bis $\varphi = \frac{\pi}{4}$ in einem zusammenhängenden Bogen, von da bis $\varphi = \frac{\pi}{2}$ aus getrennten Bogenstücken von abnehmender Grösse, so dass ungefähr

$$l = R\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right) = 1,18\,R,$$

somit l wenig von H verschieden ist. Mit entsprechender Näherung ist

$$E_w : E_0 = 0,002\,v^2 \quad \ldots \quad (10)$$

$$= 0,0065 \text{ bis } 0,0115$$

$$\text{für } v = 1,8 \quad „ \quad 2,4.$$

Indem auch abgesehen von E_w die unter E_1 begriffenen Effectverluste besonders mit der Grösse des Radius zunehmen, im Verhältniss zu E_0 oder zu H folglich um so grösser sind, je grösser $R:H$, mag hier $E_1 = 0,06\,E_0$ gesetzt werden, mit Rücksicht auf (9) also

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0}$$

$$= 0,94 - \frac{0,129\,v^2 + 0,2}{H} - \left(\frac{6,35}{v} + 1,12\frac{H - 0,208\,v^2}{Q}\right)s \quad . \; . \; (11).$$

Wäre z. B. $Q = 0,75$ und $s = 0,015$, so ergäbe sich

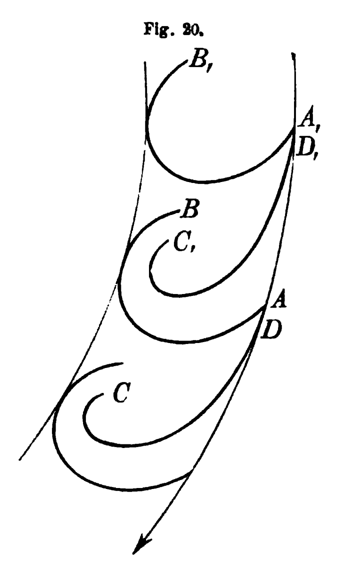
für	$H = 3$	6
und	$v = 1,8$	2,4
	$\eta = 0,63$	0,64.

Dass hier der Wirkungsgrad nicht wesentlich mit dem Gefälle, also mit der Höhe des Rades zunimmt, rührt besonders vom Wasserdurchfluss durch die Seitenspalten her, dessen schädlicher Einfluss mit R, also mit H wächst. Da man bei grösseren Rädern im Allgemeinen auf eine grössere Weite s der Spielräume wird rechnen müssen, könnte sogar η unter Umständen bei grossen Rädern etwas kleiner ausfallen, als bei kleineren, falls nicht etwa darauf verzichtet wird, ihre Umfangsgeschwindigkeit v etwas grösser anzunehmen, wie es bei obigen Beispielen geschehen und wie es im Allgemeinen zulässig und angemessen ist. —

Wenn das mittelschlächtige Rad als frei hängendes Zellenrad gebaut wird, lässt sich besonders mit Rücksicht auf h_2 nur ein kleinerer Wirkungsgrad, als bei ober- und rückenschlächtigen Rädern erwarten; denn dieser

Gefällverlust, bei gegebener Schaufelform und bei gegebenen Werthen von ε, v und R von bestimmter Grösse, ist ein um so grösserer Theil von H, je kleiner H. Eine erhebliche Vergrösserung von η lässt sich aber von einer eigenthümlichen Form und Anordnung der Schaufeln erwarten, welche von K. Pfister angegeben wurde und ihm patentirt ist (D. R.-P. Nr. 29 199, siehe Ztschr. des Vereins deutsch. Ingenieure, 1884, S. 1000). Der Radkranz, Fig. 20, ist hier mit zweierlei Schaufeln ausgerüstet, mit den Stossschaufeln AB und den Sammelschaufeln CD, beide stetig gekrümmt. Das Wasser, welches gegen AB stossend eingeflossen ist, ergiesst sich theils, längs AB hinfliessend, in die darüber befindliche Sammelschaufel C_1D_1, theils durch schmale Spalten oder sonst kleine Durchbrechungen von AB in die darunter befindliche Sammelschaufel CD. Letztere bildet mit der Stossschaufel AB einen Sammelraum, der nach aussen eine nur schmale und so zu bemessende spaltartige Oeffnung AD hat, dass der Ausfluss des Wassers aus ihr erst dann vollendet ist, wenn sie die tiefste Stelle des Rades erreicht hat.

Fig. 20.



§. 22. Die gewöhnlichen tiefschlächtigen Räder.

Tiefschlächtige Räder finden in der Regel bei Gefällen $H < 3$ Mtr. Anwendung und sind angemessener Weise stets Kropfräder. Der mittlere Eintrittspunkt J des Aufschlagwassers hat bei ihnen eine weniger bestimmte Lage, als bei den übrigen Arten von Rädern, indem der Winkel $JMU = \vartheta$, welchen der nach J gezogene Halbmesser mit der Verticalen bildet, irgend ein spitzer Winkel sein kann, der nur $< 75^0$ zu sein pflegt; anderenfalls könnte das Rad noch als mittelschlächtig betrachtet werden.

Von der Schaufelform gilt das beim mittelschlächtigen Kropfrade Gesagte, auch von der Höhenlage gegen den Unterwasserspiegel. Letzterer soll bei mittlerem Wasserstande nicht tiefer liegen, als der tiefste Punkt U des Rades, und nicht höher, als die Wasseroberfläche im untersten Schaufelraume; zwischen diesen Grenzen ist seine Höhenlage bezüglich des Effectverlustes ziemlich einerlei, wie im §. 14 näher erörtert wurde,

und kann der betreffende Gefällverlust h_1 durchweg $= 0{,}25\,a$ bis $0{,}3\,a$ gesetzt werden, sofern $\varepsilon = 0{,}5 - 0{,}6$ zu sein pflegt. Trotz des etwas grösseren Werthes von ε ist hier ein Ueberfliessen von Wasser durch die Luftspalten im Radboden um so weniger zu befürchten, je kleiner ϑ ist.

Wenn nicht etwa die einfachen ebenen Schaufeln ungewöhnlich stark gegen den Radius geneigt sind, und wenn nicht ϑ wesentlich $> 60^0$ ist, pflegt hier der Fall vorzuliegen, dass der mittlere Eintrittspunkt J unter das Niveau der halben Füllung des Schaufelraums fällt, falls dieser sich in solcher Lage befindet, dass der Mittelpunkt seines Theilbogens mit J zusammenfällt*; es verliert dann der mit k bezeichnete Bestandtheil des Gefällverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ seine Bedeutung und wird

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w^2}{2g}.$$

Ebenso ist dann die absolute Geschwindigkeit u_1, mit welcher im Durchschnitt das einfliessende Wasser zum Stoss gelangt, = der mittleren Einlaufgeschwindigkeit u zu setzen. Sofern sich nun im §. 18 unter 2) ergeben hatte, dass das Stossgefälle H', welches hier $= h = (1 + \zeta)\frac{u^2}{2g}$ gesetzt werden kann, nahezu dann am vollständigsten ausgenutzt wird, wenn $u_1 = 2v$ ist, würde sich also hier die Regel $u = 2v$ ergeben, welche bei ober- und rückenschlächtigen Rädern (statt $u < 2v$) aus anderen Gründen als thatsächlich meistens passend empfohlen wurde und welche besonders bei unterschlächtigen Stossrädern ($H' = h = H$) durch die Erfahrung bestätigt wird (sogar ergiebt sich bei ihnen $\eta = max$ im Durchschnitt für u etwas $> 2v$). Indessen ist hier bei den tiefschlächtigen Rädern, bei welchen h nur einen Theil, wenn auch einen erheblichen Theil von H ausmacht, wesentlich zu berücksichtigen, dass dieses Stossgefälle auch im günstigsten Falle nicht in solchem Grade ausgenutzt werden kann, wie das Druckgefälle $H'' = H - h$, und dass es insofern

* Unter e_1 die Centralprojection des Schaufelprofils auf den Umfang des Rades verstanden, findet man als Bedingung dafür:

$$\vartheta < arc\,cotg\left[\frac{(1-\varepsilon)\,e + e_1}{a}\right].$$

Sie liefert z. B. für $a = e$ und

$e_1 = 0,\quad \varepsilon = 0{,}6:\quad \vartheta < 68^0$	$e_1 = \frac{e}{4},\quad \varepsilon = 0{,}6:\quad \vartheta < 57^0$
$e_1 = 0,\quad \varepsilon = 0{,}5:\quad \vartheta < 63^0$	$e_1 = \frac{e}{4},\quad \varepsilon = 0{,}5:\quad \vartheta < 53^0.$

vortheilhaft ist, wenn h einen nur kleineren Theil von H ausmacht, somit u, bei gegebenem Werthe von v also auch das Verhältniss $u : v$, weniger gross ist.

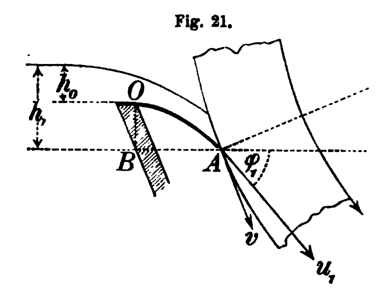
Die Umfangsgeschwindigkeit v pflegt $= 1{,}5$ bis $2{,}25$ Mtr. zu sein bei einem Halbmesser $R = 2$ bis 4 Mtr. Letzterer, wenn auch passend mit H wachsend, wird hier doch nicht wesentlich von H abhängig gemacht, wodurch die so verschiedenen Werthe von ϑ bedingt werden gemäss der Gleichung:

$$R(1 - \cos\vartheta) = H - h + t \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

unter t ($< \varepsilon a$) die Tiefe des Eintauchens in das Unterwasser verstanden.

Der Zufluss des Wassers wird bei diesen Rädern meistens durch eine Spannschütze vermittelt und regulirt, bei grösseren Werthen von ϑ und bei sehr veränderlicher Höhenlage des Oberwasserspiegels auch durch eine Ueberfallschütze, deren Brett man als Ueberfallschwelle den Veränderungen des Wasserspiegels folgen lassen kann, um Q und u constant zu erhalten, während eine Spannschütze, wenn sie im gleichen Falle Q constant erhält, die Aenderung von u nicht hindert.

Fig. 21.



1) Bei der Ueberfallschütze wird zur Leitung des Wassers bis dicht an das Rad das Schutzbrett oben mit einer Leitschaufel OA, Fig. 21, verbunden, die nach der parabolischen Bahn gekrümmt ist, welche von den untersten Wassertheilchen bei freier Bewegung verfolgt werden würde. Diese Parabel ist bestimmt durch die Lage ihres Scheitelpunktes O gegen den unteren Endpunkt A des Einlaufbogens, also durch die horizontale und die verticale Entfernung AB und OB dieser beiden Punkte, welche wie folgt gefunden werden.

Die Höhe des Oberwasserspiegels über O sei $= h_0$, über $A = h_1$, die Geschwindigkeit des Wassers in $A = u_1$, ihre Neigung gegen den Horizont $= \varphi_1$. Indem die Dicke des Wasserstrahls im Einlaufbogen i

$$= \frac{Q}{b u} = \frac{\varepsilon a v}{u} \text{ nahe} = 0{,}14 \text{ Mtr.}$$

ist, entsprechend z. B. $u = 1{,}75 v$ und $\varepsilon a = 0{,}245$, ergiebt sich

$$i = \frac{0{,}14}{\sin\alpha} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

unter α wie bisher den Winkel zwischen u und v im mittleren Eintrittspunkte verstanden, auf welchen auch h und ϑ sich beziehen, womit dann

$$h_1 = h + \frac{i}{2} \sin\vartheta = h + 0{,}07 \frac{\sin\vartheta}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

gefunden wird. Ferner ist:

$$Q = \mu b_1 h_0 \sqrt{2gh_0},$$

wobei die Breite b_1 des Ueberfalles etwas (um etwa 0,1 Mtr.) kleiner, als die Radbreite b zu sein pflegt. Wird aber $b_1 = b$ gesetzt, so ist μ etwas zu klein, etwa = 0,4 zu nehmen, und folgt

$$h_0 = \left(\frac{Q}{0{,}4b\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{\varepsilon a v}{0{,}4\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}} = 0{,}683\,(\varepsilon a v)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots\ldots (4).$$

Nun sind OB und AB die Wurfhöhe und halbe Wurfweite, welche der Wurfgeschwindigkeit u_1 und dem Elevationswinkel φ_1 entsprechen, also mit $\zeta = 0{,}1$ als Widerstandscoefficient der Schütze:

$$OB = \frac{u_1^{\,2}}{2g}\sin^2\varphi_1 = \frac{h_1}{1{,}1}\sin^2\varphi_1, \qquad AB = \frac{h_1}{1{,}1}\sin 2\varphi_1 \quad \ldots\ldots (5),$$

während φ_1 dadurch bestimmt ist, dass OB auch $= h_1 - h_0$, folglich

$$\sin\varphi_1 = \sqrt{1{,}1\frac{h_1 - h_0}{h_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

ist. Um aber h_1 aus Gl. (3) mit ausreichender Näherung zu finden, während h durch u und ϑ durch Gl. (1) bestimmt ist, muss ausserdem α wenigstens näherungsweise bekannt sein. Dieser Winkel ist aber $= \vartheta - \varphi$, wo φ dieselbe Bedeutung für die mittleren wie φ_1 für die untersten Bahnen der Wassertheilchen hat und analog Gl. (6)

$$\sin\varphi = \sqrt{1{,}1\frac{h - x_0}{h}}$$

zu setzen ist, wenn mit x_0 die Höhe des Oberwasserspiegels über den Scheitelpunkten jener mittleren Bahnen bezeichnet wird. Nähme die Geschwindigkeit im Querschnitte über O proportional der Quadratwurzel aus der Tiefe x unter der Oberfläche zu, und erstreckte sich letztere auch noch hier bis zur Höhe des Oberwasserspiegels, so würde die Gleichung

$$\int_0^{x_0}\sqrt{x}\,dx = \int_{x_0}^{h_0}\sqrt{x}\,dx$$

zur Bestimmung von x_0 dienen können; sie liefert

$$x_0^{\frac{3}{2}} = h_0^{\frac{3}{2}} - x_0^{\frac{3}{2}} = 0{,}5\, h_0^{\frac{3}{2}}$$

$$x_0 = (0{,}5)^{\frac{2}{3}} h_0 = 0{,}63\, h_0.$$

Wenn aber auch jene Annahme in Betreff der Geschwindigkeitsänderung im Querschnitte über O nicht beanstandet wird, so hat doch in demselben schon eine Senkung der Wasseroberfläche stattgefunden, wodurch x_0 vergrössert werden muss; hier mag $x_0 = \frac{2}{3} h_0$ geschätzt und gesetzt werden:

$$\sin \varphi = \sqrt{1{,}1 \frac{h - \frac{2}{3} h_0}{h}}, \qquad \alpha = \vartheta - \varphi \;\ldots\ldots\; (7).$$

Mit gegebenen, bezw. angenommenen Werthen von H, R, t, ε, a, v, u findet man $h = 1{,}1 \frac{u^2}{2g}$, dann h_0 aus (4), ϑ aus (1), φ und α aus (7), h_1 aus (3), φ_1, OB und AB aus (5) und (6).

Dass die Schaufeln von vorn getroffen werden könnten, ist bei ihrer radialen oder fast radialen Stellung nicht zu befürchten, kann übrigens leicht durch die Zeichnung oder Berechnung des Geschwindigkeitsdreiecks u, v, w mittels der Elemente u, v, α geprüft werden. Dagegen ist ein kleiner, mit Rücksicht auf i nach Gl. (2) nur nicht zu kleiner Winkel α insofern erwünscht, als damit auch die durch den Stoss verloren gehende Geschwindigkeit w bei gegebenen Werthen von u und v abnimmt. Die Annahme von α statt R könnte freilich einen unzulässigen Werth von R zur Folge haben; es genügt die Bemerkung, dass R und α unter übrigens gleichen Umständen sich in entgegengesetztem Sinne gleichzeitig ändern.

Wäre z. B. $H = 2$, $R = 3$, $t = 0$, $\varepsilon a = 0{,}24$
$v = 1{,}8$ und $u = 1{,}75 v = 3{,}15$,
so ergäbe sich $h = 0{,}557$, $h_0 = 0{,}390$, $\vartheta = 58^0 44'$, $\varphi = 49^0 59'$, $\alpha = 8^0 45'$, $h_1 = 0{,}950$, $OB = 0{,}56$ und $AB = 0{,}82$.

Mustergültig für die Ausführung ist dieses Beispiel nicht; OB und AB sind übermässig gross, ebenso $i = 0{,}92$ Mtr. infolge des kleinen Werthes von α. Vergrössert wird α durch Vergrösserung von ϑ (Verkleinerung von R) und durch Verkleinerung von φ; letztere wird bewirkt durch Verkleinerung von h. Entsprechend werden dann auch h_1 und φ_1, somit OB und AB kleiner. Man erkennt, dass solche tiefschlächtigen Räder mit Ueberfalleinlauf mässige Geschwindigkeiten und solche Halbmesser R erfordern, welche nur wenig $> H$ sind.

Wird obiges Beispiel dahin abgeändert, dass unter übrigens denselben Voraussetzungen

$$v = 1{,}5 \text{ und } u = 1{,}8v = 2{,}7, \text{ entsprechend } h = 0{,}409$$

angenommen wird, so ergiebt sich schon wesentlich brauchbarer:

$$h_0 = 0{,}346, \quad \vartheta = 61^0\,59', \quad \varphi = 43^0\,50', \quad \alpha = 18^0\,9'$$
$$h_1 = 0{,}607, \quad \varphi_1 = 43^0\,27', \quad OB = 0{,}26, \quad AB = 0{,}55$$

und $i = 0{,}45$ Mtr. Wenn auch eine weitere Verkleinerung von v nicht erwünscht ist, könnte doch u noch mehr bis etwa $u = 1{,}6 \,.\, 1{,}5 = 2{,}4$ reducirt werden, entsprechend $h = 0{,}323$ Mtr.

Mit $h = 0{,}4$ und $\cos\vartheta = 0{,}5$ bis $0{,}4$ (entsprechend $\vartheta = 60^0$ bis $66^0\,25'$) lässt sich gemäss Gl. (1) für die Beziehung zwischen R und H zu ungefährem Anhalt die Regel bilden:

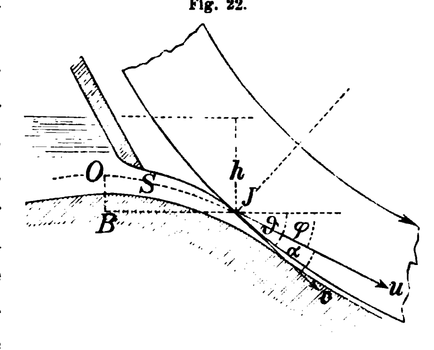
$$\frac{R}{H - 0{,}4} = \frac{1}{0{,}5} \text{ bis } \frac{1}{0{,}6} = 2 \text{ bis } \frac{5}{3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Ihr entspricht $R = 2$ bis 4 Mtr. für

$$H = \frac{1}{2} \cdot 2 + 0{,}4 \text{ bis } \frac{3}{5} \cdot 4 + 0{,}4$$
$$= 1{,}4 \text{ bis } 2{,}8 = 0{,}7\,R.$$

2) Bei der Anwendung einer Spannschütze, Fig. 22, lässt man den Boden des Kropfgerinnes mit parabolischer Krümmung in den Boden des Zuflussgerinnes übergehen und legt das am unteren Rande passend abgerundete Schutzbrett mit entsprechender Neigung gegen den Horizont möglichst nahe an das Rad, so dass es, ganz heruntergelassen, die parabolische Krümmung des Einlaufgerinnes in dem vom Scheitel zum Kropfgerinne abfallenden Zweige trifft. Die Verzeichnung dieser Parabel kann hier für die Mittellinie des einfliessenden Wasserstrahls ausgeführt werden, und zwar unmittelbar so, dass sie den Umfang des Rades im mittleren Eintrittspunkte J unter einem angenommenen Winkel α schneidet; ausser vom Gefälle h für den Punkt J (entsprechend h_1 für A im Falle von Fig. 21) ist nämlich hier die Parabel nicht zugleich von einer anderen Grösse (von h_0 im vorigen Falle) abhängig, durch welche der Elevationswinkel φ in J (bezw. φ_1 in A, Fig. 21) bedingt wird.

Fig. 22.



Ist v gegeben und u entsprechend angenommen, ist ferner β der Winkel, unter welchem die Radperipherie von den Schaufeln geschnitten wird, so muss jedenfalls α der Bedingung

$$\frac{u}{v} > \frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

entsprechend genommen werden. Mit $h = 1{,}1\frac{u^2}{2g}$ findet man dann ϑ aus Gl. (1) und $\varphi = \vartheta - \alpha$, wonach der Scheitelpunkt O der Parabel bestimmt ist durch

$$OB = \frac{u^2}{2g}\sin^2\varphi, \quad JB = \frac{u^2}{2g}\sin 2\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Wird nun der Mittelpunkt der Schutzöffnung in einem Punkte S der Parabel OJ angenommen, welcher um h' unter dem Oberwasserspiegel liegt, so sind die Strahldicken $= x$ bei S und $= y$ bei J bestimmt durch

$$Q = \mu b x\sqrt{2gh'}, \quad y = x\sqrt{\frac{h'}{h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Bei gehöriger, die äussere Contraction ausschliessender Abrundung des Schutzbrettes bedeutet hier μ einen Geschwindigkeitscoefficienten, der nur wenig < 1, etwa $= 0{,}96$ anzunehmen ist. Das Profil des Gerinnebodens kann endlich nach Augenmass unter der Parabel OJ so gezeichnet werden, dass sein stetig veränderlicher Abstand von derselben bei $S = \frac{x}{2}$, bei $J = \frac{y}{2}$ ist.

Die besonderen Umstände, welche bei der Ueberfallschütze für ein kleines v sprachen, sind hier nicht vorhanden. Meistens ist hier $v = 2$ passend, $u = 1{,}75v = 3{,}5$, vorausgesetzt, dass H grösser, als $h = 1{,}1\frac{u^2}{2g}$ $= 0{,}687$ ist. Wird dann mit durchschnittlich $a = 0{,}45$ nach Gl. (1) im vorigen Paragraph

für	$R = 2$	3	4
	$\beta = 70^0\,42'$	$74^0\,15'$	$76^0\,23'$ angenommen,
so müsste nach (9):	$\alpha < 38^0\,4'$	$40^0\,53'$	$42^0\,39'$

sein. In der Regel ist α beträchtlich kleiner anzunehmen um so mehr, je kleiner ϑ, theils mit Rücksicht auf die wünschenswerthe Verkleinerung von w, theils damit nicht $\varphi = \vartheta - \alpha$ zu klein ausfalle und damit nach (10) der Scheitelpunkt O zu nahe am Rade zu liegen komme.

Der Winkel ϑ kann hier zwischen weiten Grenzen verschieden sein. Wäre z. B.

$$R = 2 \text{ und } 4$$
$$\text{bei } H = 1 \quad „ \quad 2{,}8 = 0{,}5\,R \text{ bezw. } 0{,}7\,R,$$
$$\text{so folgte } \vartheta = 31^0\,47' \text{ und } 61^0\,38'$$

aus Gl. (1) mit $t = 0$. —

Zur Gewinnung einer Näherungsformel für den Wirkungsgrad ist zunächst eine solche für den Gefällverlust h_3 erforderlich. Nach Gl. (6), §. 21, hatte sich für denselben ein Ausdruck von der Form:

$$h_3 = \left(\frac{A}{v} + B\frac{R}{Q}\right) Rs \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

ergeben, und zwar wurde unter den Voraussetzungen daselbst, insbesondere also für $\vartheta = 90^0$

$$A = 6{,}35 \qquad B = 1{,}12$$

gefunden. Im Allgemeinen sind diese Coefficienten wesentlich Functionen von ϑ; um sie näherungsweise als solche zu finden, mögen sie noch für $\vartheta = 60^0$ und für $\vartheta = 30^0$ im Uebrigen unter den am angeführten Orte zu Grunde liegenden, auch hier gewöhnlich nahe zutreffenden Voraussetzungen (radiale ebene Schaufeln, $e = a = 0{,}4$ und $\varepsilon = 0{,}5$) berechnet werden. Auf dieselbe Weise wie dort findet man

$$\text{für } \vartheta = 60^0\!: A = 2{,}93 \text{ und } B = 0{,}61$$
$$„ \quad \vartheta = 30^0\!: A = 0{,}55 \quad „ \quad B = 0{,}20.$$

Werden A und B als Ordinaten zu den betreffenden Werthen von ϑ als Abscissen betrachtet und die Curven verzeichnet, welche durch die je drei bestimmten Punkte mit möglichst stetiger Krümmung hindurch gehen, so lassen sich die Werthe von A und B, welche anderen Werthen von ϑ entsprechen, als Ordinaten dieser Curven zu den betreffenden Abscissen abgreifen. So wurden die folgenden zusammengehörigen Werthe gefunden:

ϑ	A	B	ϑ	A	B
20⁰	0,03	0,11	60⁰	2,93	0,61
30⁰	0,55	0,20	70⁰	3,93	0,77
40⁰	1,24	0,32	80⁰	5,06	0,94
50⁰	2,03	0,46	90⁰	6,35	1,12

Kleineren Differenzen von ϑ können diejenigen von A und B einfach proportional gesetzt werden. Sind endlich die thatsächlichen Verhältnisse in Betreff der Schaufelstellung und der Werthe von e, a, ε von den hier vorausgesetzten erheblich verschieden, so kann man bemerken, dass A und B etwas verkleinert werden durch Schrägstellung der Schaufeln,

dagegen vergrössert durch Vergrösserung von e; durch Vergrösserung von εa wird A verkleinert, B etwas vergrössert.

Wird nun hier durchschnittlich

$$u = 1{,}75\, v$$

angenommen, so ist

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2\,uv\cos\alpha = (4{,}06 - 3{,}5\cos\alpha)\, v^2$$
$$= 0{,}68\, v^2 \text{ bis } 1{,}03\, v^2 \text{ für } \alpha = 15^0 \text{ bis } 30^0,$$

sei aber im Durchschnitt $= v^2$ gesetzt, um damit

$$\frac{w_1^{\,2}}{2g} = \frac{w^2}{2g} + k = \frac{w^2}{2g}$$

eher etwas zu gross, als zu klein zu veranschlagen. Mit $\zeta = 0{,}1$ und $h_1 = 0{,}11$ ist dann nach §. 17:

$$H_1 - h_3 = 0{,}1\,\frac{(1{,}75\,v)^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} + 0{,}11 = 0{,}118 v^2 + 0{,}11$$

und mit Rücksicht auf (12):

$$H_1 = 0{,}118 v^2 + 0{,}11 + \left(\frac{A}{v} + B\,\frac{R}{Q}\right) Rs \;\ldots\ldots\; (13).$$

Wird der Effectverlust durch Nebenwiderstände ebenso wie beim mittelschlächtigen Rade zu 6 % des absoluten Effects veranschlagt, so ist schliesslich

$$\eta = 0{,}94 - \frac{H_1}{H} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (14).$$

Bei einem tiefschlächtigen Rade mit Ueberfallschütze kann

$$v = 1{,}5 \text{ und } R = \frac{H}{0{,}7},$$

$$\vartheta = 60^0 - 66^0, \text{ also } A = 3{,}23 \text{ und } B = 0{,}66$$

gesetzt werden. Damit ergiebt sich:

$$\eta = 0{,}94 - \left(3{,}08 + 0{,}94\,\frac{R}{Q}\right) s - \frac{0{,}376}{H} \;\ldots\ldots\ldots\; (15).$$

z. B. mit $s = 0{,}015$ für $H = 1{,}5 \quad 2 \quad 2{,}5$

und $\frac{R}{Q} = 4 \quad 5 \quad 6$

$\eta = 0{,}59 \quad 0{,}64 \quad 0{,}66.$

Ist bei einem Rade mit Spannschütze $v = 2$, so ist nach (13) und (14):

$$\eta = 0{,}94 - \left(\frac{A}{2} + B\,\frac{R}{Q}\right)\frac{R}{H}\, s - \frac{0{,}582}{H} \;\ldots\ldots\ldots\; (16).$$

und man findet beispielsweise

für	$R = 2$	3	4
und	$H = 1$	1,8	2,8 mit $t = 0$
nach (1):	$\vartheta = 31^0 47'$	$51^0 1'$	$61^0 38'$;
dazu	$A = 0,67$	2,12	3,09
	$B = 0,22$	0,48	0,64; endlich mit $s = 0,015$
und	$\frac{R}{Q} = 4$	5	6
	$\eta = 0,32$	0,53	0,62.

Die selbst bei gleich grossen Gefällen kleiner gefundenen Werthe von η sind Folge der grösser angenommenen Geschwindigkeiten. Insbesondere für Gefälle $H < 1,5$ Mtr. ist es deshalb rathsam, $v < 2$ und besonders $u < 3,5$ anzunehmen, um das Stossgefälle zu Gunsten des Druckgefälles zu verkleinern. Uebrigens lässt sich bei kleineren Rädern und kleineren Werthen von ϑ, also bei geringerer Ausdehnung des Kropfgerinnes auf eine kleinere Weite s der Spielräume und somit auf etwas grössere Wirkungsgrade rechnen, als hier beispielsweise gefunden wurden.

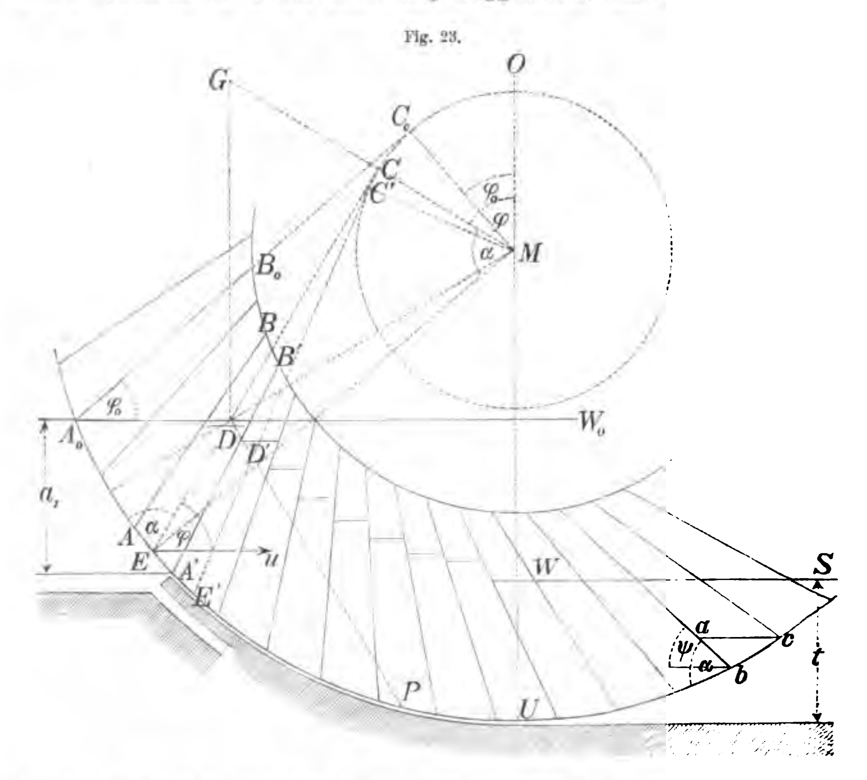
§. 23. Das Sagebien-Rad.

Dieses vom französischen Ingenieur Sagebien herrührende, auch für sehr kleine Gefälle geeignete tiefschlächtige Kropfrad von grossem Durchmesser ($R = 3 - 5$ Mtr.) hat eine ungewöhnlich grosse Kranzbreite a (bis 0,5 R und darüber) und trotzdem eine nur kleine Theilung e von etwa 0,3 Mtr., sowie eine kleine Umfangsgeschwindigkeit $v = 0,6$ bis 0,8 Sek. Mtr. Der Zufluss des Wassers erfolgt mit entsprechend kleiner Geschwindigkeit u (unmittelbar vor dem Einfluss in das Rad verstanden) als ein Strom von ungewöhnlich grosser Tiefe (Dicke) über der Ueberfallschütze, durch welche dieser Zufluss regulirt wird. Besonders charakteristisch ist diesem Rade endlich eine Neigung der übrigens ebenen Schaufeln gegen die radiale Richtung entgegengesetzt dem sonst üblichen Sinne solcher Neigung, Fig. 23, wodurch freilich die Lage der aus dem Unterwasser sich erhebenden Schaufeln gegen dieses verschlechtert, aber ein solcher Neigungswinkel φ_0 der eintauchenden Schaufel $A_0 B_0$ gegen den Oberwasserspiegel $A_0 W_0$ erzielt wird, dass die Schaufeln dort, wo während der Füllung und zu Ende derselben ein Ueberfliessen von Wasser über den inneren Rand am leichtesten stattfinden könnte, eine diesem vorbeugende hinlänglich steile Lage haben. Auch kommen dadurch die Schaufeln

mehr in die Richtung der relativen Zuflussgeschwindigkeit w, welche hier stark aufwärts gerichtet ist. Der mit dem Halbmesser m um den Mittelpunkt M beschriebene Kreis, welcher von den Verlängerungen aller geradlinigen Schaufelprofile berührt wird, heisse der Kreis (C).

Bei A', Fig. 23, ist ein Schlitz gezeichnet, in welchem das dem Umfange des Rades entsprechend cylindrisch gekrümmte Schutzbrett Platz findet. Dasselbe ist in der Zeichnung weggelassen; indessen wird mit A'

Fig. 23.



im Folgenden die jeweilige Lage des oberen Randes dieses Schutzbrettes, also mit $A_0 A'$ der Bogen bezeichnet, längs welchem das Wasser in das Rad einfliesst als ein Strom von der Stärke (Tiefe) a_1. Dieses Einfliessen findet hier aber in anderer Weise statt, als bei den meist üblichen bisher besprochenen Rädern, und erfordert eine nähere Untersuchung.*

Während ein Schaufelraum sich aus der Lage, in welcher seine vordere Schaufel, mit $A_0 B_0$ zusammenfallend, einzutauchen anfängt, bis

* Siehe einen Aufsatz von C. Bach in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1873, S. 202.

zu der Lage bewegt, in welcher seine hintere Schaufel sich in $A_0 B_0$ befindet, ist die Wasseroberfläche in ihm die Fortsetzung der Oberfläche des zufliessenden Wassers. Bewegt sich aber der Schaufelraum weiter, so fliesst das Wasser schräg aufwärts in ihn ein nach Massgabe der vorhandenen relativen Zuflussgeschwindigkeit, der betreffenden Druckhöhen und Bewegungswiderstände, sowie entgegengesetzt der Centrifugalkraft, und es ist fraglich, ob schliesslich in der Lage, in welcher seine vordere Schaufel mit $A'B'$ zusammenfällt und seine Einmündung sich zu verengen anfängt, die Wasseroberfläche im Schaufelraume über oder unter $A_0 W_0$ liegt. Ersteres würde nicht einem Gewinn an Gefälle entsprechen, vielmehr wäre solche Erhebung der Wasseroberfläche die Folge einer auf Kosten des Gefälles zu grossen absoluten Zuflussgeschwindigkeit u, welche nach der hier zu Grunde liegenden richtigen Idee thatsächlich nicht grösser sein soll, als die Beaufschlagung des Rades erfordert. Bliebe die Wasseroberfläche im Schaufelraume unter $A_0 W_0$, so würde damit die aufzunehmende Wassermenge unerwünschter Weise eingeschränkt. Die Verhältnisse sind also thunlichst so zu wählen, dass für die Lage $A'B'$ einer Schaufel die Oberfläche des Wassers in dem ihr unmittelbar nachfolgenden Schaufelraume in der Höhe des Oberwasserspiegels oder wenigstens nur sehr wenig tiefer liegt. In dieser Lage des Schaufelraumes ist nun aber der Wassereinfluss in denselben einstweilen erst insoweit zu Ende, als er durch seine volle Oeffnung erfolgt; bewegt er sich weiter bis seine hintere Schaufel in die Lage $A'B'$ kommt, so verengt sich die Einflussöffnung allmählich bis Null und sinkt der Wasserspiegel in ihm bis zu einer gewissen Tiefe y' unter $A_0 W_0$. Bei der Weiterbewegung ohne weiteren Zufluss sinkt der Wasserspiegel im Schaufelraume allmählich bis zum Unterwasserspiegel WS.

Zur Gewinnung der Grundlagen für eine passende Construction des Sagebien-Rades handelt es sich zunächst um eine nähere Untersuchung jener beiden Perioden des Wassereinlaufs in einen Schaufelraum, während nämlich dessen Einmündung ganz offen und während sie in allmählicher Verkleinerung begriffen ist, sowie um die Beziehung, welche zwischen dem Aufschlagwasserquantum und den übrigen Radelementen stattfindet. Vom Wasserverlust durch die Spielräume wird dabei einstweilen abgesehen.

$ABA'B'$, Fig. 23, sei ein zwischen den Grenzlagen $A_0 B_0$ seiner hinteren und $A'B'$ seiner vorderen Schaufel in der ersten Periode seiner Füllung begriffener Schaufelraum (den man sich also in der Figur im Allgemeinen mehr links liegend zu denken hat), ED seine

Mittellinie, welche den Kreis (C) im Punkte C berührt und von der Wasseroberfläche im Schaufelraum in D geschnitten wird im Abstande $x = ED$ von E und in der Tiefe y unter $A_0 W_0$; x und y sind Functionen des Winkels φ, unter welchem EC gegen den Horizont oder MC gegen die Verticale MO geneigt ist. Mit $ME = R$ und

$$\alpha = \measuredangle EMC = arc\cos\frac{m}{R}$$

sei $r = CE = R \sin \alpha$. Ferner sei

h die Höhe des Oberwasserspiegels $A_0 W_0$ über dem Punkte E,

h_0 die hydraulische Ueberdruckhöhe des Wassers unmittelbar nach seinem Einflusse in den Schaufelraum,

u die horizontale Zuflussgeschwindigkeit des Wassers zum Rade, verstanden als mittlere, in allen Punkten des Bogens $A_0 A'$ gleiche absolute Geschwindigkeit,

w die relative Zuflussgeschwindigkeit, nämlich die Resultante von u und der entgegengesetzt genommenen, mit ED den Winkel α bildenden Umfangsgeschwindigkeit v im Punkte E,

w_0 die (mittlere) relative Geschwindigkeit im Sinne ED unmittelbar nach dem Einflusse in den Schaufelraum,

w_1 die ebenso gerichtete relative Geschwindigkeit an der Oberfläche des einfliessenden Wassers bei D,

v_1 die Geschwindigkeit des Radpunktes D, senkrecht zu $MD = R_1$ und, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des Rades ist, $= R_1 \omega$;

c und c_1 seien die Weiten des Schaufelraums bei E und bei D, nämlich die aus C als Mittelpunkt mit den Halbmessern CE und CD beschriebenen Bogenlängen zwischen den einander zugekehrten Schaufelflächen.

Wird nun, wie es in analogen Fällen üblich ist und erfahrungsgemäss zu hinlänglich wenig fehlerhaften Ergebnissen führt, der Bewegungszustand des in den Schaufelraum ein- und in ihm weiterfliessenden Wassers in jedem Augenblicke demjenigen gleich gesetzt, welcher eigentlich erst im Beharrungszustande unter gleich bleibenden augenblicklichen Umständen eintreten würde, so ist nach einer Fundamentalgleichung der technischen Hydraulik (siehe Bd. I, §. 78, Gl. 3) einstweilen ohne Rücksicht auf Bewegungswiderstände:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{w_0^2}{2g} + h_0 - (h - y) + k.$$

Dabei ist

$$\frac{w_0^2}{2g} + h_0 = \frac{w^2}{2g} + h;$$

k ist die Arbeit der Centrifugalkraft pro 1 Kgr. Wasser bei der relativen Bewegung von E bis D, also

$$k = \frac{\omega^2}{g}\int_R^{R_1} R_1\, dR_1 = \frac{\omega^2}{g}\,\frac{R_1^2 - R^2}{2} = \frac{v_1^2 - v^2}{2g}.$$

Die Einsetzung dieser Ausdrücke giebt, wenn zur Berücksichtigung von Bewegungswiderständen schliesslich w_1^2 mit $(1 + \zeta)$ multiplicirt wird, unter ζ den resultirenden Widerstandscoefficienten verstanden,

$$(1 + \zeta)\, w_1^2 = w^2 + 2gy + v_1^2 - v^2 \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Die relative Zuflussgeschwindigkeit w hat zwar im Allgemeinen nicht genau die Richtung ED, doch ist es bei ihrer geringen Grösse hier unerheblich, wenn sie selbst etwas gegen die vorderen Schaufelflächen gerichtet sein sollte. Mit

$$w^2 = u^2 + v^2 + 2uv\cos(\alpha + \varphi) \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

und

$$v_1 = v\frac{R - x\sin\alpha}{R} = v\left(1 - \frac{x\sin\alpha}{R}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

ergiebt sich w_1 durch Gl. (1) bei gegebenen Werthen von R, α, v, u als Function von x, y und φ, welche Grössen unter sich in einer Beziehung stehen, die aus Fig. 23 durch Gleichsetzung von

$$h = x\sin\varphi + y$$

mit der Differenz der Verticalprojectionen von EC und A_0C_0, vermehrt um die Verticalprojection von C_0C, erhalten wird, nämlich

$$x\sin\varphi + y = r(\sin\varphi - \sin\varphi_0) + m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)$$

oder

$$x = r - \frac{r\sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi) + y}{\sin\varphi} \quad \ldots\ldots (4).$$

Ein zweiter Ausdruck von w_1 als Function von x, y und φ entspricht dem Aenderungsgesetz des Querschnitts F der augenblicklichen Wasserfüllung des Schaufelraums mit der (zur Radaxe senkrechten) Ebene der Figur. Es ist nämlich

$$F = x\frac{c + c_1}{2} \text{ und } \frac{c_1}{c} = \frac{r - x}{r} = 1 - \frac{x}{r},$$

also

$$F = cx\left(1 - \frac{x}{2r}\right);\ dF = c\left(1 - \frac{x}{r}\right)dx.$$

Indem diese Aenderung von F in einem Zeitelement dt auch

$$dF = c_1 w_1 dt = c\left(1 - \frac{x}{r}\right) w_1 \frac{d\varphi}{\omega}$$

ist, folgt durch Gleichsetzung beider Ausdrücke von dF:

$$w_1 = \omega \frac{dx}{d\varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Durch die Substitution dieses Ausdrucks in der Gleichung (1) wird diese eine Differentialgleichung zwischen x, y und φ, welche integrirt werden müsste, um in Verbindung mit (4) daraus x und y als Functionen von φ zu finden. Diese praktisch nicht ausführbare Bestimmung wird indessen sehr einfach (die Bildung der Differentialgleichung vermieden), wenn man sich erlaubt, statt (5)

$$w_1 = \omega \frac{dx_0}{d\varphi}$$

zu setzen, unter x_0 den Werth von x verstanden, welcher $y = 0$ entspricht, also die von ED nur sehr wenig verschiedene Strecke ED_0, falls D_0 den Schnittpunkt von ED mit $A_0 W_0$ bedeutet. Aus

$$x_0 = r - \frac{r \sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)}{\sin\varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

folgt dann

$$\frac{dx_0}{d\varphi} = (r \sin\varphi_0 - m \cos\varphi_0) \frac{\cos\varphi}{\sin^2\varphi} + \frac{m}{\sin^2\varphi}$$

$$= \frac{r \sin\varphi_0 - m(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)}{\sin\varphi} \cot g\,\varphi + m$$

$$= (r - x_0) \cot g\,\varphi + m = MG \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

wenn G den Schnittpunkt der Geraden MC mit der Verticalen durch D_0 bedeutet. Mit der Annäherung, welche $x = x_0$ entspricht und mit welcher nach (3) jetzt auch

$$v_1 = v\left(1 - \frac{x_0 \sin\alpha}{R}\right)$$

gesetzt werden kann, ist also $w_1 =$ der Geschwindigkeit des Radpunktes G. Wird diese mit v_2 bezeichnet, so findet man y nach (1) durch die Gleichung:

$$2gy = v^2 - v_1^2 + (1 + \zeta) v_2^2 - w^2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

unmittelbar als Function von φ, indem

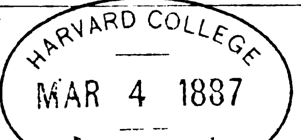
$$v^2 - v_1^2 = \frac{x_0 \sin\alpha}{R}\left(2 - \frac{x_0 \sin\alpha}{R}\right) v^2$$

$$\left.\begin{aligned} &= x_0 \sin\alpha\,(2R - x_0 \sin\alpha)\,\omega^2 \\ v_2 &= [(r - x_0) \cot g\,\varphi + m]\,\omega \\ w^2 &= u^2 + v^2 + 2uv \cos(\alpha + \varphi) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

und x_0 durch (6) als Function von φ bestimmt ist.

Inhaltsverzeichniss der ersten Lieferung.

J. F. Richter, Hamburg, gr. Bleichen 33.



THEORETISCHE

MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,

PROFESSOR AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN VIER BÄNDEN.

DRITTER BAND.

THEORIE DER KRAFTMASCHINEN.

MIT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

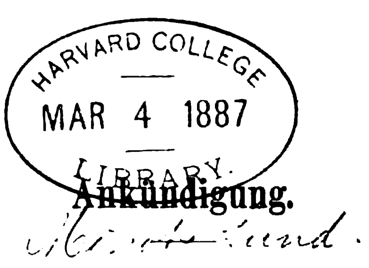
ZWEITE LIEFERUNG.

HAMBURG UND LEIPZIG,

VERLAG VON LEOPOLD VOSS.

1886.

Preis 4 Mark.



Ankündigung.

Der mit dieser Lieferung begonnene dritte Band der *Theoretischen Maschinenlehre* behandelt die *Kraftmaschinen* in ihrem ganzen Umfange, d. h. die Maschinen, welche zur Verwerthung der Naturkräfte als technische Betriebskräfte dienen, insbesondere also nächst den Maschinen zur Aufnahme thierischer Kräfte die hydraulischen Kraftmaschinen, Windräder, Dampfmaschinen und überhaupt die calorischen Maschinen im weiteren Sinne.

Der Band erscheint in fünf Lieferungen und wird ungefähr den gleichen Umfang erhalten, wie die bereits erschienenen ersten beiden Bände.

Berichtigungen zur ersten Lieferung.

Seite 28, Zeile 5 v. u. lies: ... $E = 28$ Meterkgr. Einen nahe ebenso grossen ...

Seite 49, Zeile 4 v. u. lies: ... geleistete Arbeit durch Reaction gegen seine relative Beschleunigung oder durch ...

Seite 84, Zeile 11 v. u. lies: 0,476 statt 6,476.

Seite 99, Zeile 1. Im Ausdrucke $\gamma Q \frac{x-y}{2}$ fehlt der Factor $\frac{x-y}{x}$. Die folgenden Ausdrücke sind entsprechend zu ändern; doch kann $h_1 = \frac{a}{4}$ nach wie vor in der Regel als nahe zutreffend betrachtet werden.

Seite 104, Zeile 4 v. u. lies: $\frac{4}{3}$ statt $\frac{3}{4}$.

Seite 123, Zeile 1 lies: ... nach Abzug von $\varsigma \frac{u^2}{2g}$, des Stossverlustes $\frac{w_1^2}{2g}$ und ...

Die Gleichungen (3) und (4) werden dadurch:

$$\frac{h'}{H'} = \frac{H' - \varsigma \frac{u^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}}{H'} = max \quad \ldots . \quad (3)$$

$$\frac{h'}{H'} = \frac{u_1^2 - w_1^2 - v^2}{u_1^2 + \varsigma u^2} \text{ nahe } = \frac{u_1^2 - w_1^2 - v_1^2}{(1 + \varsigma) u_1^2} = max \quad . . \quad (4).$$

Auch die Ausdrücke (5) und (6) von $\frac{h'}{H'}$ erhalten im Nenner den Factor $(1 + \varsigma)$, doch die Beziehung (7) zwischen u und v bleibt unverändert.

Seite 128, Zeile 1 v. u. lies: dieses statt dieser.

Es mag bemerkt werden, dass Gl. (3) schon insofern nicht genau war, als $x \sin\alpha$ daselbst für die radiale Strecke von D bis zum Radumfange gesetzt worden ist. Ebenso ist im Ausdrucke (9) von $v^2 - v_1{}^2$ statt $x_0 \sin\alpha$ richtiger die radiale Strecke von D_0 bis zur Radperipherie zu setzen. Wird also in Fig. 23 die Gerade D_0P normal zu MD_0 gezogen bis zum Schnittpunkte P mit dem Umfang des Rades, so ergiebt sich $v^2 - v_1{}^2 =$ dem Quadrat der Geschwindigkeit eines Radpunktes im Abstande D_0P von der Axe. Mit Rücksicht auf die Bedeutung von v_2 und weil auch w constructiv durch das Geschwindigkeits-Parallelogramm für den Punkt E zu bestimmen ist, ergiebt sich somit, wie überhaupt die Zeichnung zur Bestimmung aller Bestandtheile von y benutzt werden kann.

Indem übrigens $\frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx_0}{d\varphi}$ etwas zu gross, also auch w_1 nach (5) etwas zu gross $= v_2$ gesetzt worden ist, desgleichen $v^2 - v_1{}^2$ nach (9) etwas zu gross ist, wird auch y durch dieses Näherungsverfahren etwas zu gross gefunden. Das hat aber um so weniger zu bedeuten, als der Coefficient ζ nur ungefähr geschätzt werden kann. Insoweit der Widerstand von der Reibung an den Schaufelflächen herrührt, kann etwa

$$\zeta = 0{,}03\,\frac{x}{d}$$

gesetzt werden, unter d den mittleren Durchmesser des Canals verstanden:

$$d = \frac{4bc}{2(b+c)} = \frac{2bc}{b+c} \text{ nahe } = 2c,$$

sofern hier b sehr gross gegen c ist. Mit durchschnittlich $c = 0{,}25$ Mtr. und $x = 1{,}25$ Mtr. wäre $\zeta = 0{,}075$. Ein weiterer Widerstand wird aber durch den Stoss gegen die Stirnflächen der Schaufeln und durch eine damit zusammenhängende, übrigens gewiss sehr geringfügige innere Contraction verursacht, und mag mit Rücksicht darauf im Ganzen etwa $\zeta = 0{,}15$ zu schätzen sein, entsprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten

$$= \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} = 0{,}93.$$

Die Gleichungen (8) und (9) bleiben bis zu Ende der ersten Füllungsriode des Schaufelraums, d. h. bis zur Lage $A'B'$ seiner vorderen haufel gültig. In der dann folgenden zweiten Füllungsperiode mmt seine im Radumfang gemessene Oeffnungsweite von εe bis Null b, wenn εe den Theilbogen e nach Abzug des von einer Schaufel einenommenen Theils bedeutet, bei hölzernen Schaufeln etwa $\varepsilon = 0{,}9$. Dabei mmt auch w_1 bis Null ab, indem die relative Geschwindigkeit, mit

welcher das Wasser in den Schaufelraum einströmt, durch die plötzliche Querschnittsvergrösserung dieses Wasserstroms in zunehmendem Masse verloren geht. Diese relative Einströmungsgeschwindigkeit selbst ändert sich aber nicht wesentlich und mag für die ganze zweite Füllungsperiode constant = demjenigen Werthe

$$w' = \frac{r-x}{r} w_1 \text{ mit } w_1 \text{ nahe } = v_2 \quad \ldots\ldots\ldots (10)$$

gesetzt werden, den sie zu Ende der ersten Periode angenommen hatte; ein etwas wachsender Einströmungswiderstand wird in seiner Wirkung theilweise durch die zunehmende, der Einströmung förderliche Druckhöhe y ausgeglichen.

Ist nun q' das Wasservolumen, welches pro Einheit der Radbreite in der zweiten Füllungsperiode in den Schaufelraum einfliesst, also dq' dasselbe für ein Zeitelement dt, und ist der von εe bis Null abnehmende Einmündungsbogen augenblicklich $= z$, somit die Einmündungsweite $= z \sin\alpha$, so ergiebt sich mit einem empirischen Coefficienten μ, der hier etwa $= 0{,}9$ veranschlagt werden mag:

$$dq' = \mu w' z \sin\alpha \, dt = \mu w' z \sin\alpha \frac{-dz}{v}$$

$$q' = \mu \frac{w'}{v} \sin\alpha \int_{\varepsilon e}^{0} z(-dz) = \mu \frac{w'}{v} \frac{(\varepsilon e)^2}{2} \sin\alpha \quad \ldots\ldots (11).$$

Zeichnet man den Schaufelraum in den Lagen, welche dem Anfange und dem Ende dieser zweiten Füllungsperiode entsprechen, wie es in Fig. 23 geschehen ist, und sind $x = ED$, $x' = E'D'$ die im Wasser liegenden Strecken der Mittellinien EC, $E'C'$, so findet man x' aus x und q' (y' aus y und q'), indem aus dem Mittelpunkte M mit dem Halbmesser MD ein Kreisbogen beschrieben wird, welcher $E'C'$ in N schneide, und indem eine Horizontale über N so gezogen wird, dass sie mit der Horizontalen durch N aus der Fläche des Schaufelraums ein Stück $= q'$ ausschneidet; sie schneidet $E'C'$ im Punkte D', dessen Tiefe unter $A_0 W_0$ mit y' bezeichnet wurde.

Die Länge x' oder vielmehr $x' \sin\alpha$ ist aber durch das Aufschlagwasserquantum q pro Sek. und pro 1 Mtr. Radbreite bestimmt. Mit der obigen Bedeutung von ε kann nämlich gesetzt werden:

$$q = \frac{Q}{b} = \varepsilon x' \sin\alpha \frac{v + v_1}{2}$$

$$= \varepsilon x' \sin\alpha \left(1 - \frac{x' \sin\alpha}{2R}\right) v \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Bei der grossen Zahl von Radelementen, welche hier in Betracht kommen, ist es kaum zu vermeiden, dieselben wesentlich durch Probiren so zu bestimmen, dass mit Berücksichtigung sonstiger Erfordernisse der Schaufelstellung das verlangte Wasserquantum aufgenommen werden kann, und zwar so aufgenommen wird, dass zu Ende der ersten Füllungsperiode eines Schaufelraums das Wasser in ihm nahe bis zur Höhe des Oberwasserspiegels $A_0 W_0$ reicht. Bei gegebenem Gefälle H und Aufschlagwasserquantum Q werde letzteres hier durch Annahme in die Factoren b und q zerlegt. Angenommen werde ferner v, R, wodurch $\omega = \frac{v}{R}$ bestimmt ist, wogegen die Annahme von m (mit Rücksicht auf den Wasseraustritt nicht grösser, als die Gewinnung eines hinlänglich grossen Eintauchungswinkels φ_0 erfordert) besser vorbehalten bleibt, bis die Lage von $A_0 W_0$ gegen das Rad bestimmt ist. Durch die angenommene Zahl und Dicke der Schaufeln werden aber weiter e und ε festgesetzt. Aus (12) ergiebt sich dann $x' \sin \alpha$, und können in der Zeichnung der Unter- und der Oberwasserspiegel eingetragen werden, ersterer (WS) in noch zu besprechender Höhe t über dem tiefsten Punkt des Rades, letzterer ($A_0 W_0$) um H Mtr. höher als jener, oder richtiger um

$$H - \frac{u^2}{2g} = H - \text{ca. } 2 \text{ Centimtr.}$$

höher. Die Lage von $A_0 W_0$ bestimmt den Punkt A_0 und führt zu passender Annahme von m, wodurch auch α und r, sowie x' bestimmt sind. Jetzt handelt es sich noch um den Punkt A', also um a_1 und $u = \frac{q}{a_1}$. Es ist aber A' bestimmt durch den Schnittpunkt X von $A_0 W_0$ mit der durch A' gehenden Tangente des Kreises (C), welcher Punkt X nahe in der Mitte zwischen den Punkten D_0 und D'_0 liegt, in welchen $A_0 W_0$ von der Mittellinie eines Schaufelraums zu Anfang und zu Ende der zweiten Füllungsperiode geschnitten wird. Zwischen diesen Punkten D_0 und D'_0 muss offenbar auch der Punkt X_0 liegen, in welchem ein aus M mit dem Halbmesser $R_1 = R - x' \sin \alpha$ beschriebener Kreis den Oberwasserspiegel schneidet, und liegt es nahe, den noch unbekannten Punkt X zunächst in diesem schon bekannten Punkte X_0 liegend anzunehmen, wodurch auch EC und $E'C'$ bestimmt sind, sowie der Punkt D' als Schnittpunkt von $E'C'$ mit jenem Kreise zum Halbmesser R_1; die zu messende Tiefe von D' unter $A_0 W_0$ ist $= y'$. Der mit X_0 vorläufig zusammenfallend angenommene Punkt X bestimmt endlich a_1 und u; aber

jene Annahme bedarf noch der Controle und ev. der Berichtigung. Wird zu dem Ende y aus (8), q' aus (11) ermittelt, so müsste der hierdurch bestimmte Werth von y' mit dem obigen übereinstimmen, widrigenfalls die beiden entsprechenden horizontalen Geraden aus dem Kreise zum Halbmesser R_1 einen kleinen Bogen herausschnitten, dessen mittlere Punkte corrigirte Lagen des Punktes D' wären, welche in leicht ersichtlicher Weise entsprechend corrigirte Lagen des Punktes A', also corrigirte Werthe von a_1 und u zur Folge haben. Dass übrigens y bei dieser Bestimmung von a_1 als eine sehr kleine Grösse gefunden wird, wie verlangt wurde, ist leicht zu ermessen.

Einen ungünstigen Einfluss hat die Schaufelstellung des Sagebien-Rades auf den Austritt des Wassers. Sollte dieses möglichst widerstandslos in horizontaler Richtung ausfliessen in solchem Masse, dass die Wasseroberflächen aller sich entleerenden Schaufelräume in der Höhe des Unterwasserspiegels WS liegen, wie Fig. 23 andeutet, so müsste zu der durch bc in der Figur dargestellten Umfangsgeschwindigkeit v eine Relativgeschwindigkeit ab hinzutreten. Die absolute Ausflussgeschwindigkeit, dargestellt durch ac, wäre dann

$$u_1 = v \frac{\sin\alpha}{\sin\psi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13),$$

wo ψ der Nebenwinkel des hier stumpfen Winkels φ ist und während des Ausflusses abnimmt. Ein genügender Mittelwerth von u_1 würde sich mit dem Winkel ψ für eine nach Schätzung mittlere Lage des Austrittspunktes b ergeben. Die dieser mittleren Ausflussgeschwindigkeit u_1 entsprechende Geschwindigkeitshöhe (lebendige Kraft) wäre für den Effect des Rades verloren, und es empfiehlt sich in der That, sie als Gefällverlust statt der kleineren Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2g}$ in Rechnung zu stellen, weil, wenn die zu Grunde liegende Voraussetzung nicht zuträfe, ein anderer, voraussichtlich nicht kleinerer Effectverlust die Folge davon sein würde.

Sehr wesentlich bei der grossen, mit dem ganzen Gefälle vergleichbaren Eintauchungstiefe dieser Räder ist der mit h_1 bezeichnete, am Ende von §. 14 hinsichtlich seiner Bedeutung für Kropfräder besprochene Gefällverlust, mit Rücksicht auf welchen besonders eine passende Wahl der Wassertiefe t im Abflussgerinne wichtig ist, also der Eintauchungstiefe des Rades, da der Boden des Abflussgerinnes angemessener Weise gemäss Fig. 23 die tangentiale Fortsetzung des Kropfgerinnebodens bildet. Damit nämlich das mit der absoluten Geschwindigkeit u_1 aus dem Rade

fliessende nicht gegen das abfliessende Wasser stosse und dadurch eine schädliche Welle wirbelnden Wassers hinter dem Rade aufwerfe, würde dem Abflussgerinne zunächst dem Rade eine Neigung zu geben sein, infolge welcher das Wasser in ihm mit derselben Geschwindigkeit u_1 strömt, entsprechend der Wassertiefe

$$t = \frac{q}{u_1},$$

wenn nicht dadurch andererseits eine zu grosse, zur Hälfte als Gefällverlust zu betrachtende Höhe des Wasserspiegels im tiefsten Schaufelraum über WS verursacht würde. Diese Höhendifferenz würde vermieden durch

$$t = x' \sin \alpha,$$

also durch eine mittlere Geschwindigkeit im Abflussgerinne, welche nach (12):

$$\frac{q}{x' \sin \alpha} = \varepsilon \left(1 - \frac{x' \sin \alpha}{2R}\right) v$$

wesentlich $< v$ wäre. Mit Rücksicht auf diese sich widersprechenden Rücksichten wird es am besten sein, die Abflussgeschwindigkeit zwischen der zuletzt bestimmten und u_1 zu wählen, etwa $= \varepsilon v$, entsprechend dem immer noch meistens erheblichen Gefällverluste:

$$h_1 = \frac{1}{2}(x' \sin \alpha - t) = \frac{1}{2}\left(x' \sin \alpha - \frac{q}{\varepsilon v}\right) \quad \ldots \ldots (14).$$

Wollte man ihn dadurch zu vermeiden suchen, dass das Kropfgerinne über U hinaus noch etwas fortgesetzt wird in solchem Betrage, dass der Unterwasserspiegel trotz $t < x' \sin \alpha$ die Höhe $x' \sin \alpha$ über U erhielte, so würde in den von U bis zum Ende des Kropfgerinnes befindlichen Schaufelräumen eine theilweise Wiedererhebung des Wassers stattfinden und somit im Wesentlichen der fragliche Gefällverlust nur an eine andere Stelle verlegt erscheinen. —

Beispielsweise sei $H = 1$ Mtr. gegeben und werde angenommen:

$$q = 0{,}6 \qquad v = 0{,}6 \qquad R = 4.$$

Dann ist $\omega = 0{,}15$ und bei der Annahme von 80 Schaufeln:

$$e = 0{,}314.$$

Hiermit und mit $\varepsilon = 0{,}9$ folgt aus (12):

$$x' \sin \alpha = 1{,}333.$$

Nach der weiteren Annahme:

$$t = \frac{q}{\varepsilon v} = 1{,}111, \text{ entsprechend } h_1 = 0{,}111$$

nach (14), lassen sich die concentrischen Kreise um M mit den Halbmessern R und $R_1 = R - x' \sin\alpha$ verzeichnen, sowie die Wasserspiegel WS und $A_0 W_0$ eintragen, deren letzterer jene Kreise in A_0 und X_0 schneidet. Der Winkel φ_0 ergiebt sich hinlänglich gross = nahe 40^0 mit

$$m = 0{,}8 \qquad \sin\alpha = 0{,}98 \qquad r = 3{,}92.$$

Hiermit lässt sich auch der Kreis (C) verzeichnen, dessen durch X_0 gehende betreffende Tangente den Punkt A' vorläufig bestimmt und damit

$$a_1 = 1{,}21 \text{ und } u = 0{,}496$$

sowie auch die Mittellinien EC und $E'C'$, in letzterer den Punkt D', dessen Tiefe y' unter $A_0 W_0$ durch Messung = 0,06 Mtr. gefunden wird. Mit den durch Zeichnung gefundenen Grössen

$$MG = 2{,}33 \qquad D_0 P = 2{,}90 \qquad w = 0{,}40$$

ergiebt sich jetzt aus (8) und (11):

$$y = 0{,}009 \text{ und } q' = 0{,}014,$$

hiermit $y' = 0{,}10$. Von diesem letzteren Werthe in Betreff der Lage von D' ausgehend findet man auf dieselbe Weise (y und q' ändern sich dabei so wenig, dass sie keine Neuberechnung erfordern) $y' = 0{,}08$. Also die Annahme

$$y' = 0{,}06 \text{ giebt } y' = 0{,}10, \text{ d. i. } 0{,}04 \text{ zu viel,}$$
$$y' = 0{,}10 \text{ giebt } y' = 0{,}08, \text{ d. i. } 0{,}02 \text{ zu wenig,}$$

so dass auf einen wahren (sich selbst reproducirenden) Werth

$$y' = 0{,}087$$

zu schliessen ist. Die ihm entsprechend corrigirte Lage von A' ergiebt

$$a_1 = 1{,}25 \text{ und } u = 0{,}48.$$

Mit Hülfe der Zeichnung findet man auch im Mittel nahe

$$u_1 = 0{,}78. \text{ —}$$

Was den Wirkungsgrad eines Sagebien-Rades betrifft, so ist der Einfluss des Wassers mit einem nur kleinen Effectverluste verbunden. Zu dem hydraulischen Widerstande der Ueberfallschütze, der einen Gefällverlust = ungefähr $0{,}1\frac{u^2}{2g}$ verursacht, kommt ein Eintrittswiderstand im engeren Sinne, der für die erste Periode des Einfliessens oben durch den Coefficienten $\zeta = 0{,}15$, auf die Geschwindigkeit w_1 bezogen, geschätzt wurde, für die zweite Periode aber erheblich grösser ist. Für beide Perioden zusammen und bezogen auf die absolute Zuflussgeschwindigkeit u mag er zu durchschnittlich 0,3 veranschlagt, also der ganze Gefällverlust infolge des Zu- und Einflusses des Wassers

$$= 0{,}4 \frac{u^2}{2g}$$

gesetzt werden. Um so grösser ist der nach obigen Erwägungen

$$= \frac{u_1^{\,2}}{2g} + h_1$$

zu setzende Gefällverlust infolge der ungünstigen Art des Ausflusses, wo u_1 und h_1 durch (13) und (14) bestimmt sind. Mit Hinzufügung des Verlustes h_3 infolge der Spielräume ist dann der resultirende Gefällverlust:

$$H_1 = 0{,}4 \frac{u^2}{2g} + \frac{u_1^{\,2}}{2g} + h_1 + h_3 \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

h_3 besteht aus zwei Theilen, welche, entsprechend den Spalten an den Aussenkanten der Schaufeln und den Seitenspalten längs den Bögen $A'U$ (Figur 23) des Radkranzes, bezw. mit (h_3) und $[h_3]$ bezeichnet seien; bei der Unsicherheit des der Spaltweite s im einzelnen Falle zuzuschreibenden Werthes genügt eine nur mässig angenäherte Bestimmung beider Theile von h_3. Nach §. 17 ist

$$(h_3) = 3{,}4 \frac{Rs}{eq} \int_0^{\vartheta} y \sqrt{z}\, d\varphi$$

zu setzen, wo ϑ = Winkel UMA' ist und φ nicht den in Fig. 23 ebenso bezeichneten, sondern den Winkel bedeutet, welcher MU mit dem nach irgend einem Punkte des Bogens $A'U$ gezogenen Halbmesser bildet. Hier ist z immer $= y$; wenn also näherungsweise $y = e \sin\varphi$ gesetzt wird, ist das Integral

$$= e\sqrt{e} \int_0^{\vartheta} \sin\varphi \sqrt{\sin\varphi}\, d\varphi.$$

Mit φ statt $\sin\varphi$ wird es

$$= \frac{2}{5} e \sqrt{e}\, \vartheta^{\frac{5}{2}}$$

zu gross gesetzt, der Fehler aber theilweise corrigirt, wenn nachträglich zum Theil wieder $\sin\vartheta$ für ϑ, nämlich das Integral

$$= 0{,}4\, e \sqrt{e} \,.\, \vartheta \sin\vartheta \sqrt{\sin\vartheta}$$

gesetzt wird. Bezeichnet a' den Abstand des Punktes A' von der Verticalen MU, so ist $\sin\vartheta = \frac{a'}{R}$ und somit näherungsweise:

$$(h_3) = 3{,}4 \frac{Rs}{eq} \cdot 0{,}4\, e\sqrt{e} \,.\, \vartheta \frac{a'}{R} \sqrt{\frac{a'}{R}} = 1{,}4 \frac{sa'}{q} \sqrt{\frac{ea'}{R}} \cdot \vartheta \quad \ldots (16).$$

Bei der kleinen Theilung e und der mässigen Grösse von ϑ fallen die Fehler dieser Bestimmung wenig ins Gewicht.

In Betreff des Ausflusses durch die Seitenspalten kann man in dem Falle, dass A' unter dem Unterwasserspiegel WS liegt, also $a_1 > H$ ist, näherungsweise annehmen, dass dieser Ausfluss durch je zwei in gleicher Höhe liegende Seitenspaltenelemente $= R d\varphi . s$ entsprechend derselben Druckhöhe h stattfindet, welche auch die resultirende Fallhöhe des ausgeflossenen Wassers bis WS darstellt, so dass der dadurch pro Sekunde verursachte Arbeitsverlust

$$= \gamma\,(\mu . 2 R d\varphi . s \sqrt{2gh})\,h$$

ist. Der ganze von den Seitenspalten herrührende Arbeitsverlust pro Sek. $= \gamma Q [h_3]$ ist das von 0 bis ϑ genommene Integral dieses Ausdrucks, also

$$[h_3] = 2\mu \sqrt{2g}\,\frac{Rs}{Q}\int_0^{\vartheta} h\sqrt{h}\,.\,d\varphi.$$

Während φ zwischen Null und ϑ veränderlich ist, ändert sich h zwischen Null und H ungefähr so, dass

$$h = H\,\frac{1 - \cos\varphi}{1 - \cos\vartheta}$$

gesetzt werden kann, also

$$[h_3] = 2\mu\sqrt{2g}\,\frac{Rs}{Q}\left(\frac{H}{1 - \cos\vartheta}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^{\vartheta}(1 - \cos\varphi)^{\frac{3}{2}}\,d\varphi \;\ldots\ldots\; (17).$$

Wird das in diesem Ausdrucke vorkommende Integral mit J, sowie $\frac{\varphi}{2}$ mit x bezeichnet, so ist

$$J = \int_0^{\vartheta}\left(2\sin^2\frac{\varphi}{2}\right)^{\frac{3}{2}} d\varphi = 4\sqrt{2}\int_0^{\frac{\vartheta}{2}}\sin^3 x\,dx.$$

Bekanntlich ist aber

$$\int_0^{x}\sin^3 x\,dx = -\frac{1}{3}\cos x\,(2 + \sin^2 x) + \frac{2}{3}$$

oder, wenn mit grosser Annäherung, sofern x ein kleiner Winkel ist,

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} = 1 - \frac{1}{2}\sin^2 x - \frac{1}{8}\sin^4 x$$

gesetzt wird und auch bei der Multiplication nur noch Glieder bis mit $\sin^4 x$ berücksichtigt werden,

$$\int_0^x sin^3 x\, dx = \frac{1}{3}\left[-\left(1-\frac{1}{2} sin^2 x - \frac{1}{8} sin^4 x\right)(2 + sin^2 x) + 2\right]$$

$$= \frac{1}{3}\Big[-2 + sin^2 x + \frac{1}{4} sin^4 x$$

$$- sin^2 x + \frac{1}{2} sin^4 x + 2\Big] = \frac{1}{4} sin^4 x.$$

Hiernach ist $J = \sqrt{2}\,.\,sin^4 \frac{\vartheta}{2}$

$$\frac{J}{(1-cos\,\vartheta)^{\frac{3}{2}}} = \frac{J}{\left(2\, sin^2 \frac{\vartheta}{2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2} sin \frac{\vartheta}{2}$$

und nach (17) mit $\mu\sqrt{2g} = 3{,}4$:

$$[h_3] = 3{,}4 \frac{Rs}{Q} H\sqrt{H}\, sin \frac{\vartheta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18).$$

Im Falle $a_1 < H$ ist dieser Ausdruck zu gross, indem dann zwar die vom Wasserspiegel im betreffenden Schaufelraume bis zum Unterwasserspiegel zu rechnende gesammte Fallhöhe eines ausfliessenden Wassertheilchens nach wie vor zwischen 0 und H veränderlich ist, dagegen die für die Ausflussmenge massgebende Druckhöhe nur wenig $> a_1$ werden kann, diesen grössten oder einen nur wenig kleineren Werth freilich um so länger behält, je mehr $H > a_1$ ist. Schätzungsweise kann diesen Umständen dadurch Rechnung getragen werden, dass dann

$$H\sqrt{\frac{H + a_1}{2}} \quad \text{statt} \quad H\sqrt{H}$$

in Gl. (18) gesetzt wird.

Bei obigem Beispiele war

$$u = 0{,}48 \qquad u_1 = 0{,}78 \qquad h_1 = 0{,}111.$$

Also ist nach (15):

$$H_1 = 0{,}147 + h_3.$$

Ferner war

$$H = 1\,(< a_1), \qquad R = 4, \qquad e = 0{,}314, \qquad q = 0{,}6$$

und ergiebt sich aus der Zeichnung:

$$a' = 2{,}47 \text{ und } \vartheta = arc\, sin \frac{a'}{R} = 0{,}666\,(38^0\, 8').$$

Hiermit folgt aus (16) und (18):

$$(h_3) = 1{,}69\, s \text{ und } [h_3] = 4{,}44 \frac{s}{Q},$$

also beispielsweise mit $s = 0,015$ und $Q = 2$:

$$h_3 = (h_3) + [h_3] = 0,059$$
$$H_1 = 0,147 + 0,059 = 0,206.$$

Die Reibung der Wasserradwelle in den Lagern ist des bedeutenden Radgewichtes wegen verhältnissmässig gross, wogegen die sonstigen nebensächlichen Widerstände, insbesondere der Luftwiderstand und die Wasserreibung im Kropf, wegen der kleinen Geschwindigkeiten weniger erheblich sind. Der Effectverlust E_1 durch alle diese Nebenwiderstände zusammen dürfte hier mit 5,4 % des absoluten Effects reichlich veranschlagt sein, entsprechend einem resultirenden Wirkungsgrad:

$$\eta = 1 - \frac{H_1}{H} - \frac{E_1}{E_0} = 0,74.$$

Derselbe ist wesentlich grösser, als der nach vorigem Paragraph den gewöhnlichen tiefschlächtigen Rädern bei gleichem Gefälle zukommende. Aber freilich wird dieser Vortheil grossentheils aufgewogen durch die wegen der kleinen Winkelgeschwindigkeit des Rades meistens erforderliche complicirtere Transmission und durch grössere Herstellungskosten des Rades selbst. Zuppinger hat die entgegengesetzten Rücksichten dadurch zu vermitteln und das Rad (in Betreff des Wasseraustritts) zu verbessern gesucht, dass er ihm einen kleineren Durchmesser bei trotzdem etwas grösserer Umfangsgeschwindigkeit gab und etwas nach vorn convex gekrümmte, nach aussen radial verlaufende Schaufeln.

2. Unterschlächtige Wasserräder.

§. 24. Das unterschlächtige Stossrad im Gerinne.

Solche Räder sind die einfachsten, aber auch freilich sehr unvollkommene Motoren zur Verwerthung kleiner Gefälle bis zu etwa 1 Mtr. Die gewöhnlichsten haben radial gestellte ebene Schaufeln und bewegen sich in einem sogenannten Schnurgerinne, d. h. in einem ganz geraden, etwas abwärts geneigten Gerinne, in welchem das Aufschlagwasser, regulirt durch eine Spannschütze, deren Oeffnung bis zum Boden und zu den Seitenwänden des Gerinnes sich erstreckt, mit der Geschwindigkeit u dem Rade zufliesst. Um den dieser verhältnissmässig grossen Geschwindigkeit entsprechenden Effectverlust durch Reibung an der Gerinnewand zu vermindern, ist es zweckmässig, den Weg von der Schütze bis zum Eintritt in das Rad so klein wie möglich zu machen, was besonders durch Schräg-

stellung der Schütze erzielt werden kann. Indem die Geschwindigkeit u durch den Stoss in die kleinere Geschwindigkeit v = der Umfangsgeschwindigkeit des Rades übergeht, welche nur wenig $> 0,4\,u$ zu sein pflegt, geht die Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms von etwa 0,12 bis 0,15 Mtr. in a_2 nahe $= 2,5\,a_1$ über, wodurch das Bedürfniss einer Kranzbreite a von wenigstens etwa $3\,a_1 = 0,35 - 0,45$ Mtr. bedingt wird. Im Falle des Schnurgerinnes hat diese grössere Stromtiefe a_2 des vom Rade wegfliessenden Wassers eine Erhebung der Oberfläche um $a_2 - a_1$ über die Oberfläche des dem Rade zufliessenden Wassers zur Folge, und es ist unter solchen Umständen, wenn ζ den Widerstandscoefficienten der Schütze mit Schussgerinne von ihr bis zum Rade bedeutet,

$$(1+\zeta)\frac{u^2}{2g} = H + a_2 - a_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

sowie auch (siehe den Schluss von §. 15) ein gewisser Vortheil hinsichtlich des Wasserverlustes durch den Spielraum zwischen Rad und Gerinneboden damit verbunden ist. Indessen werden doch diese Umstände mehr als aufgewogen durch einen Gegendruck auf die Schaufeln und durch die sonstigen Nachtheile zu tiefen Eintauchens derselben, so dass es besonders dann, wenn bei veränderlichem Wasserstande diese Eintauchungstiefe erheblich wachsen könnte, besser ist, jene Erhebung $= a_2 - a_1$ der Wasseroberfläche durch einen entsprechenden Abfall des Gerinnes hinter dem Rade zu verhindern. Dieser Abfall ist dann passend an einen schwachen Kropf anzuschliessen, der unten das Rad beiderseits vom tiefsten Punkte U längs je einem Bogen = ungefähr dem Theilbogen e umgiebt und welcher aus den in §. 15 erörterten Gründen den Wasserverlust wesentlich verkleinert. Ein solches übrigens gerade Gerinne mit kropfartiger Höhlung seines Bodens unter dem Rade und einem an diese sich unmittelbar anschliessenden Abfall (siehe die später im §. 27 besprochene ähnliche Disposition eines Poncelet-Rades) werde zur Unterscheidung vom eigentlichen Schnurgerinne hier kurz als Kropfgerinne bezeichnet. Die im Falle des Schnurgerinnes zuweilen angewendeten sogenannten Pansterzeuge zur Hebung und Senkung des Rades beim Steigen und Fallen des Wassers sind insofern unvollkommen, als sie zur Zulassung grösserer Spielraumweiten s selbst unter normalen Umständen Veranlassung geben.

Der Wirkungsgrad η eines unterschlächtigen Stossrades ist jedenfalls $< 0,5$, da ein Stossgefälle immer nur höchstens zur Hälfte verwerthet werden kann, wie schon im §. 18 unter 2) gefunden wurde, hier aber das ganze disponible Gefälle H Stossgefälle ist; wegen sonstiger

Verluste, wie besonders des Wasserverlustes, ist er thatsächlich viel $< 0{,}5$. Sein vollständiger Ausdruck ist nach §. 17:

$$\eta = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{H_1}{H}\right) - \frac{E_1}{E_0},$$

worin für den verhältnissmässigen Wasserverlust $\frac{Q_1}{Q}$, den verhältnissmässigen Gefällverlust $\frac{H_1}{H}$ und den verhältnissmässigen Effectverlust $\frac{E_1}{E_0}$ durch nebensächliche Widerstände (Zapfenreibung, Luftwiderstand u. a.) die hier zutreffenden Ausdrücke (Functionen bezüglicher Radelemente) oder erfahrungsmässig angemessene Zahlenwerthe zu setzen sind. Zunächst ist

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{a_1}\left[s + \frac{e^2}{24\,R}\left(\frac{u}{u-v}\right)^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

von welchem Ausdrucke nach §. 15 im Falle eines Kropfgerinnes das zweite Glied gestrichen, dagegen bei einem Schnurgerinne für die Weite s des Spielraums der etwas kleinere Werth

$$s_1 = s\left(1 - 0{,}8\frac{a_1}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

gesetzt werden kann. Der Gefällverlust H_1 ist mit obiger Bedeutung von ζ, sowie mit Rücksicht darauf, dass hier das Wasser dem Rade tangential zufliesst, also $w = u - v$, sowie auch, wenigstens bei radial gerichteten Schaufeln, die relative Stossgeschwindigkeit $w_1 = w$ ist,

$$H_1 = \zeta\frac{u^2}{2g} + \frac{(u-v)^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} = (1+\zeta)\frac{u^2}{2g} - \frac{uv}{g} + \frac{v^2}{g}.$$

Wenn man aber den Gegendruck des Unterwassers, welcher im Falle des Schnurgerinnes der Erhebung um den Betrag $a_2 - a_1$ entspricht, nicht besonders als Widerstand in Rechnung bringt, ist er auch bezüglich u ausser Acht zu lassen und somit statt (1) in allen Fällen

$$(1+\zeta)\frac{u^2}{2g} = H$$

zu setzen. Damit wird

$$\frac{H_1}{H} = 1 - \frac{(u-v)\,v}{gH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Mit der Bezeichnung ϑ für $\frac{E_1}{E_0}$, σ für $\frac{Q_1}{Q}$ ist also

$$\eta = (1-\sigma)\frac{(u-v)\,v}{gH} - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Von Wichtigkeit ist die Frage nach dem vortheilhaftesten Gange des Rades, nämlich nach der Umfangsgeschwindigkeit v, bei welcher unter übrigens gegebenen Umständen η am grössten ist; eine mehr oder weniger willkürliche Annahme in dieser Hinsicht, wie bei den in den §§. 19—23 besprochenen Rädern, ist hier ausgeschlossen. Wären σ und ϑ unabhängig von v, so wäre nach (5) der Wirkungsgrad am grössten für

$$(u - v)v = max, \text{ also } v = 0{,}5\,u.$$

Indem aber ϑ mit v wächst, wie namentlich die Ausdrücke von E_l und E_s, §. 17, ersehen lassen, im Falle des Schnurgerinnes auch σ gemäss der Form des zweiten Gliedes des Ausdruckes (2) um so grösser ist, je grösser v, lässt sich schliessen und wird es durch die Erfahrung bestätigt, dass thatsächlich das Maximum von η einer Geschwindigkeit v etwas $< 0{,}5\,u$ entspricht. Aus zahlreichen, freilich nur an Modellrädern angestellten Versuchen ergiebt sich im Durchschnitt

$$\eta = max \text{ für } v = 0{,}4\sqrt{2gH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6),$$

und da nach Versuchen von Poncelet, über welche im Bd. I, §. 85 unter 2) berichtet wurde,

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1{,}15}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

gesetzt werden kann (entsprechend einem Geschwindigkeitscoefficienten $= \sqrt{\frac{1}{1{,}15}} = 0{,}933$), folgt

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{\sqrt{1{,}15 \,.\, 0{,}16}} = \frac{1}{0{,}429} = 2{,}33 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$\frac{(u - v)v}{gH} = 1{,}33 \,.\, 0{,}32 = 0{,}426,$$

somit nach (5) der Wirkungsgrad bei vortheilhaftestem Gange:

$$\eta = 0{,}426\,(1 - \sigma) - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Bei einem Rade mit Kropfgerinne kann $\sigma = \frac{s}{a_1}$ gesetzt werden, durchschnittlich etwa

$$\sigma = \frac{0{,}015}{0{,}12} = \frac{1}{8}.$$

Mit $\vartheta = 0{,}06$ ist dann $\eta = 0{,}31$.

Bei einem gemeinen Rade im Schnurgerinne wird die Weite des Spielraums wenigstens $= 0{,}02$ Mtr. zu setzen sein, welche indessen nach

(3) nur theilweise in Rechnung gestellt zu werden braucht, insbesondere z. B. mit

$$s_1 = 0{,}02\left(1 - 0{,}8\,\frac{0{,}12}{0{,}5}\right) = 0{,}016$$

für $a_1 = 0{,}12$ und $H = 0{,}5$ Mtr. Dagegen kommt jetzt noch das zweite Glied im Ausdrucke (2) von σ in Betracht. Hätte z. B. das Rad 40 Schaufeln bei $R = 3$ Mtr. Halbmesser, entsprechend einer Theilung

$$e = \frac{2\pi . 3}{40} = 0{,}47 \text{ Mtr.},$$

so ergäbe sich mit $u = 2{,}33\,v$:

$$\sigma = \frac{1}{0{,}12}(0{,}016 + 0{,}009) = 0{,}208$$

und, wenn wieder $\vartheta = 0{,}06$ angenommen wird, nach (9):

$$\eta = 0{,}28.$$

In Folge grösserer Spaltweite ist der Wirkungsgrad oft noch erheblich kleiner. Er kann etwas vergrössert werden durch eine (bis zu etwa 30^0 gehende) Neigung der ebenen Schaufeln gegen die radiale Richtung in solchem Sinne, dass sie sich mehr vertical aus dem Wasser erheben. Diese Neigung vermindert hier nicht nur den Widerstand des Unterwassers, sondern auch den Stossverlust. Letzterer entspricht dann nämlich nur der normal gegen die Schaufel gerichteten Componente von u, während mit der längs derselben gerichteten Geschwindigkeitscomponente das Wasser an ihr emporfliesst und hierbei, sowie beim Zurückfliessen durch stetige Druckwirkung einen Theil seines verbliebenen Arbeitsvermögens an das Rad abgiebt. Es nähert sich somit die Art der Wirkung einigermassen der des Poncelet-Rades. Indessen darf die Neigung der Schaufeln nicht so gross sein, dass das zurückfliessende Wasser erst dann die äussere Schaufelkante erreichen würde, wenn dieselbe sich bereits um eine gewisse Höhe aus dem Unterwasser erhoben hätte: diese Höhe wäre als entsprechender Gefällverlust zu betrachten. Besonders bei geringerer Eintauchungstiefe des Rades mit Gerinneabfall könnte so der Vortheil geneigter Schaufelstellung leicht durch einen grösseren Nachtheil mehr als aufgewogen werden, und ist es überhaupt vorzuziehen, zum Poncelet-Rade mit passend gekrümmten Schaufeln überzugehen, falls die Stosswirkung thunlichst durch stetige Druckwirkung bei unterschlächtigen Rädern ersetzt werden soll und nicht den Umständen gemäss die Einfachheit des Baues Haupterforderniss ist.

§. 25. Theilung der Wasserkraft.

Eine vollständigere Ausnutzung der Wasserkraft (des Arbeitsvermögens, welches der vom Gefälle H herrührenden Ausflussgeschwindigkeit u aus der Schutzöffnung entspricht) lässt sich bei unterschlächtigen Rädern im Schnurgerinne dadurch erzielen, dass deren mehrere hinter einander in demselben Gerinne angeordnet werden. Setzt man nämlich den Nutzeffect eines solchen mit Rücksicht auf Gl. (4) im vorigen Paragraph:

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1$$
$$= \mu Q (H - H_1) = \frac{\mu Q}{g}(u - v) v,$$

wo mit der Bezeichnung σ für $\frac{Q_1}{Q}$ der Coefficient μ etwas $< \gamma(1 - \sigma)$ ist, sind ferner $v_1, v_2 \ldots v_n$ die Umfangsgeschwindigkeiten der im Allgemeinen n Räder, und ist das Gerinne so wenig geneigt, dass die dem Gefälle entsprechende Componente der Schwere mit dem Widerstande des Gerinnes im Gleichgewicht ist, also die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus irgend einem Rade = der Einflussgeschwindigkeit in das folgende gesetzt werden kann, so sind die Nutzeffecte der n Räder:

$$E_1 = \frac{\mu_1 Q}{g}(u - v_1) v_1$$
$$E_2 = \frac{\mu_2 Q}{g}(v_1 - v_2) v_2$$
$$\vdots$$
$$E_n = \frac{\mu_n Q}{g}(v_{n-1} - v_n) v_n.$$

Die Coefficienten μ sind zwar streng genommen Functionen der Geschwindigkeiten, und es ist

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 \ldots$$

besonders deshalb, weil die Tiefe des den Rädern zufliessenden Wassers immer grösser und somit σ immer kleiner wird. Sieht man aber hiervon ab, setzt vielmehr alle jene Coefficienten $\mu_1, \mu_2 \ldots$ = einem constanten Mittelwerthe μ, so folgt der Gesammteffect aller Räder:

$$\Sigma E = \frac{\mu Q}{g}\left[(u - v_1) v_1 + (v_1 - v_2) v_2 + \ldots (v_{n-1} - v_n) v_n\right] \quad . \; . \; (1).$$

Damit er ein Maximum sei, müssen die Differentialquotienten nach v_1, $v_2 \ldots$ einzeln = 0, muss also

$$\begin{aligned} u - 2v_1 + v_2 &= 0 \\ v_1 - 2v_2 + v_3 &= 0 \\ &\vdots \\ v_{n-2} - 2v_{n-1} + v_n &= 0 \\ v_{n-1} - 2v_n \quad &= 0 \end{aligned}$$

sein, woraus successive folgt:

$$u - v_1 = v_1 - v_2 = v_2 - v_3 = \ldots = v_{n-1} - v_n = v_n,$$

also

$$v_n = \frac{1}{n+1}u,\ v_{n-1} = \frac{2}{n+1}u \ldots v_2 = \frac{n-1}{n+1}u,\ v_1 = \frac{n}{n+1}u$$

$$\Sigma E = \mu Q \frac{u^2}{g}\left[\frac{n}{(n+1)^2} + \frac{n-1}{(n+1)^2} + \ldots + \frac{2}{(n+1)^2} + \frac{1}{(n+1)^2}\right]$$

$$= \frac{n}{n+1}\mu Q \frac{u^2}{2g} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Bei einem einzigen Rade oder bei mehreren gleichen Rädern neben einander hätte man

$$E = \frac{\mu Q}{g}(u - v)v = \frac{1}{2}\mu Q \frac{u^2}{2g} \text{ mit } v = \frac{u}{2} \ldots\ldots (3),$$

und es ist also der durch n Räder hinter einander höchstens erzielbare verhältnissmässige Gewinn:

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = \frac{n-1}{n+1} = 0{,}33 \qquad 0{,}5 \qquad 0{,}6 \ldots$$

$$\text{für } n = 2 \qquad 3 \qquad 4 \ldots,$$

mit wachsender Zahl n der Grenze 1 sich nähernd.

Die Nutzeffecte $E_1 \ldots E_n$ der einzelnen Räder nehmen hierbei im Verhältnisse der ganzen Zahlen $n \ldots 1$ successive ab, was aber in der Regel nicht zweckmässig sein wird. Besser selbst auf Kosten der Grösse des Effectgewinnes erscheint eine solche Wahl der Umfangsgeschwindigkeiten, dass die Nutzeffecte aller hinter einander gelagerten n Räder gleich gross sind. Wird dann hier dasjenige dieser Räder als erstes bezeichnet, welchem das Wasser zuletzt zufliesst, so ist nach (1):

$$\Sigma E = \frac{\mu Q}{g}[(u - v_n)v_n + \ldots + (v_3 - v_2)v_2 + (v_2 - v_1)v_1]$$

mit der Bedingung

$$(u - v_n)v_n = \ldots = (v_3 - v_2)v_2 = (v_2 - v_1)v_1 \ldots\ldots (4),$$

zu welcher, weil sie nur $n - 1$, somit zur Bestimmung der Umfangsgeschwindigkeiten nicht ausreichende Gleichungen liefert, noch

$$v_2 = 2v_1$$

als nahe dem vortheilhaftesten Gange des ersten Rades entsprechend hinzugenommen werde. Der Werth der durch (4) einander gleich gesetzten Producte ist dann $= v_1^2$ und

$$\Sigma E = n\mu Q \frac{v_1^2}{g} = 4n\left(\frac{v_1}{u}\right)^2 E \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

mit Rücksicht auf (3), während aus (4) successive folgt:

$$v_3 = \frac{v_1^2}{v_2} + v_2 = \left(\frac{1}{2} + 2\right) v_1 = \frac{5}{2} v_1$$

$$v_4 = \frac{v_1^2}{v_3} + v_3 = \left(\frac{2}{5} + \frac{5}{2}\right) v_1 = \frac{29}{10} v_1$$

$$v_5 = \left(\frac{10}{29} + \frac{29}{10}\right) v_1 = \frac{941}{290} v_1 \quad \text{u. s. f.}$$

Bei $n = 2$ Rädern ist $v_3 = u$, also

$$v_1 = \frac{2}{5} u, \qquad v_2 = \frac{4}{5} u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4.2\left(\frac{2}{5}\right)^2 - 1 = 0{,}28.$$

Bei $n = 3$ Rädern ist $v_4 = u$, also

$$v_1 = \frac{10}{29} u, \qquad v_2 = \frac{20}{29} u, \qquad v_3 = \frac{25}{29} u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4.3\left(\frac{10}{29}\right)^2 - 1 = 0{,}43.$$

Bei $n = 4$ Rädern ist $v_5 = u$, also

$$v_1 = \frac{290}{941} u, \qquad v_2 = \frac{580}{941} u, \qquad v_3 = \frac{725}{941} u, \qquad v_4 = \frac{841}{941} u$$

$$\frac{\Sigma E - E}{E} = 4.4\left(\frac{290}{941}\right)^2 - 1 = 0{,}52.$$

Wie man sieht, kommt der mit gleichem Nutzeffect aller Räder erreichbare Effectgewinn dem oben bestimmten Maximum ziemlich nahe. Im Vergleich mit einem einzigen Rade wird er freilich abgeschwächt durch Vergrösserung des Luftwiderstandes, der Zapfenreibung und der Anlagekosten, und tritt er hauptsächlich erst hervor im Vergleich mit mehreren Rädern nebeneinander, wenn nämlich eine Theilung der Wasserkraft an und für sich schon aus anderen Gründen nöthig oder wünschenswerth ist.

Zu solcher Theilung der Wasserkraft kann auch bei anderen Arten von Wasserrädern Veranlassung vorhanden sein, wenn ein Rad zu gross

ausfallen würde oder wenn verschiedene Arbeitsmaschinen durch Wasserkraft zu treiben sind, welche unabhänging von einander auf möglichst vortheilhafte Weise sollen in und ausser Betrieb gesetzt werden können. Während bei unterschlächtigen Stossrädern diese Theilung der Wasserkraft, wie sich gezeigt hat, am besten durch Theilung der durch das Gefälle erzeugten lebendigen Kraft geschieht, wäre bei den vorzugsweise unmittelbar durch das Gewicht des niedersinkenden Wassers wirkenden ober- und rückenschlächtigen Rädern der Zweck durch Theilung des Gefälles zu erzielen, wenn nicht bei solchen Rädern stets η um so kleiner wäre, je kleiner H, und wenn nicht bei der Theilung von H eine in den meisten Fällen wohl kaum erwünschte sehr verschiedene Lagerungshöhe der einzelnen Räder erforderlich würde. Es wird deshalb hier am vortheilhaftesten sein, das Gefälle H, wenn es nicht übermässig gross ist, allen Rädern unverkürzt zu erhalten und vielmehr die Wassermenge Q unter sie zu vertheilen. Bei mittel- und tiefschlächtigen Rädern kann es zweifelhafter sein, ob die Theilung von H oder von Q vorzuziehen ist; die Rücksicht auf praktische Anordnung dürfte für letzteres auch hier meistens den Ausschlag geben.

§. 26. Unterschlächtige Räder im freien Strom.

Die vermuthlich ältesten, zum Betriebe von Mühlen und von Wasserschöpfmaschinen schon im frühen Alterthume vorkommenden Wasserräder benutzen das freie Arbeitsvermögen des in Flussbetten strömenden Wassers ohne weiteren Aufstau oder weitere Einengung desselben, als es die Anordnung des Rades bis zu einem gewissen Grade von selbst mit sich bringt. Bei der hauptsächlichsten Verwendung zum Mühlenbetriebe pflegt die Radwelle von zwei prahmartig mit flachen Böden gebauten Schiffen getragen zu werden, von dem grösseren sogenannten Hausschiffe, welches das Mühlwerk enthält, und dem Wellschiffe, welches durch Balken und Laufbrücke mit jenem verbunden ist; beide zusammen liegen im Flusse vor Anker oder sind am Ufer befestigt. Die Bezeichnung solcher Räder als Schiffmühlenräder wird auch auf die ganze Gattung übertragen. Bei $R = 2 - 3$ Mtr. Halbmesser haben sie gewöhnlich eine Breite $b = 2 - 5$ Mtr. und eine Kranzbreite $a = 0{,}25\,R$ ungefähr, also $= 0{,}5 - 0{,}75$ Mtr. Der Radkranz hat dabei nur die früher erklärte und hier stets zu Grunde liegende geometrische Bedeutung, indem die ebenen und meistens radialen Schaufeln von geringerer Zahl (selten mehr als 16 bis 20) abgesehen von geeigneter Verstrebung unter sich nur an den

Radarmen (ohne Boden und Seitenwände des Kranzes) befestigt sind. Da das mit mässiger Geschwindigkeit u strömende und dem Rade zufliessende Wasser nur wenig an den Schaufeln emporsteigen, übrigens auch nach dem Stosse nicht nur nach oben, sondern nach allen Seiten ausweichen kann, ist es zulässig und passend, zur Fassung eines möglichst tiefen Wasserstroms die Schaufeln wesentlich mehr, als bis zur Hälfte ihrer Höhe a eintauchen zu lassen.

In dem allgemeinen Ausdrucke des Nutzeffects:

$$E = \gamma (Q - Q_1)(H - H_1) - E_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

kann, wie beim unterschlächtigen Stossrade im Gerinne (§. 24, Gl. 4),

$$H - H_1 = \frac{(u - v)v}{g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

gesetzt werden unter der (hier freilich weniger vollkommen zutreffenden) Voraussetzung, dass das zum Stoss gelangende Wasser durch diesen Stoss die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades annimmt. Ausserdem ist hier

$$Q = Fu = a_1 b u \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

zu setzen, unter F die (bei verticaler Stellung) eingetauchte Schaufelfläche, a_1 die Eintauchungstiefe verstanden, während dann der verhältnissmässige Wasserverlust nur = dem zweiten Gliede des Ausdrucks (2) in §. 24:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{1}{24} \frac{e^2}{R a_1} \left(\frac{u}{u - v}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

ist, welcher dem Umstande entspricht, dass das zufliessende Wasserquantum nicht vollständig (wegen grösserer Entfernung e der aufeinander folgenden Schaufeln oft nur ziemlich unvollständig) zum Stosse gelangt. Die Einsetzung dieser Werthe (2)—(4) in Gl. (1) giebt:

$$E = \frac{\gamma F u}{g} \left[1 - \frac{1}{24} \frac{e^2}{R a_1} \left(\frac{u}{u - v}\right)^2\right] (u - v) v - E_1 \quad \ldots \ldots (5).$$

Dem Umstande, dass das am Rande, wo es unbehindert ausweichen kann, gegen die Schaufeln treffende Wasser nicht vollkommen die Geschwindigkeit v durch den Stoss annimmt, kann durch rechnungsmässige Verkleinerung von F oder durch Vergrösserung von E_1 Rechnung getragen werden. Indessen ist, was den Ausdruck (4) betrifft, hier ausserdem (wie die betreffende Untersuchung im §. 15 erkennen lässt) die Länge des unter Wasser befindlichen Umfangsbogens des Rades

$$> e \frac{u}{u - v}$$

12*

vorausgesetzt. Dies erfordert eine Eintauchungstiefe

$$a_1 > \frac{1}{2R}\left(\frac{e}{2}\frac{u}{u-v}\right)^2$$

oder eine Schaufelzahl

$$z = \frac{2\pi R}{e} > 2\pi R\left(\frac{1}{2}\frac{u}{u-v}\frac{1}{\sqrt{2Ra_1}}\right)$$

$$z > \pi\frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{R}{2a_1}},\ \text{nahe}\ z > \frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{5R}{a_1}} \ \ldots\ldots \ (6),$$

indem π^2 nahe $= 10$ ist. Diese Bedingung findet sich mit $z \gtreqless 10$ erfüllt, wenn

$$\frac{u}{u-v}\sqrt{\frac{5R}{a_1}} < 10, \quad \frac{a_1}{R} > 0{,}05\left(\frac{u}{u-v}\right)^2$$

oder bei Voraussetzung des erfahrungsmässig nahe vortheilhaftesten Geschwindigkeitsverhältnisses $v = 0{,}4\,u$, wenn

$$\frac{a_1}{R} > 0{,}05\frac{25}{9},\ \text{d. i.}\ a_1 > 0{,}14\,R$$

ist, was mit a_1 wesentlich $> 0{,}5\,a$ und $a = 0{,}25\,R$ in der That der Fall sein wird.

Sofern der Gang des Rades von dem vortheilhaftesten nicht erheblich verschieden ist, kann in dem auf den Wasserverlust bezüglichen Factor des Ausdrucks (5) von E

$$v = 0{,}4\,u,\ \text{also}\ \left(\frac{u}{u-v}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

gesetzt werden. Mit $e = \frac{2\pi R}{z}$ ist er dann

$$= 1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2},$$

und wenn ferner statt der Subtraction von E_1 das Hauptglied mit einem Factor $\mu < 1$ multiplicirt wird, welcher zugleich der unvollkommenen Stosswirkung an den Schaufelrändern Rechnung trägt, ergiebt sich

$$E = \mu\frac{\gamma F u}{g}\left(1 - \frac{4{,}6\,R}{a_1 z^2}\right)(u-v)\,v \ \ldots\ldots\ldots \ (7).$$

Mit der Erfahrung scheint dieser Ausdruck in ziemlich guter Uebereinstimmung zu sein, wenn

$$\mu = 0{,}88\ \text{oder}\ \frac{\mu\gamma}{g} = 90$$

gesetzt wird, also

$$E = 90\left(1 - \frac{4,6\,R}{a_1 z^2}\right) Fu\,(u - v)\,v \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (8)$$

oder auch

$$E = 90\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) Fu\,(u - v)\,v \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (9),$$

entsprechend $a_1 = 0,184\,R$ im Durchschnitt. Von der Schaufelzahl z bleibt E in hohem Grade abhängig, indem

$$\text{für } z = 10 \quad \text{bis} \quad 20$$

$$90\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) = 67,5 \quad „ \quad 84,4$$

sich ergiebt. Setzt man in Gl. (7)

$$\mu\left(1 - \frac{4,6\,R}{a_1 z^2}\right) = 0,88\left(1 - \frac{25}{z^2}\right) = \mu_1$$

und $v = 0,4\,u$, so wird

$$E = \mu_1 \frac{\gamma Q}{g} \cdot 0,24\,u^2 = 0,48\,\mu_1 \gamma Q \frac{u^2}{2g},$$

entsprechend einem Wirkungsgrade

$$\eta = 0,48\,\mu_1 = \quad 0,32 \quad \text{bis} \quad 0,40$$
$$\text{für } z = 10 \qquad „ \quad 20.$$

Dass er etwas grösser ist, als bei unterschlächtigen Stossrädern im Gerinne, liegt an der anderen Auffassung von Q, bei welcher Spielräume nicht in Betracht kommen, sowie daran, dass hier u eine gegebene Grösse und nicht erst mit Verlust aus einem Gefälle H zu gewinnen ist. Uebrigens ist dieses η hier ohne technisch-wirthschaftliche Bedeutung.

§. 27. Das Poncelet-Rad.

Dasselbe bezweckt dadurch eine bessere Verwerthung der durch das Gefälle ausserhalb des Rades erzeugten lebendigen Kraft des Wassers, dass dieses, indem es an der hohlen Seite passend gekrümmter Schaufeln (von Eisenblech) relativ empor- und zurückfliesst, durch stetigen Druck anstatt durch Stoss Arbeit leistet, und dass zugleich dem Wasser nach seinem Ausflusse aus dem Rade eine kleinere lebendige Kraft verbleibt, indem bei entsprechender Schaufelstellung aus der Umfangsgeschwindigkeit v des Rades und der (hier nicht verschwindend kleinen) relativen Ausflussgeschwindigkeit w_1 des Wassers eine absolute Ausflussgeschwindigkeit u_1 desselben resultiren kann, welche erheblich $< v$ ist. Der Wasserzufluss wird durch eine Spannschütze regulirt, deren Mündungshöhe die

Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms bestimmt, während seine mittlere Geschwindigkeit u, bei passendem Abhange des Schussgerinnes von der Mündung bis zum Einflusse in das Rad nahe gleich bleibend, nach Gl. (7) im §. 24 auch hier

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1+\zeta}} = \sqrt{\frac{2gH}{1,15}} \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

gesetzt werden kann, indem mit $\zeta = 0,15$ den Widerständen der Schütze und des durch entsprechende Anordnung derselben möglichst kurz zu haltenden Schussgerinnes zusammen genügend Rechnung getragen wird.

Das Ponceletrad ist besonders für Gefälle $H = 0,75$ bis 1,5 Mtr. geeignet, findet sich aber auch bei

$$\begin{array}{rlll} & H = 0,5 & \text{bis} & 2 \text{ Mtr.} \\ \text{Dabei pflegt} & R = 1,5 & " & 3 \;" \text{ zu sein} \\ & \;\;\; = 3H & " & 1,5H \\ \text{und die Schaufelzahl} & z = 32 & " & 48, \\ \text{entsprechend der Theilung} & e = 0,3 & " & 0,4 \text{ Mtr.;} \\ \text{ferner} & a_1 = 0,12 & " & 0,24 \;" \\ & \;\;\; = 0,24H & " & 0,12H = 0,08R \end{array}$$

im Durchschnitt, sofern nicht die Rücksicht auf die Radbreite b einen etwas anderen Werth von a_1 vorziehen lässt; mit der etwas grösseren Breite b_1 des Zuflussgerinnes ist nämlich a_1 durch die Gleichung verbunden:

$$Q = a_1 b_1 u \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Dem Schussgerinne wird passend ein solcher Abhang α_1 gegeben, dass die das Wasser beschleunigende Componente der Schwere mit der Reibung ungefähr im Gleichgewichte ist und somit u von der Schützenmündung bis zum Rade weder wesentlich zu- noch abnimmt. In der Regel genügt dazu

$$\alpha_1 = 0,035\,(= 2^0),$$

während bei aussergewöhnlichen Verhältnissen α_1 von H und a_1 abhängig zu machen wäre. Wird z. B. nach der von Bazin aus seinen betreffenden Versuchen abgeleiteten empirischen Formel (Bd. I., §. 126, Gl. 12), unter r_1 die mittlere hydraulische Tiefe des Schussgerinnes verstanden,

$$u = \sqrt{\frac{r_1 \alpha_1}{m + \frac{n}{r_1}}}$$

gesetzt mit $m = 0,0002$ und $n = 0,000012$, ausserdem r_1 näherungsweise $= a_1$, so folgt

$$10\,000\,\alpha_1 = \frac{u^2}{a_1}\left(2 + \frac{0{,}12}{a_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

und mit $u^2 = \frac{2gH}{1{,}15} = 17\,H$

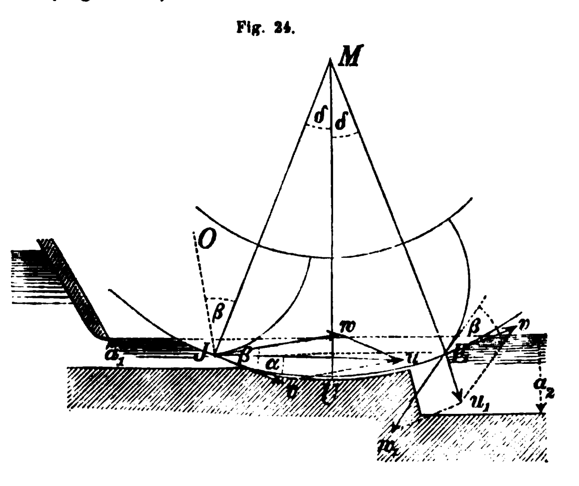
insbesondere für $H =$ 0,5 bis 2 Mtr.
und $a_1 =$ 0,12 bezw. 0,24 Mtr.
$\alpha_1 =$ 0,0212 „ 0,0354
im Gradmass $= 1^0\,13'$ „ $2^0\,2'$.

Für $H = 2$ und $a_1 = 0{,}12$ dagegen ergäbe sich

$$\alpha_1 = 0{,}085\,(= 4^0\,52').$$

Unter dem Rade lässt man den Gerinneboden in eine Kröpfung übergehen, welche mit möglichst kleinem Spielraume s einen Umfangsbogen ungefähr $= 2\,e$ umfasst (Figur 24) und an welche sich ein Abfall anschliesst, der passend sobemessen wird, dass die Oberfläche des Unterwassers nahe in gleiche Höhe mit dem oberen Endpunkte des Einlaufbogens zu liegen kommt, und dass die Tiefe a_2 des abfliessenden Wassers dicht am Rade der horizontalen Componente u_2 der absoluten Austrittsgeschwindigkeit u_1 entspricht gemäss der Gleichung

Fig. 24.



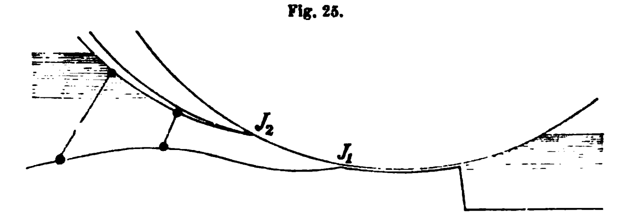
$$a_2 u_2 = a_1 u,$$

sofern nicht etwa u_2 kleiner ist, als die (wenigstens dafür zu setzende) Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im weiteren Verlauf im Abflussgerinne fliessen soll, oder sofern nicht durch Verbreiterung der letztern die nöthige Tiefe a_2 verkleinert wird.

Das gerade Zuflussgerinne, Fig. 24, ist mit dem Nachtheil verbunden, dass die ankommenden Wasserfäden die Peripherie des Rades in den verschiedenen Punkten des Einlaufbogens unter verschiedenen Winkeln schneiden, im unteren Endpunkte unter erheblich kleinerem, als im oberen, während eine bestimmte Grösse α dieses Winkels erforderlich ist, um das

Wasser ohne Stoss gegen die Schaufeln einfliessen zu lassen, nämlich die relative Zuflussgeschwindigkeit w = der Resultanten von u und $-v$ tangential an das betreffende Schaufelprofil zu richten. Diese Verhältnisse werden verbessert durch passende Krümmung des Gerinnebodens (Fig. 25) und des (in solchem Falle eisernen) Schutzbrettes, welches letztere bis dicht an das Rad herangeführt und durch Lenkstangen mit dem Gerinneboden verbunden ist, so dass dadurch zugleich eine sehr leichte Beweglichkeit desselben erreicht wird und eine Führung des Wassers bis zum Rade von oben und unten zwischen Leitflächen. Die Profile der letzteren schneiden die Radperipherie in den Endpunkten J_1 und J_2 des Einlaufbogens unter gleichen Winkeln α, wenn sie in diesen Punkten von Kreisen

Fig. 25.



berührt werden, deren Mittelpunkte in den Tangenten J_1C_1 und J_2C_2 liegen, welche von J_1 und J_2 aus an einen um den Mittelpunkt M des Radumfanges beschriebenen Kreis (C) gezogen werden, z. B. in den Berührungspunkten C_1 und C_2 dieser Tangenten, indem etwa jene Profile als Evolventen des Kreises (C) verzeichnet werden. Letzterer ist dadurch bestimmt, dass seine durch den mittleren Eintrittspunkt J gehende Tangente normal zur Richtung von u in diesem Punkte sein muss, welche horizontal oder unter einem kleinen Winkel gegen den Horizont abwärts geneigt angenommen werden kann. —

Zur Gewinnung eines Ausdruckes für den Wirkungsgrad werde vorläufig angenommen, dass alle Wassertheilchen sich ebenso bewegen, wie ein im Punkte J einfliessendes isolirtes Theilchen, wenn bei seinem Eintritte eine Schaufel eben diesen Punkt J passirt hat. Damit das Wassertheilchen sich in Berührung mit der concaven Schaufelfläche an dieser entlang bewege, ohne einen Stoss gegen sie ausgeübt und dadurch einen Verlust an äusserem Arbeitsvermögen erlitten zu haben, muss der Radumfang von der relativen Eintrittsgeschwindigkeit w unter demselben Winkel β geschnitten werden wie vom Schaufelprofil, muss also

$$u \sin(\beta - \alpha) = v \sin \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

sein, welche Gleichung unmittelbar ausdrückt, dass die zur Schaufel normal

gerichteten Componenten von u und v in gleichem Sinne gleich gross sind. Mit der relativen Geschwindigkeit

$$w = u \cos(\beta - \alpha) - v \cos\beta$$

beginnt dann das Wasser an der Schaufel entlang aufwärts zu fliessen, während sie mit dem Rade sich um dessen Axe dreht, bis die relative Geschwindigkeit $= 0$ geworden ist durch die gleichzeitige Wirkung der Schwere und der Centrifugalkraft als erster Ergänzungskraft der relativen Bewegung. (Die zweite, stets normal zur relativen Geschwindigkeit, ändert ihre Grösse nicht.) Das Zurückfliessen längs der Schaufel wird durch dieselben Kräfte beschleunigt, und wenn nun die Anordnung so getroffen ist, dass der Austrittspunkt E in gleicher Höhe mit dem Eintrittspunkte J liegt, so ist, abgesehen von der Reibung des Wassers an der Schaufel und von der gegenseitigen Störung der Wassertheilchen in ihrer Bewegung, die oben mit w_1 bezeichnete relative Austrittsgeschwindigkeit wieder $= w$. Unter u_1 die entsprechende absolute Austrittsgeschwindigkeit, ferner unter Q_1 den hier nur durch den Spielraum zwischen Rad und Gerinne verursachten Wasserverlust pro Sek. und unter E_1 den Effectverlust durch Nebenwiderstände verstanden, welche hier wesentlich auch die erwähnten Widerstände der relativen Bewegung des Wassers in den Schaufelräumen in sich begreifen, ist der Nutzeffect

$$E = \gamma (Q - Q_1) \frac{u^2 - u_1^2}{2g} - E_1$$

oder wegen

$$u^2 = v^2 + w^2 + 2vw \cos\beta$$
$$u_1^2 = v^2 + w^2 - 2vw \cos\beta$$

also

$$u^2 - u_1^2 = 4vw \cos\beta = 4v(u \cos\alpha - v)$$

und mit den im §. 24 benutzten Bezeichnungen

$$\sigma = \frac{Q_1}{Q} \text{ und } \vartheta = \frac{E_1}{E_0}$$

$$E = \gamma Q (1 - \sigma) \frac{2(u \cos\alpha - v) v}{g} - \vartheta E_0$$

$$\eta = (1 - \sigma) \frac{2(u \cos\alpha - v) v}{gH} - \vartheta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Die Vergleichung mit dem Ausdrucke (5) im §. 24 lässt erkennen, dass ohne ϑ dieser Wirkungsgrad nahe doppelt so gross ist wie beim unterschlächtigen Stossrade, da α so klein gemacht werden kann ($< 20^0$), dass $\cos\alpha$ nahe $= 1$ ist; freilich ist ϑ hier grösser.

Wäre ϑ ebenso, wie es von σ angenommen werden kann, unabhängig von v, so wäre nach (5) bei gegebenen Werthen von H, u, α

$$\eta = max \text{ für } v = \frac{u \cos \alpha}{2}.$$

Aus Versuchen von Poncelet, Morin u. A. ist jedoch zu schliessen, dass thatsächlich hier im Durchschnitt

$$v = 0{,}5\sqrt{2gH} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (6)$$

dem Maximum von η entspricht, nach Gl. (1) also das Geschwindigkeitsverhältniss

$$\frac{u}{v} = \frac{1}{0{,}5\sqrt{1{,}15}} = \frac{1}{0{,}536} = 1{,}866 \quad \dots\dots\dots\dots \quad (7).$$

Für diesen vortheilhaftesten Gang des Rades ist in (5)

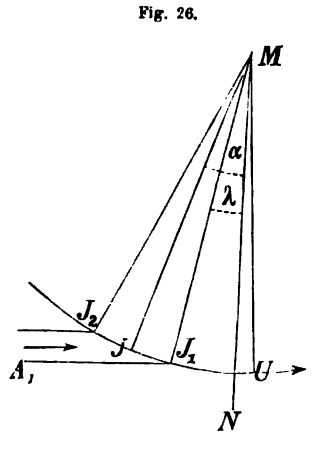
$$\frac{2(u \cos \alpha - v)v}{gH} = 2\left(\frac{u}{v}\cos\alpha - 1\right)\frac{v^2}{gH} = 1{,}866 \cos\alpha - 1,$$

etwa $= 0{,}8$ mit $\alpha = 15^0 15'$, somit

$$\eta = 0{,}8(1 - \sigma) - \vartheta \quad \dots\dots\dots\dots \quad (8).$$

Eine nähere theoretische Bestimmung von η ist kaum thunlich. Lässt sich auch σ nahe = dem Verhältnisse der Spaltweite s zur Strahldicke a_1 setzen, so entzieht sich doch ϑ einer zuverlässigen Vorausbestimmung durchaus mit Rücksicht auf die Natur der mancherlei störenden Einflüsse, welchen dieses Glied Rechnung zu tragen hat. Erfahrungsmässig kann bei passender Anordnung und bei nahe günstigstem Gange auf $\eta = 0{,}6$ bis $0{,}65$ gerechnet werden.

Fig. 26.



Wichtig ist aber beim Ponceletrade die Feststellung der Beziehungen zwischen den Radelementen, welche einen möglichst grossen Wirkungsgrad erwarten lassen; diese Elemente sind zu mannichfaltig, als dass ihre besten Verhältnisse lediglich durch Versuche zu finden wären.

1) Eine erste solche Beziehung entspricht der Forderung, dass die Kröpfung des Gerinnebodens einen angemessenen Umfangsbogen des Rades ungefähr $= 2e =$ der doppelten Theilung umfasse. Ist $J_1 J_2$ in Fig. 26 der Einlaufbogen, J sein Mittelpunkt, $A_1 J_1$ das Profil des Schussgerinnebodens, unter dem oben besprochenen kleinen Winkel $\alpha_1 = 2^0$ im

Durchschnitt gegen den Horizont geneigt, MN normal zu $A_1 J_1$ (Winkel $UMN = \alpha_1$), so soll also, wenn MN als Mittellinie der Kröpfung angenommen wird,

$$\text{Winkel } NMJ_1 = \lambda \text{ ungefähr } = \frac{e}{R} = \frac{2\pi R}{z} \quad \ldots\ldots (9)$$

sein, während der Winkel $NMJ = \alpha$ ist, indem seine Schenkel MN und MJ normal bezw. zu den Geschwindigkeitsrichtungen u und v im Punkte J sind. Der Winkel NMJ_2 ist dann

$$= \lambda + 2(\alpha - \lambda) = 2\alpha - \lambda$$

und somit die Dicke a_1 des zufliessenden Wasserstroms = dem Abstande des Punktes J_2 von $A_1 J_1$:

$$a_1 = R[\cos\lambda - \cos(2\alpha - \lambda)].$$

Mit Rücksicht auf eine bekannte goniometrische Formel folgt daraus

$$\frac{a_1}{R} = 2\sin\alpha\sin(\alpha - \lambda) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

2) Die wenigstens erforderliche Kranzbreite a ferner, damit das in einen Schaufelraum eingeflossene Wasser nicht über den inneren Schaufelrand weg fliessen oder im Falle eines Radbodens nicht durch diesen in seiner Bewegung gehemmt werden könne, ergiebt sich durch folgende Ueberlegung, wieder zunächst bezüglich der Bewegung eines isolirten Wassertheilchens, welches im Punkte J einfliesst, nachdem eine Schaufel eben vorbeigegangen ist. Die relative Bewegung dieses Wassertheilchens an der Schaufel wird verzögert durch die vereinigte Wirkung der Schwere und der Centrifugalkraft, deren Richtungen bezw. vertical und radial, und deren Grössen pro Masseneinheit

$$\text{bezw.} = g \text{ und } = \frac{v^2}{R^2}x$$

sind, unter x die augenblickliche Entfernung des Theilchens von der Radaxe verstanden. Bezeichnet also r den im Augenblicke seiner relativen Ruhe erreichten Minimalwerth von x, ε den Winkel, welchen der nach der betreffenden Stelle gezogene Radius mit der Verticalen MU (Fig. 26) bildet, und δ den Winkel $UMJ = \alpha + \alpha_1$, so ist

$$R\cos\delta - r\cos\varepsilon$$

die von J aus erreichte Höhe, also abgesehen von Reibung und sonstigen Widerständen r bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{w^2}{2} = g(R\cos\delta - r\cos\varepsilon) + \int_r^R \frac{v^2}{R^2}x\,dx.$$

Aus derselben folgt:

$$w^2 = 2gR\left(\cos\delta - \frac{r}{R}\cos\varepsilon\right) + v^2\frac{R^2 - r^2}{R^2}$$

oder wegen $w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha$

$$\frac{w^2 - v^2}{v^2} = \frac{u(u - 2v\cos\alpha)}{v^2} = \frac{2gR}{v^2}\left(\cos\delta - \frac{r}{R}\cos\varepsilon\right) - \frac{r^2}{R^2}$$

und mit Rücksicht auf (6) und (7):

$$\frac{r^2}{R^2} + 4\frac{R}{H}\cos\varepsilon \cdot \frac{r}{R} = 4\frac{R}{H}\cos\delta - 1{,}866\,(1{,}866 - 2\cos\alpha).$$

Da δ nur wenig $> \alpha$ und ε jedenfalls ein sehr kleiner Winkel ist, setzt man beide Seiten der gewonnenen Gleichung nur sehr wenig zu gross mit

$$\cos\delta = \cos\alpha \text{ und } \cos\varepsilon = 1,$$

was darauf hinauskommt, die von J aus erreichte Höhe des Wassertheilchens

$$= R\cos\alpha - r$$

zu setzen. Die Gleichung für r wird dadurch:

$$\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 4\frac{R}{H}\cdot\frac{r}{R} = \left(4\frac{R}{H} + 3{,}73\right)\cos\alpha - 3{,}48 \;.\;.\;.\;.\;.\; (11).$$

Der daraus folgende Minimalwerth $= R - r$ der Kranzbreite a genügt indessen noch nicht aus verschiedenen Gründen. Zunächst ist zu bedenken, dass ein bei J_2 (Fig. 26) eintretendes isolirtes Wassertheichen höher hinauf bis zu einer kleineren Entfernung r von der Radaxe gelangt, welche näherungsweise aus (11) gefunden würde, wenn darin α durch den Winkel NMJ_2 (Fig. 26) $= 2\alpha - \lambda$ ersetzt wird. Auch werden die bei J_2 zuerst in den Schaufelraum eingetretenen Wassertheilchen, wenn sie für sich allein zu relativer Ruhe gelangt sein würden, thatsächlich an ihrer rückläufigen Bewegung durch das nachfolgende Wasser zunächst noch gehindert; sie werden durch letzteres noch etwas weiter aufwärts in den Schaufelraum hineingedrängt. Dem Ergebnisse dieser zusammengesetzten und theoretischer näherer Prüfung unzugänglichen Umstände wird man voraussichtlich wenigstens nahe kommen mit der Annahme, dass die ganze Wasserfüllung eines Schaufelraums gleichzeitig seine rückläufige Bewegung beginnt in einem Augenblicke, in welchem sie sich zur Hälfte innerhalb, zur Hälfte ausserhalb der mit dem Rade coaxialen Cylinderfläche befindet, deren Halbmesser r durch (11) bestimmt ist. Nun ist abgesehen von Q_1 pro Längeneinheit der Radbreite das Wasservolumen eines Schaufelraumes $= a_1 u \frac{e}{v}$, und wenn man selbst günstigsten Falles

annimmt, dass im Augenblicke der Bewegungsumkehr die innere Hälfte desselben den Raum zwischen beiden Schaufeln, der hier eine mittlere Weite etwas $< \frac{r}{R} e$ normal zum Radius gemessen besitzt, ganz ausfüllt, so ergiebt sich die Strecke, um welche das Wasser die Cylinderfläche zum Halbmesser r nach radialer Richtung einwärts überschreitet, etwas

$$> \frac{1}{2} a_1 u \frac{e}{v} : \frac{r}{R} e, \text{ d. i.} > \frac{a_1}{2} \frac{u}{v} \frac{R}{r},$$

nach (7) etwas $> 0{,}93\, a_1 \frac{R}{r}$, nahe $= a_1 \frac{R}{r}$. Für die Kranzbreite folgt also schliesslich die Bedingung:

$$a > R - r + a_1 \frac{R}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

mit dem durch (11) bestimmten Werthe von r = der positiven Wurzel dieser Gleichung.

3) Wichtig ist auch die passende Wahl der Schaufelform, bezw. des Krümmungshalbmessers ϱ des, wie üblich, als Kreisbogen anzunehmenden Profils der cylindrischen Schaufelfläche. Er ist davon abhängig zu machen, dass das Wasser, indem es in einem Schaufelraume hin- und zurückfliesst, durch eine resultirende Kraft beständig gegen die hohle Seite der ihn begrenzenden vorderen Schaufel gedrängt und somit, durch sie geführt, eine möglichst regelrechte zwangläufige strömende Bewegung behalte. Solche Unregelmässigkeiten, welche von gegenseitigen Störungen der Wassertheilchen herrühren, sind freilich unvermeidlich, und kann es sich hier wieder nur um die Bewegung eines als materieller Punkt zu betrachtenden isolirten Theilchens handeln, dessen Normaldruck N auf seine Leitfläche beständig positiv, nämlich nach vorn gegen die hohle Seite hin gerichtet bleiben soll.

Ist K die bewegende Kraft eines solchen an einer Fläche beweglichen Punktes (an ihrer concaven Seite, wie dem vorliegenden Falle entsprechend angenommen werde), so ist seine Bewegung abgesehen von Reibung identisch mit der durch die Kräfte K und $-N$ bestimmten freien Bewegung, unter $-N$ eine dem Normaldrucke N entgegengesetzt gleiche Kraft verstanden. Indem die resultirende Kraft $= Res. (K, -N)$ des frei beweglichen Punktes auch in eine Centripetalkraft P und Tangentialkraft T zerlegt werden kann, ist

$$Res. (K, -N) = Res. (P, T),$$

wo das Zeichen $\equiv$ die Aequivalenz, nämlich die Uebereinstimmung nach Grösse und Richtung bedeuten soll. Daraus folgt, dass die Kräfte

$$K, \; -N, \; -P, \; -T$$

an dem materiellen Punkte sich Gleichgewicht halten. Indem dann ede von ihnen, in entgegengesetztem Sinne genommen, den übrigen zusammen äquivalent ist, ergiebt sich, falls mit F die Centrifugalkraft $= -P$ bezeichnet wird,

$$N \equiv Res. (K, F, -T).$$

Werden K, F in die zur Fläche normalen Componenten K_n, F_n und in tangentiale Componenten zerlegt, so sind also letztere mit $-T$ im Gleichgewicht und ist

$$N = F_n \pm K_n \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (13).$$

F_n und K_n sind absolut verstanden. Vor K_n gilt das obere oder untere Zeichen, jenachdem diese Kraftcomponente gegen die hohle Seite der Fläche hin oder umgekehrt gerichtet ist, also ohne die stets in ersterem Sinne wirkende Kraftcomponente F_n einem positiven oder negativen Werthe des algebraisch verstandenen Normaldruckes N entsprechen würde.

Hat die Leitfläche, wie hier die Schaufelfläche, eine eigene Bewegung, so kann diese in jedem Zeitelement als zusammengesetzt betrachtet werden aus der Translation eines mit der Fläche fest verbundenen Punktes S und aus der Rotation mit einer gewissen Winkelgeschwindigkeit ω um eine durch S gehende augenblickliche Drehaxe (Momentanaxe); je nach der Wahl von S ist die Translation von verschiedener Grösse und Richtung, die Momentanaxe von verschiedener Lage, aber die Richtung der letzteren und die Winkelgeschwindigkeit ω bleiben unverändert. In solchem Falle ist F die relative Centrifugalkraft, K die relative bewegende Kraft des materiellen Punktes. Letztere ist die Resultante der absoluten bewegenden Kraft und von zwei sogenannten Ergänzungskräften, welche nämlich hinzugedacht werden müssen, um die relative Bewegung gerade so zur Folge zu haben, als ob sie eine absolute Bewegung wäre. Pro Masseneinheit des materiellen Punktes ist die erste Ergänzungskraft gleich gross und entgegengesetzt gerichtet der Beschleunigung des mit ihm augenblicklich zusammenfallenden Leitflächenpunktes, die zweite $= 2\,\omega w'$, wenn ω die augenblickliche Winkelgeschwindigkeit der Fläche um die Momentanaxe, w' die Projection der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w des materiellen Punktes gegen die Leitfläche auf eine zur Momentanaxe

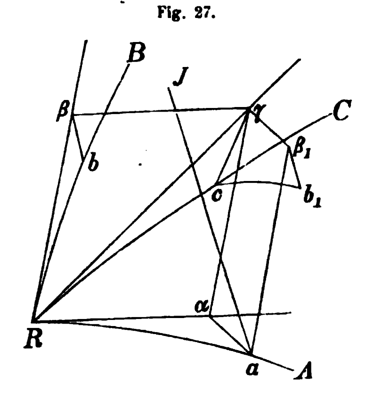
senkrechte Ebene E bedeutet; die Richtung dieser zweiten Ergänzungskraft ergiebt sich, wenn die Richtung von w' in der Ebene E entgegengesetzt dem Drehungssinne von ω um 90^0 gedreht wird.*

---

* Der hier benutzte Satz, betreffend die relative Bewegung eines materiellen Punktes P in Beziehung auf ein selbst in Bewegung begriffenes starres System, ist von so grosser Bedeutung für manche Probleme der Maschinenlehre und wird im Folgenden so oft in Betracht kommen, dass seine Begründung hier beigefügt werden mag.

S sei der Punkt des Systems, mit welchem zur Zeit t der materielle Punkt P im Punkte R des absoluten Raumes zusammenfällt. In diesem sei RA (Fig. 27) die Bahn von S, ihr Bogenelement Ra der Weg im Zeitelement dt, $R\alpha$ der Weg, welchen S in demselben Zeitintervall dt in der Tangente (an RA in R) mit der Geschwindigkeit v durchlaufen haben würde, welche S am Orte R, also zur Zeit t besitzt. Die Gerade αa, unendlich klein zweiter Ordnung, heisst die Deviation in der absoluten Bewegung von S; sie stimmt der Richtung nach mit der Beschleunigung zur Zeit t überein, ihre Grösse ist = dieser Beschleunigung multiplicirt mit $\frac{dt^2}{2}$.

Fig. 27.



RB sei die Lage der relativen Bahn von P im System zur Zeit t, Rb der Weg in ihr während dt, $R\beta$ der Weg, welcher gleichzeitig in der Tangente (an RB in R) mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w von P durchlaufen sein würde; βb ist dann die Deviation in der relativen Bewegung von P.

Nun ist die Diagonale $R\gamma$ des Parallelogramms über $R\alpha$ und $R\beta$ der Weg, welchen P während dt mit der augenblicklichen (dem Orte R oder Zeitmoment t entsprechenden) absoluten, aus v und w zusammengesetzten, Geschwindigkeit durchlaufen hätte; sie berührt die absolute Bahn RC von P im Punkte R. Die Gerade γc ist die Deviation in der absoluten Bewegung von P, wenn c der Ort dieses Punktes im absoluten Raume zur Zeit $t + dt$ ist. Derselbe ergiebt sich durch folgende Erwägung.

Denkt man zunächst das System während dt unbewegt, so kommt P im absoluten Raume von R nach b. Dann führe das System, während P mit ihm fest verbunden bleibt, seine Elementarbewegung aus, welche zerlegt werden kann in eine Translation, durch welche S von R nach a kommt, und in eine Drehung = ωdt um die betreffende Momentanaxe aJ; die Richtung der letzteren in Fig. 27 entspricht zugleich dem Sinn der Drehung in üblicher Weise, indem sie nämlich rechtläufig sein soll für ein von J nach a blickendes Auge. Da die Verschiebung Ra in $R\alpha$ und αa zerlegt werden kann, gelangt durch sie β nach β_1, also b (mit P) nach b_1, wenn $\gamma\beta_1$ parallel und = αa, $\beta_1 b_1$ parallel und = βb ist. In Folge der Drehung = ωdt um aJ durchläuft dann noch P einen Kreisbogen $b_1 c$, der als gerade Linie

Im vorliegenden Falle kann von vornherein angenommen werden, dass das Wassertheilchen sich in einem Profil der Schaufelfläche (einem Kreisbogen zum Halbmesser ρ), also in einer zur Radaxe senkrechten Ebene bewegt; diese ist eine Ebene E, indem die Schaufel um die Radaxe mit der constanten Winkelgeschwindigkeit ω rotirt. Unter diesen Umständen ist F_n identisch mit F, w' identisch mit w; die erste Ergänzungskraft ist radial auswärts gerichtet und pro Masseneinheit $= \omega^2 x$ in der Entfernung x von der Radaxe, die zweite Ergänzungskraft, pro Masseneinheit $= 2\,\omega\,w$, ist normal zur Schaufel wie F, jedoch nicht wie F stets gegen die Schaufel hin, sondern gegen sie hin oder umgekehrt gerichtet,

---

betrachtet werden kann, senkrecht zur Ebene Jab_1 und in der Figur nach vorn gerichtet. Weil übrigens $a\beta_1 = R\beta$ unendlich klein 1. Ordnung, $\beta_1 b_1 = \beta b$ unendlich klein 2. Ordnung ist, kann mit Vernachlässigung von verhältnissmässig unendlich kleinen, also von absolut unendlich kleinen Grössen 3. Ordnung für den bei der Drehung von b_1 beschriebenen Bogen, welcher selbst unendlich klein 2. Ordnung ist, der von β_1 beschriebene substituirt werden, oder es kann die Gerade $b_1 c$ als senkrecht zur Ebene $J a \beta_1$ (als senkrecht zur Momentanaxe aJ und zur relativen Geschwindigkeit w) betrachtet und $= p\,\omega\,dt$ gesetzt werden, wenn p das Perpendikel von β_1 auf aJ oder die Projection von $a\beta_1 = R\beta = w\,dt$ auf eine zu aJ senkrechte Ebene E bedeutet. Es ist also auch $b_1 c = w'dt \,.\, \omega dt = \omega\, w' dt^2$, unter w' die Projection von w auf die Ebene E verstanden, und ergiebt sich die Richtung von $b_1 c$ durch Drehung der Richtung von w' in E um 90° im Sinne von ω.

Die Deviation γc in der zusammengesetzten oder absoluten Bewegung von P erscheint nun als Resultante von drei Strecken: 1) $\gamma\beta_1$ gleich und gleich gerichtet der Deviation αa in der absoluten Bewegung des mit P augenblicklich zusammenfallenden Systempunktes S, 2) $\beta_1 b_1$ gleich und gleich gerichtet der Deviation βb in der relativen Bewegung von P, 3) $b_1 c = \omega w' dt^2$, gerichtet wie die Projection w' der relativen Geschwindigkeit w auf eine zur Momentanaxe senkrechte Ebene nach der Drehung in dieser um 90° im Sinne der Winkelgeschwindigkeit ω des Systems um die Momentanaxe. Wegen

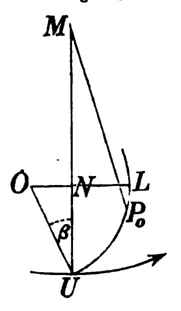
$$\text{Deviation} = \text{Beschleunigung mal } \frac{dt^2}{2}$$

ist die absolute Beschleunigung von P entsprechend zusammengesetzt aus der absoluten Beschleunigung von S, der relativen Beschleunigung von P und aus einer Beschleunigung $= 2\,\omega w'$, gerichtet wie von $b_1 c$ angegeben.

Weil endlich in dem räumlichen Viereck $\gamma\beta_1 b_1 c\gamma$ sich $\beta_1 b_1$ als Resultante von $\beta_1\gamma$, γc und $c b_1$ darstellt, ist die relative Beschleunigung (relative bewegende Kraft pro Masseneinheit) des Punktes P die Resultante der absoluten Beschleunigung dieses Punktes, der entgegengesetzt genommenen Beschleunigung des mit ihm augenblicklich zusammenfallenden Systempunktes und einer Beschleunigung $= 2\omega w'$, deren Richtung sich ergiebt, indem die Projection w' der relativen Geschwindigkeit von P auf eine zur Momentanaxe des Systems senkrechte Ebene in dieser um 90° gedreht wird entgegengesetzt dem Sinne der Winkelgeschwindigkeit ω des Systems um jene Momentanaxe.

jenachdem das Wassertheilchen sich einwärts oder auswärts an ihr entlang bewegt. Erstere Ergänzungskraft heisse die absolute, letztere die zusammengesetzte Centrifugalkraft. Indem endlich die absolute bewegende Kraft bei Abstraction von Reibungswiderständen lediglich in der Schwerkraft besteht, ist nach (13) hier der Normaldruck eines Wassertheilchens gegen die betreffende Schaufel = der algebraischen Summe der relativen und der zusammengesetzten Centrifugalkraft, sowie der zur Schaufel normal gerichteten Componenten der Schwerkraft und der absoluten Centrifugalkraft. Während das Wassertheilchen an der Schaufel aufwärts fliesst, sind die zwei ersten dieser vier Einzelkräfte normal gegen die Schaufel hin gerichtet, welche auch gegen die Richtungen der Schwerkraft und der absoluten Centrifugalkraft sich noch in günstigerer Lage befindet, als bei der rückläufigen Bewegung des Theilchens. Es genügt deshalb, für letztere durch passende Wahl von ϱ einen positiven (nach vorn gerichteten) Normaldruck zu sichern. Indem sich annehmen lässt, dass dieser Forderung für die ganze rückgängige Bewegung genügt sein wird, wenn es mit einem mässigen Ueberschusse von Sicherheit für den Anfang und das Ende derselben der Fall ist, werde zunächst jener Anfang, nämlich der Augenblick betrachtet, in welchem das Wassertheilchen in relativer Ruhe gegen das Rad sich am meisten dessen Axe genähert hat.

Fig. 28.



Die betreffende Schaufel ist dann nur sehr wenig von ihrer tiefsten Lage UL, Fig. 28, entfernt. In dieser Figur bedeutet P_0 die relative Ruhelage des Theilchens, O den Mittelpunkt des Kreises zum Radius ϱ, von welchem UL ein Bogen ist, ONL eine horizontale, also zu MU senkrechte Gerade. Mit $w = 0$ sind im fraglichen Augenblicke auch die relative und zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 0$. Die Schwerkraft würde einen positiven Normaldruck bewirken, wenn P_0 unter L, die absolute Centrifugalkraft allein, wenn P_0 unter dem Punkte läge, in welchem das Schaufelprofil oberhalb L von einer durch M gehenden Geraden berührt wird. Mit Rücksicht auf beide Kräfte zusammen gewährt also die Forderung

$$MP_0 > ML$$

eine überschüssige Sicherheit. Für ein mittleres Theilchen der Wasserfüllung des betreffenden Schaufelraums wäre dabei MP_0 = der durch (11) bestimmten Strecke r zu setzen. Mit Rücksicht auf die vorderen Theilchen ist es aber rathsamer, MP_0 nach (12) nicht grösser als $r - a_1$ zu

nehmen, und ergiebt sich so, wie aus Fig. 28 leicht ersichtlich ist, die folgende einer wenigstens erforderlichen Grösse von ϱ entsprechende Bedingung:

$$(r - a_1)^2 > (R - \varrho \cos\beta)^2 + (\varrho - \varrho \sin\beta)^2$$

$$(r - a_1)^2 > R^2 - 2 R \varrho \cos\beta + 2 \varrho^2 (1 - \sin\beta)$$

$$\left(\frac{\varrho}{R}\right)^2 (1 - \sin\beta) - \frac{\varrho}{R} \cos\beta + \frac{1}{2}\left[1 - \left(\frac{r - a_1}{R}\right)^2\right] < 0 \quad . . (14).$$

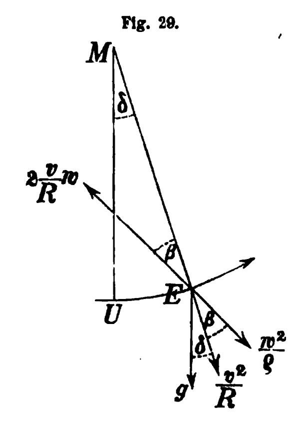


Fig. 29.

Zu Ende der rückläufigen Bewegung des mittleren Wassertheilchens an der Stelle E (Fig. 29) ist seine relative Geschwindigkeit abgesehen von Widerständen wieder $= w$ wie beim Eintritte bei J (Figur 24). Die betreffenden Richtungen der den Normaldruck bedingenden vier Einzelkräfte sind in Fig. 29 durch Pfeile angedeutet und die Grössen pro Masseneinheit beigeschrieben. Es ergiebt sich daraus die Forderung:

$$2\frac{v}{R}w < \frac{w^2}{\varrho} + \frac{v^2}{R}\cos\beta + g\cos(\beta + \delta),$$

welche übrigens bei günstigem Gange des Rades stets erfüllt ist. Wegen

$$w^2 = u^2 + v^2 - 2uv\cos\alpha = \left(\frac{u^2}{v^2} + 1 - 2\frac{u}{v}\cos\alpha\right)v^2,$$

also mit $\frac{u}{v} = 1{,}866$ nach (7) wegen

$$w^2 = (4{,}48 - 3{,}73\cos\alpha)\,v^2 = \mu v^2$$

ist ihr nämlich die Form zu geben:

$$\frac{2\sqrt{\mu}}{R}v^2 < \frac{\mu v^2}{\varrho} + \frac{v^2}{R}\cos\beta + g\cos(\beta + \delta)$$

$$2\sqrt{\mu} < \mu\frac{R}{\varrho} + \cos\beta + \frac{gR}{v^2}\cos(\beta + \delta)$$

oder mit $v^2 = \frac{gH}{2}$ nach (6):

$$\frac{R}{\varrho} > \frac{1}{\mu}\left[2\sqrt{\mu} - \cos\beta - 2\frac{R}{H}\cos(\beta + \delta)\right] \quad . . . . . . (15).$$

Durch diese Bedingung wird aber die zulässige Grösse von ϱ, wenn überhaupt, dann um so mehr eingeschränkt, je kleiner

$$\mu,\ \frac{R}{H},\ \cos\beta \text{ und } \cos(\beta + \delta)$$

sind, und da

$$\mu > 0{,}8\,(\alpha > 9^0\,21'),\ \text{nahe}\ \sqrt{\mu} > 0{,}9$$
$$\frac{R}{H} > 1{,}5,\ \cos\beta > 0{,}8\,(\beta < 36^0\,52'),$$
$$\cos(\beta+\delta) > 0{,}54\,(\beta+\delta < 57^0\,19')$$

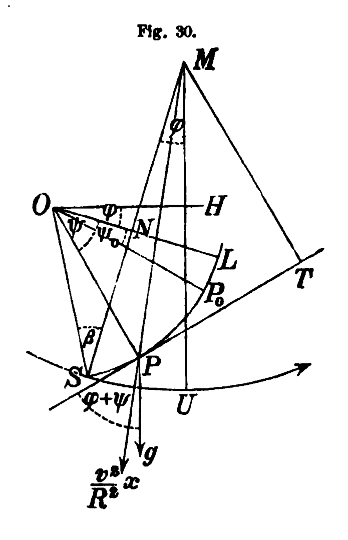
ist, folgt

$$\frac{R}{\varrho} > \frac{1}{0{,}8}(1{,}8 - 0{,}8 - 1{,}62),$$

wodurch thatsächlich ϱ nicht beschränkt wird. Die hier in Rede stehende Rücksicht führt also nur zur Grenzbedingung (14) für die Schaufelkrümmung.

4) Endlich bleibt der den bisherigen Erwägungen zu Grunde liegenden Voraussetzung gleicher Höhenlage der Punkte J und E (Fig. 24), in welchen das mittlere Wassertheilchen einer Schaufelraumfüllung ein- und austritt, durch eine Bedingungsgleichung zu entsprechen. Sie erfordert die Feststellung der Beziehung zwischen gleichzeitigen Wegen des Wassertheilchens längs der Schaufel und eines Schaufelpunktes in Beziehung auf die Erde. Zu dem Ende sei, während das Theilchen (abgesehen von störenden Einflüssen der übrigen, sowie von Reibungswiderständen) an der Schaufel SL emporsteigend sich in P (Fig. 30) befindet,

Fig. 30.



Winkel $UMS = HOL = \varphi$
(OH horizontal, ONL normal zu MS),
Winkel $LOP = \psi$, Strecke $MP = x$,

MT parallel OP, PT normal dazu, also Tangente von SL. Die Beschleunigung des Wassertheilchens in seiner kreisförmigen relativen Bahn SL, welche einerseits $=$ Radius mal Winkelbeschleunigung um $O = \varrho\frac{d^2\psi}{dt^2}$ ist (positiv im Sinne LS), ist auch $=$ der Summe der nach TP gerichteten Componenten der vertical gerichteten Beschleunigung der Schwere und der im Sinne MP gerichteten absoluten Centrifugalbeschleunigung, indem die zusammengesetzte Centrifugalbeschleunigung ebenso wie der Bahnwiderstand als senkrecht zur Bahn ohne Antheil sind. Es ist also

$$\varrho\,\frac{d^2\psi}{dt^2} = g\cos(\varphi+\psi) + \frac{v^2}{R^2}\,x\cos(MPT)$$

oder wegen

$$x \cos(MPT) = MN.\cos\psi + NO.\sin\psi$$

$$\varrho \frac{d^2\psi}{dt^2} = g \cos(\varphi + \psi) + \frac{v^2}{R^2}[(R - \varrho\cos\beta)\cos\psi + \varrho\sin\beta\sin\psi] \quad (16).$$

Von den drei Veränderlichen φ, ψ, t dieser Gleichung wird t durch Multiplication mit

$$\frac{dt^2}{d\varphi^2} = \frac{R^2}{v^2}$$

eliminirt. (Es ist nämlich $v\,dt = -R\,d\varphi$ = dem Wegelement des Schaufelpunktes S.) Sie geht dadurch über in:

$$\varrho \frac{d^2\psi}{d\varphi^2} = g\frac{R^2}{v^2}\cos(\varphi + \psi) + (R - \varrho\cos\beta)\cos\psi + \varrho\sin\beta\sin\psi \quad (17).$$

Hieraus wäre nun streng genommen durch zweifache Integration eine endliche Gleichung zwischen φ und ψ abzuleiten, welche Winkel gleichzeitige Wege des Schaufelpunktes S gegen die Erde und des Wassertheilchens längs der Schaufel bestimmen; dabei wären die Constanten der ersten und zweiten Integration durch die zusammengehörigen Werthe

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = 0, \quad \psi = \psi_0 \quad \text{und} \quad \varphi = \delta, \quad \psi = 90^0 - \beta$$

zu bestimmen, unter ψ_0 den Winkel LOP_0 verstanden, welcher dem Orte P_0 entspricht, wo das Wassertheilchen, seine rückläufige Bewegung im Sinne LS beginnend, sich in relativer Ruhe an der Schaufel befindet in der durch Gl. (11) bestimmten Entfernung r von M. In die dann so erhaltene Gleichung müssten schliesslich auch die zusammengehörigen Werthe

$$\varphi = -\delta, \quad \psi = 90^0 - \beta$$

passen, durch deren Einsetzung die gesuchte Bedingungsgleichung erhalten würde.

Indem aber diese Rechnung mit kaum überwindlichen Schwierigkeiten verbunden wäre, mag näherungsweise in Gl. (16) $\varphi = 0$ gesetzt werden, gleich als ob, was die Wirkung der Schwere betrifft, bei der Bewegung des Wassertheilchens längs der Schaufel dieselbe sich beständig in ihrer tiefsten Lage befände. Die dadurch erhaltene Gleichung:

$$\varrho \frac{d^2\psi}{dt^2} = \left[g + \frac{v^2}{R^2}(R - \varrho\cos\beta)\right]\cos\psi + \frac{v^2}{R^2}\varrho\sin\beta\sin\psi$$

entspricht einer gleich grossen Zeit des Hinganges und des Herganges des Wassertheilchens; dass damit erstere zu klein, letztere zu gross gefunden wird, ist unerheblich, weil es hier nicht sowohl auf diese einzelnen Zeitintervalle, als vielmehr nur auf ihre durch fragliche Vereinfachung

ohne Zweifel nur wenig geänderte Summe ankommt = der Zeit, welche dem Drehungswinkel 2δ des Rades entspricht. Indem nun die angenäherte Differentialgleichung auch geschrieben werden kann:

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} = \frac{v^2}{R^2}\left(\frac{gR^2}{\varrho v^2} + \frac{R}{\varrho} - \cos\beta\right)\cos\psi + \frac{v^2}{R^2}\sin\beta\sin\psi,$$

hat sie die Form:

$$2\frac{d^2\psi}{dt^2} = A\cos\psi + B\sin\psi$$

oder

$$d\left[\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2\right] = A\,d\sin\psi - B\,d\cos\psi \quad \ldots\ldots\ldots (18)$$

mit $\quad A = \frac{v^2}{R^2}m$ und $B = 2\frac{v^2}{R^2}\sin\beta,$

wobei mit Rücksicht auf (6):

$$m = 2\frac{R}{\varrho}\left(\frac{gR}{v^2} + 1\right) - 2\cos\beta$$

$$= 2\frac{R}{\varrho}\left(2\frac{R}{H} + 1\right) - 2\cos\beta \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

ist. Die Integration von (18) giebt mit Berücksichtigung der zusammengehörigen Werthe

$$\frac{d\psi}{dt} = 0, \quad \psi = \psi_0$$

$$\left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 = A(\sin\psi - \sin\psi_0) + B(\cos\psi_0 - \cos\psi)$$

und weiter, wenn jetzt t insbesondere die halbe Zeitdauer der Hin- und Herbewegung des Wassertheilchens bedeutet,

$$t = \int_{\psi_0}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{\sqrt{A(\sin\psi - \sin\psi_0) + B(\cos\psi_0 - \cos\psi)}}.$$

Weil diese Zeit auch $= \frac{R\delta}{v}$ sein soll, folgt endlich mit Rücksicht auf die Bedeutungen von A und B:

$$\delta = \int_{\psi_0}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{\sqrt{m(\sin\psi - \sin\psi_0) + 2\sin\beta(\cos\psi_0 - \cos\psi)}} \quad \ldots (20).$$

Den gefundenen Bedingungen (4), (7), (10), (11) und (12), (14), (20) muss durch Probiren zu entsprechen gesucht werden. Beispielsweise sei

$H = 1$	1,5	2 Mtr.
$R = 2$	2,5	3 „ $= H + 1$
$z = 40$	44	$48 = 32 + 8H$
$\frac{360^0}{z} = 9^0$	$8^0 11'$	$7^0 30'$
$a_1 = 0,16$	0,20	$0,24 = 0,08 R.$

Wird $\alpha = 18^0$ angenommen, so folgt $\lambda = 10^0 34'$ aus (10) etwas $> \frac{360^0}{z}$, was für die Wirksamkeit der Gerinnekröpfung nur vortheilhaft sein kann. Der weiteren Annahme $\beta = 36^0$ entspricht $\frac{u}{v} = 1,9$ nach Gl. (4), hinlänglich nahe = dem nach (7) erfahrungsmässig besten Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses. Aus (11) und (12) folgt dann weiter:

$\frac{r}{R} = 0,866$	0,852	0,844
$r = 1,732$	2,130	2,532 Mtr.
$a > 0,453$	0,605	0,752 „

und wenn etwa 0,1 Mtr. zugegeben wird, ergiebt sich

$a = 0,55$	0,70	0,85 Mtr.

Ferner muss nach (14)

$\frac{\varrho}{R} > 0,275$	0,294	0,304
$\varrho > 0,550$	0,735	0,912 Mtr.

sein, und wenn versuchsweise ϱ zunächst um 20% grösser angenommen wird, folgt

$\varrho = 0,660$	0,882	1,094 Mtr.
$m = 28,682$	22,952	20,318 nach (19)
$\psi'_0 = 22^0$	21^0	20^0.

Die Werthe von ψ'_0 sind betreffender Zeichnung entnommen. Jetzt bleibt nur noch zu prüfen, ob der Gleichung (20) genügend entsprochen wird mit $\delta = \alpha + \alpha_1$, also gemäss $\alpha = 18^0$ und α_1 = den auf S. 183 aus Gl. (3) gefundenen Werthen nahezu mit

$\delta = 19^0 30'$	$19^0 45'$	20^0.

Diese Prüfung erfordert, wenn

$$f(\psi) = \sqrt{m(\sin\psi - \sin\psi_0) + 2\sin\beta(\cos\psi_0 - \cos\psi)}$$

gesetzt wird, die angenäherte Berechnung des Integrals

$$J = \int_{\psi_0}^{90^0 - \beta} \frac{d\psi}{f(\psi)}.$$

Die Simpson'sche Formel kann dazu im ganzen Umfange nicht benutzt werden wegen

$$f(\psi_0) = 0, \text{ also } \frac{1}{f(\psi_0)} = \infty;$$

vielmehr ist eine Theilung nöthig:

$$J = J_1 + J_2 = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{f(\psi)} + \int_{\psi_1}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{f(\psi)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

und anderweitige Berechnung des ersten der beiden Theilintegrale, wobei

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta\psi_1 \text{ als nur wenig } > \psi_0$$

vorausgesetzt sei. Indem aber, wenn

$$\psi_1 = \psi_0 + \Delta\psi \text{ wenig } > \psi_0$$

ist, gesetzt werden kann:

$$\sin\psi = \sin\psi_0 + \cos\psi_0 \cdot \Delta\psi$$
$$\cos\psi = \cos\psi_0 - \sin\psi_0 \cdot \Delta\psi$$
$$f(\psi) = \sqrt{(m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0)\,\Delta\psi}$$

und auch $d\psi = d\Delta\psi$ ist, folgt

$$J_1 = \int_{\psi_0}^{\psi_1} \frac{d\psi}{f(\psi)} = \frac{2}{\sqrt{m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0}} \int_0^{\Delta\psi_1} \frac{\frac{1}{2}d\Delta\psi}{\sqrt{\Delta\psi}}$$
$$= 2\sqrt{\frac{\Delta\psi_1}{m\cos\psi_0 + 2\sin\beta\sin\psi_0}} \quad \ldots\ldots\ldots (22).$$

Dabei ist $\Delta\psi_1$ in Bogenmass (als Bogenlänge für den Radius = 1) ausgedrückt vorausgesetzt. Das andere Theilintegral J_2 kann nach der Simpson'schen Formel, etwa

$$J_2 = \int_{\psi_1}^{90^0-\beta} \frac{d\psi}{f(\psi)}$$
$$= \frac{90^0 - \beta - \psi_1}{12}\left[\frac{1}{f(\psi_1)} + \frac{4}{f(\psi_2)} + \frac{2}{f(\psi_3)} + \frac{4}{f(\psi_4)} + \frac{1}{f(90^0-\beta)}\right] \quad \ldots (23)$$

gesetzt werden mit

$$\psi_2 - \psi_1 = \psi_3 - \psi_2 = \varphi_4 - \psi_3 = 90^0 - \beta - \psi_4.$$

Die Winkel sind hier in Graden ausgedrückt vorausgesetzt.

Mit den versuchsweise vorläufig angenommenen Werthen von ϱ (und entsprechenden Werthen von m, ψ_0) ergiebt sich nach (22), (23) und (21), wenn in allen drei Fällen für $90^0 - \beta = 54^0$:

$$\psi_1 = 28^0, \quad \psi_2 = 34^0\,30', \quad \psi_3 = 41^0, \quad \psi_4 = 47^0\,30',$$

also in den einzelnen Fällen

$$\varDelta\psi_1 = 6^0 \qquad 7^0 \qquad 8^0$$
$$= 0{,}1047 \qquad 0{,}1222 \qquad 0{,}1396$$

gesetzt wird,

$$J_1 = 7^0\,8' \qquad 8^0\,34' \qquad 9^0\,42'$$
$$J_2 = 9^0\,43' \qquad 10^0\,33' \qquad 10^0\,42'$$
$$J = 16^0\,51' \qquad 19^0\,7' \qquad 20^0\,24'$$
$$\text{statt } 19^0\,30' \qquad 19^0\,45' \qquad 20^0 \qquad = \delta.$$

Der Unterschied zwischen J und δ ist in den zwei letzten Fällen so klein, dass man erwarten kann, ihn durch mässige Veränderung von ϱ genügend zu beseitigen. In der That, wenn in beiden Fällen $\varrho = 1$ Mtr. genommen wird, wozu sich

$$m = 20{,}049 \text{ und } 22{,}382$$
$$\psi_0 = 23^0\,30' \quad \text{„} \quad 17^0\,30' \text{ ergiebt,}$$
$$\text{ferner } \varDelta\psi_1 = 6^0\,30' \quad \text{„} \quad 6^0\,30'$$
$$= 0{,}1134 \quad \text{„} \quad 0{,}1134,$$
$$\text{also } \psi_1 = 30^0 \quad \text{„} \quad 24^0$$
$$\psi_2 = 36^0 \quad \text{„} \quad 31^0\,30'$$
$$\psi_3 = 42^0 \quad \text{„} \quad 39^0$$
$$\psi_4 = 48^0 \quad \text{„} \quad 46^0\,30',$$
$$\text{so findet man } J_1 = 8^0\,53' \quad \text{„} \quad 8^0\,13'$$
$$J_2 = 10^0\,47' \quad \text{„} \quad 11^0\,47'$$
$$J = 19^0\,40' \quad \text{„} \quad 20^0.$$

Für Gefälle $H = 1{,}5$ bis 2 Mtr. sind also u. A. die folgenden Constructionsverhältnisse passend:

$$R = H + 1 \text{ Mtr.}, \quad z = 32 + 8\,H, \quad a_1 = 0{,}08\,R$$
$$\alpha_1 = \left(1 + \frac{H}{2}\right)^0, \quad \alpha = 18^0 \qquad \beta = 36^0$$
$$a = 0{,}25 + 0{,}3\,H \text{ Mtr.}, \qquad \varrho = 1 \text{ Mtr.}$$

Bei den kleineren Gefällen ist es besser, den Winkel α kleiner zu wählen, um damit auch δ zu verkleinern. Wenn das geschieht, ohne das Verhältniss $\frac{a_1}{R}$ zu ändern, so wird freilich nach Gl. (10) der Winkel $\alpha - \lambda$ vergrössert und um so mehr λ verkleinert. Es werde deshalb mit α zugleich das Verhältniss $\frac{a_1}{R}$ kleiner genommen, und zwar etwa

$$\text{für } H = 0{,}5 \qquad 1 \qquad 1{,}5 \text{ Mtr.}$$
$$\text{und } R = 1{,}5 \qquad 2 \qquad 2{,}5 \text{ „}$$
$$a_1 = 0{,}05\,R \qquad 0{,}06\,R \qquad 0{,}07\,R$$
$$= 0{,}075 \qquad 0{,}12 \qquad 0{,}175 \text{ Mtr.,}$$

$$\text{wozu } \lambda = 9^0\,27' \quad 9^0\,45' \quad 10^0\,7' \text{ aus (10)}$$
$$\text{und } \alpha_1 = 2^0\,20' \quad 2^0\,26' \quad 2^0\,14' \text{ aus (3)}$$

gefunden wird. Bei der sehr beschränkten Zuverlässigkeit dieser letzten Bestimmung mag übrigens in allen diesen Fällen $\alpha_1 = 2^0$, also $\delta = \alpha + 2^0$ gesetzt werden. Es sei nun hier

$$\alpha = 15^0 \quad 16^0 \quad 17^0$$
$$\beta = 30^0 \quad 32^0 \quad 34^0,$$
$$\text{also } \frac{u}{v} = 1{,}93 \quad 1{,}92 \quad 1{,}91 \text{ nach (4)}$$

immer noch hinlänglich wenig von dem nach (7) vortheilhaftesten Werthe dieses Geschwindigkeitsverhältnisses verschieden, da η als Function von $\frac{u}{v}$ sich in der Nähe ihres Maximums nur sehr allmählich mit $\frac{u}{v}$ ändert. Aus (11) und (12) folgt jetzt

$$a > 0{,}223 \quad 0{,}381 \quad 0{,}559;$$
$$\text{es möge } a = 0.35 \quad 0{,}50 \quad 0{,}65$$

gewählt werden. Indem ferner nach (14)

$$\varrho > 0{,}255 \quad 0{,}444 \quad 0{,}667$$

sein muss, werde versuchsweise vorläufig angenommen:

$$\varrho = 0{,}4 \quad 0{,}6 \quad 0{,}8.$$

In oben erklärter Weise findet man dann

$$J = 12^0\,57' \quad 16^0\,45' \quad 18^0\,46'$$
$$\text{statt } \delta = 17^0 \quad 18^0 \quad 19^0.$$

Von der kleinen Differenz im letzten Falle kann man absehen, da der Einfluss der Störungen bei der Bewegung des Wassers längs den Schaufeln ja doch nicht rechnerisch in Anschlag gebracht werden kann. Im zweiten Falle lässt sich die Differenz genügend verkleinern durch eine mässige Vergrösserung von ϱ; in der That findet man

$$J = 17^0\,49' \text{ mit } \varrho = 0{,}8 \text{ Mtr.}$$

Für Gefälle $H = 1$ bis 1,5 Mtr. sind also u. A. die folgenden Constructionsverhältnisse passend:

$$R = H + 1 \text{ Mtr.}, \quad z = 32 + 8\,H, \quad a_1 = (0{,}04 + 0{,}02\,H)\,R$$
$$\alpha_1 = 2^0, \quad \alpha = (14 + 2\,H)^0, \quad \beta = 2\,\alpha$$
$$a = 0{,}2 + 0{,}3\,H \text{ Mtr.}, \quad \varrho = 0{,}8 \text{ Mtr.}$$

Für Gefälle unter 1 Mtr. bleibt den Bedingungsgleichungen, besonders Gl. (20) noch Genüge zu leisten; die bisherigen Annahmen ergaben J wesentlich $< \delta$. Um eine bessere Uebereinstimmung zu erzielen, ist

δ zu verkleinern und J zu vergrössern. Ersteres bedingt eine noch weitere Verkleinerung von α. J wird vergrössert besonders durch Verkleinerung von m, also von $\frac{R}{\varrho}$ und von $\frac{R}{H}$ gemäss Gl. (19). Auch wird J vergrössert durch Vergrösserung des Unterschiedes der Integrationsgrenzen, also durch Verkleinerung von β und von ψ'_0; ersteres wird schon durch die Verkleinerung von α herbeigeführt, letzteres durch Verkleinerung von $\frac{r}{R}$, wie Fig. 30 erkennnen lässt, also durch Verkleinerung von $\frac{R}{H}$, wie aus Gl. (11) ersehen werden kann. Der Winkel β könnte zwar auch unabhängig von α verkleinert werden; denn nach Gl. (4) ist

$$\cos\alpha - \operatorname{cotg}\beta \sin\alpha = \frac{v}{u},$$

also β bei gegebenem Werthe von α um so kleiner, $\operatorname{cotg}\beta$ um so grösser, je kleiner $\frac{v}{u}$ oder je grösser $\frac{u}{v}$ ist. Weil jedoch die Vergrösserung von $\frac{u}{v}$ viel über 1,87 hinaus mit Rücksicht auf (7) nicht vortheilhaft ist, ist es sogar rathsam, für $\alpha < 15^0$ den Winkel β etwas $> 2\alpha$ zu nehmen, indem mit $\beta = 2\alpha$ einem verschwindend kleinen α entsprechen würde: $u = 2v$.

Die Bedingungsgleichung (20) verlangt somit bei kleinen Gefällen thunlichst kleine Werthe von

$$\alpha, \frac{R}{\varrho} \text{ und } \frac{R}{H}.$$

Das letztere Verhältniss, welches nach bisheriger Annahme bis 3 zunehmen sollte, wenn H bis 0,5 Mtr. abnimmt, mag auf höchstens 2,5 beschränkt werden. Die Vergrösserung von ϱ zur Verkleinerung von $\frac{R}{\varrho}$ erscheint höchstens bis $\varrho = 0{,}4\,R$ rathsam, so dass $\frac{R}{\varrho}$ wenigstens $= 2{,}5$ ist, wie es auch den schon gefundenen Regeln entspricht ($\varrho = 0{,}8$ für $R = 2$ bis 2,5 und $\varrho = 1$ für $R = 2{,}5$ bis 3). Die Verkleinerung von α ist nach Gl. (10) durch Verkleinerung von λ, also durch Einschränkung der Kröpfung des Gerinnes unter dem Rade zu erkaufen; jedenfalls muss aber dieser Gleichung zufolge

$$\sin\alpha > \sqrt{\frac{1}{2}\frac{a_1}{R}}$$

sein, z. B. $\alpha > 9^0\,6'$ bezw. $9^0\,58'$
für $a_1 = 0{,}05\,R$ „ $0{,}06\,R$.

Versuchsweise werde somit für $H = 0,5$ Mtr. angenommen:

$$R = 2,5\,H = 1,25 \text{ Mtr.}, \ \varrho = 0,4\,R = 0,5 \text{ Mtr.},$$
$$\alpha = 12^0\,30', \ \beta = 26^0, \text{ entsprechend } u = 1,88\,v \text{ nach (4).}$$

Um a_1 nicht allzu klein zu erhalten und damit den Vortheil des kleineren Winkels α theilweise zu verlieren durch Vergrösserung von α_1 nach (3), werde a_1 nicht $= 0,05\,R$ angenommen, wie vorhin, sondern

$$a_1 = 0,06\,R = 0,075 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $\alpha_1 = 2^0\,20'$ wie oben, obschon dann aus (10) sich λ nur $= 4^0\,32'$ ergiebt.

Mit diesen Annahmen folgt aus (11) und (12):

$$a > 0,197 \text{ und mag } a = 0,3 \text{ Mtr.}$$

gewählt werden. Mit der Bedingung (14), welcher $\varrho > 0,219$ entspricht, sind die Annahmen nicht in Widerspruch. Indem aber schliesslich sich $J = 18^0\,15'$ ergiebt, während hier

$$\delta = \alpha + \alpha_1 = 14^0\,50'$$

ist, folgt, dass α unter den übrigens gegebenen Umständen schon zu klein angenommen wurde, entsprechend natürlich β. Mit Rücksicht zugleich auf die für $H = 1$ Mtr. oben gefundenen Werthe lässt sich schliessen, dass für Gefälle $H = 0,5$ bis 1 Mtr. die folgenden Constructionsverhältnisse nahé passend sein werden:

$$R = H + 1 \text{ Mtr., doch höchstens } = 2,5\,H$$
$$a_1 = 0,06\,R, \ \alpha_1 = 2,5^0, \ \alpha = (12 + 4\,H)^0, \ \beta = (2\,\alpha + 1 - H)^0$$
$$a = 0,1 + 0,4\,H \text{ Mtr.}, \ \varrho = 0,2 + 0,6\,H \text{ Mtr.}$$

Aus der gemäss Gl. (1) festgestellten Geschwindigkeit

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{1,15}} = \sqrt{17\,H}$$

ergiebt sich v mit Hülfe des Verhältnisses beider Geschwindigkeiten, welches der Gleichung (4) entspricht, und bleibt dann nur noch die lichte Breite b des Rades zu bestimmen. Dieselbe kann der Weite des Schussgerinnes gleich gesetzt werden, wenn unter dem Rade das Gerinne entsprechend den Wanddicken des Radkranzes und dem nöthigen seitlichen Spielraume etwas verbreitert wird, so dass sie bei gegebener Nutzpferdestärke N und mit einem angenommenen Wirkungsgrade η aus

$$Q = \frac{0,075}{\eta}\frac{N}{H} = a_1\,b\,u \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (24)$$

gefunden wird. Wenn endlich unter dem Füllungscoefficienten auch hier das Verhältniss

$$\varepsilon = \frac{Q}{a\,b\,v} = \frac{a_1}{a}\frac{u}{v}$$

verstanden wird, ergiebt sich beispielsweise mit $\frac{u}{v} = 1,9$

für $H =$	0,5	1	1,5	2
mit $a_1 =$	0,075	0,12	0,175	0,24
und $a =$	0,3	0,5	0,65	0,85
$\varepsilon =$	0,47	0,46	0,51	0,54

durchschnittlich $\varepsilon = 0,5$.

III. Turbinen.*

§. 28. Einleitende Erklärungen.

Auch bei den Turbinen ist, ebenso wie bei den Wasserrädern im engeren Sinne, der wesentlichste Bestandtheil des Rades der die Schaufeln enthaltende Radkranz, welcher bei der theoretischen Untersuchung einzig in Betracht kommt (abgesehen zunächst von gewissen minder vollkommenen Turbinen, die eines eigentlichen Radkranzes entbehren); hier wie früher wird darunter der ringförmige Raum verstanden, welcher bei der Umdrehung des Rades von den Schaufeln durchlaufen wird. Nur ist dieser Raum hier nicht immer cylindrisch, nämlich von rechteckigem Querschnitte. Der wesentlichste Unterschied der Turbinen von den Wasserrädern im engeren Sinne besteht aber, wie früher (§. 8) schon bemerkt wurde, darin, dass bei ihnen das Wasser durch den Radkranz in stetigem Strome hindurch fliesst, dass es also an verschiedenen Stellen ein- und austritt. Dem entsprechend werden die zwischen den Schaufeln enthaltenen gleichen Theile des Radkranzes hier nicht als Schaufelräume, sondern als Turbinen-Canäle bezeichnet, und es sind — abgesehen von den unvollkommensten Stossrädern — die Schaufeln stetig gekrümmt, um Verluste an lebendiger Kraft durch Stoss bei der strömenden Bewegung in den Canälen auszuschliessen. Die Dicke der Schaufeln kommt hier

* Von neueren Arbeiten sind hier besonders G. Herrmann's Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik und Aufsätze von Bernh. Lehmann in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure zu Rath gezogen worden. C. Bach's Werk „Die Wasserräder“ erschien während der Abfassung des Manuscripts und blieb unberücksichtigt.

wesentlicher in Betracht, als bei den Wasserrädern im engeren Sinne; der von ihnen erfüllte Theil des Radkranzes kann ein erheblicher Theil seines ganzen Volumens sein, und es können die Querschnitte, mit ihnen auch die Geschwindigkeit der Wasserströme in den Canälen wesentlich durch die Schaufeldicken beeinflusst werden.

Durch den Radkranz fliesst das Wasser in axialer oder in radialer Richtung, wonach Axialturbinen und Radialturbinen zu unterscheiden sind. Letztere sind innenschlächtig oder aussenschlächtig, jenachdem das Wasser von innen nach aussen oder umgekehrt fliesst; entsprechend können die Axialturbinen auch seitenschlächtig genannt werden. An den beiden Seiten, wo das Wasser ein- und ausfliesst, ist der Radkranz natürlich offen; was die beiden übrigen Seiten betrifft, so wird der hier nöthige Abschluss des Kranzes an einer von ihnen nothwendig durch eine mit dem Rade verbundene und die Schaufeln tragende Wand gebildet, an der anderen zuweilen durch eine unbewegliche Wand, an welcher die betreffenden Schaufelkanten mit möglichst kleinem Spielraume sich vorbeibewegen. Beide Wände als Bestandtheile des Rades herzustellen und dazwischen die (meistens aus Blech gebildeten) Schaufeln einzufügen, hat übrigens den Vorzug besserer Stützung der letzteren und somit kleinerer zulässiger Schaufeldicken. Einfluss- und Ausflussfläche des Radkranzes sind bei Axialturbinen parallele Ebenen, bei Radialturbinen coaxiale Cylinderflächen; entsprechend ist der Querschnitt des Radkranzes an den in der Ein- und Ausflussfläche liegenden Seiten durch parallele gerade Linien begrenzt, an den beiden anderen Seiten aber nicht nothwendig, sondern auch wohl durch divergirende gerade oder durch krumme Linien, so dass dann der Kranz nicht einen cylindrischen, sondern, wie oben bemerkt, einen anderweitig ringförmigen Raum bildet.

Sehr wesentlich sind die Winkel, unter welchen, und zwar bei Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen geraden Linien, die Einfluss- und die Ausflussfläche des Radkranzes von den Schaufelflächen geschnitten werden: ersterer mit Rücksicht auf möglichst stosslosen Einfluss, letzterer behufs möglichst kleiner und vortheilhaft gerichteter absoluter Ausflussgeschwindigkeit. Um ersteren Zweck sicher zu erreichen, muss der absoluten Geschwindigkeit, mit welcher das Wsser dem Rade zufliesst, eine bestimmte Richtung gegen dasselbe gegeben werden; dazu sind die besseren Turbinen mit einem Leitapparate versehen, bestehend aus einer Anzahl von Leitcanäle bildenden Leitschaufeln, deren Flächen die der Einflussfläche des Radkranzes dicht gegenüber liegende Ausflussfläche des Leitapparates unter bestimmten Winkeln schneiden, bei

Axialturbinen in radialen, bei Radialturbinen in axialen Geraden. Sowohl die Leit- wie die Turbinenschaufelflächen sind nämlich im Allgemeinen geradlinige Flächen, deren Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneidet, bei Radialturbinen derselben parallel ist. Der schmale Raum zwischen dem festliegenden Leitapparate und dem daran sich vorbeibewegenden Radkranze der Turbine (zuweilen auch die schmale Umgrenzung dieses Raumes) heisst der Spalt.

In den Radkranz kann das Wasser entweder am ganzen Umfange zugleich oder nur an einem Theile desselben einfliessen, mit Bezug worauf Vollturbinen und Partialturbinen unterschieden werden. Bei ersteren hat der Leitapparat eine radförmige Anordnung, d. h. es sind die festen Leitschaufeln ebenso wie die beweglichen und im Gegensatze dazu auch wohl im engeren Sinne sogenannten Radschaufeln in einem ringförmigen Raume in gleichen Lagen gegen ihn und in gleichen Entfernungen angeordnet; man unterscheidet dann Leitrad und Laufrad. Zum Zwecke der Regulirung bei veränderlicher Wassermenge oder bei veränderlichem Arbeitsbedarf werden übrigens auch solche Turbinen, welche als Vollturbinen construirt sind, häufig nur partiell beaufschlagt, ohne deshalb als Partialturbinen bezeichet zu werden. Sowohl bei diesen, als bei zeitweilig partiell beaufschlagten Vollturbinen wird ein Seitendruck auf die Turbinenaxe dadurch vermieden, dass die Einflussstellen von gleicher Grösse einander diametral gegenüber gelegt werden.

Ausser durch theilweisen Abschluss von Leitcanälen kann die Regulirung der Turbinen auch auf andere Weise geschehen, insbesondere z. B. durch Verengung aller Leitcanäle, bezw. ihrer Ausflussmündungen in gleichem Verhältnisse. Dergleichen verschiedene Regulirungsmethoden sind, weil mit der Wirkungsweise des Wassers in Turbinen eng zusammenhängend, späterer Besprechung vorbehalten. Sofern übrigens diese Wirkungsweise und entsprechend die Eigenschaften, insbesondere auch der Wirkungsgrad einer Turbine wesentlich durch die Verhältnisse der Wassergeschwindigkeit an verschiedenen Stellen unter sich und zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades bedingt werden, letztere aber meistens unverändert bleiben soll, lässt sich im Voraus schliessen, dass eine rationelle Regulirung möglichste Unabhängigkeit jener Wassergeschwindigkeiten von derselben erfordert. Eine mässige Abnahme des Wirkungsgrades mit abnehmender Beaufschlagung ist freilich schon wegen gewisser constanter Widerstände unvermeidlich, welche, je kleiner die Gesammtwirkung ist, im Verhältnisse zu ihr desto grössere Arbeitsverluste verursachen.

Die Zuführung des Aufschlagwassers erfolgt bei kleinen Ge-

fällen von oben, indem sich die Turbine (Niederdruckturbine) am Ende des Zuflusscanals in einem oben offenen Gehäuse (Turbinenkammer) befindet. Bei grösseren Gefällen (Mittel- und Hochdruckturbinen) wird das Wasser durch ein Rohr zugeführt, gewöhnlich auch von oben, zuweilen jedoch von unten, indem das Rohr im ersten Falle oberhalb in das übrigens oben geschlossene, im zweiten (aufwärts gekrümmt) unterhalb in das übrigens unten geschlossene Gehäuse einmündet. Der Ausfluss des Wassers aus der Turbine findet entweder in die freie Luft statt etwas über dem Unterwasserspiegel, oder etwas unterhalb des letzteren, oder auch in grösserer Höhe über demselben (die nur kleiner als die Wasserbarometerhöhe von nahe 10 Mtr. sein muss), indem in diesem letzteren Falle das Wasser in einem festen Rohr abfliesst, welches sich an die Turbine mit kleinstmöglichem Spielraume anschliesst und bis in das Unterwasser hinabreicht. Die Turbine werde in diesen drei Fällen bezw. als Ueberwasserturbine (Turbine mit freiem Ausflusse, freihängende oder freiausgiessende Turbine), als Unterwasserturbine oder als Rohrturbine bezeichnet. Der Druck an der Ausflussstelle ist im ersten Falle = dem Atmosphärendruck, im zweiten etwas grösser, im dritten kleiner.

Die Turbinen drehen sich gewöhnlich um eine verticale Axe, wie auch im Folgenden stets stillschweigend vorausgesetzt sein soll, wenn Anderes nicht ausdrücklich bemerkt wird. Die Anordnung mit horizontaler Axe hat jedoch auch gewisse Vorzüge, insbesondere wird dadurch die sichere Lagerung erleichtert und die Herstellung von Doppelturbinen, nämlich von zwei gleichen Turbinen auf derselben Axe beiderseits vom Zuflussrohre, so dass, indem das Wasser von entgegengesetzten Seiten her in beide einfliesst, ein axialer Zapfendruck vollständig ausgeschlossen wird. Während aber bei Turbinen mit verticaler Axe entsprechende Punkte der Schaufelflächen in horizontaler Ebene, also gleich gegen den Ober- und Unterwasserspiegel gelegen sind, ist dies bei horizontaler Axe nicht der Fall, wodurch Unvollkommenheiten in der Wirkung des Wassers um so mehr hervortreten können, je weniger der Durchmesser des Rades klein im Vergleich mit dem Gefälle ist. Wenn gar die Turbine mit horizontaler Axe ringsum frei ausgiesst, geht hierdurch ein Gefälle verloren, welches im Durchschnitt wenigstens = dem Turbinenhalbmesser ist. Für Vollturbinen erscheint somit die horizontale Lagerung im Allgemeinen nur bei grossen Gefällen sowie bei Unterwasser- und Rohrturbinen zulässig. Bei Partialturbinen kommt die Lage der Axe weniger in Betracht, wenn nur der Einfluss des Wassers immer nahe an

tiefster Stelle erfolgt; insbesondere innenschlächtig sind sie mit horizontaler Axe seit 1850 nach Schwamkrug mit Erfolg ausgeführt worden.

Die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine kann eine dreifache sein. Zunächst eine Stosswirkung beim Einflusse, wenn die relative Zuflussgeschwindigkeit nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist. Turbinen, deren Leistungen wesentlich auf solcher Stosswirkung beruhen, heissen Stossturbinen (Stossräder). Wird wegen des erheblichen damit verbundenen Effectverlustes durch passende Schaufelstellung und mit Hülfe des Leitapparates solcher Stoss vermieden, so kann die Wirkung (nebenbei auch bei Stossrädern) noch theils auf dem Normaldrucke beruhen, den das Wasser infolge der relativen Centrifugalkraft und der relativen bewegenden Kraft (ihrerseits aus der Schwere als absoluter bewegenden Kraft und aus zwei Ergänzungskräften bestehend, siehe §. 27) auf die Schaufeln ausübt, theils auf der Reaction des Wassers gegen seine relative Beschleunigung durch den Ueberschuss des hydraulischen Drucks, mit welchem es seine Bewegung in den Turbinencanälen beginnt, über denselben beim Ausflusse aus ihnen. Die erstere Wirkung ist bis zu gewissem Grade immer vorhanden, die letztere nicht immer, sondern nur dann, wenn ein Ueberdruck in fraglichem Sinne vorhanden, der hydraulische Druck also während des Strömens durch die Turbinencanäle in der Abnahme begriffen ist; die Turbine werde dann als Ueberdruckturbine, anderenfalls im Gegensatze dazu als Druckturbine bezeichnet.*)

Die Canäle einer Ueberdruckturbine sind vollständig vom strömenden Wasser erfüllt, wenigstens wenn sie als Vollturbine am ganzen Umfange zugleich beaufschlagt wird, was behufs vortheilhafter Wirkung zu verlangen ist, da die Erhaltung des vom Drucke des Oberwassers herrührenden hydraulischen Ueberdrucks die beständige Communication der Turbinencanäle mit den Leitcanälen und dem Oberwasser erfordert. Umgekehrt ist deshalb eine Partialturbine, oder auch eine Vollturbine, wenn sie häufig nur partiell beaufschlagt werden soll, nur als Druckturbine vortheilhaft. Bei einer solchen sind selbst bei voller Beaufschlagung die Canäle nicht

* Ganz bezeichnend sind diese Benennungen an und für sich freilich nicht. Noch weniger dürften es jedoch andere übliche Benennungen sein, insbesondere z. B. Actionsturbinen für Druckturbinen, Reactionsturbinen für Ueberdruckturbinen; denn Action (Wirkung) ist natürlich ebenso in allen Fällen vorhanden wie Reaction (Gegenwirkung), sei sie die Reaction gegen den Zwang, den die Schaufeln auf die relative Bewegung des Wassers ausüben, oder die Reaction gegen relative Beschleunigung durch einen hydraulischen Ueberdruck.

nothwendig vom Wasser ausgefüllt; wenn es thatsächlich nicht der Fall ist, das Wasser vielmehr an den concaven Schaufelflächen sich mit andrerseits freien Oberflächen entlang bewegt, werden solche Turbinen auch wohl als Strahlturbinen bezeichnet.

Eine Ueberdruckturbine kann gleich vortheilhaft als Ueberwasser-, Unterwasser- oder als Rohrturbine angeordnet werden. Druckturbinen dagegen sollten thunlichst frei über Wasser ausgiessen, weil in die beim Ueberwassergange vom strömenden Wasser nicht erfüllten Canalräume bei der Drehung im Unterwasser aus diesem (auch bei Rohrturbinen aus dem Abflussrohre) Wasser zurücktreten kann, welches, indem es von dem strömenden Wasser wieder mitgerissen oder in wirbelnde Bewegung versetzt wird, Störungen und Effectverluste verursacht. Zwar kann durch Anpassung der Canalquerschnitte an die Querschnitte des Wasserstrahls bei voller Beaufschlagung durch unverengte Leitcanäle eine volle Ausfüllung der Turbinencanäle erzielt werden, insbesondere durch die von Hänel angeordneten sogenannten Rückschaufeln (Bleche, die entsprechend gekrümmt auf den convexen Rückseiten der Turbinenschaufeln angebracht werden), allein sie entsprechen dem Zwecke vollständig eben nur bei voller und grösstmöglicher Beaufschlagung; bei partieller Beaufschlagung ist eine beständig volle Ausfüllung aller Canäle mit regelrecht strömendem Wasser unmöglich, ebenso auch bei Querschnittsverkleinerungen der Wasserstrahlen durch Verengung der Austrittsquerschnitte aller Leitcanäle. Partialturbinen sollen immer Ueberwasserturbinen sein.

Im Princip vollkommener, freilich auf Kosten wünschenswerther Einfachheit der Anlage, wird das durch die Rückschaufeln angestrebte Ziel durch die „Hydropneumatisation“ nach Girard, nämlich dadurch erreicht, dass die Turbine mit einem oben dicht an das Zuführungsrohr, bezw. an den Leitapparat sich anschliessenden, nach unten offenen und in das Unterwasser reichenden Mantel umgeben, und in den so gebildeten glockenförmigen Raum Luft gepresst wird, welche den Unterwasserspiegel in ihm so weit herunterdrückt, dass die Ausflussöffnungen der Turbinencanäle ganz darüber zu liegen kommen. Auf solche Weise wird künstlich eine Unterwasserturbine in eine Ueberwasserturbine verwandelt, und es würden die erwähnten Störungen selbst für Partialturbinen zu beseitigen sein, deren Ausflussmündungen unterhalb des äusseren Unterwasserspiegels liegen.

Bei partiell beaufschlagten Vollturbinen sind damit noch nicht alle Hindernisse einer regelrechten Wasserbewegung beseitigt. Denn wenn auch der Ausfluss des Wassers in die freie (oder auch durch Hydropneu-

matisation abgesperrte) Luft stattfindet, ist zu bedenken, dass, wenn bei partieller Beaufschlagung ein mit Wasser so eben gefüllter Laufradcanal C an einem geschlossenen Leitcanal vorbeigeht, der ungehinderte Ausfluss jenes Wassers aus C den Eintritt von Luft in C erfordert. Sofern das aber an der Eintrittsseite von C wegen zu enger Spaltweite nicht wirksam genug geschehen kann, auch an der Austrittsseite wegen voller Ausfüllung des Ausflussquerschnitts durch den Wasserstrom vielleicht unmöglich, wenigstens zeitweilig unmöglich ist, kann sich eine Nachhülfe in dieser Hinsicht durch sogenannte Ventilation der Turbinencanäle als vortheilhaft erweisen, wie sie bei den Girard-Turbinen in Gebrauch ist; durch Oeffnungen in den Kranzwänden nahe den Rückseiten der Schaufeln (ungefähr in der Mitte, wo die Schaufelprofile von Axialturbinen parallel mit der Axe verlaufen) sind die Canalräume mit der äusseren Luft in Verbindung gesetzt. —

Einige weitere Vorbemerkungen mögen sich an die Erklärung von Buchstabenbezeichnungen anschliessen, welche in diesem von den Turbinen handelnden Abschnitte ohne anderweitige ausdrückliche Festsetzung stets in einerlei Sinn gebraucht werden sollen. Zunächst bedeuten auch hier (immer bei Voraussetzung von Meter, Kilogramm und Sekunde als Einheiten) gemäss den Erklärungen im §. 8:

Q das Aufschlagwasserquantum pro Sek.,
H das disponible Gefälle,
E_0 den absoluten Effect, E den Nutzeffect in Meterkgr.,
N_0 und N dieselben in Pferdestärken,
η den Wirkungsgrad.

Mit $\gamma = 1000$ als spezifischem Gewicht des Wassers ist also

$$E_0 = 75\ N_0 = \gamma Q H;\ \eta = \frac{E}{E_0} = \frac{N}{N_0};$$

ηH kann als Nutzgefälle bezeichnet werden.

Die im §. 8 erklärte Bedeutung von H werde jedoch etwas modificirt. Ist nämlich H_0 die Höhe des Oberwasserspiegels am Ende des Zuflusscanals über dem Unterwasserspiegel am Anfang des Abflusscanals, sind ferner c_1 und c_2 die mittleren Geschwindigkeiten des Wassers im Zufluss- und Abflusscanal an jenen Stellen, so wird mit jedem Kgr. Aufschlagwasser zwar ein Arbeitsvermögen $= H_0 + \frac{c_1^2}{2g}$ dargeboten, aber es muss davon $\frac{c_2^2}{2g}$ zum Abfliessen des Wassers übrig bleiben, so dass als zum Betriebe disponibles Gefälle richtiger nur

$$H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

in Rechnung gestellt wird.

Die Effectverluste, welche den Wirkungsgrad bedingen, können theils von hydraulischen Widerständen (Wasserreibung und Wasserstoss, bedingt durch plötzliche Richtungs- und Querschnittsänderungen), theils von dem Stoss gegen die Schaufelflächen, mit welchem der Einfluss in die Turbine ev. verbunden ist, theils von Wasserverlusten, theils von Zapfenreibung und Luftwiderstand herrühren. Mit Bezug darauf sei

εH das sogenannte wirksame Gefälle, welches von H nach Abzug der Gefällverluste durch die hydraulischen Widerstände übrig bleibt, wobei

ε als hydraulischer Wirkungsgrad bezeichnet werde,

ςH das Stossgefälle, d. h. der durch Stoss des einfliessenden Wassers gegen die Turbinenschaufeln verursachte Gefällverlust,

φQ das Aufschlagwasserquantum, welches pro Sek. thatsächlich in die Turbine einfliesst mit Rücksicht auf den Verlust $(1-\varphi) Q$, welcher durch den Spalt bei Ueberdruckturbinen verursacht werden kann,

μE_0 der Effectverlust durch Zapfenreibung und Luftwiderstand, wobei unter Zapfenreibung die Axenreibung überhaupt, nämlich die Reibung zu verstehen ist, welche durch die Stützung und Führung der Turbinenwelle und durch etwa an ihr vorhandene Abdichtungen (Liederungen) verursacht wird.

Die Coefficienten $\eta, \varepsilon, \varsigma, \varphi, \mu$ stehen in der Beziehung:

$$\eta = \frac{1}{E_0}[\gamma \varphi Q(\varepsilon - \varsigma) H - \mu E_0] = \varphi(\varepsilon - \varsigma) - \mu \quad \ldots \ldots \quad (2).$$

Die Dimensionen betreffend sei:

r_1 der Einflussradius, r_2 der Ausflussradius der Turbine. Bei Axialturbinen sind r_1 und r_2 Mittelwerthe, und zwar ist, wenn r_i den inneren, r_e den äusseren Halbmesser der betreffenden Ringfläche bedeutet,

$$r_1 \text{ bezw. } r_2 = \frac{2}{3}\frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

zu setzen; wenn jedoch r_e und r_i ziemlich gross im Vergleich mit $r_e - r_i$ sind, und wenn der Querschnitt des Radkranzes, wie gewöhnlich, eine mit der Turbinenaxe parallele Symmetrieaxe hat, kann

$$r_1 = r_2 = \frac{r_e + r_i}{2}$$

= dem Abstande jener beiden Axen gesetzt werden. Ferner sei

z die Zahl der Leitcanäle,

z_1 die Zahl der Turbinencanäle = der Schaufelzahl der Turbine.

Im Falle einer Vollturbine mit Leitrad ist z auch die Zahl der Leitschaufeln.

Sind die Schaufeln nicht von Blech, sondern gegossen, so kann ihre Dicke am Anfang und Ende (Anfang und Ende mit Bezug auf die Strömungsrichtung im Sinne von ersterem zu letzterem verstanden) verschieden sein, und zwar seien allgemein

s die Leitschaufeldicken am Ende,

s_1 und s_2 die Turbinenschaufeldicken am Anfang bezw. am Ende.

Wenn unter einem wirksamen Canalquerschnitte derjenige Theil des betreffenden Querschnitts verstanden wird, welcher von regelrecht in der Längenrichtung des Canals strömendem Wasser höchstens erfüllt ist, so besteht die Wirkung der Schaufeldicken s_1 vor Allem in einer Verkleinerung der wirksamen Ausflussquerschnitte der Leitcanäle, die Wirkung von s in Verkleinerung der wirksamen Einflussquerschnitte der Turbinencanäle;

k und k_1 seien die betreffenden Verengungscoefficienten, mit welchen der Ausflussquerschnitt eines Leitcanals, bezw. der Einflussquerschnitt eines Turbinencanals multiplicirt werden muss, um den kleineren wirksamen betreffenden Querschnitt zu erhalten.

Sofern jeder Canal von einer (gegen seinen Hohlraum hin) concaven und von einer convexen Schaufelfläche begrenzt wird, von welchen erstere für die Bewegung des Wassers allein oder vorzugsweise massgebend ist, werde ein Querschnitt des Canals hier verstanden als ein Schnitt seines Hohlraums mit einer Fläche, welche durch eine Erzeugungsgerade der concaven Schaufelfläche gehend normal zu derselben, und welche bei Axialturbinen eine Schraubenfläche von constantem Steigungsverhältnisse, bei Radialturbinen eine Ebene ist. Ein solcher Querschnitt kann bei Axialturbinen als Trapez betrachtet werden, bei Radialturbinen ist er rechteckig; seine radiale Dimension bei ersteren, seine axiale Dimension bei letzteren heisse die Breite des Canals, die dazu senkrechte Dimension die Canalweite an der betreffenden Stelle. Letztere ist bei Axialturbinen für denselben Querschnitt in verschiedenen Abständen von der Axe verschieden; die mittlere Weite hat zur inneren und zur äusseren Weite dasselbe Verhältniss wie der mittlere Radius nach Obigem zum inneren und zum äusseren Radius. Die schlechthin so genannte Weite bei Axialturbinen als mittlere Weite verstanden, seien

a und b bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Ende (im Ausflussquerschnitte); die Weite und Breite eines Turbinencanals seien bezw. a_1 und b_1 am Anfange, a_2 und b_2 am Ende. Indem aber b_1 stets

$= b$ ist, sind dann die Summen der Ausflussquerschnitte aller Leitcanäle, der Einfluss- und der Ausflussquerschnitte aller Turbinencanäle bezw.

$$F = zab \qquad F_1 = z_1 a_1 b \qquad F_2 = z_1 a_2 b_2.$$

Von F und F_1 sind nur kF, bezw. $k_1 F_1$ wirksam.

Die Höhenlage der Turbine betreffend sei

H_1 die mittlere Höhe der Einflussfläche,

H_2 die mittlere Höhe der Ausflussfläche über dem Unterwasserspiegel. Beide können auch negativ sein, um so mehr ihre Differenz

$H_1 - H_2 =$ der mittleren Höhe, von welcher das Wasser in der Turbine selbst herabsinkt. Letztere ist (verticale Lage der Axe immer stillschweigend vorausgesetzt) bei Radialturbinen = Null oder (wenn b und b_2 verschieden sind) doch stets sehr klein. Bei Axialturbinen ist $H_1 - H_2$ positiv oder negativ, je nachdem sie von oben oder von unten beaufschlagt sind, und absolut genommen = der Höhe der Turbine.

Wie früher bei Wasserrädern sei wieder mit u eine absolute Wassergeschwindigkeit, mit v eine Peripheriegeschwindigkeit, mit w eine relative Geschwindigkeit des Wassers gegen das Rad bezeichnet. Insbesondere sei

u die absolute Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus den Leitcanälen,

u_1 die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seine Bewegung in der Turbine beginnt,

u_2 die absolute Ausflussgeschwindigkeit aus derselben,

v_1 die dem Radius r_1, v_2 die dem Radius r_2 entsprechende Peripheriegeschwindigkeit,

w (= der Resultanten von u und $-v_1$) die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser im Spalt der Turbine zufliesst. Sie geht infolge des eventuellen Wasserverlustes durch den Spalt und, wenn sie nicht tangential an die Schaufelfläche gerichtet ist, ausserdem durch Stoss in die kleinere Relativgeschwindigkeit $w_0 =$ der nach der Schaufel gerichteten Componente von w (ev. von φw) über, mit welcher das Wasser seine relative Bewegung im Rade beginnen würde, wenn nicht (als Wirkung der Schaufeldicken) mit dem Einflusse eine Querschnittsvergrösserung, bezw. ein Widerstand verbunden wäre, wodurch w_0 an dieser Stelle weiter auf w_1 reducirt wird. Letztere Relativgeschwindigkeit giebt u_1 durch Zusammensetzung mit v_1.

w_2 sei die relative Ausflussgeschwindigkeit aus der Turbine; durch Zusammensetzung mit v_2 giebt sie u_2 als Resultante.

Die Geschwindigkeiten u, w_0 und w_1, w_2 sind als mittlere Geschwindigkeiten bezw. am Ende der Leitcanäle, am Anfang und am Ende der Turbinencanäle, und zwar normal zu den betreffenden Querschnitten derselben verstanden.

Wenn der Winkel zwischen den Richtungen u und v mit (u, v) und analog überhaupt der Winkel zwischen zwei Geschwindigkeitsrichtungen bezeichnet wird, so sind als besonders wichtige Winkel:

$$(u, v_1) \qquad (v_1, w_1) \qquad (v_2, w_2)$$

hervorzuheben. Sie seien bezw. mit

$$\alpha \qquad \beta \qquad 180^0 - \delta$$

bezeichnet. Der Winkel α ist höchstens ein rechter, δ stets ein spitzer Winkel.

Endlich seien noch Buchstabenbezeichnungen für die hydraulischen Ueberdruckhöhen an den besonders wichtigen Stellen festgesetzt, d. h. für die Wassersäulenhöhen, durch welche der Ueberschuss des hydraulischen Drucks an diesen Stellen über den Atmosphärendruck gemessen wird. Dieselben seien mit h, h_1 und h_2 bezw. im Spalt, in den Einflussquerschnitten und in den Ausflussquerschnitten der Turbinencanäle bezeichnet. Es entspricht also h den Geschwindigkeiten u, w und w_0; ferner entsprechen sich h_1, u_1 und w_1, sowie h_2, u_2 und w_2. Der Uebergang von w in w_0 bedingt nämlich keine Aenderung des hydraulischen Drucks, wohl aber ein Stoss von Wasser gegen in gleicher Richtung strömendes Wasser bei Ungleichheit von w_0 und w_1 und voller Ausfüllung der betreffenden Canalquerschnitte. Die Gleichheit von h_1 und h_2 charakterisirt eine Druckturbine.

Uebereinstimmend mit §. 12 sei

ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbine,

n ihre Umdrehungszahl pro Minute, also

$$\omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2}; \; n = \frac{30}{\pi}\omega = 9{,}55\,\omega.$$

Die Theorie der Turbinen ist in höherem Grade einer allgemeinen Darstellung fähig, als die Theorie der Wasserräder im engeren Sinne, wegen der grösseren Gleichartigkeit der Wasserwirkung bei den verschiedenen Turbinensystemen und der in Betracht kommenden Widerstände. Letztere sind freilich grossentheils von solcher Art (insbesondere die Wasserreibung und die von den Krümmungen der Canäle oder von plötzlichen Richtungs- und Querschnittsänderungen herrührenden besonderen hydraulischen Widerstände), dass sie sich nur unvollkommen in Rechnung

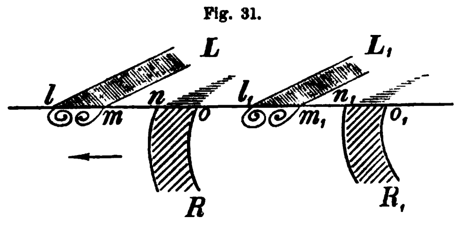
stellen lassen, und man deshalb in Betreff des Wirkungsgrades mehr, als bei den Wasserrädern, auf wenig sichere Erfahrungscoefficienten angewiesen ist. Ebenso wie es schon beim Ponceletrade der Fall war, welches überhaupt in mancher Hinsicht den Uebergang zu den Turbinen bildet, betrifft die Theorie hier vorzugsweise die Regeln, nach welchen die Radelemente zu wählen sind, um den Umständen gemäss einen möglichst grossen Wirkungsgrad und gewisse Eigenschaften der Turbine erwarten zu lassen.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Turbinen.

§. 29. Die Wirkung der Schaufeldicken.

Den vorläufigen Erklärungen im §. 28 bezüglich der Verengungscoefficienten k, k_1 und des eventuellen Unterschiedes der relativen Geschwindigkeiten w_0, w_1 sowie der hydraulischen Druckhöhen h, h_1 lagen Voraussetzungen zum Grunde, welche vor Allem einer näheren Untersuchung bedürfen. Es handelt sich dabei um den Einfluss der Schaufeldicken. Er ist derselbe bei Axial- und Radialturbinen, lässt sich aber (gleich anderen noch zu besprechenden Verhältnissen) für erstere am einfachsten darstellen in der ebenen Abwickelung des Schnitts der Turbine mit einer coaxialen Cylinderfläche. Fig. 31 sei die ebene Abwickelung eines solchen Schnitts von zwei benachbarten Leitschaufeln L, L_1 an ihren Enden und von zwei Radschaufeln R, R_1 an ihren Anfängen z. B. mit der mittleren Cylinderfläche, nämlich mit der Cylinderfläche, deren Axe die Turbinenaxe und deren Radius der mittlere Radius der Einflussfläche E des Radkranzes ist. Der Leitapparat kann als Leitrad und E als mit seiner Ausflussfläche zusammenfallend angenommen werden. Ist dann, im mittleren Umfange (im Durchschnitt von E mit der mittleren Cylinderfläche) gemessen,

Fig. 31.



$e = l l_1 = m m_1$ die Theilung des Leitrades,

$t = l m = l_1 m_1$ der davon durch eine Leitschaufel eingenommene Theil,

und haben

$$e_1 = n n_1 = o o_1,\ t_1 = n o = n_1 o_1$$

die analogen Bedeutungen für das Laufrad, so wird durch eine Radschaufel R, welche der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 gerade gegenüberliegt, wie Fig. 31 darstellt, der freie Theilbogen $ml_1 = e - t$ um den Betrag $t_1 = no$ versperrt. Weil aber die Zeiten, während welcher R am freien Theilbogen ml_1 und am ganzen Theilbogen mm_1 des Leitrades vorbeigeht, sich wie diese Bögen selbst, also wie $e - t : e$ verhalten, ist als durchschnittlicher Betrag der Versperrung nicht t_1, sondern nur $t_1 \frac{e-t}{e}$ zu rechnen, so dass die Summe der freien Theilbögen

$$p = z(e - t)$$

durch die z_1 Radschaufeln durchschnittlich reducirt wird auf

$$p' = z(e - t) - z_1 t_1 \frac{e-t}{e}$$

als Summe der wirksamen freien Theilbögen des Leitrades, entsprechend dem Verengungscoefficienten

$$k = \frac{p'}{p} = 1 - \frac{z_1 t_1}{z e} = 1 - \frac{z_1 t_1}{2\pi r_1} = \frac{\frac{2\pi r_1}{z_1} - t_1}{\frac{2\pi r_1}{z_1}}$$

$$= \frac{e_1 - t_1}{e_1} = \frac{on}{oo_1} = \frac{a_1}{a_1 + s_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Analog ist ohne Weiteres

$$k_1 = \frac{e-t}{e} = \frac{a}{a+s} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

als Verengungscoefficient für den Einfluss in das Laufrad zu betrachten, so dass im Durchschnitt die wirksamen mittleren Umfänge des Leitrades und des Laufrades

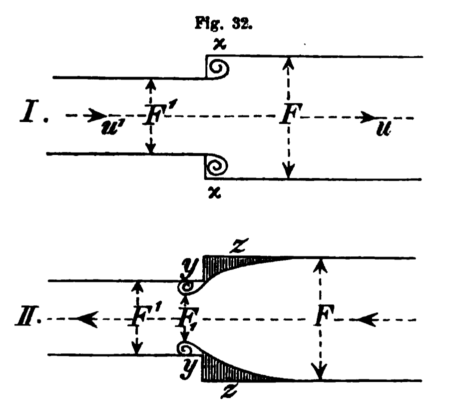
$$kp = \frac{e_1 - t_1}{e_1} z(e - t) \text{ und } k_1 p_1 = \frac{e-t}{e} z_1 (e_1 - t_1)$$

wegen $ze = z_1 e_1$ einander gleich sind, somit auch die Theile der Ebene E, welchen als schiefe Projectionen (für die Neigungswinkel α und β der Projectionsstrahlen) die wirksamen Canalquerschnittssummen $z . kab$ und $z_1 . k_1 a_1 b$ entsprechen, in welchen bezw. die absolute Geschwindigkeit u und die relative Geschwindigkeit w_0 stattfindet. Der Uebergang aus der Geschwindigkeit im vollen Querschnitte eines Leitcanals zur Geschwindigkeit u im wirksamen Ausflussquerschnitte kab desselben findet stetig und ohne besonderen Widerstand statt; der Uebergang von u in Verbindung mit v_1 zu w_0 geschieht, wie sich ergeben hat, ohne Querschnittsänderung

und somit auch ohne Widerstand, abgesehen von einem mit den Schaufeldicken nicht zusammenhängenden Stosse gegen die Schaufelflächen, der durch die Widerstandshöhe ςH gemessen wird und mit welchem die Aenderung von w in w_0 verbunden sein kann. Der weitere Uebergang der relativen Geschwindigkeit von w_0 zu w_1 im vollen Anfangsquerschnitte $= a_1 b$ eines Turbinencanals in dem hier zunächst vorausgesetzten Falle einer Ueberdruckturbine ist aber mit zweierlei plötzlichen Querschnittsänderungen (mit einer vorübergehenden, nämlich mit innerer Contraction, und mit einer bleibenden) und mit entsprechenden Widerständen verbunden. Alle diese Verhältnisse sind analog den Vorgängen bei der Strömung des Wassers in einer Rohrleitung, wenn diese an einer gewissen Stelle plötzlich I. aus dem kleineren Querschnitte F' (Strömungsgeschwindigkeit $= u'$, Pressung $= p'$) in den grösseren F (Geschwindigkeit $= u$, Pressung $= p$) übergeht, oder wenn II. das Umgekehrte stattfindet. Die Gesetze dieser Vorgänge sind unten erörtert.*)

* Im ersten der unterschiedenen zwei Fälle (Fig. 32, I) entstehen bei x, x Wirbel (Bewegungen ohne angebbare vorwiegende Richtung, bezw. nach allen möglichen Richtungen); der Druck ist in diesem ganzen von nicht strömendem Wasser erfüllten Raume als gleich gross anzunehmen, und zwar = dem Drucke des aus dem engeren Rohrstück in das weitere mit noch geradlinigen prarallelen Bahnen der Theilchen einfliessenden Wassers, d. h. $= p'$. Nun ist nach dem Princip des Antriebes die Aenderung der Bewegungsgrösse irgend eines Massensystems nach irgend einer Richtung für jedes Zeitelement = dem Antriebe der nach dieser Richtung genommenen resultirenden äusseren Kraft, d. h. = dem Product aus dieser Kraft und dem Zeitelement. Wird dieses Princip auf die zwischen F' und F strömende Wassermasse angewendet, so kann also wegen des Beharrungszustandes auch die resultirende Kraft in der Strömungsrichtung, d. h. (algebraisch verstanden) der Ueberschuss des auf die Hinterfläche fraglicher Wassermasse ausgeübten hydraulischen Drucks über den auf die Vorderfläche derselben ausgeübten (da Massenkräfte hier nicht in Betracht kommen) = dem Zuwachs an Bewegungsgrösse der Wassermasse in der Zeiteinheit gesetzt werden = dem Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Wasser in einer Sekunde durch den Querschnitt F fliesst, über diejenige, mit welcher es gleichzeitig den Querschnitt F' durchfliesst. Somit ergiebt sich, unter G das Gewicht des in 1 Sek. jeden Querschnitt durchströmenden Wassers verstanden,

Fig. 32.



Analog dem Falle II ist anzunehmen, dass sich von den Stirnflächen der Turbinenschaufeln aus keilförmig zulaufende Räume (in Fig. 31 durch horizontale Schraffierung angedeutet) in die Leitcanäle hinein erstrecken, in welchen (entsprechend dem Raume z, z in Fig. 32, II) das Wasser an

---

$$F(p'-p)=\frac{G}{g}(u-u')=\frac{\gamma F u}{g}(u-u')$$

$$\frac{p'-p}{\gamma}=\frac{u(u-u')}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (a).$$

Wenn, wie hier, bewegende Massenkräfte wegen Kleinheit des Weges nicht in Betracht kommen, ist die Widerstandshöhe B_1 für die Bewegung von F' bis F (siehe folgenden Paragraph oder auch Bd. I, §. 78) = der Grösse, um welche die Summe aus Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe abnimmt:

$$B_1=\frac{p'}{\gamma}+\frac{u'^2}{2g}-\left(\frac{p}{\gamma}+\frac{u^2}{2g}\right)=\frac{p'-p}{\gamma}+\frac{u'^2-u^2}{2g}$$

oder mit Rücksicht auf (a):

$$B_1=\frac{2u(u-u')+u'^2-u^2}{2g}=\frac{(u'-u)^2}{2g}=\left(\frac{F}{F'}-1\right)^2\frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots \quad (b)$$

wegen $Fu = F'u'$. Die Erhaltung der kleinen Pressung p' in dem mit Wirbeln erfüllten Raume x, x wird dadurch möglich, dass die Pressung der entlang fliessenden äussersten Wasserfäden auch nicht grösser ist, obschon die mittlere Pressung im ganzen von F' bis F wachsenden Querschnitte des Wasserstroms von p' bis p zunimmt; jene Fäden, bezw. Bahnen der Wassertheilchen sind nämlich gegen das Innere der Röhre hin convex gekrümmt, einer von aussen nach innen zunehmenden Pressung entsprechend.

Im Falle II, Fig. 32, entsteht beim Einflusse aus der weiteren in die engere Rohrstrecke eine Contraction des Wasserstroms bis zu einem gewissen Querschnitte $F_1 = \alpha F' < F'$. An dieser Stelle y, y bilden sich Wirbel, und herrscht in dem ganzen damit erfüllten Raume eine Pressung = der Pressung p_1 im Querschnitte F_1. Die fast plötzliche Wiedererweiterung desselben bis F' ist mit einem Wasserstoss verbunden, welchem, unter u_1 die Strömungsgeschwindigkeit in F_1 verstanden, analog Gl. (b) die Widerstandshöhe entspricht:

$$B_2=\frac{(u_1-u')^2}{2g}=\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)^2\frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c).$$

Im Wesentlichen ist dieser Widerstand der einzige, zu welchem der Einfluss in das engere Rohrstück Veranlassung giebt; von F bis F_1, Fig. 32, II, findet höchstens vermehrte Reibung von Wasser an Wasser und an der scharfen Kante der Einflussmündung) statt. Bei z, z ist zwar auch der Wasserstrom von der Rohrwand getrennt, aber das von der Strömung ausgeschlossene Wasser (in der Figur vertical schraffirt) ist als in Ruhe befindlich zu betrachten mit einer Pressung, die $= p$ oder etwas kleiner ist. Die Erhaltung derselben ist dadurch möglich, dass die Bahnen der entlang fliessenden Wassertheilchen, deren Druck ebenso gross sein muss, hier einwärts concav gekrümmt sind, entsprechend einem kleineren mittleren Drucke in den Querschnitten des Wasserstroms.

Wird der Druck im Raume z, $z = p$ angenommen, und auf die Wassermasse zwischen F und F_1 das Princip des Antriebes angewendet, so folgt

der Strömung nicht wesentlich Theil nimmt. Das an ihnen schräg entlang fliessende Wasser giebt zu inneren Contractionen an beiden Seiten der Turbinenschaufeln (neben n und o, n_1 und o_1 in Fig. 31) Veranlassung und dadurch zu einem resultirenden Widerstande, der mit Rücksicht

---

$$F'(p-p_1) = \frac{G}{g}(u_1 - u) = \frac{\gamma F u}{g}(u_1 - u)$$

$$\frac{p-p_1}{\gamma} = \frac{1}{\varphi}\frac{u(u_1-u)}{g} \text{ mit } \varphi = \frac{F'}{F} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(d).}$$

Wird ferner die Widerstandshöhe für die Bewegung von F bis F_1 = Null gesetzt, so ist auch

$$0 = \frac{p-p_1}{\gamma} + \frac{u^2-u_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left[\frac{2u(u_1-u)}{\varphi} - (u_1^2-u^2)\right]$$

$$\frac{2u}{\varphi} = u_1 + u; \quad u_1 = \frac{2-\varphi}{\varphi}u.$$

Mit Rücksicht darauf wäre der Coefficient der inneren Contraction:

$$\alpha = \frac{F_1}{F'} = \frac{F}{F'}\frac{F_1}{F} = \frac{1}{\varphi}\frac{u}{u_1} = \frac{1}{2-\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(e),}$$

also $\frac{1}{\alpha} - 1 = 1 - \varphi$, und somit die Widerstandshöhe B_2 auch zu setzen:

$$B_2 = \left(1 - \frac{F'}{F}\right)^2 \frac{u'^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{(c').}$$

Die Zulässigkeit der Annahme, dass im Raume z, z der Druck $= p$ sei, lässt sich prüfen durch Vergleichung der Werthe von $\frac{1}{2-\varphi}$ mit den Werthen von α, welche aus Gl. (c) sich berechnen lassen, wenn B_2 als gesammte Widerstandshöhe durch Versuche bestimmt wird. Aus solchen Versuchen von Weisbach ergeben sich die folgenden zusammengehörigen Werthe (Bd. I, §. 92 unter 1):

$\varphi = 1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$\alpha = 1$	0,892	0,813	0,755	0,712	0,681	0,659	0,643	0,632	0,624
$\frac{1}{2-\varphi} = 1$	0,909	0,833	0,769	0,714	0,667	0,625	0,588	0,556	0,526

Mit Rücksicht auf den mässigen Widerstand, welcher thatsächlich auch von F bis F_1 vorhanden sein wird, fände sich die Annahme als zulässig bestätigt durch α etwas $< \frac{1}{2-\varphi}$. Für $\varphi > 0,6$ ist das der Fall, und kann also für $F' > 0,6\,F$ die Gleichung (c) durch (c') ersetzt werden. Je mehr aber $F' < 0,6\,F$ ist, desto mehr ist im Raume z, z der Druck $< p$. Wäre er $= p - \Delta p$, so käme auf der linken Seite der Gleichung, welche oben der Gleichung (d) vorhergeht, das Glied $(F - F')\,\Delta p$ hinzu, was auch ohne solchen Zusatz durch Vergrösserung von F', also von φ berücksichtigt werden könnte. Mit φ würde auch $\frac{1}{2-\varphi}$ vergrössert, wie es sein muss.

darauf, dass es sich um nur mässige verhältnissmässige Querschnittsänderungen handelt, durch eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (c') in der Anmerkung gemessen werden kann, indem darin der Verengungscoefficient k der Leitcanäle durch die Turbinenschaufeln für $\frac{F'}{F}$, und w_0 für u' gesetzt wird. Hinter den Stirnflächen der Leitschaufeln entstehen Wirbel (in Fig. 31 angedeutet bei lm und $l_1 m_1$), analog den Wirbeln bei x, x in Fig. 32, I und entsprechend einer Widerstandshöhe, welche aus (b) erhalten wird mit k_1 statt $\frac{F'}{F}$ und w_1 statt u. Die gesammte Widerstandshöhe für den Einfluss des Wassers aus dem Leitapparat in das Laufrad (abgesehen von Stössen gegen die krummen Schaufelflächen) ergäbe sich somit:

$$B = (1-k)^2 \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^2 \frac{w_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Die relative Geschwindigkeit w_1 bezieht sich auf den vollen Anfangsquerschnitt $= a_1 b$ eines Leitcanals, w_0 auf einen kurz vorher durchströmten Qnerschnitt von der durchschnittlichen Grösse $k_1 a_1 b$; zwischen beiden sind jene mit den besprochenen Widerständen verbundenen Wirbel an den Endflächen der Leitschaufeln und am Anfange der Seitenflächen der Turbinenschaufeln stattfindend zu denken. Es ist deshalb auch

$$w_1 = k_1 w_0;\ B = [(1-k)^2 + (1-k_1)^2] \frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots (4),$$

und weil auch

$$B = h - h_1 + \frac{w_0^2 - w_1^2}{2g},$$

folgt

$$h_1 - h = (1-k_1^2)\frac{w_0^2}{2g} - [(1-k)^2 + (1-k_1)^2]\frac{w_0^2}{2g}$$
$$= [2(1-k_1)k_1 - (1-k)^2]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (5),$$

eine stets positive Grösse, da $1-k$ und $1-k_1$ kleine Brüche sind.

Din Einsetzung der Werthe von k und k_1 nach (1) und (2) giebt:

$$B = \left[\left(\frac{s_1}{a_1 + s_1}\right)^2 + \left(\frac{s}{a+s}\right)^2\right]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4,a)$$

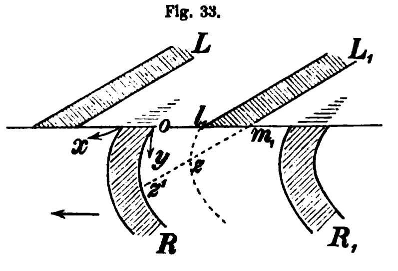
$$h_1 - h = \left[\frac{2as}{(a+s)^2} - \left(\frac{s_1}{a_1+s_1}\right)^2\right]\frac{w_0^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (5,a).$$

Uebrigens ist zuzugeben, dass die Vorstellungen, auf Grund welcher die Widerstandshöhe B und entsprechende Druckzunahme $h_1 - h$ hier be-

rechnet wurden, nur für den Beharrungszustand des in einfach gestalteten Röhren strömenden Wassers erfahrungsmässig bewährt sind, während es wahrscheinlich ist, dass der keilförmige, mit verhältnissmässig ruhigem Wasser erfüllte Raum z. B. vor der Stirnfläche *no* der Schaufel *R*, Fig. 31, wenn sie mit grosser Geschwindigkeit an der Mündung des Leitcanals zwischen L und L_1 vorbeigeht, sich nicht so vollkommen ausbilden kann, wie es der Fall wäre, wenn die Schaufel R vor jener Mündung in Ruhe wäre. Die Contractionen beiderseits von R können so in verstärktem Masse zu Stande kommen. —

Bei Druckturbinen ist eine Nöthigung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle durch hydraulischen Druck nicht vorhanden. Damit fallen auch die vorbesprochenen Wirbelbildungen und die entsprechenden continuirlichen hydraulischen Stösse von schneller fliessendem gegen langsamer in gleicher Richtung fliessendes Wasser fort. Auch eine Zunahme des hydraulischen Drucks beim Einfliessen des Wassers in die Turbine findet dann nicht statt; es ist hier immer $h = h_1$, also auch $= h_2$. Dagegen sind Widerstände nicht ausgeschlossen, welche verursachen, dass $w_1 < w_0$ ist; nur sind sie von anderer Art, als bei Ueberdruckturbinen. Indem nämlich die keilförmig zulaufenden, in die Leitcanäle sich hinein erstreckenden und mit kaum strömendem Wasser erfüllten Räume vor den Stirnflächen der Turbinenschaufeln auch hier sich ausbilden, wird eine Ablenkung der relativen Einflussgeschwindigkeit w_0 von der zur Turbinenschaufelfläche tangentialen Richtung dadurch verursacht, wie die Pfeile x und y in Fig. 33 andeuten; diese nachtheilige Wirkung nimmt zu mit der Dicke der Turbinenschaufeln. Die Dicke der Leitschaufeln, z. B. der Schaufel L_1 in der Figur wirkt insofern schädlich, als das bei $o\,l_1$ eingeflossene Wasser von dem bei m_1 eingeflossenen an einer um so entfernteren Stelle z unter einem um so grösseren Winkel (nahe = dem Krümmungswinkel der Strecke $l_1\,z$ der punktirten betreffenden relativen Wasserbahn) gestossen wird, je dicker die Leitschaufel L_1 ist. Die dem Einflusse der Schaufeldicken entsprechende Widerstandshöhe ist also von ähnlicher Art wie ein Stossgefälle ςH; indessen soll sie zum hydraulischen Widerstandsgefälle $(1 - \varepsilon) H$ gerechnet werden ebenso wie die entsprechende oben berechnete Widerstandshöhe B bei Ueberdruckturbinen, um das sogenannte Stossgefälle auch bei beliebiger Schaufeldicke immer

Fig. 33.



auf Null reduciren zu können. Eine allgemeine Grössenbestimmung fraglicher Widerstandshöhe ist hier aber ebenso unthunlich, wie die Bestimmung der entsprechenden Geschwindigkeitsabnahme von w_0 bis w_1.*

Schliesslich sei schon hier bemerkt, dass der Stoss, welcher Obigem zufolge bei z, Fig. 33, durch die Leitschaufeldicke verursacht wird, in erhöhtem Grade bei Partialturbinen an den Stellen stattfindet, wo ein Turbinencanal, nachdem er an der Ausmündung des Leitapparates fast ganz vorbeigegangen ist, dieselbe verlässt. Ist nämlich L_1 in Fig. 33 Grenzwand des rechts davon liegenden Leitapparates (L ist beseitigt zu denken), so trifft das bei m_1 noch einfliessende Wasser die Schaufel R erst bei z' mit erheblichem Stosse. Dieser wächst hier nicht mit der Dicke der Leitschaufel, bezw. der Grenzwand L_1, sondern er ist um so grösser, je weiter die Turbinencanäle und je stärker ihre Schaufeln am Anfange gekrümmt sind. Diese Erwägung spricht für enge Schaufelung der Partialturbinen und gegen die Anordnung einer grösseren Zahl getrennter Einläufe.

---

* Eine wesentlich andere Auffassung des Einflusses der Schaufeldicken findet sich in der neuen Bearbeitung der Turbinentheorie von G. Herrmann in Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. Für Ueberdruckturbinen wird daselbst angenommen, dass beim Ausflusse des Wassers aus den Leitcanälen in den Spalt eine plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e - t : e$ (bei Benutzung obiger Bezeichnungen), und bei dem unmittelbar darauf folgenden Einflusse aus dem Spalt in die Turbine eine plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $e_1 : e_1 - t_1$ stattfinde, und dass jeder dieser Querschnittsveränderungen eine Widerstandshöhe gemäss Gl. (b) in voriger Anmerkung entspreche. Das Ergebniss dieser Anschauung ist bei den gewöhnlichen Verhältnissen von Turbinen nicht erheblich von demjenigen der oben erklärten Anschauung verschieden. Bedenklicher, sowohl im Princip, als bezüglich des Ergebnisses, erscheint die für Druckturbinen gemachte Annahme, dass der Widerstand in plötzlicher Geschwindigkeitsvergrösserung beim Ausflusse aus den Leitcanälen, bedingt durch plötzliche Querschnittsverkleinerung im Verhältnisse $1 : k$ (wieder mit Benutzung obiger Bezeichnungen) seinen Grund habe und gleichfalls nach Analogie von Gl. (b) in voriger Anmerkung zu berechnen sei; ein solcher Widerstand, wie er entsprechend auch beim Ausflusse aus einer Oeffnung in der Schlusswand am Ende einer Leitungsröhre (überhaupt beim Ausflusse aus Mündungen) stattfinden müsste, findet thatsächlich nicht statt, weil bei der strömenden Bewegung der Wassers in Röhren wohl plötzliche Querschnittsvergrösserungen des Wasserstroms (verbunden mit Wirbeln), nicht aber plötzliche Verkleinerungen desselben vorkommen. Eine plötzliche Verkleinerung des Rohrquerschnitts veranlasst die Ausscheidung einer gewissen Wassermenge (z, z in Fig. 32) aus dem Strom, dessen eigene Querschnittsverkleinerung dadurch zu einer stetigen wird.

§. 39. Fundamentalgleichungen und Haupterfordernisse.

Hinsichtlich der Bewegung des Wassers vom Zuflusscanal bis zum Abflusscanal mögen 4 Theile unterschieden werden:

1. die Bewegung bis zum Spalt,
2. der Einfluss in die Turbine,
3. der Durchfluss durch die Turbine,
4. die Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasser.

Auf jeden dieser Theile werde die Gleichung der lebendigen Kraft angewendet in der Ausdrucksform, welche in der technischen Hydraulik ihr gegeben zu werden pflegt und von welcher für einen Spezialfall schon im vorigen Paragraph Gebrauch gemacht wurde, nämlich der Satz (siehe Bd. I, §. 78), dass, wenn sich Wasser im Beharrungszustande in irgend einem Canal, bezw. in einer Röhre von beliebiger Form strömend bewegt, die Summe aus Druckhöhe und relativer Geschwindigkeitshöhe für irgend einen Querschnitt $F =$ ist der entsprechenden Summe für einen vorhergehenden Querschnitt F', vermehrt um die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft pro 1 Kgr. Wasser auf dem Wege von F' bis F, und vermindert um die Widerstandshöhe (Arbeit der hydraulischen Bewegungswiderstände pro 1 Kgr.) für die Canalstrecke $F'\,F$. Ist der Canal in Ruhe, so sind die Geschwindigkeiten absolute und besteht die bewegende Massenkraft nur in der Schwerkraft; ihre Arbeit pro 1 Kgr. auf dem Wege $F'\,F$ ist = der mittleren Höhe von F' über F. Ist der Canal in Bewegung, so enthält die Arbeit der bewegenden relativen Massenkraft zugleich die Arbeit der ersten Ergänzungskraft (die Arbeit der zweiten ist = Null), z. B. der Centrifugalkraft im Falle der Drehung um eine feste Axe, wie sie den Turbinencanälen eigen ist.

Auf Grund dieses allgemeinen Gesetzes und mit den im §. 28 erklärten Buchstabenbezeichnungen ist zunächst für die Bewegung bis zum Spalt, für welche die hydraulische Widerstandshöhe mit ϱH bezeichnet sei,

$$h + \frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

mit Rücksicht darauf, dass am Oberwasserspiegel die hydraulische Ueberdruckhöhe = 0 ist.

Beim Einfliessen des Wassers in die Turbine kann im Allgemeinen ein Stoss gegen die Schaufelflächen stattfinden (falls die relative Geschwindigkeit w nicht tangential an dieselben gerichtet ist), ent-

sprechend dem Stossgefälle ςH, ferner eine Abnahme der zur Schaufelfläche tangentialen Componente von w, welche deshalb mit $\frac{w_0}{\varphi}$ zu bezeichnen ist, zu w_0 infolge eines Wasserverlustes durch den Spalt, endlich ein hydraulischer Widerstand, entsprechend dem im vorigen Paragraph besprochenen Widerstandsgefälle, welches hier mit $\varrho_0 H$ bezeichnet sei, und infolge dessen die relative Geschwindigkeit w_0 in die abermals kleinere w_1, die Ueberdruckhöhe h (bei Ueberdruckturbinen) in die grössere h_1 übergeht. Die betreffenden Gleichungen

$$\frac{1}{\varphi^2}\frac{w_0^2}{2g} = \frac{w^2}{2g} - \varsigma H$$

und

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w_0^2}{2g} - \varrho_0 H$$

mögen durch Addition und indem der Verlust an relativer Geschwindigkeitshöhe

$$= \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right)\frac{w_0^2}{2g}$$

in die Widerstandshöhe $\varrho_0 H$ einbegriffen wird, zusammengefasst werden zu der Gleichung:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2g} = h + \frac{w^2}{2g} - (\varsigma + \varrho_0)H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Bei Druckturbinen ist $h = h_1$ und das Widerstandsgefälle $\varrho_0 H$ von ähnlicher Bedeutung wie das Stossgefälle ςH (siehe vorigen Paragraph), indem auch die erwähnte in $\varrho_0 H$ einbegriffene Grösse wegen $\varphi = 1$ verschwindet.

Bei dem Durchfluss durch die Turbine handelt es sich um eine relative Bewegung des Wassers in Canälen, welche nicht so kurz sind, dass die Arbeiten der Schwere ($= H_1 - H_2$ pro 1 Kgr. Wasser) und der ersten Ergänzungskraft, nämlich der Centrifugalkraft zu vernachlässigen wären. Letztere ist vielmehr pro 1 Kgr., wenn r einen beliebigen Abstand von der Turbinenaxe bedeutet,

$$= \frac{\omega^2}{g}\int_{r_1}^{r_2} r\,dr = \frac{\omega^2}{g}\frac{r_2^2 - r_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$$

und deshalb die betreffende Gleichung der Arbeiten und lebendigen Kräfte, wenn $\varrho_1 H$ hier die hydraulische Widerstandshöhe bedeutet,

$$h_2 + \frac{w_2^2}{2g} = h_1 + \frac{w_1^2}{2g} + H_1 - H_2 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - \varrho_1 H \quad \ldots \quad (3).$$

Bei einer Druckturbine ist $h_1 = h_2$, somit $h = h_1 = h_2$.

Endlich ist für die wieder absolute Bewegung vom Ausflusse aus der Turbine bis zum Unterwasserspiegel, an welchem die

hydraulische Ueberdruckhöhe = 0 ist, unter $\varrho_2 H$ die betreffende hydraulische Widerstandshöhe verstanden,

$$\frac{c_2^2}{2g} = h_2 + \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4).$$

Bei der Addition der Gleichungen (1) bis (4) heben sich die entgegengesetzt gleichen Glieder h, h_1, h_2, $\frac{w_1^2}{2g}$, H_1, H_2, und man erhält:

$$\frac{u^2 + w_2^2 + c_2^2}{2g} = \frac{c_1^2 + w^2 + u_2^2}{2g} + H_0 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} - (\varsigma + \varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2) H$$

oder mit

$$H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} = H \quad (\text{§. 28, Gl. 1})$$

und

$$(1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 - \varrho_2) H = \varepsilon H$$

gemäss der Definition des wirksamen Gefälles εH im §. 28:

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} + \frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = (\varepsilon - \varsigma) H \; . \; . \; . \; . \; . \; (5).*$$

Gemäss Fig. 34, welche mit Rücksicht auf das Vorhergehende einer Erklärung nicht bedarf, ist

$$\begin{aligned} w^2 &= u^2 + v_1^2 - 2 u v_1 \cos\alpha \\ u_2^2 &= v_2^2 + w_2^2 - 2 v_2 w_2 \cos\delta, \end{aligned}$$

also
$$\begin{aligned} u^2 - w^2 + v_1^2 &= 2 u v_1 \cos\alpha \\ -u_2^2 + w_2^2 - v_2^2 &= 2 v_2 w_2 \cos\delta - 2 v_2^2, \end{aligned}$$

so dass Gl. (5) auf die Form gebracht werden kann:

$$(\varepsilon - \varsigma) H = \frac{1}{g} (u v_1 \cos\alpha + v_2 w_2 \cos\delta - v_2^2) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (6).$$

---

* Im Falle $\varsigma = 0$ nennt G. Herrmann

$$\frac{u^2 - u_2^2}{2g} \text{ das Actionsgefälle,}$$

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \text{ das Reactionsgefälle,}$$

die Summe beider $= \varepsilon H$ das Nutzgefälle, während

$$\varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} \text{ als wirksames Gefälle}$$

bezeichnet wird. Ihm zufolge ist eine Actions- oder Druckturbine dadurch charakterisirt, dass das Reactionsgefälle

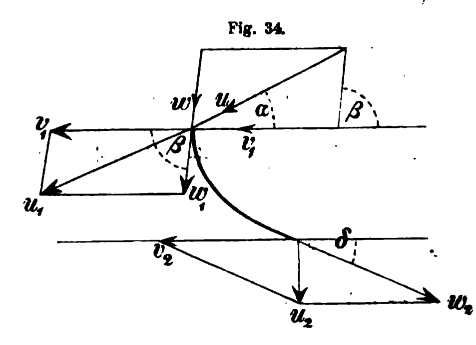
$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = 0$$

ist, während hier eine Druckturbine als eine solche definirt wurde, für welche $h = h_1 = h_2$ ist und somit gemäss Gl. (2) und (3) mit $\varsigma = 0$ sich ergiebt:

$$\frac{w_2^2 - w^2}{2g} - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} = H_1 - H_2 - (\varrho_0 + \varrho_1) H.$$

Das Maximum des Wirkungsgrades η einer Turbine entspricht nach Gl. (2), §. 28, bei gewissen Werthen der mehr untergeordneten Elemente φ und μ dem Maximum von $\varepsilon - \varsigma$, vor Allem also $\varsigma = 0$, d. h. einem stossfreien Einflusse des Wassers in die Turbine, unter welcher Bezeichnung hier immer das Fehlen eines solchen Stosses verstanden wird, welcher, durch das Stossgefälle ςH gemessen, dann stattfindet, wenn die Richtung von w gegen die Gerade geneigt ist, welche das Turbinenschaufelprofil (das Profil der concaven Schaufelfläche) in seinem Anfangspunkte berührt. Aus Fig. 34, worin der Bedingung des stossfreien Einflusses durch das Zusammenfallen der Richtungen von w und w_1 entsprochen ist, ergiebt sich als analytische Bedingung desselben:

Fig. 34.



$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Da ferner die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende Geschwindigkeitshöhe für den Effect des Rades gewöhnlich verloren ist, soll sie möglichst klein, wenigstens möglichst wenig $> c_2$ sein. Unbeschadet des erforderlichen Abflussses von der Turbine darf aber diese Geschwindigkeit u_2 um so kleiner sein, je mehr sie normal zur Ausflussfläche gerichtet ist, da eine dieser Fläche parallele Componente von u_2 nichts dazu beitragen würde, das Wasser von der Turbine zu entfernen und somit besser zu nützlicher Arbeit in ihr verwendet worden wäre. Dieser Fall eines normalen Ausflusses, wie er in der Folge kurz bezeichnet werde, ist in Fig. 34 vorausgesetzt; ihm entsprechen die Beziehungen:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Bei stossfreiem Einflusse ($\varsigma = 0$) und normalem Ausflusse ($v_2 = w_2 \cos\delta$) geht (6) über in:

$$\varepsilon H = \frac{u v_1 \cos\alpha}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

ist also das wirksame Gefälle = dem durch g dividirten Product der mittleren Umfangsgeschwindigkeit v_1 und der im Sinne derselben genommenen Componente der absoluten Zuflussgeschwindigkeit u. Diese Gleichung

stellt eine Beziehung dar, welche zwischen u, v_1 und α stattfinden muss, wenn bei gegebenem wirksamen Gefälle die beiden Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses erfüllt sein sollen. Mit Rücksicht auf (7) folgt auch

$$\varepsilon H = \frac{v_1^2}{g} \frac{\cos\alpha \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}$$

$$v_1 = \sqrt{g\varepsilon H \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha\sin\beta}} = \sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots (10).$$

Die vortheilhafteste (den Grundbedingungen 7 und 8 entsprechende) Umfangsgeschwindigkeit v_1 einer Turbine ist also durch das wirksame Gefälle εH und durch die Winkel α, β bestimmt; bei einer gegebenen Turbine (bei gegebenen Werthen von α, β und δ) ist nicht nur sie proportional $\sqrt{\varepsilon H}$, sondern (nach 7 und 8 und wegen des für eine gegebene Turbine bestimmten Verhältnisses $\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2}$) jede der Geschwindigkeiten

$$u, \quad v_1, \quad w, \quad u_2, \quad v_2, \quad w_2.$$

Je weniger eine Turbine mit Ueberdruck arbeitet, desto mehr ist das disponible Arbeitsvermögen als lebendige Kraft im einfliessenden Wasser vorhanden, d. h. desto grösser ist u bei gegebenem wirksamen Gefälle εH, desto kleiner folglich v_1 nach Gl. (9) bei gegebenem Winkel α, desto kleiner auch der Winkel β nach (10). —

Um den hydraulischen Wirkungsgrad ε möglichst gross zu erhalten, ist nach Erfüllung der Hauptforderungen (u_2 normal zur Austrittsfläche und $\varsigma = 0$) noch dafür zu sorgen, dass die hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ möglichst klein sind. Sie sollen später so weit thunlich bestimmt werden; die drei ersten sind um so kleiner, je kleiner die Schaufeldicken, je grösser die Krümmungshalbmesser der Schaufelflächen sind und je kleiner die Summe aller Schaufelflächen ist, je mehr also die Schaufelzahlen und die einzelnen Schaufelflächen beschränkt werden, insoweit es die Rücksicht auf sichere Führung des Wassers und die so eben erwähnte Forderung mässiger Schaufelkrümmung gestattet. Theilweise andere Rücksichten sind zur Verkleinerung von $\varrho_2 H$ massgebend. Im Falle einer Ueberwasserturbine ist nach Gl. (4) wegen $h_2 = 0$:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11),$$

also nur dadurch zu verkleinern, dass H_2 möglichst klein und u_2 möglichst

wenig $> c_3$ gemacht wird. Indem aber, je kleiner u_2, desto grösser natürlich die Austrittsfläche der Turbine sein muss, ist es wichtig zu bemerken, dass bei der Anordnung als Rohrturbine und bei voller Beaufschlagung auch bei grösserer Ausflussgeschwindigkeit u_2 die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ fast beliebig verkleinert werden kann, wenn nur dafür gesorgt wird, dass die ganze Fläche, durch welche das Wasser mit der Geschwindigkeit u_2 aus der Turbine ausfliesst, hinlänglich allmählich in die der mittleren Geschwindigkeit c_3 entsprechende Querschnittsgrösse übergeht, um hydraulische Stossverluste auszuschliessen ausser demjenigen, welcher durch die den Schaufeldicken entsprechende plötzliche Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $e_2 - t_2 : e_2 = a_2 : a_2 + s_2$ unvermeidlich verursacht wird. Bei Axialturbinen und bei aussenschlächtigen Radialturbinen lässt sich das durch conoidische Gestaltung des Radtellers, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, leicht genügend erreichen. Weniger einfach ist es bei innenschlächtigen Turbinen, welche zur Ausführung als Rohrturbinen weniger geeignet sind; für diesen Fall ist von Boyden der sogenannte Diffuser zu fraglichem Zwecke angegeben worden: ein festliegender Kranz, welcher mit seiner offenen Innenfläche der gleich grossen cylindrischen Austrittsfläche der Turbine mit sehr kleinem Spielraume gegenüberliegt und sich nach aussen zu der gleichfalls cylindrischen offenen Aussenfläche erweitert nicht nur in radialem, sondern zugleich in axialem Sinne. —

Ob eine Turbine eine reine Druckturbine ist oder ob sie mehr oder weniger durch Ueberdruck wirkt, hängt bei gegebenem Gefälle hauptsächlich ab von der Geschwindigkeit u. Indem die Druckturbine durch $h = h_1 = h_2$ charakterisirt und für eine Ueberwasserturbine $h_2 = 0$ ist, ergiebt sich für eine Ueberwasser-Druckturbine auch $h = 0$, also nach Gl. (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1{}^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12);$$

das Arbeitsvermögen, welches der Geschwindigkeit c_1 am Oberwasserspiegel und dessen Höhe $= H_0 - H_1$ über dem Spalt entspricht, soweit es nicht durch die Bewegungswiderstände bis zu dieser Stelle verbraucht ist, befindet sich ganz als lebendige Kraft (als freies Arbeitsvermögen) in dem aus dem Leitapparate ausfliessenden Wasser.

Bei einer (freilich nur bei voller Beaufschlagung und mit Rückschaufeln im Allgemeinen zweckmässigen) Unterwasser-Druckturbine ist, da hier die Ausflussgeschwindigkeit u_2 plötzlich (mit Stoss) in die Abflussgeschwindigkeit c_3 des Untergrabens übergeht,

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g},$$

also nach (4):

$$0 = h_2 + H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g}$$

$$= h_2 + H_2 + \frac{(u_2 - c_2)\, c_2}{g}.$$

Mit $h = h_2$ folgt dann aus (1):

$$\frac{u^2}{2g} = \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(u_2 - c_2) c_2}{g} \quad \ldots . \ (13)$$

oder auch mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 - \varrho H + \frac{(2u_2 - c_2)\, c_2}{2g} \quad \ldots . \ (13,a).$$

Würde endlich eine **Druckturbine** als **Rohrturbine** angeordnet, so würde aus (1) und (4) folgen:

$$h - h_2 = \begin{cases} -\frac{u^2}{2g} + \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 - \varrho H \\ -\frac{c_2^2}{2g} + \frac{u_2^2}{2g} + H_2 - \varrho_2 H \end{cases}$$

und mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ für $h = h_2$:

$$\frac{u^2}{2g} = H - H_1 + H_2 + \frac{u_2^2}{2g} - (\varrho + \varrho_2) H \quad \ldots \ldots \ (14).$$

Indem hier $\varrho_2 H$ nach obiger Bemerkung mit Hülfe conoidischer Gestaltung des Radtellers bei seiten- und aussenschlächtigen, bezw. des Boyden'schen Diffusers bei innenschlächtigen Turbinen verkleinert werden kann, wird u entsprechend grösser.

Bei einer **Ueberdruckturbine** ist die aus Gl. (3) sich ergebende Druckhöhendifferenz $h_1 - h_2$ als **Ueberdruckgefälle**, d. h. als das Gefälle zu bezeichnen, welches durch Ueberdruckwirkung, nämlich durch Reaction gegen die relative Beschleunigung in der Turbine verwerthet wird. Indem es aber dabei auf einen ganz bestimmten Betrag solcher Ueberdruckwirkung nicht ankommt, kann sie auch ungefähr mit Rücksicht auf das Verhältniss der Geschwindigkeitshöhe $\frac{u^2}{2g}$ zu ihrem Maximalwerthe beurtheilt werden, welcher nach (12) — (14) einer Druckturbine unter den betreffenden Umständen zukommen würde. Letzterer lässt sich freilich

für eine zu entwerfende Turbine zunächst nicht genau ermitteln, weil gewisse der in den Gleichungen (12) — (14) vorkommenden Grössen erst durch den wenigstens angenähert festgestellten Entwurf bekannt, bezw. genauer bestimmbar werden. Die Beziehung zwischen u und H werde deshalb vorläufig in der Form

$$\frac{u^2}{2g} = mH \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (15)$$

eingeführt, wobei der Coefficient m, weil besonders die Wirkungsweise des Wassers in der Turbine charakterisirend (je kleiner m, desto mehr Ueberdruck) im Anschluss an Rittinger und G. Schmidt als Charakteristik bezeichnet werde. Für eine zu entwerfende Druckturbine kann m vorläufig (vorbehaltlich nachträglicher Berichtigung gemäss Gl. 12. bezw. 13 oder 14) etwa $= 0{,}8$ bis $0{,}9$ angenommen werden, um so kleiner, je kleiner H, je grösser also voraussichtlich H_1 im Vergleich mit H sein muss, auch etwas kleiner, wenn den Umständen gemäss ein verhältnissmässig grosser Werth von ϱH erwartet werden kann (z. B. bei grosser Länge der Zuleitungsröhre vom Oberwasser zum Leitapparat), oder wenn H_2 mit erheblichem Absolutwerthe negativ ist, etwas grösser, wenn in besprochener Weise die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ erheblich verkleinert wird. Für Ueberdruckturbinen ist durchschnittlich $m = 0{,}5$ angemessen.

§. 31. Uebersicht der Beziehungen zwischen den wesentlichsten Elementen einer Turbine.

Nach vorigem Paragraph finden bei stossfreiem Einflusse und normalem Ausflusse folgende Gleichungen zwischen den Elementen einer Turbine statt:

$$\frac{u}{\sin\beta} = \frac{v_1}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots (1)$$

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\cos\delta} = w_2 \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

$$g\varepsilon H = u v_1 \cos\alpha \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

welchen hinzugefügt werden kann:

$$\frac{u^2}{2g} = mH \;..\; (4) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots \ldots \ldots (5).$$

Mit Rücksicht darauf, dass unter (1) und (2) je zwei Gleichungen begriffen sind, stellen sie 7 von einander unabhängige Beziehungen dar zwischen dem Gefälle H, dem gleichfalls hier vorläufig als bekannt vor-

ausgesetzten hydraulischen Wirkungsgrad ε und den folgenden 11 Turbinenelementen:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{I.}$$

Von den Verbindungen und Folgerungen, welche sie zulassen, werde hier ausser dem schon im vorigen Paragraph abgeleiteten Ausdrucke von v_1 durch α und β:

$$v_1 = \sqrt{g\varepsilon H \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\alpha \sin\beta}} = \sqrt{g\varepsilon H\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

die Verbindung von (3) und (4) mit dem daraus folgenden Ausdrucke von v_1 durch m und α:

$$g\varepsilon H = v_1 \cos\alpha \sqrt{2gmH};\; v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \quad \ldots\ldots \quad (7)$$

hervorgehoben, und die aus der Gleichsetzung der Ausdrücke von v_1^2 nach (6) und (7) folgende Beziehung zwischen m, α, β:

$$\varepsilon = 2m\cos^2\alpha\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right) = m\sin 2\alpha\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots\ldots \quad (8).$$

Diese und andere abgeleitete Beziehungen hindern es natürlich nicht, dass vorläufig 4 von obigen 11 Turbinenelementen, bezw. 4 Beziehungen zwischen ihnen willkürlich bleiben.

Weiteren Gleichungen zwischen denselben und andern Elementen werde einstweilen die Voraussetzung einer Vollturbine bei grösstmöglicher Beaufschlagung zu Grunde gelegt, wobei also der Leitapparat ein Leitrad ist und die Canalquerschnitte nicht durch Regulirungsvorrichtungen (Schützen) verengt sind. Die Leitcanäle sind dann am Ende, die Turbinencanäle am Anfange nur infolge des Einflusses der Schaufeldicken (§. 29) nicht vollständig von strömendem Wasser erfüllt. Im Uebrigen ist volle Ausfüllung der ersteren Canäle immer, der letzteren nur bei Ueberdruckturbinen nothwendig vorhanden; jedoch soll gefordert werden, dass wenigstens die Ausflussquerschnitte der Turbinencanäle auch bei voll beaufschlagten Druckturbinen von strömendem Wasser ausgefüllt sind, weil anderenfalls die Ausflussfläche der Turbine und überhaupt ihre Dimensionen überflüssig gross sein würden, oder bei gegebenen Dimensionen die Ausflussgeschwindigkeit u_2 überflüssig gross wäre. Unter diesen Voraussetzungen und mit bekannten Buchstabenbezeichnungen (§. 28), insbesondere mit den im §. 29, Gl. (1) und (2), bestimmten Coefficienten k und k_1 gelten mit Bezug auf den Ausfluss aus dem Leitrade, den Einfluss

in das Laufrad und den Ausfluss aus demselben offenbar die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z \frac{a+s}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

$$2\pi r_1 = z_1 \frac{a_1+s_1}{\sin\beta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

$$2\pi r_2 = z_1 \frac{a_2+s_2}{\sin\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

$$Q = kzabu \text{ mit } k = \frac{a_1}{a_1+s_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

$$\varphi Q = k_1 z_1 a_1 b w_0 \text{ mit } k_1 = \frac{a}{a+s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

$$\varphi Q = z_1 a_2 b_2 w_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14).$$

Sie enthalten ausser den gegebenen, bezw. als bekannt vorausgesetzten Grössen Q, φ und Elementen der Gruppe I noch folgende 11 Turbinenelemente:

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1 \quad \frac{b}{b_2} \quad b \quad a \quad a_1 \quad a_2 \quad \ldots\ldots\ldots \text{II},$$

wobei von den Elementen r_1, r_2 nur das eine angeführt ist, weil das Verhältniss beider zur Gruppe I gerechnet wurde, und auch neben b nicht b_2, sondern das Verhältniss dieser zwei analogen Dimensionen. Man kann aber bemerken, dass Gl. (13) eine Folge der übrigen Gleichungen ist. Denn wegen $w_0 = \varphi w$ folgt aus (12) und (13)

$$\frac{k}{k_1} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{u}{w} = 1,$$

daraus mit Rücksicht auf (1) und auf die Bedeutungen von k und k_1:

$$\frac{a_1}{a_1+s_1} \frac{a+s}{a} \frac{z}{z_1} \frac{a}{a_1} \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{z(a+s)}{\sin\alpha} \frac{\sin\beta}{z_1(a_1+s_1)} = 1,$$

was nach (9) und (10) eine identische Gleichung ist. Die Gleichung (13) ist folglich als unabhängige Bedingungsgleichung auszuscheiden; ausserdem werde (14) durch eine Gleichung ersetzt, welche daraus durch Verbindung mit anderen wie folgt erhalten werden kann. Aus (13) und (14) ergiebt sich durch Division:

$$k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{b}{b_2} = \frac{w_2}{w_0}$$

oder, weil $w_0 = \varphi w$ und nach (1), (2), (5):

$$\frac{w_2}{w_0} = \frac{1}{\varphi} \frac{v_2}{\cos\delta} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{v_1 \sin\alpha} = \frac{1}{\varphi} \frac{r_2}{r_1} \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\cos\delta \sin\alpha} \quad \ldots\ldots (15)$$

ist, durch beiderseitige Multiplication mit $\varphi \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta}$:

$$\varphi k_1 \frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha \sin\beta}$$

$$= \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta\,(cotg\,\alpha - cotg\,\beta) \quad \ldots \quad (16).$$

Mit der den Bedeutungen von k und k_1 analogen Bezeichnung:

$$k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

ist aber nach Gl. (10) und (11)

$$\frac{a_1}{a_2} \frac{r_2 \sin\delta}{r_1 \sin\beta} = \frac{a_1}{a_2} \frac{a_2 + s_2}{a_1 + s_1} = \frac{k}{k_2},$$

so dass der Gleichung (16) mit Rücksicht zugleich auf (8) die Form gegeben werden kann:

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \frac{b}{b_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 tg\,\delta \frac{\varepsilon}{m \sin 2\alpha}$$

$$tg\,\delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} \frac{kk_1}{k_2} \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18).$$

Diese Gleichung enthält neben $\frac{b}{b_2}$ die Elemente m, $\frac{r_1}{r_2}$, α und δ der Gruppe I, und sie mag, da $\frac{kk_1}{k_2}$ immer wenig von 1 verschieden ist, als eine 8te Bestimmungsgleichung jener 11 Elemente betrachtet werden, so dass nur noch 3 derselben willkürlich, bezw. nach erfahrungsmässigen Regeln anzunehmen bleiben. Die 11 Elemente der Gruppe II sind dann aber nur an die 4 Gleichungen (9)—(12) gebunden. Bezüglich der im Ganzen 22 Elemente bleiben 10 erfahrungsmässige Annahmen nöthig, welche im folgenden Paragraph und bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden.

Zur Berechnung einer Partialturbine, welcher bei grösster Leistung das Wasser durch im Ganzen z Leitcanäle zugeführt werden soll, genügt entsprechende Aenderung der einzigen Gleichung (9). Bei x getrennten Einläufen (gewöhnlich $x = 2$ diametral gegenüber liegenden) längs je einem Bogen $= i$ des mittleren Umfanges der Eintrittsfläche des Rades, welcher Bogen durch die Leitschaufeln von der Dicke s in $\frac{z}{x}$ gleiche Theile, den einzelnen Leitcanälen entsprechend, und in $\frac{z}{x} - 1$ Theile $= \frac{s}{\sin\alpha}$, welche von den Leitschaufeln eingenommen werden, getheilt ist, hat man

in Gl. (9) nur

$$x\left(i + \frac{s}{\sin\alpha}\right)$$

an die Stelle des Umfanges $2\pi r_1$ zu setzen. —

Schliesslich mögen noch einige Folgerungen für Druckturbinen angeführt werden. Bei solchen sind 2α und β stets spitze Winkel, und ist ε etwas $< m$. Aus (8) folgt deshalb:

$$cotg\,\beta = cotg\,\alpha - \frac{\varepsilon}{m}\frac{1}{\sin 2\alpha} \text{ etwas} > \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha}$$

oder wegen $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} - \frac{1}{\sin 2\alpha} = \frac{2\cos^2\alpha - 1}{\sin 2\alpha} = cotg\,2\alpha$:

$$cotg\,\beta \text{ etwas} > cotg\,2\alpha;\ \beta \text{ etwas} < 2\alpha \quad \ldots\ldots (19).$$

Wegen $\varphi = 1$, also $w_0 = w$ folgt ferner aus (15):

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} = \frac{r_1}{r_2}\frac{\cos\delta \sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

und weil hier δ stets ein kleiner Winkel, also

$$\cos\delta \text{ wenig} < 1,$$

während nach (19): $\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$ wenig > 1

ist, folgt

$$\frac{w_0}{w_2} = \frac{w}{w_2} \text{ nahe} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{v_1}{v_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20).$$

§. 32. Bestimmung der Elemente einer zu entwerfenden Turbine.

Wenn eine möglichst vollkommene, jedenfalls mit Leitapparat versehene Turbine entworfen werden soll, welche bei dem disponiblen Gefälle H (bei gegebenen Werthen von H_0, c_1 und c_2) einen Nutzeffect $= N$ Pferdestärken erwarten lässt, so sind vor Allem, nachdem das System der Turbine (ob seiten-, innen- oder aussenschlächtig, Druck- oder Ueberdruckturbine, Ueberwasser-, Unterwasser- oder Rohrturbine) in der Hauptsache bestimmt ist, vorläufige Annahmen bezüglich der Coefficienten η, ε, φ zu machen. Im Durchschnitt kann etwa $\varepsilon = 0{,}8$ und

für Druckturbinen $\varphi = 1$, $\eta = 0{,}76$

für Ueberdruckturbinen $\varphi = 0{,}95$, $\eta = 0{,}72$

vorläufig angenommen werden, entsprechend mit $\varsigma = 0$:

$$\mu = \varphi\varepsilon - \eta = 0{,}04$$

in beiden Fällen. In der That wird die Axenreibung sammt Luftwiderstand, auch wohl der Wasserverlust bei Ueberdruckturbinen, sowie der (durch $1 - \varepsilon$ gemessene) hydraulische Bewegungswiderstand meistens etwas kleiner sein können; doch mag auf eine kleine Grösse des Stossgefälles gerechnet werden, wie es überhaupt rathsam ist, die mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen eher etwas zu ungünstig zu machen, als umgekehrt. Für Partialturbinen ist es sogar passend, μ noch etwas grösser, ε etwas kleiner anzunehmen, z. B.

$$\varepsilon = 0{,}76 \text{ und } \mu = 0{,}06, \text{ entsprechend } \eta = 0{,}7 \text{ mit } \varphi = 1.$$

Mit dem betreffenden Werthe von η ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta} \frac{N}{H}.$$

Von den 11 Elementen der Gruppe I im vorigen Paragraph waren 3 willkürlich, bezw. erfahrungsmässig anzunehmen; dazu eignen sich die drei ersten:

$$m, \frac{r_1}{r_2} \text{ und } \alpha,$$

α wenigstens versuchsweise und vorbehaltlich nachträglicher Aenderung bei unpassenden Folgen; im Allgemeinen wird α um so grösser anzunehmen sein, je grösser Q und je kleiner H (je mehr Wasser mit je kleinerer Geschwindigkeit aus dem Leitrade ausfliessen muss, für welches bei bestimmter Grösse die Summe der Ausflussmündungen seiner Canäle proportional $\sin\alpha$ wächst), mit Rücksicht auf Gl. (18) auch um so grösser, je kleiner m und $\frac{r_1}{r_2}$, am grössten also bei innenschlächtigen Ueberdruckturbinen mit grosser Aufschlagwassermenge und kleinem Gefälle.*

Man kann nun zunächst prüfen, ob diese Werthe von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α

---

* G. Herrmann empfiehlt die Annahme von u_2 statt von α, und zwar $\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}05\,H$ für grosse bis $0{,}08\,H$ für kleine Gefälle. Die entsprechenden Grenzen von $u_2 : \sqrt{H}$ erscheinen jedoch allzu eng, insbesondere würde u_2 für grosse Gefälle überflüssig gross, z. B. für $H = 16$ Mtr.

$$u_2 = \sqrt{0{,}05 \cdot 2g \cdot 16} \text{ nahe} = 4 \text{ Mtr.},$$

während ein Bedürfniss zur Verkleinerung der Turbine durch Vergrösserung von u_2 bei so grossen Gefällen nicht vorhanden zu sein pflegt. Noch mehr wäre $c_2 = 4$ Mtr. überflüssig gross, wenn mit Herrmann immer $c_2 = u_2$ angenommen würde. Auch wird u_2 passend zugleich von anderen Umständen abhängig gemacht; z. B. für Rohrturbinen, bei welchen die Ausflussgeschwindigkeit durch allmählige Querschnittsänderung grossentheils nützlich verwerthet werden kann, darf u_2 unter übrigens gleichen Umständen grösser sein, als in anderen Fällen.

nach Gl. (18),* worin einstweilen $\frac{k k_1}{k_2} = 1$ (oder nach Schätzung etwas kleiner) zu setzen ist, einen hinlänglich kleinen Winkel δ zur Folge haben, wenn zugleich $b_2 = b$ angenommen wird (wie es, wenn thunlich, der Einfachheit wegen vorzuziehen ist), oder ob und in welchem Grade dazu $b_2 > b$ angenommen werden müsste. Müsste es in zu hohem Grade geschehen, so könnte man Veranlassung nehmen, den Winkel α nachträglich zu verkleinern. Der Winkel δ soll zur Verkleinerung von u_2 besonders dann möglichst klein sein, wenn eine Verwerthung der Ausflussgeschwindigkeit (wie sie bei Rohrturbinen durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks an der Ausflussfläche infolge allmähliger statt plötzlicher Geschwindigkeitsänderung möglich ist) den Umständen nach nicht stattfindet In der Regel ist $\delta < 25^0$ zu wünschen, ein allzu kleiner Winkel δ jedoch auch zu vermeiden, damit nicht die Weite a_2 der Turbinencanäle an ihrem Ende mit Rücksicht auf die Möglichkeit von Verstopfungen durch zufällig im Wasser schwimmende Körper allzu klein ausfalle; bei kleinen Turbinen kann diese Rücksicht Veranlassung sein, einen Winkel $\delta > 25^0$ zuzulassen. Aus Gl. (11) im vorigen Paragraph folgt nämlich

$$\sin \delta = z_1 \frac{a_2 + s_2}{2 \pi r_2}$$

und daraus z. B. mit $z_1 = 20 + 30 r_2$ und $s_2 = 0{,}008 r_2$ entsprechend der Forderung $a_2 > 0{,}025$ Mtr.

für $r_2 =$ 0,2	0,4	0,6	0,8	1 Mtr.
$\delta >$ 34⁰	21⁰	18⁰	16⁰	15⁰.

Bei dem kleinen Halbmesser $r_2 = 0{,}2$ Mtr. müsste selbst dann noch $\delta > 27^0$ sein, wenn die Forderung auf $a_2 > 0{,}02$ Mtr. ermässigt würde.

Nachdem auf solche Weise mit Hülfe von (18) die Angemessenheit der Annahmen von m, $\frac{r_1}{r_2}$ und α geprüft, auch das Verhältniss $\frac{b}{b_2}$ festgesetzt und zugleich ein Näherungswerth von δ gefunden worden ist, findet man β aus (8) und v_1 aus (7), dadurch auch $v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1$, während u durch (4) bestimmt ist und w durch (1).

Vor Allem ist jetzt der Halbmesser r_1 festzusetzen (wodurch auf Grund der Annahmen r_2 mitbestimmt ist), um entsprechend die Schaufelzahlen und Schaufeldicken passend annehmen zu können. Man kann dabei von verschiedenen Gesichtspunkten ausgehen. Wird, was besonders z. B.

* Die ohne anderweitige Angabe in diesem Paragraph angezogenen Gleichungen sind diejenigen von §. 31.

bei Axialturbinen angemessen ist, von einem erfahrungsmässigen ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ ausgegangen, so kann Gl. (12), weil nach (9)

$$z a = k_1 z (a + s) = k_1 . 2 \pi r_1 \sin \alpha$$

ist, in der Form geschrieben werden:

$$Q = k k_1 . 2 \pi r_1 \sin \alpha . b u = k k_1 . 2 \pi r_1^2 . \frac{b}{r_1} u \sin \alpha \quad \ldots . (1).$$

Da es auf ein ganz bestimmtes Verhältniss $\frac{b}{r_1}$ nicht ankommt, kann r_1 abgerundet demjenigen Werthe nahe gleich gesetzt werden, welcher sich aus dieser Gleichung mit einem angenäherten Werthe von $k k_1$ (etwas < 1, etwa $= 0{,}8$ bis $0{,}9$) ergiebt.* Oder es kann r_1 einer gewissen Umdrehungszahl n entsprechend aus

$$n = 9{,}55\, \omega = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

gefunden werden. Bei innenschlächtigen Turbinen wird auch wohl von einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit c des an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden Zuführungsrohrs, also von der Gleichung

$$Q = \pi r_1^2 . c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ausgegangen und z. B. $c = 1$ Mtr. oder etwas grösser gesetzt, wobei indessen auch hier ein nahe kommender abgerundeter Werth für r_1 schliesslich anzunehmen ist. In besonderen Fällen können auch andere Rücksichten die Wahl von r_1 beeinflussen.

Ist nun r der mittlere Halbmesser des Radkranzes, b nahe proportional r, und wird die Schaufel, was ihre Anstrengung durch den Wasserdruck betrifft, einem prismatischen stabförmigen Körper von der Länge

---

* Wenn gemäss einer Bemerkung im vorigen Paragraph jener Gleichung (9) im Falle einer Partialturbine die Form gegeben ist:

$$x\left(i + \frac{s}{\sin \alpha}\right) = z \cdot \frac{a + s}{\sin \alpha}$$

und wenn die vom ganzen Einlaufbogen $= x i$ nur wenig verschiedene Bogenlänge

$$x\left(i + \frac{s}{\sin \alpha}\right) = \frac{2 \pi r_1}{p}$$

gesetzt wird, so ist

$$z a = k_1 z (a + s) = k_1 \frac{2 \pi r_1}{p} \sin \alpha$$

$$Q = k k_1 \frac{2\pi r_1}{p} \sin \alpha . b u = k k_1 \frac{2 \pi}{p} r_1^2 . \frac{b}{r_1} u \sin \alpha \quad \ldots\ldots (1,a).$$

Diese Gleichung ist ebenso zu benutzen, wie obige Gleichung (1), nachdem für p ein Zahlenwerth angenommen worden ist.

b verglichen, so ist das grösste Spannungsmoment in einem Querschnitte derselben proportional b^2, also proportional r^2, und sofern die grösste Spannung diesem grössten Spannungsmoment direct und dem Quadrat der Dicke s indirect proportional zu setzen ist, auch s proportional r anzunehmen. Mit Rücksicht auf den nachtheiligen Einfluss der Schaufeldicken ist es rathsam, dieselben thunlichst klein zu machen durch die Wahl von Blechschaufeln aus entsprechendem Material (z. B. aus Stahl), welche zwischen Kranzwänden eingefügt sind analog einem beiderseits eingeklemmten stabförmigen Körper. Dann kann etwa

$$s = (0{,}006 \text{ bis } 0{,}01)\, r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

gesetzt werden, im Verhältniss zu r um so grösser, je grösser H. Gegossene Schaufeln fallen dicker aus; auch Blechschaufeln, welche nur an der einen Kranzwand befestigt sind (z. B. an der inneren cylindrischen Kranzwand einer Axialturbine) müssten behufs gleicher Anstrengung durch den Wasserdruck mehr als doppelt so dick gemacht werden.*

Bei einer im ungefähren Anschlusse an Gl. (4) gewählten Schaufeldicke kann die Zahl der Schaufeln nahe

$$z = 20 + 30\, r \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

angenommen werden, entsprechend kleiner bei grösserer Dicke; grösser dagegen bei Partialturbinen.

Mit den solcherweise festgestellten Werthen von

$$z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2$$

sind die Elemente der Gruppe II des vorigen Paragraph bis auf die 4 letzten bestimmt; denn wenn auch vielleicht r_1 einem gewissen Verhältnisse $b : r_1$ entsprechend bestimmt wurde, so geschah es doch nur näherungsweise, und ist b noch nicht als endgültig dadurch bestimmt zu betrachten. Man findet aber jetzt a und a_1, wodurch auch k und k_1 bestimmt sind, aus (9) und (10), b aus (12), einen Näherungswerth von a_2, dem vorläufig erst gefundenen Näherungswerthe von δ entsprechend, aus (11). Mit dem gleichfalls entsprechenden Näherungswerthe von k_2 ergeben sich aber jetzt corrigirte Werthe von δ und a_2 aus (18) und (11), welche nöthigenfalls weiter verbessert werden können mit dem verbesserten k_2. Mit Vermeidung wiederholter Näherungen kann man auch aus (18)

* Bei gleichförmig vertheilter Belastung ist das grösste Spannungsmoment eines prismatischen Stabes 6 mal so gross, wenn er einerseits befestigt und andererseits frei, als wenn er beiderseits befestigt ist; behufs gleicher Anstrengung unter übrigens gleichen Umständen müsste also seine Dicke im ersten Falle $\sqrt{6} = 2{,}45$ mal so gross sein, als im zweiten.

$$k_2\, tg\, \delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k k_1 \frac{b}{b_2} \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \sin 2\alpha = A$$

endgültig berechnen, wonach, weil nach (11) wegen $a_2 + s_2 = \frac{a_2}{k_2}$

$$\frac{a_2}{k_2 \sin \delta} = \frac{2\pi r_2}{z_1} = e_2$$

ist, sich ergiebt:

$$A e_2 = \frac{a_2}{\cos \delta} = a_2 \sqrt{1 + \frac{A^2}{k_2^2}} = \sqrt{a_2^2 + A^2 (a_2 + s_2)^2}$$

$$\frac{a_2^2}{A^2} + (a_2 + s_2)^2 = e_2^2$$

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{1}{A^2} + 1\right) a_2^2 + 2 s_2 a_2 = e_2^2 - s_2^2 \\ \text{Hieraus folgt } a_2, \text{ dann } \cos \delta = \frac{a_2}{A e_2} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots (6).$$

Mit δ ergeben sich schliesslich u_2 und w_2 aus (2). Es sind dann alle 22 Elemente der Gruppen I und II des vorigen Paragraph gefunden von welchen einige zwar nicht zur Construction der Turbine, aber gleich den übrigen zu der in den folgenden Paragraphen erörterten Prüfung der angenommenen Werthe von ε, φ, η gebraucht werden, sowie ev. zur Prüfung, ob der angenommene Werth von m eine Druckturbine wirklich ergiebt.

Zu demselben Zwecke dienen ausserdem die Elemente H_1 und H_2 Die Höhe H_2 ist bei Ueberwasserturbinen natürlich so klein zu machen, als es die ev. schwankende Höhenlage des Unterwasserspiegels thunlich erscheinen lässt; bei den übrigen Turbinenarten ist sie zwischen weiteren Grenzen beliebig, bedingt durch die Umstände und Anforderungen des besonderen Falles. H_1 ist bei Axialturbinen durch die Höhe $= H_1 - H_2$ derselben bestimmt, welche $= 0{,}3\, r$ bis $0{,}5\, r$ gemacht werden kann (im Verhältnisse zu r um so grösser, je kleiner r), die Höhe des Leitrades höchstens ebenso gross; bei Radialturbinen ist $H_1 - H_2$ von geringer Bedeutung und durch die Form des Kranzquerschnittes bedingt.

Wenn auch die vorläufig angenommenen Werthe von ε, φ, η auf Grund der Controle einer Aenderung bedürftig erscheinen, so braucht doch nicht die ganze Rechnung mit diesen geänderten Werthen wiederholt zu werden. Im Allgemeinen können

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \alpha \quad \beta \quad \delta \quad z \quad z_1 \quad s \quad s_1 \quad s_2 \quad r_1$$

unverändert gelassen werden. Nur sind gemäss einer schon im §. 30

gemachten Bemerkung die Geschwindigkeiten

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2$$

alle in demselben Verhältnisse wie $\sqrt{\varepsilon}$ zu ändern, wodurch die Gleichungen (1) — (5) erfüllt bleiben, sofern nur mit Rücksicht auf (4) der Controle zufolge m in demselben Verhältnisse geändert werden darf wie ε. Es wird das immer geschehen dürfen, wenn es sich um eine Ueberdruckturbine, nicht immer, wenn es sich um eine Druckturbine handelt. Während dann die Dimensionen

$$a \quad a_1 \quad a_2$$

gemäss den Gleichungen (9) — (11) nicht zu ändern sind, ist nach Gl. (18)

$$\frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \varphi$$

zu corrigiren. Schliesslich aber hat man, weil Q umgekehrt proportional η ist, mit Rücksicht auf (12)

$$b \text{ umgekehrt proportional } \eta\sqrt{\varepsilon}$$

zu verändern.

Eine mehr durchgreifende Correctur der zuerst erhaltenen Rechnungsergebnisse würde nur dann erforderlich sein, wenn es im Falle einer zu entwerfenden Druckturbine nicht zulässig erschiene, die Charakteristik m in demselben Verhältnisse anders anzunehmen, wie den hydraulischen Wirkungsgrad ε. Auch dann braucht sich übrigens die Aenderung ausser auf die Elemente

$$u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad \frac{b}{b_2} \quad b$$

nur auf β und a_1 zu erstrecken. Es ist nur u proportional $\sqrt{m}$ nach (4), v_1, v_2, u_2 und w_2 proportional $\frac{\varepsilon}{\sqrt{m}}$ nach (3), (5) und (2) zu ändern, wonach sich w und β aus den Gleichungen (1) ergeben. Der Winkel β bedingt die Weite a_1 nach (10), während jetzt

$$\text{nach (18): } \frac{b}{b_2} \text{ umgekehrt proportional } \frac{m\varphi k}{\varepsilon}$$

$$\text{„ (12): } b \text{ „ „ } k\eta\sqrt{m}$$

zu corrigiren ist, alles Uebrige aber ungeändert bleiben kann.

Dass der hier dargestellte Rechnungsgang nur für normale Fälle ohne Nebenbedingungen empfohlen werden soll, dass dagegen durch die besonderen Umstände zuweilen Abweichungen bedingt werden können, braucht wohl kaum ausdrücklich bemerkt zu werden.

§. 33. Der hydraulische Wirkungsgrad.

Derselbe ist $\varepsilon = 1 - (\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)$ und erfordert zu seiner Bestimmung die Berechnung der hydraulischen Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$, $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$.

1) Die Widerstandshöhe ϱH für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus dem Leitapparat rührt im Allgemeinen her vom Bewegungswiderstande im Zuflussrohre (bei Niederdruckturbinen mit diesem Rohre selbst wegfallend), aus dem Widerstande, mit welchem der Einfluss in die Leitcanäle verbunden ist, sowie aus dem Leitungs- und Krümmungswiderstande derselben. Ist l' die Länge, d' die Weite des cylindrischen Zuflussrohrs, c die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in ihm, so ist die betreffende Widerstandshöhe, wenn hier besondere Widerstände neben dem allgemeinen Leitungswiderstande nicht vorkommen,

$$= \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g}.$$

Nach Bd. I, §. 90 kann dabei mit Rücksicht auf die viel grösseren Fehler anderer noch zu besprechender Widerstandsbestimmungen sowohl hier für das Zuflussrohr, als auch für die Leit- und Turbinencanäle (in der Regel etwas zu gross) $\lambda = 0{,}025$ gesetzt werden.

Beim Einfluss des Wassers in die Leitcanäle findet eine innere Contraction und infolge dessen ein Widerstand statt, welcher nach Gl. (c') in der Anmerkung zu §. 29 gemessen werden kann durch die Widerstandshöhe:

$$(1 - k_0)^2 \frac{u_0^2}{2g} \text{ mit } k_0 = \frac{a_0}{a_0 + s_0},\ u_0 = \frac{ab}{a_0 b_0} k u \ \ldots\ldots \ (1),$$

unter a_0 und b_0 bezw. die Weite und Breite eines Leitcanals am Anfange, und unter s_0 die Leitschaufeldicke daselbst (im Allgemeinen $= s$) verstanden.

Wenn der mittlere Durchmesser eines solchen Leitcanals am Anfange mit d_0, am Ende mit d bezeichnet, wenn also nach Bd. I, §. 90 gesetzt wird:

$$d_0 = \frac{2 a_0 b_0}{a_0 + b_0} \text{ und } d = \frac{2ab}{a+b} \ \ldots\ldots\ldots\ldots \ (2),$$

wenn ferner derselbe bezüglich seines Leitungswiderstandes einer von der Weite d_0 bis zur kleineren Weite d conisch zulaufenden Röhre verglichen wird, so kann nach Bd. I, §. 95 die Leitungswiderstandshöhe

$$= \varsigma \frac{(k u)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma = \frac{\lambda}{4} \frac{l}{d_0}\left(1 + \frac{d}{d_0}\right)\left(1 + \frac{d^2}{d_0^2}\right) \quad \ldots\ldots (3)$$

gesetzt werden, unter l die Länge eines Leitcanals = der Länge eines Leitschaufelprofils verstanden.

Endlich werde die Krümmungswiderstandshöhe

$$= \vartheta \frac{u_0^2 + (k u)^2}{4g}$$

gesetzt, der Coefficient ϑ dabei gemäss der Weisbach'schen Bestimmung des Widerstandscoefficienten eines rechtwinklig gekrümmten Kropfrohres von rechteckigem Querschnitte (Bd. I, §. 91, Gl. 3) beurtheilt. Mit Rücksicht darauf, dass der Krümmungswinkel (Drehungswinkel einer auf dem Schaufelprofil sich abwälzenden Geraden) eines Leitcanals nicht $= 90^0$, sondern etwa $= \varkappa$ und dass, ebenso wie die Canalweite von a_0 bis a, so auch der Krümmungshalbmesser zwischen gewissen Werthen ϱ_0 und ϱ veränderlich ist, kann nach der angezogenen Formel in Ermangelung besserer Anhaltspunkte wenigstens näherungsweise gesetzt werden:

$$\vartheta = \frac{\varkappa}{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104 \frac{\left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5} + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}}{2}\right] \quad \ldots\ldots (4)^*$$

Die Berechnung wird durch folgende Tabelle erleichtert.

x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$	x	$x^{3,5}$
0,1	0,0003	0,22	0,0050	0,28	0,0116	0,33	0,0206
0,13	0,0008	0,24	0,0068	0,29	0,0131	0,34	0,0229
0,16	0,0016	0,25	0,0078	0,3	0,0148	0,35	0,0254
0,18	0;0025	0,26	0,0090	0,31	0,0166	0,36	0,0280
0,2	0,0036	0,27	0,0102	0,32	0,0185	0,37	0,0308

---

* Wäre die Grundlage dieser angenäherten Berechnung des Krümmungswiderstandes zuverlässiger, als es thatsächlich der Fall ist, so würde, wenn die Strömungsgeschwindigkeit in irgend einem Canalquerschnitte $= x$, die Canalweite daselbst $= y$, der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= z$, sein Contingenzwinkel $= d\tau$ wäre, die betreffende Widerstandshöhe eigentlich

$$= \frac{1}{90^0}\int_{\alpha}^{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104\left(\frac{y}{2z}\right)^{3,5}\right]\frac{x^2}{2g}\,.\,d\tau$$

zu setzen sein. Hier ist das Integral = der Summe aller $d\tau = \varkappa$ gesetzt worden, multiplicirt mit den Mittelwerthen des einen und des anderen der beiden Factoren von $d\tau$, welche Mittelwerthe einfach den arithmetischen Mitteln je des Anfangs- und des Endwerthes gleich gesetzt wurden.

Die ganze Widerstandshöhe ϱH ist:

$$\varrho H = \lambda \frac{l'}{d'} \frac{c^2}{2g} + (1-k_0)^2 \frac{u_0^2}{2g} + \varsigma \frac{(ku)^2}{2g} + \vartheta \frac{u_0^2 + (ku)^2}{4g} \quad . \ (5),$$

wo k_0, u_0, ς, ϑ durch (1) — (4) bestimmt sind.

2) Der mit dem Einflusse des Wassers in die Turbine verbundene Widerstand ist, insofern er von den Schaufeldicken herrührt, in §. 29 besprochen, und die betreffende Widerstandshöhe für Ueberdruckturbinen durch Gl. (4) daselbst ausgedrückt worden. Dazu kommt aber noch wegen des Wasserverlustes durch den Ueberdruck im Spalt der im §. 30 (vor Gl. 2 daselbst) erwähnte Verlust an Geschwindigkeitshöhe, so dass sich im Ganzen ergiebt:

$$\varrho_0 H = \left[(1-k)^2 + (1-k_1)^2\right] \frac{w_0^2}{2g} + \left(\frac{1}{\varphi^2} - 1\right) \frac{w_0^2}{2g}$$

oder mit $w_0 = \varphi w$:

$$\varrho_0 H = \left([(1-k)^2 + (1-k_1^2)]\, \varphi^2 + 1 - \varphi^2\right) \frac{w^2}{2g} \quad . \ . \ . \ . \ (6).$$

Bei Druckturbinen, für welche $\varphi = 1$, $w_0 = w$ ist, muss man sich mit ungefährer Schätzung des fraglichen Widerstandes begnügen. Er beruht hier auf einer durch die Schaufeldicke verursachten Ablenkung der relativen Bewegungsrichtung des Wassers von der Richtung des Schaufelprofils an betreffender Stelle, wie im §. 29 mit Hülfe von Fig. 33 erklärt wurde. Wäre der durchschnittliche Ablenkungswinkel $= \psi$, so wäre

$$\varrho_0 H = \sin^2 \psi \, \frac{w^2}{2g}$$

oder mit $w = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} u$ nahe $= \frac{u}{2}$ (siehe §. 31 am Schluss) und mit $\frac{u^2}{2g}$ $=$ ungefähr $0{,}9\,H$ für Druckturbinen:

$$\varrho_0 H = \left(\frac{\sin \psi}{2}\right)^2 \frac{u^2}{2g} = 0{,}9 \left(\frac{\sin \psi}{2}\right)^2 H \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (7).$$

Die Schätzung $\varrho_0 = 0{,}01$ bei voller Beaufschlagung entspräche z. B.

$$\sin \psi = \frac{2}{3} \sqrt{0{,}1}\ ; \ \psi \text{ nahe} = 12^0.$$

Bei partieller Beaufschlagung müsste jedenfalls $\varrho_0 > 0{,}01$ angenommen werden.

3) Die Widerstandhöhe $\varrho_1 H$ für den Durchfluss des Wassers durch die Turbine ist als Summe einer Leitungs- und einer Krüm-

mungswiderstandshöhe zu betrachten und im Falle einer Ueberdruckturbine analog den zwei letzten Gliedern von Gl. (5) zu setzen:

$$\varrho_1 H = \varsigma_1 \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta_1 \frac{w_1^2 + w_2^2}{4g} \quad \ldots \ldots \ldots (8)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{mit } \varsigma_1 &= \frac{\lambda}{4} \frac{l_1}{d_1} \left(1 + \frac{d_2}{d_1}\right)\left(1 + \frac{d_2^2}{d_1^2}\right) \ldots \ldots \ldots \\ d_1 &= \frac{2 a_1 b}{a_1 + b},\ d_2 = \frac{2 a_2 b_2}{a_2 + b_2},\ w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w \end{aligned}\right\} (9),$$

unter l_1 die Länge eines Turbinencanals = der Länge eines Turbinenschaufelprofils verstanden, ferner mit

$$\vartheta_1 = \frac{\varkappa_1}{90^0}\left[0{,}124 + 3{,}104 \frac{\left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5} + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}}{2}\right] \ldots \ldots (10),$$

wo ϱ_1 und ϱ_2 die Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bezw. am Anfange und am Ende bedeuten, und wobei es wahrscheinlich etwas zu ungünstig gerechnet ist, wenn der Widerstandscoefficient ϑ_1 dem Krümmungswinkel $\varkappa_1$ einfach proportional gesetzt wird.

Bei Druckturbinen mag $\varrho_1 H$ zwar auch nach Gl. (8), aber mit kleineren Werthen von ς_1 und ϑ_1 berechnet werden; ς_1 ist kleiner, weil der durch einen Turbinencanal fliessende Wasserstrahl an seiner concaven Fläche frei (ausser am Anfange und am Ende mit einer Schaufel nicht in Berührung) ist. Im Ausdrucke (9) von ς_1 ist dann entsprechend

$$d_1 = \frac{4 a_1 b}{2 a_1 + b} \text{ und } d_2 = \frac{4 a_2 b_2}{2 a_2 + b_2} \quad \ldots \ldots \ldots (9,a).$$

Für den Krümmungswiderstand in diesem Falle fehlt es gänzlich an experimenteller Grundlage; es mag ϑ_1 etwa = der Hälfte des Werthes nach (10) geschätzt werden.

4) In Betreff der Widerstandhöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der Turbine zum Unterwasserspiegel sind Ueberwasser-, Unterwasser- und Rohrturbinen zu unterscheiden. Für eine Ueberwasserturbine ist

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (11),$$

wie auch aus (4), §. 30, mit $h_2 = 0$ hervorgeht. Ein Stoss findet hier nicht unmittelbar nach dem Ausflusse aus der Turbine, sondern erst dann statt, wenn das ausgeflossene Betriebswasser den Unterwasserspiegel erreicht hat; doch ist es nicht ein hydraulischer Stoss, mit welchem eine

Aenderung des hydraulischen Drucks verbunden wäre, welcher vielmehr dem atmosphärischen Drucke hier beständig gleich ist.

Bei einer Unterwasserturbine ist infolge des hydraulischen Stosses unmittelbar nach dem Ausflusse:

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12),$$

immer kleiner, als $\varrho_2 H$ nach (11); die Einsetzung in (4), §. 30, giebt:

$$h_2 = -H_2 - \frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{2g} = -H_2 - \frac{(u_2 - c_2)c_2}{g},$$

von welcher Grösse die Ueberdruckhöhe im Ausflussquerschnitte plötzlich in $-H_2$ ausserhalb desselben übergeht. Die Verkleinerung des Drucks im Ausflussquerschnitte hat dieselbe Wirkung wie eine Vergrösserung des Gefälles. Wenn übrigens im Uebergangsfalle ($H_2 = 0$) einer Ueberwasser- zu einer Unterwasserturbine sich für $\varrho_2 H$ nach (11) und (12) verschiedene Werthe ergeben, während thatsächlich solcher Uebergang nicht plötzlich stattfinden kann, vielmehr bei der Abnahme von einem kleinen positiven zu einem kleinen negativen Werthe von H_2 die fragliche Widerstandshöhe stetig abnehmen sollte, so beruht das auf einer Unvollständigkeit der Gleichungen (11) und (12), welche empirisch einigermassen ausgeglichen wird durch die Annahme:

$$\varrho_2 H = \frac{u_2^2 - c_2^2 + (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{u_2(u_2 - c_2)}{2g} \text{ für } H_2 = 0 \quad . \quad (13),$$

während es freilich ungewiss bleibt, bis zu welchem kleinen positiven Werthe von H_2 die Verkleinerung der nach (11) berechneten, bis zu welchem kleinen negativen Werthe von H_2 die Vergrösserung der nach (12) berechneten Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ im Maximalbetrage

$$\frac{u_2^2 - c_2^2 - (u_2 - c_2)^2}{4g} = \frac{(u_2 - c_2)c_2}{2g} \text{ für } H_2 = 0$$

den Verhältnissen entsprechend ist.

Wenn endlich für eine Rohrturbine die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre (Länge $= l_2$, Weite $= d_2$) $= c_2$ angenommen wird, was wenigstens nicht erheblich fehlerhaft sein wird, so wäre bei plötzlichem Uebergange von u_2 in diese Geschwindigkeit c_2 (des Ausflussquerschnitts der Turbine in den vollen Querschnitt des Abflussrohrs)

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g} \text{ mit } \varsigma_2 = \lambda \frac{l_2}{d_2} \quad \ldots\ldots \quad (14).$$

Vor der Unterwasserturbine könnte dann die Rohrturbine nur den Vorzug einer mehr erwünschten (besser zugänglichen) Lage der Turbine haben.

Es wird aber zugleich ein Effectgewinn dadurch erzielt, wenn durch allmähliche Querschnittsänderung nach der unvermeidlichen geringen Querschnittsvergrösserung im Verhältnisse $a_2 : a_2 + s_2 = k_2 : 1$ die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + \frac{(u_2 - k_2 u_2)^2}{2g} = \varsigma_2 \frac{c_2^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} \quad . \; . \; (15)$$

reducirt wird, streng genommen auf

$$\varrho_2 H = \varsigma_2 \frac{c'^2}{2g} + (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; (15,a),$$

unter c' die von c_2 im Allgemeinen verschiedene mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohre verstanden. Eine solche Anordnung hat noch vollkommener, als es bei Unterwasser- im Vergleich mit Ueberwasserturbinen der Fall ist, durch Verkleinerung des hydraulischen Drucks im Ausflussquerschnitte eine mittelbare Vergrösserung des Gefälles zur Folge. —

Schliesslich ist zu bemerken, dass der hydraulische Wirkungsgrad auch noch gewissen Einflüssen unterworfen ist, welche Unregelmässigkeiten der strömenden Bewegung des Wassers verursachen, die sich zum Theil selbst angenäherter Bestimmung entziehen. Dahin gehören die Geschwindigkeitsunterschiede in den verschiedenen Punkten eines Querschnitts, bei Axialturbinen auch die Grössenunterschiede der Winkel α, β, δ in verschiedenen Entfernungen von der Axe (siehe §. 38), bei Radialturbinen die doppelte Richtungsänderung der Wasserbahnen im Leitapparat in axialem und radialem Sinne zugleich, ferner die Bewegung des Wassers längs den Schaufeln normal zu den regelrechten Bahnen infolge des Einflusses der radial gerichteten Ergänzungskräfte bei Axialturbinen, der axial gerichteten Schwerkraft bei Radialturbinen, und zwar besonders dann, wenn im Falle von Druckturbinen mit unvollständiger Ausfüllung der Canäle reichlich Gelegenheit zu solchen störenden Bewegungen geboten ist. Unter diesen Umständen und bei der beschränkten Zuverlässigkeit der Rechnung nach obigen Gleichungen (1) — (15) ist die Correction des Coefficienten ε, welcher der Berechnung der Turbinenelemente nach vorigem Paragraph zu Grunde gelegt worden war, besonders dann meistens entbehrlich, wenn dieser Coefficient durch die Rechnung etwas grösser gefunden wird, als er angenommen worden war.

§. 34. Wasserverlust durch den Ueberdruck im Spalt.

Bezeichnet F' die Grösse der Spaltöffnung, aus welcher den Umständen gemäss ein Theil des Wassers, anstatt aus dem Leitapparat in die Turbine einzufliessen, infolge der Ueberdruckhöhe h seitlich entweichen kann,

h' die Ueberdruckhöhe in dem diesen Spalt umgebenden Raum, in welchen das Verlustwasser abfliesst,

μ' einen erfahrungsmässigen Coefficienten, so kann der Wasserverlust pro Sekunde

$$(1-\varphi)Q = \mu' F' \sqrt{2g(h-h')} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

gesetzt werden. Bei der Unsicherheit der Werthe von μ' und F' genügt hier eine roh angenäherte Bestimmung von $h - h'$. Die Ueberdruckhöhe h ist nach Gl. (1), §. 30, und mit $\frac{u^2}{2g} = m H$:

$$h = \frac{c_1^2}{2g} + H_0 - H_1 - (m + \varrho) H \quad \ldots \ldots \ldots (2).$$

Befindet sich ferner der Spalt in freier Luft, was jedenfalls bei Ueberwasserturbinen, zuweilen auch bei Unterwasser- und Rohrturbinen der Fall ist, so ist $h' = 0$. Bei ganz unterhalb des Unterwasserspiegels befindlichen Turbinen (H_1 negativ) ist $h' = -H_1$, und dasselbe (aber mit positivem H_1) gilt auch für Rohrturbinen, deren Abflussrohr sich bis über den Spalt hinauf erstreckt, bei Abstraction von der meistens geringen Leitungswiderstandshöhe und wenn den Umständen gemäss ein plötzlicher Uebergang der Ausflussgeschwindigkeit u_2 in die Abflussgeschwindigkeit c_2 anzunehmen ist; bei im Wesentlichen stetigem Uebergange von u_2 in c_2 ist h' beinahe um die Differenz der betreffenden Geschwindigkeitshöhen kleiner. Da es nur auf einen angenäherten Werth von h' ankommt, im Falle $h' = 0$ aber jedenfalls H_1 klein ist, mag zu Gunsten eines gemeinsamen Ausdrucks von $h - h'$ allgemein

$$h' = -H_1 - \left(\frac{u_2^2 - c_2^2}{2g}\right)$$

gesetzt werden, wo die Einklammerung des letzten Gliedes andeuten soll, dass es nur eventuell, nämlich nur im Falle einer Rohrturbine hinzuzufügen ist, wenn das Abflussrohr derselben die Turbine einschliessend bis über den Spalt hinaufreicht und die Geschwindigkeit u_2 allmählig in c_2 übergeht. Zu Gunsten eines möglichst einfachen angenäherten Ausdruckes von $h - h'$ werde endlich noch die kleine, nur eventuell bei Rohrturbinen im Ausdruck von h' enthaltene Geschwindigkeitshöhe $\frac{c_2^2}{2g}$ in allen Fällen hinzugefügt, also

$$h' = \frac{c_2^2}{2g} - H_1 - \left(\frac{u_2^2}{2g}\right)$$

gesetzt, wodurch nebenbei der im Falle $h' = 0$ durch die Annahme $h' = -H_1$ begangene Fehler theilweise berichtigt wird. Aus (2) folgt

dann mit $H = H_0 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$:

$$h - h' = (1 - m - \varrho) H + \left(\frac{u_2^2}{2g}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Ist eine Vollturbine so angeordnet, dass als Spaltöffnung, durch welche der Wasserverlust stattfindet, nur eine der beiden ringförmigen Spalten an den Seiten der Ausflussfläche des Leitrades in Betracht kommt, ist r' der Halbmesser, s' die Weite dieses Spalts, also mit Rücksicht auf §. 32, Gl. (1):

$$F' = 2\pi r' s' \quad \text{und} \quad Q = k k_1 . 2\pi r_1 b . u \sin\alpha,$$

so folgt aus (1) und (4) im Falle $\left(\frac{u_2^2}{2g}\right) = 0$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{k k_1 r_1 b \sin\alpha} \sqrt{\frac{2g(1 - m - \varrho) H}{u^2}}$$

oder mit $u^2 = 2 g m H$:

$$1 - \varphi = \frac{\mu' r' s'}{k k_1 r_1 b \sin\alpha} \sqrt{\frac{1 - m - \varrho}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Bei Radialturbinen ist $r' = r_1$, bei Axialturbinen mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt: $r' = r_1 + 0{,}5\,b$. Fände der Wasserverlust durch beide Spalten (den obern und untern bei Radialturbinen, den innern und äussern bei Axialturbinen) zugleich statt, so wäre s' doppelt so gross und auch bei Axialturbinen $r' = r_1$ zu setzen.

Der Coefficient ϱ kann $= 0{,}1$ angenommen werden, die einfache Spaltweite etwa:

$$s' = 0{,}002 + 0{,}004\, r_1 \text{ Mtr.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

was eine schon recht sorgfältige Ausführung und Lagerung voraussetzen wird. Sehr unsicher ist aber der Ausflusscoefficient μ'. Bekanntlich ist nämlich ein solcher wesentlich abhängig von der Grösse und Richtung der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser seitlich der Oeffnung zufliesst. Hier fliesst es mit meistens grosser Geschwindigkeit auf der einen Seite gegen die Oeffnung hin, auf der anderen Seite von ihr weg, und es können dabei eigenthümliche, durch die Geschwindigkeit des entlang fliesenden Wassers beeinflusste Gesetzmässigkeiten obwalten, welche nur durch besondere Versuche festzustellen wären. Dergleichen sind nicht bekannt; wenn man indessen μ' so bestimmt, dass Gl. (5) den verhältnissmässigen Wasserverlust $1 - \varphi$ für kleinere Ueberdruckturbinen (etwa $r_1 = 0{,}25$ Mtr.) im Durchschnitt ($m = 0{,}5$) = einem wahrscheinlich ungefähr zutreffenden Werthe, z. B. $= 0{,}05$ ergiebt, wie im §. 32 (mit Absicht im Durchschnitt wohl etwas zu ungünstig) angenommen wurde,

so kann jene Gleichung zur Bestimmung von φ auch in anderen Fällen wenigstens mit ähnlicher Annäherung dienen.

Nun sei bei Voraussetzung einer axialen Ueberdruckturbine mit Wasserverlust durch den äusseren Spalt im Durchschnitt

$$b = \frac{r_1}{3,5} \text{ und } \sin \alpha = 0,35 \, (\alpha = 20,5^0),$$

also $b \sin \alpha = 0,1\, r_1$ und $r' = \frac{8}{7} r_1$; ferner

$$\frac{1}{kk_1} \cdot \frac{8}{7} = 1,4, \text{ entsprechend } kk_1 = 0,82.$$

Dann ist nach (5) mit $\varrho = 0,1$:

$$1 - \varphi = 14\, \mu' \frac{s'}{r_1} \sqrt{\frac{0,9 - m}{m}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5,a)$$

und mit $r_1 = 0,25$, also $s' = 0,003$ nach (6), ferner mit $m = 0,5$ und $1 - \varphi = 0,05$:

$$\mu' = 0,33.$$

So unsicher diese Rechnung ist, lässt sie doch auf einen wesentlich kleineren Werth von μ' schliessen, als nach bekannten sonstigen, freilich unter wesentlich anderen Umständen gewonnenen Erfahrungen anzunehmen wäre, trotzdem dabei für die zu Grunde gelegten Verhältnisse ein grösserer Wasserverlust angenommen wurde, als es gewöhnlich zu geschehen pflegt. — Wie sehr übrigens φ von der den Grad des Ueberdruckes bestimmenden Charakteristik m, sowie auch bei Voraussetzung der Beziehung (6) von r_1 abhängt, zeigt die folgende Zusammenstellung der mit $\mu' = {}^1/_3$ beispielsweise aus Gl. (5,a) sich ergebenden Werthe des procentischen Wasserverlustes

$$= 100\,(1 - \varphi).$$

$r_1 =$	1	0,75	0,5	0,25 Mtr.
$m = 0,75$	1,25	1,4	1,7	2,5
$m = 0,5$	2.5	2,8	3,3	5,0
$m = 0,25$	4,5	5,0	6,0	9,0

Zur Beschränkung des Wasserverlustes ist es besonders bei kleinen Turbinen rathsam, die Spaltweite thunlichst noch mehr zu verkleinern, als Gl. (6) voraussetzt, und erhebliche Ueberdrucksgrade (kleine Werthe von m) zu vermeiden.

§. 35. Axenreibung.

Die Axenreibung einer Turbine mit verticaler Axe besteht hauptsächlich aus der Reibung des Spurzapfens der Turbinenwelle, wesentlich aber auch aus den Reibungen ihrer zu sicherer Führung vorhandenen Halslager und eventuell von Stopfbüchsen oder Liederungsmanschetten zur Dichtung gegen Wasserdurchflüsse; in den Coefficient μ = dem Verhältnisse des Effectverlustes durch diese Axenreibung zum absoluten Effect der Turbine werden endlich noch die Nebenwiderstände einbegriffen, welche durch die Luft und ev. (bei Unterwasser- und Rohrturbinen) durch das Wasser verursacht werden, in welchem die Turbine umläuft, da sie zu unsicher zu beurtheilen und auch zu nebensächlich sind, um besonders in Rechnung gestellt zu werden.

Der Spurzapfen muss so angeordnet sein, dass die Welle etwas gehoben oder gesenkt werden kann, um trotz Abnutzung der Reibungsflächen die Eintrittsfläche des Laufrades bei Radialturbinen stets genau der Austrittsfläche des Leitrades gegenüber, bei Axialturbinen in bestimmter kleiner Entfernung s' von ihr erhalten zu können. Die Anordnung als Unterzapfen, in der Regel somit als Unterwasserzapfen am unteren Ende der Welle hat den Nachtheil erschwerter Zugänglichkeit und verursacht (abgesehen von Pockholzzapfen mit Wasserschmierung, wie sie bei kleineren Turbinen passend sind) constructive Schwierigkeiten mit Rücksicht auf die Zu- und Abführung des Schmieröls und zur Abhaltung des Wassers von den Reibungsflächen. Obschon sich diese Schwierigkeiten durch verschiedene Einrichtungen befriedigend überwinden lassen, wird es doch vielfach vorgezogen, sie (bei nicht allzu grossen Gefällen) dadurch zu vermeiden, dass die Turbinenwelle, anstatt unten gestützt zu werden, vermittels eines Ueberwasserzapfens über Wasser aufgehängt wird, sei es an ihrem oberen Ende (Oberzapfen), sei es an einer mittleren Stelle (Mittelzapfen). Eine massive Welle pflegt so durch einen Ringzapfen oder durch einen Kammzapfen (Zapfen, dessen Reibungsfläche aus einer Ringfläche, bezw. aus einer Anzahl von Ringflächen besteht), besonders als Oberzapfen passend, über Wasser aufgehängt zu werden; ist er auch mit grösserem Reibungsmoment verbunden, so empfiehlt er sich doch (wenigstens als Kammzapfen) bei grosser Umdrehungszahl durch die Leichtigkeit beliebiger Verkleinerung des specifischen Zapfendrucks. Häufig wird auch die Welle hohl gegossen und an einer in der Höhlung aufgerichteten Säule mit einem gewöhnlichen Zapfen aufgehängt, der sich

oben auf die Säule stützt; dieser sogenannte Fontaine-Zapfen eignet sich ebensowohl als Mittel- wie als Oberzapfen.

Der axiale Druck des Spurzapfens auf seine Lagerplatte, mit Rücksicht auf welchen das betreffende Reibungsmoment, bezw. der dadurch verursachte Effectverlust für jede Form der Reibungsfläche mit einem erfahrungsmässig anzunehmenden Reibungscoefficienten nach bekannten Regeln bestimmt werden kann (siehe Bd. II, §. 70), ist im Allgemeinen

$$P = A + G,$$

unter A den axialen Druck des Wassers auf die Turbine, unter G das Eigengewicht der letzteren sammt Welle und Zubehör verstanden. Für eine Axialturbine kann A mit Rücksicht darauf berechnet werden, dass der Ueberschuss der Bewegungsgrösse, mit welcher das Betriebswasser im Sinne der Axe pro Sekunde aus der Turbine ausfliesst, über diejenige, mit welcher es ihr zufliesst, nämlich die Grösse

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha)$$

= ist der in demselben Sinne genommenen Kraft, welche theils als Massenkraft, theils als Oberflächenkraft auf das in der Turbine befindliche Wasser, dessen Gewicht = W sei, ausgeübt wird. Wenn dieses von oben nach unten die Turbine durchfliesst, fragliche Kraft also abwärts positiv verstanden wird, wenn ferner E und E_2 die wirksamen Ausflussflächen bezw. des Leitapparates und des Laufrades sind (erstere bei voll beaufschlagter Turbine = der wirksamen Einflussfläche des Laufrades), ergiebt sich somit die Gleichung:

$$\frac{\gamma \varphi Q}{g}(u_2 - u \sin \alpha) = W + \gamma (E h - E_2 h_2) - A$$

mit Rücksicht darauf, dass der Druck des Wassers auf die Turbine einen gleichen Gegendruck der letzteren auf ersteres zur Folge hat. Mit

$$E = \frac{\varphi Q}{u \sin \alpha} \text{ und } E_2 = \frac{\varphi Q}{u_2}$$

folgt daraus

$$A = W + \gamma \varphi Q \left(\frac{h}{u \sin \alpha} - \frac{h_2}{u_2} + \frac{u \sin \alpha - u_2}{g} \right) \quad \ldots \ldots (1).$$

Darin sind h und h_2 durch die Gleichungen (1) und (4), §. 30, bestimmt. Fliesst das Wasser von unten nach oben durch die Turbine, so ist das Glied mit Q negativ zu nehmen. Dasselbe ist $= 0$, also $A = W$, wenn im Falle einer Druckturbine ($h = h_2$) zugleich $u_2 = u \sin \alpha$ ist; jedenfalls

ist es unter sonst gleichen Umständen um so kleiner, je weniger die Turbine mit Ueberdruck arbeitet.

Bei Radialturbinen ist immer $A = W =$ dem Gewichte des im Radkranze befindlichen Wassers, weil die vom Pressungszustande und von der Bewegung des Wassers herrührenden axialen Drucke sich paarweise aufheben. Dasselbe gilt von den radialen Drucken, wenn die Turbine voll beaufschlagt ist oder wenn die Einläufe symmetrisch am Umfange vertheilt sind. Sofern ausserdem der Teller einer Vollturbine, welcher den Radkranz mit der Welle verbindet, gegen den Druck des Wassers geschützt ist, indem dieser vom festliegenden Bodenteller des Leitrades aufgenommen wird, sind Radialturbinen bezüglich des Zapfendruckes und der entsprechenden Reibung vor Axialturbinen, wenigstens wenn diese von oben beaufschlagt sind, im Vortheil.

Die genauere Bestimmung des Zapfendruckes P hat übrigens zur Berechnung der Axenreibung besonders deshalb wenig Werth, weil, abgesehen von der Zweifelhaftigkeit des anzunehmenden Reibungscoefficienten, die dabei nicht berücksichtigten oft erheblichen Reibungswiderstände der Halslager, Stopfbüchsen und sonstigen Dichtungen von zufälligen Umständen abhängig sind und ebenso wie der Widerstand des Mediums, in welchem die Turbine umläuft, der Berechnung nicht zugänglich sind. Von um so grösserem Interesse sind deshalb ausgedehnte Versuche von Bernh. Lehmann* über die Axenreibung von Turbinen, bei welchen die Kraftmomente gemessen wurden, welche erforderlich waren, um Turbinen verschiedener Art und Grösse im Betriebszustande bei abgestellter Beaufschlagung in langsame Bewegung zu versetzen. Abgesehen von den Ring- und Kammzapfen (von Schmiedeeisen oder Stahl mit Ringfutter aus Bronze) bestanden dabei die Spurzapfen und Spurplatten aus gehärtetem Gussstahl mit einer Zwischenplatte aus harter Bronze. Es ergab sich, dass die ganze Axenreibung (ohne Widerstand des Mediums) genügend gefunden werden konnte, wenn sie als blosse Zapfenreibung, aber mit entsprechend vergrössertem Reibungscoefficient berechnet wurde: letzterer wurde (bezogen auf den Reibungsradius des Spurzapfens) im Durchschnitt $= 0{,}1$ gefunden, für Turbinen mit horizontaler Axe und gewöhnlichen Lagern $= 0{,}054$. Mit diesen Mittelwerthen wurden dann von Lehmann die der Axenreibung entsprechenden verhältnissmässigen Effectverluste für 100 ausgeführte Turbinen zugleich mit Rücksicht auf den vom Wasserdrucke herrührenden Antheil A des Zapfendruckes P

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 122.

berechnet und so die folgenden procentischen Antheile p bezw. p_1 des fraglichen Effectverlustes am absoluten Effect = dem 100fachen des Coefficienten μ von Gl. (2) im §. 28 gefunden, wobei sich p auf volle, p_1 auf halbe Beaufschlagung bezieht.

1) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Unterzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}4 \text{ bis } 2{,}4;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 3{,}6.$$

2) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Fontaine-Zapfen (hohler Welle) ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}5 \text{ bis } 3{,}2;\ p_1 = 2{,}3 \text{ bis } 5{,}4.$$

3) Von oben beaufschlagte Axialturbinen mit Kamm- oder Ringzapfen und mit Manschette am Leitradboden:

$$p = 2{,}1 \text{ bis } 3{,}4;\ p_1 = 2{,}7 \text{ bis } 4{,}7.$$

4) Innenschlächtige Turbinen mit Unterzapfen ohne Liederung:

$$p = 0{,}8 \text{ bis } 1;\ p_1 = 0{,}5 \text{ bis } 0{,}9.$$

5) Innenschlächtige Turbinen mit Fontaine-Zapfen:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}2.$$

6) Aussenschlächtige Turbinen, Unterzapfen mit Liederung, Manschette am Leitradboden:

$$p = 0{,}9 \text{ bis } 1{,}1.$$

7) Aussenschlächtige Turbinen mit Kamm- oder Ringzapfen, ohne Manschette am Leitradboden:

$$p = 1{,}3 \text{ bis } 1{,}7.$$

8) Innenschlächtige Partialturbinen mit horizontaler Axe:

$$p = 1 \text{ bis } 1{,}6.$$

Diese Werthe von p für volle Beaufschlagung liegen bei Radialturbinen zwischen 0,8 und 1,7, bei Axialturbinen zwischen 1,4 und 3,4. Wenn aber auch die von Lehmann für den Fall der beginnenden Bewegung ermittelten Reibungen einerseits im Betriebe etwas kleiner sein mögen (obschon die Reibung geölter Zapfen über relative Gleitungsgeschwindigkeiten von etwa 0,5 Mtr. hinaus mit diesen zu wachsen pflegt), so ist es doch auch fraglich, ob der andererseits dann hinzukommende Widerstand des Mediums genügend dadurch mitberücksichtigt ist. Um sicher zu gehen, werden die jeweils anzunehmenden Werthe von μ selbst über die angeführten oberen Grenzwerthe von 0,01 p bezw. 0,01 p_1 hinaus etwas zu vergrössern sein.

Die Ermittelung des Zapfendruckes P bleibt übrigens auch dann von Interesse, wenn auf die Berechnung von μ verzichtet wird, um nämlich die Dimensionen der Reibungsfläche des Zapfens so zu bestimmen, dass der specifische Druck erfahrungsmässig zulässige Grenzen nicht überschreitet. Derselbe ergab sich für die von Lehmann zur Berechnung gezogenen, im Betriebe bewährten, Zapfen zwischen 0,5 und 1,3 Kgr. pro Quadratmillimeter der wirklichen Reibungsfläche (Zapfenfläche nach Abzug von Oelrinnen und Abrundungen im Betrage von ungefähr $15\,^0/_0$), wobei die Umdrehungszahlen n, insoweit sie mitgetheilt sind, höchstens $= 200$ waren, ohne dass eine Beziehung zwischen n und dem specifischen Drucke deutlich hervorträte. Indessen soll derselbe mit Rücksicht auf Warmlaufen und Abnutzung unter sonst gleichen Umständen um so kleiner sein, je grösser n ist.

§. 36. Die Schaufelform.

Wenn die Schaufeln von geradlinigen Flächen begrenzt werden, deren gerade Erzeugende bei Axialturbinen die Axe rechtwinklig schneiden, bei Radialturbinen derselben parallel sind, so sind ihre Formen durch die Schaufelprofile bestimmt, nämlich durch die Curven, in welchen die Schaufelflächen von Axialturbinen durch coaxiale Cylinderflächen, von Radialturbinen durch Normalebenen der Axe geschnitten werden, wobei zudem die doppelt gekrümmten Schaufelprofile von Axialturbinen behufs der Untersuchung und Formbestimmung mit ihren betreffenden Cylinderflächen in eine Ebene abgewickelt gedacht werden. Von diesen Profilen haben sich durch die vorhergehenden Untersuchungen nur die Winkel α, β, δ ergeben, unter welchen bezw. die Austrittsfläche des Leitapparates, die Eintritts- und die Austrittsfläche des Laufrades von ihnen geschnitten werden; für die Eintrittsfläche des Leitapparates, sofern von einer solchen gesprochen werden kann, ist der betreffende Schnittwinkel $= 90^0$.

Die weitere Bestimmung jener Curven ist an die Forderung zu knüpfen, dass die Schaufeln ihren Zweck, den Wasserstrom zu einer bestimmten allmähligen Richtungsänderung zu zwingen, sicher und mit möglichst kleinem Effectverluste durch Widerstände erfüllen. Für die Leitschaufeln kann die Sicherheit der Führung des Wassers nicht in Frage kommen, da die Leitcanäle, sofern sie überhaupt für den Durchfluss des Wassers geöffnet sind, stets vollständig von demselben erfüllt werden. Bei ihnen handelt es sich also nur um thunlichste Verminderung der Widerstände, des von ihrer Krüm-

mung unabhängigen schlechtweg so genannten Leitungswiderstandes und des Krümmungswiderstandes. Wäre das Wirkungsgesetz des letzteren ebenso genügend bekannt wie das des ersteren, so könnte unter übrigens gegebenen Umständen die Profilform mathematisch stets so bestimmt werden, dass die Summe der Arbeiten beider Widerstände pro 1 Kgr. Wasser, d. i. die Summe der betreffenden Widerstandshöhen, ein Minimum ist; allein abgesehen davon, dass solche Aufgabe zu erheblichen und zum erzielbaren Gewinne im Missverhältniss stehenden Schwierigkeiten, mindestens Weitläufigkeiten führen würde, ist sie z. Z. wegen mangelnder Kenntniss des Krümmungswiderstands-Gesetzes überhaupt nicht lösbar, und ist man auf allgemeinere Erwägungen angewiesen. Wäre der Leitungswiderstand von vorwiegender Bedeutung, so sollten die Canäle vor Allem möglichst kurz gehalten werden, sollten also die Schaufeln zwischen den gegebenen oder angenommenen Begrenzungsflächen des Leitapparates (ebenso auch des Laufrades) möglichst normal zu denselben verlaufen und nur an den Enden zur Erzielung der betreffenden Schnittwinkel stärker gekrümmt sein. Indessen ergiebt sich der allein näherungsweise zu beurtheilende gesammte Krümmungswiderstand durchaus nicht wesentlich kleiner, meistens sogar grösser, als der gesammte Leitungswiderstand, so dass es mit Rücksicht darauf, dass jener Krümmungswiderstand mit der Grösse der Krümmung (mit dem reciproken Werthe des Krümmungshalbmessers ϱ) rasch zunimmt, rathsam erscheinen muss, vor Allem die grösste Krümmung nicht zu gross (den kleinsten Krümmungshalbmesser nicht zu klein) zu machen, somit den verlangten ganzen Krümmungswinkel mit nicht mehr veränderlicher specifischer Krümmung der Schaufelprofile herbeizuführen, als mit Rücksicht auf die für verschiedene Canalquerschnitte verschiedenen Weiten a und verschiedenen Strömungsgeschwindigkeiten passend erscheint. Sofern nämlich der fragliche Widerstandscoefficient gemäss der Weisbach'schen betreffenden Formel proportional $\left(\frac{a}{2\,\varrho}\right)^{3,5}$, die entsprechende Widerstandshöhe aber zugleich proportional dem Geschwindigkeitsquadrat zunimmt, erscheint es passend, das Verhältniss $\frac{a}{\varrho}$ längs dem Canal in dem Sinne abnehmen zu lassen, in welchem die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt. Ist ϱ' der durch Construction leicht zu findende Halbmesser des Kreisbogens, welcher die Eintritts- und die Austrittsfläche des Leitrades unter den verlangten Winkeln (90^0 und α) schneidet, sind ferner a_0 und a die Weiten eines Leitcanals am Anfang und am Ende, u_0 und ku die Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers daselbst (ku auf

den vollen Endquerschnitt reducirt), so kann etwa das Schaufelprofil aus zwei mit gemeinsamer Tangente in einander übergehenden Kreisbögen gebildet werden, deren Halbmesser $\varrho_0 < \varrho'$ und $\varrho > \varrho'$ der Gleichung entsprechen:

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_0}{2\,\varrho_0}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a}{2\,\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{k\,u}{u_0}\right)^2,$$

wo $0{,}04 = \frac{0{,}124}{3{,}104}$ (siehe §. 33, Gl. 4) ist.

Die Laufradschaufeln sind bei Ueberdruckturbinen auf Grund derselben Erwägungen zu gestalten wie die Leitschaufeln. Nur am Anfang und am Ende gestaltet man die Turbinenschaufeln, ebenso die Leitschaufeln am Ende, auch wohl so, dass das Wasser dadurch gezwungen wird, in parallelen Bahnen aus den Canälen aus-, bezw. in dieselben einzufliessen. Wie dieser Forderung genügt werden kann, soll bei den einzelnen Arten von Turbinen besprochen werden. Die Convergenz der Bahnen beim Ausflusse aus den Leitcanälen sowohl wie aus den Turbinencanälen erscheint in der That nachtheilig besonders mit Rücksicht auf die mit Wirbelbildungen hinter den Endflächen der Schaufeln verbundenen hydraulischen Stosswiderstände, welche dadurch verstärkt werden; bezüglich des Einflusses in die Turbinencanäle ist ein ähnlicher Nachtheil freilich kaum vorhanden. Auch ist es fraglich, ob nicht der erzielte Vortheil paralleler Bahnen beim Ausflusse durch Nachtheile aufgewogen wird, insbesondere dadurch, dass, sofern er sehr schwache oder gar keine Krümmung der Schaufeln am Ende erfordert, dieselben im Uebrigen um so stärker gekrümmt werden müssen.

Andere Rücksichten sind für die Form der Laufradschaufeln von Druckturbinen massgebend. Während die hydraulischen Widerstände hier geringer sind und weniger Beachtung erfordern, ist dagegen durch die Form der Schaufeln vor Allem dafür zu sorgen, dass sie ihren Zweck sicherer Führung des die Canalquerschnitte im Allgemeinen nicht ganz ausfüllenden Wasserstromes überhaupt erfüllen. Dazu ist erforderlich, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausübe, widrigenfalls das Wasser zeitweilig nicht nur keine Arbeit an das Rad abgeben, sondern auch zwischen den Schaufeln in eine hin- und hergehende unregelmässige Bewegung gerathen würde. Jener Normaldruck ist, wenn die Bahn des Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt, gemäss der im §. 27 für das Poncelet-

Rad angestellten, gleicher Weise auch hier gültigen Untersuchung = der Summe aus der relativen Centrifugalkraft und der zur Schaufel senkrechten Componente der relativen bewegenden Kraft; dabei ist in der Entfernung x von der Radaxe, entsprechend dem Krümmungshalbmesser ϱ des Schaufelprofils und der relativen Wassergeschwindigkeit w, pro Masseneinheit

die relative Centrifugalkraft $= \frac{w^2}{\varrho}$,

während die relative bewegende Kraft zusammengesetzt ist aus

der vertical abwärts gerichteten Schwerkraft $= g$,

der radial auswärts gerichteten absoluten Centrifugalkraft $= \omega^2 x$ und

der zusammengesetzten Centrifugalkraft $= 2\,\omega\, w'$,

unter w' die Projection von w auf eine zur Radaxe senkrechte Ebene verstanden, in welcher Ebene die Richtung w' entgegengesetzt dem Drehungssinne des Rades um 90^0 gedreht werden muss, um die Richtung dieser zusammengesetzten Centrifugalkraft zu erhalten.*

---

* Wenn Hr. Bernh. Lehmann über noch immer herrschende vermeintlich irrthümliche Ansichten klagt, indem er sagt (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1879, S. 160): „das die Laufzellen durchströmende Wasser könne bei der Actionswirkung aus dem Grunde der Einwirkung der Centrifugalkraft nicht unterworfen sein, weil das Wasser als der motorische Körper zu betrachten ist, dessen absoluter Weg aus der Peripheriegeschwindigkeit und relativen Geschwindigkeit resultirt und unabhängig von der Centrifugalkraft ist; wenn letztere wirksam werden sollte, so müsste das Wasser vom Rade mitgenommen werden", so ist dagegen zu bemerken, dass es nicht sowohl auf das Mitgenommenwerden des Wassers, als vielmehr darauf ankommt, dass es durch das Rad gehindert wird, sich frei zu bewegen, ein Zwang, ohne welchen von Arbeitsübertragung auf das Rad keine Rede sein könnte. Oben genannte besondere Kräfte der relativen Bewegung, also nicht nur die absolute oder schlechtweg so genannte, sondern auch die zusammengesetzte Centrifugalkraft, beruhen ausdrücklich auf der Voraussetzung, dass die Bahn jedes Wassertheilchens mit einem Schaufelprofil zusammenfällt; dass freilich diese besondere Voraussetzung bei unvollständiger Ausfüllung der Canäle nicht streng erfüllbar ist, dass vielmehr insbesondere beim Durchflusse durch Axialturbinen von oben nach unten das Wasser infolge jener Kräfte selbst anfangs nach aussen, später nach innen gedrängt wird, bleibt näherer Besprechung an geeigneter Stelle vorbehalten. — Uebrigens ist immer zu bedenken, dass die zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung nur Hülfsmittel der Rechnung sind, nämlich Kräfte, welche zur gegebenen bewegenden Kraft eines materiellen Punktes hinzugedacht werden müssen, um seine relative Bewegung gegen ein selbst in Bewegung begriffenes System gerade so beurtheilen zu können, als ob sie eine absolute Bewegung, d. h. als ob das System in Ruhe wäre. In diesem Sinne wird selbst von den Ergänzungskräften für die relative Bewegung eines materiellen Punktes gegen ein System gesprochen, von welchem derselbe ganz unab-

Unter Umständen ist die obige Forderung mit jedem Werthe von ϱ erfüllt; sie kann aber auch zu einer oberen Grenze führen, welche nicht von ϱ überschritten werden darf. Sind solcher Weise, wie bei einzelnen Arten von Turbinen demnächst näher besprochen werden wird, mit angemessen überschüssiger Sicherheit passende Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 für den Anfangs- und Endpunkt des Schaufelprofils bestimmt worden, so kann dieses entweder wieder aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, oder noch besser als eine Curve verzeichnet werden, deren Krümmungshalbmesser sich stetig von ϱ_1 bis ϱ_2 ändert. Insoweit das Schaufelprofil durch jene Hauptforderung nicht beschränkt wird, ist es so zu wählen, dass seine Länge mit Vermeidung allzu starker Krümmungen möglichst klein wird, um so auch hier wieder die Widerstände möglichst gering zu erhalten, von welchen der Leitungswiderstand (die Reibung des Wassers an den Schaufeln) wahrscheinlich in geringerem Grade, als der Krümmungswiderstand, kleiner ist, als bei voller Ausfüllung der Canäle mit strömendem Wasser.

Wenn übrigens auch die Forderung eines positiven Drucks auf die concave Schaufelfläche an allen Stellen derselben erfüllt ist, so würde es doch unzweckmässig sein, wenn derselbe an einer Stelle sehr gross, an einer anderen sehr klein wäre. Insbesondere würde, da die Reibung zwischen Wasser und einer festen Wand vom gegenseitigen Drucke bekanntlich unabhängig ist, die Arbeitsübertragung auf die Turbine aber durch diesen Druck vermittelt wird, an den Stellen des sehr kleinen Druckes die Reibung fast nutzlos Arbeit verbrauchen. Von diesem Gesichtspunkte aus kann es passend erscheinen, das Schaufelprofil einer Druckturbine möglichst so zu gestalten, dass der Normaldruck pro Masseneinheit des Wassers oder pro Flächeneinheit der Schaufel oder pro Längeneinheit derselben längs dem Schaufelprofil gemessen, oder dass die Componente solchen specifischen Druckes im Sinne des Umfanges, oder endlich dass das Moment der letzteren in Beziehung auf die Axe u. s. w. durchweg constant sei, wodurch zugleich eine recht regelmässige und mit kleinem Widerstande verbundene relative Bewegung des Wassers durch die Turbine hindurch erwartet werden kann. Genaue Lösungen der sich hier darbietenden Aufgaben führen freilich im Allgemeinen zu

---

hängig ist; statt der schlechtweg so genannten Centrifugalkraft ist dann die erste Ergänzungskraft pro Masseneinheit des Punktes im Allgemeinen entgegengesetzt gleich der Beschleunigung, welche er in dem betreffenden Augenblicke als ein mit dem System fest verbundener Punkt hätte.

grösseren Weitläufigkeiten, als durch den erreichbaren Gewinn gerechtfertigt sind.*

Uebrigens kann man sich schliesslich fragen, ob und wie das im Eingange dieses Paragraphen und bei den bisherigen Erörterungen vorausgesetzte einfache und übliche Bildungsgesetz der Schaufelflächen von Axialturbinen als normaler Schraubenflächen (mit gesetzmässig veränderlichem Steigungsverhältnisse), welches den Grundbedingungen des stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nur in einem gewissen (wie einstweilen angenommen, dem mittleren) Abstande von der Axe zu entsprechen gestattet, auf praktische Weise so zu ändern ist, dass jene Bedingungen in allen Entfernungen von der Axe erfüllt sind. Diese Vervollkommnung, welche, soweit bekannt, zuerst von Bernh. Lehmann praktisch durchgeführt, unabhängig davon später von H. v. Reiche behandelt worden ist, soll auch an betreffender Stelle demnächst erörtert werden.

§. 37. Regulirung der Turbinen.

Die Regulirung der Aufschlagwassermenge Q einer Turbine kann theils durch Veränderlichkeit des Arbeitsbedarfes, theils durch Veränderlichkeit der vorhandenen Wassermenge bedingt werden. Auch die nothgedrungene Verkleinerung von Q im letzteren Falle hat unerwünschter Weise eine Verkleinerung des Nutzeffects E zur Folge; selbst im Verhältniss zu Q nimmt dann E bei gleich bleibendem Gefälle H stets mehr oder weniger ab, schon wegen gewisser Widerstände, welche, wie die Axenreibung, fast ebenso viel Arbeit bei kleinerer wie bei grösster Beaufschlagung verbrauchen. Es ist eine wichtige Aufgabe des Turbinenbaues, die Verminderung von Q in solcher Weise zu bewirken, dass $E:QH$, dass also der Wirkungsgrad η möglichst wenig dadurch verkleinert wird. Dazu ist es nöthig, dass die den letzteren vorzugsweise bedingenden Elemente, die Grössen und Richtungen der Wassergeschwindigkeiten in der Aus- und Einflussfläche des Leitapparats und des Laufrades, möglichst wenig durch die Regulirung beeinflusst werden, während auch die Umfangsgeschwindigkeit der Turbine, durch den verlangten Gang der zu treibenden Arbeitsmaschinen bedingt, unverändert bleibt.

* Zum Theil sind dieselben, vom Verf. in seinen Vorträgen nur angedeutet und für Axialturbinen näherungsweise behandelt, von Hrn. G. Zahikjanz weiter durchgeführt worden in seiner verdienstlichen Schrift: „Kinetische Analyse der Actionsturbinen mit freiem Strahl“. (Sonderabdruck aus dem „Civilingenieur“, XXXI. Bd., 6. Heft.)

Am leichtesten ist die Forderung bei Druckturbinen zu erfüllen durch Verkleinerung der gesammten Ausflussöffnung des Leitapparats, nämlich entweder dadurch, dass einige Leitcanäle ganz abgeschlossen, oder dadurch, dass alle in gleichem Grade verengt werden, wobei es die Umstände mit sich bringen, dass ersteres am Anfange, letzteres am Ende der Leitcanäle zu geschehen pflegt, und wobei die Verengerung im letzteren Falle durch Verkleinerung der Weite a oder der Breite b bewirkt werden kann.

Am häufigsten und den Verhältnissen von Druckturbinen am angemessensten geschieht ihre Regulirung durch den Abschluss von Leitcanälen, bei Vollturbinen also durch mehr oder weniger theilweise (partielle) Beaufschlagung. Die Zuflussgeschwindigkeit u bleibt dann ungeändert, und es findet eine Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes hauptsächlich nur als vergrösserter Einflusswiderstand (Stosswiderstand) bezüglich solcher Turbinencanäle statt, welche von einem offenen zu einem geschlossenen Leitcanale übergehen (§. 29, Fig. 33); eine gewisse Widerstandsvergrösserung wird freilich auch dadurch bedingt, dass der beginnende Wasserdurchfluss durch einen Turbinencanal jedesmal mit von Null an zunehmender, der zeitweilig aufhörende Durchfluss mit bis Null abnehmender Strahldicke verbunden ist. Denn je kleiner diese, desto grösser ist die Reibung pro Einheit der Wassermasse. Beide Umstände verlangen, um möglichst wenig nachtheilig zu sein, den Abschluss benachbarter oder wenigstens (zur Vermeidung einseitiger Belastungen der Turbinenwelle) von nur zwei diametral gegenüberliegenden Gruppen benachbarter Leitcanäle, wie es bei den vollkommensten derartigen Regulirungsvorrichtungen, den sogenannten Rundschützen verschiedener Art der Fall ist. Sie unterscheiden sich von anderen Regulirungsschützen, welche man ebenso bezeichnen könnte, welche aber zum Unterschiede als Ringschützen bezeichnet seien, durch ihre Bewegung im Sinne des Umfangs, bezw. Drehbewegung um die Turbinenaxe, und durch verschiedene Anordnung der beiden Hälften, bedingt durch die Nothwendigkeit, dieselben bei voller Beaufschlagung so unterzubringen, dass der Einfluss des Wassers in die andere Hälfte von Leitcanälen nicht dadurch beeinträchtigt wird; auch pflegt dadurch etwas stärkere oder doppelte Krümmung der Leitcanäle nöthig zu werden. Der regulirenden Wirkung solcher Rundschützen ähnlich ist diejenige der constructiv davon wesentlich verschiedenen Rollschütze, wie sie bei Axialturbinen und kleineren Gefällen Anwendung findet, wobei zwei als Ringsectoren gestaltete Lederstreifen, welche einerseits an diametral gegenüber liegenden Leitschaufeln, anderer-

seits an kegelförmigen Rollen befestigt sind, um so mehr gegenüber liegende Leitcanäle zudecken, je mehr sie sich von den Rollen bei entsprechender Bewegung derselben abwickeln.

Die andere der beiden unterschiedenen Regulirungsarten von Druckturbinen, nämlich die gleichmässig verminderte Beaufschlagung durch Verengung der Ausflussöffnungen aller Leitcanäle in gleichem Grade, kann bei Axialturbinen besonders durch Verkleinerung der Canalweiten a, bei Radialturbinen durch Verkleinerung der Breiten b bewirkt werden: im ersten Falle durch abgerundete Holzklötze, welche, mit Stielen an einem vertical beweglichen horizontalen Ringe befestigt, durch Bewegung des letzteren in die einzelnen Leitcanäle zugleich vorgeschoben werden können, im letzteren Falle durch eine Ringschütze, nämlich durch einen Hohlcylinder, welcher in den Zwischenraum (Spalt) zwischen Leitrad und Laufrad mehr oder weniger vorgeschoben wird, wobei am Hohlcylinder befestigte abgerundete Holzklötze in die einzelnen Leitcanäle dicht eingreifen. Die erstere Einrichtung findet sich bei der Fontaine-, die andere bei der Fourneyron-Turbine, obschon dieselben nicht als Druckturbinen gebaut zu sein pflegen. In beiden Fällen ist bei Verkleinerung von Q Vergrösserung des hydraulischen Widerstandes in höherem Grade zu erwarten, als wenn die Verkleinerung von Q durch theilweise Beaufschlagung auf passende Weise (durch eine Rund- oder Rollschütze) bewirkt wird, besonders aber bei der Verkleinerung der Dimension a. Denn der Einfluss des Wassers in die Turbine ist dann in ähnlicher Weise unvortheilhaft, wie wenn die Unvollständigkeit der Beaufschlagung durch Abschliessung des 1ten, 3ten, 5ten u. s. w. Leitcanals oder durch Vergrösserung der Leitschaufeldicken bewirkt würde, und ausserdem haben die in allen Turbinencanälen verkleinerten Strahldicken entsprechend vergrösserte Reibungswiderstände pro Masseneinheit zur Folge; letzteres ist kaum weniger bei der Verkleinerung der Breiten b der einfliessenden Strahlen der Fall, weil diese sich alsbald auf den Schaufeln ausbreiten werden. Auch eine mässige Verkleinerung von u wird in beiden Fällen trotz sorgfältiger Abrundung und Glättung der genannten Holzklötze nicht zu vermeiden sein.

Die Veränderung der Ausflussweiten a der Leitcanäle kann u. A. auch durch Drehung der Leitschaufeln um Bolzen bewirkt werden, deren Axen den Dimensionen b parallel sind; freilich ist dann auch eine Aenderung der Winkel α damit verbunden. Diese Art der Regulirung ist u. A. bei Partialturbinen gebräuchlich. Im Allgemeinen besser erscheint jedoch auch hier der theilweise Abschluss einzelner Leitcanäle, um so mehr, als

er meistens durch einen seitlich vorgeschobenen ebenen Schieber in einfacher Weise bewerkstelligt werden kann. —

Während somit die Regulirung durch theilweise Beaufschlagung (durch Abschluss einzelner Leitcanäle) für Druckturbinen am angemessensten ist, würde sie für Ueberdruckturbinen nicht vortheilhaft sein, weil der an continuirlichen Zusammenhang mit dem Oberwasser gebundene Ueberdruck des Wassers in einem eben gefüllten Turbinencanal sofort aufhören würde, wenn dieser einem geschlossenen Leitcanal gegenüber zu liegen kommt. Bei Ueberdruckturbinen ist deshalb die Regulirung durch gleichmässig verminderte Beaufschlagung, d. h. durch Verengung aller Leitcanäle in gleichem Grade gebräuchlich. Indessen ist auch mit ihr ein zweifacher erheblicher Nachtheil verbunden, wenn sie so ausgeführt wird, wie es üblich und für Druckturbinen auch angemessen ist, wenn sich nämlich die Verengung auf die Leitcanäle beschränkt, während die Turbinencanäle ihre vollen Querschnitte behalten. Indem dann nämlich diese durch den Ueberdruck nach wie vor mit strömendem Wasser ausgefüllt werden, ist dessen relative Geschwindigkeit w (w_1 bis w_2) der kleineren Aufschlagwassermenge entsprechend kleiner, während die Zuflussgeschwindigkeit u fast unverändert geblieben ist. Bei gleichfalls unveränderter Peripheriegeschwindigkeit v können deshalb die Bedingungen des stossfreien Einflusses und des normalen Ausflusses, welche an gewisse Beziehungen zwischen u, v, w (§. 31, Gl. 1 und 2) gebunden sind, nicht mehr erfüllt sein. Ausser dem Stosse gegen die Schaufeln findet noch ein hydraulischer Stoss des mit der relativen Geschwindigkeit w zufliessenden Wassers gegen das in den vollen Anfangsquerschnitten der Turbinencanäle mit wesentlich kleinerer relativer Geschwindigkeit w_1 fliessende Wasser statt. Eine solche Regulirung ist kaum vortheilhafter als eine solche, welche durch Schützen, die vor Allem zu gänzlicher Abstellung der Turbinen dienen, bewirkt wird, z. B. durch eine Ringschütze, welche die Ausflussfläche einer innenschlächtigen Turbine oder das Abflussrohr einer Rohrturbine abschliessen kann. Es ist deshalb begreiflich, dass der Wirkungsgrad von so regulirten Ueberdruckturbinen um so mehr und zwar erheblich abnimmt, je kleiner das Aufschlagwasserquantum, je mehr also in der Regel gerade zu sparsamer Verwerthung seines Arbeitsvermögens Veranlassung vorhanden ist.

Der hydraulische Stoss kann zwar vermieden werden, wenn die Turbine in freier Luft umläuft, indem es dann bei erheblich verminderter Beaufschlagung zu voller Ausfüllung der Turbinencanäle gar nicht kommt; die Turbine geht dann in eine Druckturbine über, welche zwar

unvollkommen arbeitet, aber doch einen höheren Wirkungsgrad haben kann, als die Ueberdruckturbine bei so viel grösserer Beaufschlagung, dass die Canäle mit strömendem Wasser noch eben ganz ausgefüllt werden. Abgesehen davon aber, dass die erwähnte eventuelle Vergrösserung von η schon deshalb ohne Werth ist, weil sie von ganz besonderen, mehr oder weniger zufälligen Umständen abhängt, können die fraglichen zweierlei wesentlichen Effectverluste bei Ueberdruckturbinen mit verminderter Beaufschlagung gleichzeitig und vollständig nur dadurch beseitigt werden, dass die örtliche Verengung der Leitcanäle mit entsprechender Verkleinerung aller Querschnitte der Turbinencanäle verbunden wird. Bei Radialturbinen ist dieser Forderung nach dem Vorgange von Combes u. A. auch von Nagel & Kämp für innere, von Zeidler für äussere Beaufschlagung auf die Weise entsprochen worden, dass zwischen der oberen und unteren Kranzwand eine ringförmige Zwischenwand mit Schlitzen zum Durchgange der Radschaufeln stellbar eingerichtet wurde, so dass sie mit einer jener festen Wände zusammen die veränderliche Canalbreite b bestimmt. Wegen der schwierigen Dichtung jener Schlitze und sonstiger mancherlei Misslichkeiten von so zusammengesetzten Einrichtungen sind dieselben übrigens nur ausnahmsweise zur Anwendung gekommen. Häufiger hat man sich als Annäherung an das vorgesteckte Ziel bei Axialturbinen sowohl, wie namentlich bei Radialturbinen (Etagenräder) mit der Anordnung fester Zwischenwände begnügt, durch welche der Radkranz im Sinne der Breite b in Theile getheilt wird, welche mittels entsprechender Einrichtungen nach Bedürfniss einzeln, gruppenweise oder alle zugleich beaufschlagt werden können.*

---

* Eine freilich noch nicht praktisch bewährte und auch ziemlich complicirte Regulirungsschütze behufs theilweiser Beaufschlagung von Vollturbinen mit anderer, als der üblichen, Anwendung von Rundschützen ist in neuester Zeit Hrn. B. Bilfinger in Pforzheim patentirt worden (D.R.P. No. 32674, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure, 1885, S. 887). Zwei diametral gegenüber liegende Gruppen benachbarter Laufradcanäle können dabei an ihren Ausflussöffnungen in kleinerer oder grösserer Zahl abgeschlossen werden durch einen Rundschieber, der mit der Turbine in Rotation begriffen ist und während des Ganges gegen dieselbe verdreht werden kann. Bei Druckturbinen wäre solche Abänderung der constructiv einfacheren gewöhnlichen Anordnung und Verwendungsart von Rundschiebern offenbar nicht zu empfehlen; bei Ueberdruckturbinen würde aber allerdings die sonst bei ihrer theilweisen Beaufschlagung so schädliche abwechselnde Unterbrechung und Herstellung des continuirlichen Zusammenhanges zwischen dem Wasser in der Turbine und dem Oberwasser vermieden, und ist ein Vortheil der neuen Anordnung nicht unmöglich, obschon die abwechselnde Hemmung und Freigebung der strömenden Bewegung in den Leitcanälen auch mit nicht unerheblichem Effectverluste verbunden sein wird.

Die Schwierigkeiten vortheilhafter Regulirung von Ueberdruckturbinen sind geeignet, im Allgemeinen für die Construction einer Turbine als Druckturbine den Ausschlag zu geben, sofern nicht besondere Umstände dagegen sprechen, insbesondere z. B. ein sehr veränderlicher Unterwasserstand bei kleinem Gefälle, so dass im Durchschnitt ein zu grosser Theil des letzteren verloren würde, wenn die Turbine beständig über Wasser ausgiessen sollte, während Einrichtungen, welche der Turbine künstlich die Eigenschaft einer Ueberwasserturbine ertheilen, den Umständen nach als nicht einfach genug erscheinen. —

Wenn die Turbine solche Arbeitsmaschinen zu treiben hat, welche grosse Gleichförmigkeit des Ganges erfordern, oder viele Arbeitsmaschinen, welche oft aus- oder einzurücken sind oder welche zum Theil sehr veränderliche Arbeiten zu leisten haben, so kann es vortheilhaft sein, die Bewegung der Regulirungsschütze von einem Regulator abhängig zu machen, welcher solche Bewegung selbstthätig in entsprechendem Sinne bei Geschwindigkeitsänderungen vermittelt (tachometrischer Regulator) und welcher bei dem erheblichen zu überwindenden Widerstande jedenfalls indirect wirkend einzurichten ist. (Siehe Bd. II, §. 122.)

b. Einzelne Arten von Turbinen.

§. 38. Seitenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Diese Turbinengattung, lange Zeit gewöhnlich als Jonval-Turbine, richtiger als Henschel-Turbine bezeichnet,* stammt aus dem Jahre 1837, in welchem Henschel und Sohn in Cassel um ein Patent auf eine solche und zwar als Rohrturbine nachsuchten, welche zuerst in Holzminden im Frühjahr 1841 in Gang gebracht wurde. Im Herbst desselben Jahres nahm Jonval, Werkmeister der Maschinenfabrik von Andrée Köchlin in Mühlhausen, ein französisches Patent auf eine seitenschlächtige Rohrturbine, welche er „Turbine à double effet" nannte mit Rücksicht auf die gleichzeitige Wirkung der über dem Rade stehenden und der darunter gewissermassen hängenden Wassersäule, welche in keiner wesentlichen Beziehung von der Henschel-Turbine verschieden war. Zur constructiven Verbesserung und raschen Verbreitung dieser Turbinenart (als Druckturbine erst später von Rittinger, Hänel u. A. weiter ausgebildet) hat es wesentlich beigetragen, dass Jonval sein Patent im Jahre 1843 auf Köchlin übertrug.

* Siehe die geschichtliche Ausführung von M. Rühlmann in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieurvereins für das Königreich Hannover, 1855.

Die Berechnung der Hauptdimensionen einer solchen Turbine von verlangter Leistung bei gegebenem Gefälle kann nach §. 32 geschehen, und es mögen nur einige Angaben in Betreff der dabei nöthigen Annahmen hier Platz finden. Ausser $r_1 = r_2$ kann hier auch $b = b_2$ passend angenommen werden, während der Halbmesser r_1 nach §. 32, Gl. (1) auf Grund eines angenommenen ungefähren Verhältnisses $\frac{b}{r_1}$ zu berechnen ist, mit Rücksicht auf bewährte Ausführungen etwa

$$\frac{b}{r_1} = 0{,}25 \text{ bis } 0{,}4.$$

Nach §. 31, Gl. (18) ist dann mit der kürzeren Bezeichnung k' für $\frac{k k_1}{k_2}$:

$$tg\,\delta = m\frac{\varphi}{\varepsilon}k' \sin 2\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1);$$

hiermit sowie nach Gl. (2) und (7) desselben Paragraphen:

$$u_2 = v_1\,tg\,\delta = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}}\cdot m\frac{\varphi}{\varepsilon}k' \sin 2\alpha$$

$$= \varphi k' \sin\alpha \sqrt{m\,.\,2gH}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = (\varphi k' \sin\alpha)^2\,.\,m H \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Nach §. 32, Gl. (1) ist behufs einer angemessenen Grösse der Turbine (eines weder allzu kleinen noch zu grossen Werthes von r_1) der Winkel α im Allgemeinen um so grösser anzunehmen, je grösser Q und je kleiner $u = \sqrt{m\,.\,2gH}$ ist. Im Mittel kann

$$\alpha = 20^0 \text{ für } m = 0{,}5$$

gesetzt werden, und folgt dann aus (1) und (2) mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi k' = 0{,}9$ im Durchschnitt nicht unpassend:

$$\delta \text{ nahe } = 20^0 \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}047\,H.$$

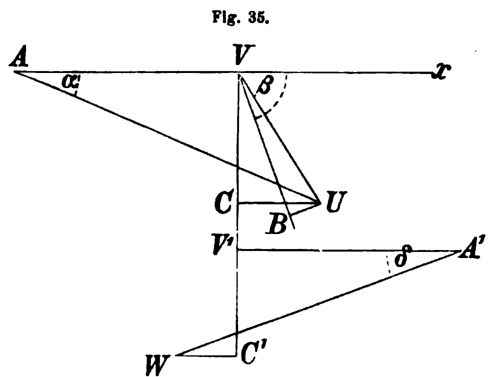
Bei der Prüfung des für die vorläufige Rechnung angenommenen Werthes von ε gemäss §. 33 ist hier zugleich darauf Rücksicht zu nehmen, dass der für einen mittleren Abstand r_0 von der Axe herbeigeführte stossfreie Einfluss und normale Ausfluss in anderen Entfernungen r von derselben im Allgemeinen nicht in solcher Weise stattfindet, und dass dadurch Effectverluste verursacht werden, welche den hydraulischen Wirkungsgrad ε verkleinern. Ihre Grössenbestimmung ist ohne mehr oder weniger unsichere Annahmen nicht möglich. Denn wenn schon das Gesetz nicht sicher bekannt ist, nach welchen die Geschwindigkeit des in einer geraden

cylindrischen Röhre strömenden Wassers von Punkt zu Punkt eines Querschnittes veränderlich ist, so ist das noch viel weniger der Fall in Betreff der gekrümmten Leit- und Turbinencanäle mit veränderlichen Querschnitten unter den obwaltenden Umständen. So ist es insbesondere fraglich, ob die absolute Geschwindigkeit u, mit welcher das Wasser aus den Leitcanälen aus- und dem Laufrade zufliesst, und von deren Veränderlichkeit im Sinne der Canalweiten a bei den bisherigen Entwickelungen abgesehen wurde, im Sinne der Breiten b, also hier in verschiedenen Entfernungen von der Axe wesentlich verschieden sei und ev. nach welchem Gesetze; denn hiervon hängt der Stoss gegen die Schaufelflächen beim Einflusse in die Turbine in den von r_0 verschiedenen Axenabständen r ebensowohl ab wie von den Winkeln α und β, welche dem vorausgesetzten Bildungsgesetze der Schaufelflächen entsprechend, wenn sie im Abstande r_0 mit α_0 und β_0 bezeichnet werden, für den Abstand r bestimmt sind durch:

$$tg\,\alpha = \frac{r_0}{r}\,tg\,\alpha_0 \quad \text{und} \quad tg\,\beta = \frac{r_0}{r}\,tg\,\beta_0 \quad \ldots\ldots\ldots (3).$$

Weil die in grösster Entfernung von der Axe sich bewegenden Wassertheilchen den längsten Weg zu durchlaufen haben, und besonders wegen der Krümmung aller Bahnen, wodurch infolge der Centrifugalkraft eine Zunahme des hydraulischen Druckes von innen nach aussen verursacht werden muss, welche insbesondere auch bezüglich des Spaltenüberdruckes gelten wird, lässt sich zwar thatsächlich eine von innen nach aussen abnehmende Geschwindigkeit u erwarten; für den vorliegenden Zweck angenäherter Bestimmung der kleinen Widerstandshöhe, welche dem Stosse des einfliessenden Wassers gegen die Schaufeln entspricht, mag sie constant = derjenigen gesetzt werden, welche für den mittleren Axenabstand r_0, nämlich $=\sqrt{m.2gH}$ angenommen wurde.

Fig. 35.



Ist nun für einen gewissen Abstand r der Winkel XAU in Fig. 35 = dem durch (3) bestimmten Winkel α, $AU = u$ und $AV = v = \frac{r}{r_0} v_0$, unter v_0 die Umfangsgeschwindigkeit in der Entfernung r_0 von der Axe verstanden, so ist VU nach Richtung und Grösse die relative Zuflussgeschwindigkeit w. Ist ferner XVB = dem durch (3)

bestimmten Winkel β, welcher für den Stoss (hier gegen die concave Hinterfläche der betreffenden Schaufel) massgebend ist, so ist das Perpendikel $UB = z$ von U auf VB die durch den Stoss verlorene Geschwindigkeit, $\frac{z^2}{2g}$ die entsprechende Widerstandshöhe. Ihr Mittelwerth für die ganze Austrittsfläche des Leitrades, bezw. Eintrittsfläche des Laufrades ist

$$= \frac{1}{2\pi r_0 b}\int_{r_0-\frac{b}{2}}^{r_0+\frac{b}{2}} 2\pi r \frac{z^2}{2g} db = \frac{1}{b}\int \frac{r}{r_0}\frac{z^2}{2g} db$$

= einem Mittelwerthe von $\frac{r}{r_0}\frac{z^2}{2g}$, welcher nach der Simpson'schen Regel hinlänglich genau

$$= \frac{\left(1-\frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right)z_1{}^2 + 4\left(1-\frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right)z_2{}^2 + 2z_3{}^2 + 4\left(1+\frac{1}{4}\frac{b}{r_0}\right)z_4{}^2 + \left(1+\frac{1}{2}\frac{b}{r_0}\right)z_5{}^2}{12 \,.\, 2g} \quad . \quad (4)$$

gesetzt wird, wenn in beschriebener Weise

$$\text{für} \qquad r = r_0 - \frac{b}{2} \quad r_0 - \frac{b}{4} \quad r_0 \quad r_0 + \frac{b}{4} \quad r_0 + \frac{b}{2}$$
$$z = \quad z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5$$

bestimmt worden ist. Dabei ist z_3 selbstverständlich $= 0$.

Zur Beurtheilung der Widerstandshöhe, welche dem im Allgemeinen nicht normalen Ausflusse aus der Turbine entspricht, ist zu bedenken, dass das Verhältniss der mittleren Normalcomponente (Axialcomponente) dieser Ausflussgeschwindigkeit u_2 zur mittleren Normalcomponente $u \sin \alpha$ der Zuflussgeschwindigkeit zur Turbine = ist dem umgekehrten Verhältnisse der betreffenden wirksamen Austrittsflächen, multiplicirt mit dem Verhältnisse der gleichzeitig hindurchfliessenden Wassermengen, d. h.

$$= \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Nimmt man nun an, dass die Normalcomponente von u_2 in irgend einem Axenabstande r zu der demselben entsprechenden Geschwindigkeitscomponente $u \sin \alpha$ dasselbe Verhältniss (5) besitzt, so ergiebt sie sich in Fig. 35

$$= V'C' = \varphi \frac{k k_1 b}{k_2 b_2} \,.\, VC,$$

wenn VC senkrecht, UC parallel AX, also die Strecke $VC = u \sin \alpha$ gemacht wird. Macht man dann weiter $V'A'$ gleich und parallel $VA = v$, den Winkel $V'A'W = \delta$, bestimmt durch

$$tg\,\delta = \frac{r}{r_0}\,tg\,\delta_0$$

analog Gl. (3), zieht ferner $C'W$ parallel $V'A'$ bis zum Schnittpunkte W mit $A'W$, so ist $V'W = u_2$. Die gesuchte Widerstandshöhe ist als Ueberschuss des analog Gl. (4) zu bestimmenden Mittelwerthes von $\frac{u_2^2}{2g}$ über denjenigen Werth dieser Geschwindigkeitshöhe zu betrachten, welcher für den normalen Ausfluss im mittleren Axenabstande r_0 gilt.

Im Durchschnitt werde gemäss den Bemerkungen am Anfange dieses Paragraphen

$$b = b_2 \qquad m = 0,5 \qquad \varepsilon = 0,8 \qquad \varphi\frac{kk_1}{k_2} = 0,9$$

angenommen, womit für $\alpha_0 = 20^0$ sich auch $\delta_0 = 20^0$ ergab, sowie

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0,047\,H \text{ für } r = r_0.$$

Um die in Rede stehenden Widerstandshöhen im Verhältnisse zu H zu finden, ist der Werth von H gleichgültig. Wird aber $H = 5$ angenommen, so ist nach §. 31, Gl. (4), (7) und (8):

$$u = 7,00 \qquad v_0 = 5,96 \qquad \beta_0 = 75\,^1/_2{}^0.$$

Wird endlich noch $b = 0,32\,r_0$ angenommen und die Zeichnung gemäss Fig. 35 für die 5 verschiedenen Werthe von r nach Mass ausgeführt, so wird ersichtlich, dass das Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche zum Halbmesser r_0 mit Stoss gegen die concave Hinterfläche der Schaufeln einfliesst und entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst (beidem entspricht Fig. 35), ausserhalb jener mittleren Cylinderfläche aber mit Stoss gegen die vordere Schaufelfläche einfliesst und im Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst. Die Widerstandshöhen, welche dem mangelhaften Einflusse und Ausflusse entsprechen, ergeben sich unter den angenommenen mittleren Umständen nahe gleich gross und zusammen $= 0,004\,H$. —

Obgleich somit der fragliche Effectverlust nicht erheblich ist, und seine Vermeidung durch Abänderung der Schaufelform stets auf mehr oder weniger zweifelhaften Annahmen beruhen wird, mag doch noch die am Ende von §. 36 erwähnte Schaufelform für gänzlich stossfreien Einfluss und normalen Ausfluss nach v. Reiche erläutert werden.*

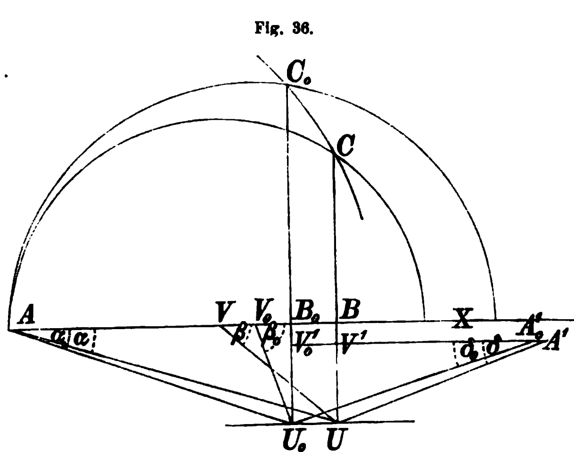
* Siehe die analoge Darstellung in G. Herrmann's Bearbeitung der 5. Auflage von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abtheilung, §. 128.

Für den mittleren Halbmesser r_0 sei in Fig. 36, in welcher AX als horizontale Gerade vorausgesetzt wird,

$$AV_0 = v_0, \quad AU_0 = u_0, \quad \text{Winkel } V_0AU_0 = \alpha_0.$$

Dann ist auch $V_0U_0 =$ der entsprechenden relativen mittleren Zuflussgeschwindigkeit w_0 und, sofern jene Werthe den Bedingungen stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses gemäss bestimmt wurden, Winkel $XV_0U_0 = \beta_0$; wird U_0V_0' im Verhältnisse (5) $< U_0B_0$ gemacht, $V_0'A_0'$ horizontal und $= v_0$, so ist Winkel $V_0'A_0'U_0 = \delta_0$. Auch gilt dann nach §. 30, Gl. (9) die Beziehung:

Fig. 36.



$$\varepsilon H = \frac{u_0 v_0 \cos \alpha_0}{g} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (6).$$

Wenn über AX aus V_0 als Mittelpunkt mit dem Halbmesser $V_0A = v_0$ ein Halbkreis beschrieben und bis zum Schnittpunkte C_0 mit demselben die verticale Gerade $U_0B_0C_0$ gezogen wird, so ist $AB_0 = u_0 \cos \alpha_0$ und folglich nach (6):

$$AC_0 = \sqrt{2v_0 \,.\, u_0 \cos \alpha_0} = \sqrt{2g\,\varepsilon H} \quad \dots\dots\dots \quad (7).$$

Wird nun gefordert, dass das Wasser in allen Entfernungen r von der Axe mit derselben Geschwindigkeit axial ausfliesst, und wird angenommen, dass die Axialcomponente der Zuflussgeschwindigkeit u für jeden Werth von r zu jener Ausflussgeschwindigkeit dasselbe durch (5) bestimmte Verhältniss hat, so muss auch $u \sin \alpha$ unabhängig von r sein, also der Endpunkt U der irgend eine Geschwindigkeit u in Fig. 36 darstellenden Strecke AU in der durch U_0 gezogenen Horizontalen liegen. Wenn ferner in der beliebigen Axenentfernung r nicht nur der Ausfluss axial, sondern auch der Einfluss ohne Stoss stattfinden soll, so stehen u, v, α in einer der Gleichung (6) analogen Beziehung, und muss dann auch die Verticale durch U den aus V mit dem Halbmesser $VA = v$ über AX beschriebenen Halbkreis in einem solchen Punkte C schneiden, dass analog Gl. (7)

$$AC = \sqrt{2g\varepsilon H}, \text{ also } = AC_0$$

ist, sofern dem hydraulischen Wirkungsgrad ε auch mit Bezug auf den beliebigen Radius r der Mittelwerth zugeschrieben werden kann, welcher in Gl. (7) gemeint ist. Wird letzteres angenommen, was voraussetzt, dass die Bewegung der Wassertheilchen in allen Axenabständen r durch Widerstände von gleicher Gesammtwirkung pro Masseneinheit beeinflusst wird, dann ergiebt sich der Punkt U, indem der aus V mit dem Halbmesser VA beschriebene Halbkreis durch einen aus A mit dem Halbmesser AC_0 beschriebenen Kreisbogen in C geschnitten, und durch C die Verticale bis zum Schnittpunkte U mit der Horizontalen durch U_0 gezogen wird. So findet man die Schaufelwinkel

$$UAV = \alpha \quad \text{und} \quad UVX = \beta$$

für den betreffenden Axenabstand r. Wird UV' im Verhältnisse (5) $< UB$, $V'A'$ horizontal und $= v$ gemacht, so ist

$$\text{Winkel } V'A'U = \delta.$$

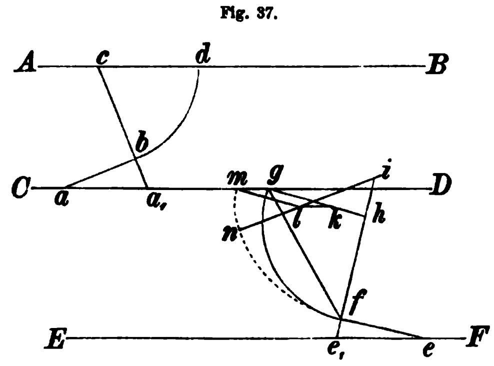
Entsprechend den für einige Werthe von r bestimmten Winkeln α, β, δ können die betreffenden Profile gezeichnet werden, und sind dann die Schaufelflächen (die Flächen von Leit- und Turbinenschaufeln) so zu gestalten, dass sie von bezüglichen coaxialen Cylinderflächen in jenen (auf diese Cylinderflächen aufgewickelten) Profilen geschnitten werden.

Während bei den üblichen nach normalen Schraubenflächen gestalteten Schaufelflächen alle Winkel α, β, δ mit wachsendem r abnehmen, erkennt man aus der Figur 36, welche ausser für den Mittelwerth r_0, für ein kleineres r gezeichnet ist, dass hier bezüglich auf α und besonders auf β das Umgekehrte stattfindet. Auch ist ersichtlich, dass u mit wachsendem r abnimmt, was nach Obigem als den Umständen in der That entsprechend anzusehen ist. Ob freilich bei einer mit solchen Schaufeln ausgestatteten Axialturbine in dem Grade, wie es nach der Construction der Fall sein sollte, u mit wachsendem r abnimmt, der Spaltendruck und die Ueberdruckwirkung (Reactionswirkung) zunimmt, bleibt abhängig von der Richtigkeit der zu Grunde liegenden Annahmen. —

Die Verzeichnung eines Schaufelprofils bei gegebenen Schnittwinkeln α, bezw. β und δ, mit Rücksicht auf die Erwägungen im §. 36, insbesondere auch so, dass der Ausfluss aus den Canälen ohne Contraction mit (parallelen Bahnen der Wassertheilchen) stattfindet, wozu die ebenen Abwickelungen der Profile hier an den Enden geradlinig auslaufen müssen, hat keine Schwierigkeit. Sind in Fig. 37 die horizontalen Geraden AB, CD, EF die ebenen Abwickelungen der Durchschnittskreise

der Ein- und Austrittsflächen des Leit- und Laufrades mit der Cylinderfläche zu einem gewissen Radius r, ist aa_1 = der betreffenden Theilung des Leitrades, Winkel $a_1ab = \alpha$ und die Gerade a_1bc senkrecht zu ab, so kann das betreffende Leitschaufelprofil aus dem Kreisbogen db, beschrieben aus dem Mittelpunkte c mit dem Halbmesser cb, und aus der Geraden ba zusammengesetzt werden. Ist ebenso ee_1 = der betreffenden Theilung des Laufrades, Winkel $e_1ef = \delta$ und die Gerade e_1fhi senkrecht zu ef, Winkel $hfg = \frac{\beta + \delta}{2}$ und h die Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks auf der Grundlinie fg, so ist dessen Winkel an der Spitze

Fig. 37.



$$fhg = 2\left(90^0 - \frac{\beta + \delta}{2}\right) = 180^0 - (\beta + \delta)$$

= dem erforderlichen Krümmungswinkel des betreffenden Turbinenschaufelprofils. Sollte also letzteres ausser aus dem geradlinigen Endstücke ef aus einem einzigen Kreisbogen fg gebildet werden, so wäre h dessen Mittelpunkt, $hf = hg = \varrho'$ der Halbmesser. Sollte aber der bogenförmige Theil des Profils aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 zusammengesetzt werden, welche z. B. in einer Beziehung gemäss §. 36 zu einander stehen, so sei in der Figur $gk = \varrho_1$ und $fi = \varrho_2$, kl parallel CD und $il = \varrho_2 - \varrho_1$, wodurch der Punkt l bestimmt ist, endlich lm parallel hg bis zum Schnittpunkte m mit CD; der fragliche Bogen besteht dann aus den Kreisbögen mn und fn, bezw. aus l und i mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 beschrieben, im Punkte n mit gemeinsamer Tangente in einander übergehend. —

Schliesslich sei darauf hingewiesen, dass die seitenschlächtige Ueberdruckturbine sich besonders dazu eignet, um, wie es mehrfach geschehen ist, als Doppelturbine mit horizontaler Axe angeordnet zu werden; durch die Anordnung beider Turbinen zugleich als Rohrturbinen wird dabei die Verschiedenheit der Höhe, in welcher die verschiedenen Wassertheilchen aus den Turbinen ausfliessen, fast ganz unschädlich gemacht. Zwischen denselben befindet sich ein von oben durch das gemeinschaftliche Einfallrohr gespeister und von der horizontalen Welle quer durch-

setzter Behälter, aus welchem das Wasser in der Richtung dieser Welle nach beiden Seiten durch die festliegenden Leiträder hindurch in die auf der Welle festgekeilten Turbinen einfliesst; der Ausfluss erfolgt in sich anschliessende, gleichfalls von der Welle durchsetzte Kammern, aus welchen das Wasser durch zwei Abfallröhren in das Unterwasser abfliesst.

Eigenartig ist die Doppelturbine von Schiele, gewöhnlich als Unterwasserturbine mit verticaler Axe angeordnet. Bei ihr stossen die beiden Turbinen unmittelbar zusammen, so dass sie zu einem Rade mit entgegengesetzter Schaufelung auf den beiden Seiten der Mittelebene vereinigt sind. Nahe dieser Mittelebene fliesst das Wasser, nach beiden Seiten sich theilend, aus einem Leitrade zu, welches die Turbine umgiebt und seinerseits von einem spiralförmigen Einlaufe umgeben wird, in welchen sich das Wasser aus der Einfallröhre in tangentialer Richtung ergiesst.

Der Vortheil solcher axialen Doppelturbinen besteht in der Kleinheit oder gänzlichen Beseitigung des axialen Drucks und der entsprechenden Axenreibung. Dabei ist die Schiele'sche Turbine zwar sehr compendiös, gewährt aber bei den weniger einfachen Bahnen der Wassertheilchen geringere Sicherheit eines correcten und stossfreien Einlaufs.

§. 39. Seitenschlächtige Druckturbinen.

Zum Anschlusse von weiteren Erörterungen in Betreff dieser in neuerer Zeit besonders häufig ausgeführten Turbinengattung werde vor Allem ein Beispiel gerechnet. Es sei eine Turbine dieser Art zu entwerfen, welche

$$N = 40 \text{ Pferdestärken bei } H = 2{,}5 \text{ Mtr. Gefälle}$$

nutzbar machen soll. Mit $\varphi = 1$ und den vorläufigen Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \eta = 0{,}76$$

ergiebt sich die Aufschlagwassermenge

$$Q = \frac{0{,}075}{\eta}\frac{N}{H} = 1{,}579 \text{ Cubikmtr.}$$

Sofern es sich um eine Ueberwasserturbine handelt, ist Gleichung (12) im §. 30 für die vorläufige schon möglichst angenähert zutreffende Annahme der Charakteristik m massgebend. Wird die Geschwindigkeitshöhe, welche der Abflussgeschwindigkeit c_2 im Untergraben entspricht,

$$\frac{c_2^2}{2g} = 0{,}05 \text{ Mtr., entsprechend } c_2 \text{ nahe } = 1 \text{ Sek. Mtr.}$$

angenommen, und die Höhe des Spalts über dem Unterwasserspiegel (etwas grösser, als die Höhe des Laufrades) vorläufig zu

$$H_1 = 0,3 \text{ Mtr.}$$

geschätzt, so ist nach der angezogenen Gleichung:

$$\frac{u^2}{2g} = H + \frac{c_2{}^2}{2g} - H_1 - \varrho H = (0,9 - \varrho) H,$$

und mag danach vorläufig entsprechend $\varrho = 0,06$

$$m = \frac{u^2}{2gH} = 0,84$$

angenommen werden. Mit den weiteren Annahmen:

$$r_1 = r_2 = r, \quad \alpha = 20^0, \quad b_2 = 1,75 b$$

folgt aus §. 31, Gl. (18) vorläufig

$$\delta = 19^0 9' \text{ mit der Schätzung: } \frac{k k_1}{k_2} = 0,9.$$

Dieser Näherungswerth von δ, welcher noch zu berichtigen bleibt, soll einstweilen nur die Angemessenheit der zu Grunde liegenden Annahmen erkennen lassen. Aus den Gleichungen (8), (7), (4), (1) im §. 31 ergiebt sich aber jetzt:

$$\beta = 38^0 18' \qquad v_1 = v_2 = v = 3,253 \text{ Sek. Mtr.}$$
$$u = 6,418 \text{ Sek. Mtr.} \qquad w = 3,543 \;\;\text{„} \;\;\text{„}$$

Zur Feststellung des mittleren Halbmessers r werde von einem passenden ungefähren Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{r}$ ausgegangen. Es erscheint rathsam, dasselbe kleiner anzunehmen, als bei Ueberdruckturbinen, weil die Verschiedenheit der Verhältnisse in verschiedenen Entfernungen von der Axe bei Druckturbinen nachtheiliger ist; auch ist es zulässig unbeschadet angemessener Grösse von r, weil der Factor u in Gl. (1), §. 32, bei gleichem Gefälle hier grösser ist. Aus dieser Gleichung folgt mit der vorläufigen Annahme $k k_1 = 0,8$:

$$\frac{b}{r} r^2 = 0,1431$$

und daraus z. B. $r = 0,846$ für $\frac{b}{r} = 0,2$

$$r = 0,756 \text{ für } \frac{b}{r} = 0,25.$$

Festgesetzt werde $r = 0,8$ Mtr., dann im Anschlusse an §. 32, Gl. (4):

$$s = s_1 = s_2 = 0,005 \text{ Mtr.}$$

bei Voraussetzung von Schaufeln aus Blech. Nach Gl. (5) desselben Paragraph wäre 44 eine passende Schaufelzahl. Dieselbe für das Leitrad ($= z$) und für das Laufrad ($= z_1$) gleich gross zu wählen, würde zur Folge

haben, dass die periodischen Ungleichförmigkeiten der Vorgänge im Spalt, welche durch die Schaufeldicken verursacht werden, bei allen Canälen gleichzeitig in gleicher Weise verlaufen, was nicht erwünscht sein kann. Wenn aber zu besserer Vertheilung dieser Ungleichförmigkeiten z und z_1 verschieden gemacht werden, so ist es fraglich, ob $z_1 > z$, wie es meistens geschieht, oder ob $z > z_1$ mehr zu empfehlen sei. Bei Druckturbinen, welche durch vollständigen Abschluss von Leitcanälen regulirt werden sollen, dürfte letzteres vorzuziehen sein; insbesondere für das Beispiel sei

$$z = 46 \text{ und } z_1 = 40.$$

Damit ergiebt sich nach §. 31, Gl. (9) und (10):

$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr. und } a_1 = 0{,}0728 \text{ Mtr.,}$$

$$k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0{,}936 \text{ und } k_1 = \frac{a}{a + s} = 0{,}866$$

sowie nach Gl. (12) desselben Paragraph:

$$b = \frac{Q}{kzau} = 0{,}176 \text{ Mtr. } = 0{,}22\,r.$$

Die Weite a_2 der Turbinenencanäle am Ende und den genaueren Werth des Winkels δ findet man jetzt aus den Gleichungen (6) des §. 32; nämlich mit

$$A = \frac{m}{\varepsilon} kk_1 \frac{b}{b_2} \sin 2\alpha = 0{,}3126 \text{ und } e_2 = \frac{2\pi r}{z_1} = 0{,}1256$$

ergiebt sich für a_2 die Gleichung:

$$11{,}234\, a_2^2 + 0{,}01\, a_2 = 0{,}01575,$$

daraus $a_2 = 0{,}0370$ Mtr.,

$$\text{dann } \delta = 19^0 32', \text{ auch } k_2 = \frac{a_2}{a_2 + s_2} = 0{,}881.$$

Aus §. 31, Gl. (2) folgt noch

$$u_2 = v\, tg\, \delta = 1{,}154 \text{ Sek. Mtr., } w_2 = \frac{v}{\cos \delta} = 3{,}452 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = 0{,}0679 = 0{,}027\, H.$$

Die relative Geschwindigkeit w_1, mit welcher das Wasser seine Bewegung durch die Turbinencanäle beginnt, ist etwas $< w$ wegen des Stosses gegen die Schaufeln, welcher, wie im §. 29 besprochen, durch die Schaufeldicken verursacht wird. Wenn der betreffende Gefällverlust zu 0,01 H geschätzt wird, so ist nach der Bestimmung im §. 33 unter 2) ungefähr zu setzen:

$$w_1 = w \cos 12^0 = 3{,}466 \text{ Sek. Mtr.}$$

In Uebereinstimmung mit der vorläufigen Annahme $H_1 = 0,3$ Mtr. werde endlich die Höhe der Turbine auf

$$H_1 - H_2 = 0,28 \text{ Mtr.} = 0,35\, r$$

festgesetzt, dabei die Höhe ihrer Unterfläche über dem Unterwasserspiegel

$$H_2 = 0,02 \text{ Mtr.}$$

und die Höhe des Leitrades = 0,22 Mtr.

Unter der Voraussetzung, dass die Schaufeln in üblicher Weise nach normalen Schraubenflächen gestaltet werden, deren erzeugende Gerade die Axe und ausserdem ein in der mittleren coaxialen Cylinderfläche liegendes Schaufelprofil rechtwinklig schneidet, welches den berechneten Winkeln α, bezw. β und δ entsprechend auf noch weiter zu besprechende Weise in einer Ebene verzeichnet und auf die mittlere Cylinderfläche durch Aufwickelung der Zeichnungsebene übertragen wird, ist nun aber daran zu erinnern, dass dann nach vorigem Paragraph das in die Turbine einfliessende Wasser innerhalb der mittleren Cylinderfläche gegen die concaven Hinterflächen, ausserhalb gegen die convexen Vorderflächen stossen würde. Letzteres ist bei Druckturbinen durchaus zu vermeiden, weil es eine unregelmässige Hin- und Herbewegung des einfliessenden Wassers zwischen den Schaufeln, eine Störung der sicheren Führung durch die vordere dieser Schaufeln verursachen würde. Es wird deshalb die mittlere Umfangsgeschwindigkeit v in solchem Masse zu verkleinern sein, dass in grösster Entfernung von der Axe

$$r_e = r + \frac{b}{2} = 0,888 \text{ Mtr.} = 1,11\, r$$

das Wasser ohne Stoss einfliesst, wenn dann auch im Durchschnitt dieser Stoss erheblicher und der Ausfluss weniger normal ist, als es bei einem in der mittleren Entfernung stossfreien Einflusse der Fall sein würde. Sind α_e und β_e die betreffenden Schaufelwinkel in der Axenentfernung r_e, so ist

$$tg\,\alpha_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\alpha \quad \text{und} \quad tg\,\beta_e = \frac{r}{r_e}\, tg\,\beta$$

$$\alpha_e = 18^0 9' \qquad \beta_e = 35^0 26'$$

und die Umfangsgeschwindigkeit im Abstande r_e von der Axe, welche dem stossfreien Einflusse an dieser Stelle entspricht, gemäss §. 31, Gl. (1):

$$v_e = u\,\frac{\sin(\beta_e - \alpha_e)}{\sin\beta_e} = 3,077.$$

Entsprechend ist dann im mittleren Abstande

$$v = \frac{r}{r_e} v_e = 2,772$$

und die entsprechende, voraussichtlich nahe vortheilhafteste Zahl von Umläufen pro Minute:

$$n = 9,55 \frac{v}{r} = 33,1. —$$

Bevor nun die der bisherigen Rechnung zu Grunde liegenden Annahmen bezüglich der Coefficienten ε, η und m geprüft und danach nöthigenfalls die Rechnungsergebnisse corrigirt werden, mögen die **Schaufelkrümmungen** für den mittleren Axenabstand festgestellt werden, welche von Einfluss auf jene Prüfung sind. Die Forderung eines ganz contractionslosen, nämlich in genau parallelen Bahnen stattfindenden Ausflusses aus den Canälen, welche bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen zu geradlinig auslaufenden Schaufelprofilen führte, ist bei Druckturbinen ohne wesentliche Bedeutung. Was also für das vorliegende Beispiel zunächst das **mittlere Profil einer Leitschaufel** betrifft, so kann es passend vom Anfang bis zum Ende gekrümmt sein, z. B. als ein Kreisbogen, dessen Halbmesser ϱ' mit Rücksicht auf die Höhe des Leitrades = 0,22 Mtr. und mit Rücksicht auf die Schnittwinkel $\alpha_0 = 90^0$ und $\alpha = 20^0$ sich zu

$$\varrho' = \frac{0,22}{\sin 70^0} = 0,234 \text{ Mtr.}$$

ergeben würde. Wegen der beträchtlichen Geschwindigkeitszunahme des Wassers in den Leitcanälen von u_0 bis ku (letztere Geschwindigkeit auf den vollen Endquerschnitt bezogen), also im Verhältnisse

$$\frac{ku}{u_0} = \frac{a_0}{a} = \frac{0,1042}{0,0324} = \sqrt{10,34}$$

wegen

$$a_0 = \frac{2\pi r}{z} - \delta = \frac{2\pi . 0,8}{46} - 0,005 = 0,1042$$

bei Voraussetzung constanter Breite b des Leitradkranzes, ist es jedoch besser, den Krümmungshalbmesser von ϱ_0 bis ϱ wachsen zu lassen, indem etwa ϱ_0 ebenso viel $< \varrho'$, wie $\varrho > \varrho'$ genommen wird. Geschähe das nach §. 36 in solchem Grade, dass

$$\frac{0,04 + \left(\frac{a_0}{2\varrho_0}\right)^{3,5}}{0,04 + \left(\frac{a}{2\varrho}\right)^{3,5}} = \left(\frac{ku}{u_0}\right)^2 = 10,34$$

ist, so würde hier ϱ_0 in solchem Grade $< \varrho$ werden, dass die zu Grunde liegende Krümmungswiderstands-Formel, deren Anwendung hier an und

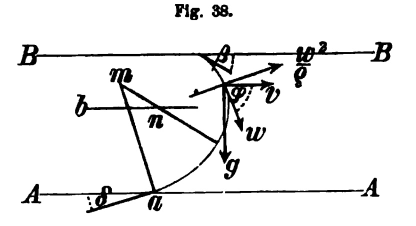
für sich nur schwach begründet ist, selbst näherungsweise nicht mehr als massgebend zu betrachten wäre. Zur Annäherung an das Ziel eines constanten und so im Durchschnitte möglichst kleinen specifischen Krümmungswiderstandes mag es genügen, das Leitschaufelprofil aus 2 Kreisbögen zu bilden mit den Halbmessern:

$$\varrho_0 = 0{,}156 \text{ Mtr. und } \varrho = 0{,}312 \text{ Mtr.},$$

entsprechend $\varrho_0 + \varrho = 2\,\varrho'$ und $\varrho = 2\,\varrho_0$.

Für die Krümmung des mittleren Profils einer Turbinenschaufel ist nach §. 36 vor Allem die Forderung massgebend, dass jedes Wassertheilchen einen beständig nach vorn gegen die concave Seite der vorderen Schaufel hin gerichteten Druck auf dieselbe ausüben soll. Derselbe wird hier nur durch die relative Centrifugalkraft und durch die Schwerkraft verursacht; er ist an einer Stelle, wo die relative Geschwindigkeit w mit der Peripheriegeschwindigkeit v des betreffenden Schaufelpunktes den Winkel φ bildet (siehe Fig. 38) und der Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils $= \varrho$ ist, pro Masseneinheit

Fig. 38.



$$= \frac{w^2}{\varrho} - g \cos \varphi \quad . \; . \; . \; . \; (1),$$

indem die absolute Centrifugalkraft $= \omega^2 r$ und die zusammengesetzte Centrifugalkraft $= 2\,\omega\, w \cos \varphi$ radial gerichtet sind. Damit jener Normaldruck positiv sei, muss, wenn φ ein spitzer Winkel ist (φ ist von β bis $180^0 - \delta$ veränderlich),

$$\varrho < \frac{w^2}{g \cos \varphi}$$

sein, insbesondere im Anfangspunkte: $\varrho_1 < \frac{w_1^{\,2}}{g \cos \beta}$, für das vorliegende Beispiel: $\varrho_1 < 1{,}22$ Mtr. Für $\varphi > 90^0$ dürfte ϱ jede beliebige Grösse haben. Thatsächlich wird dadurch die Krümmung des mittleren (auf einer Ebene abgewickelten) Schaufelprofils nicht beschränkt; denn würde es als Kreisbogen verzeichnet, so wäre dessen Halbmesser bei der Turbinenhöhe von 0,28 Mtr. nur

$$\varrho' = \frac{0{,}28}{\cos \beta + \cos \delta} = 0{,}162 \text{ Mtr.}$$

Dieser constante Krümmungshalbmesser werde vorläufig angenommen, weil der Krümmungswiderstand hier von geringerer Bedeutung ist und übrigens die Gleichung

$$\frac{0{,}04 + \left(\frac{a_1}{2\varrho_1}\right)^{3,5}}{0{,}04 + \left(\frac{a_2}{2\varrho_2}\right)^{3,5}} = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$$

wegen $a_2 < a_1$ und $w_2 < w_1$ sogar einen abnehmenden Krümmungshalbmesser des Schaufelprofils bedingen würde. —

Zur Controle des für den hydraulischen Wirkungsgrad angenommenen Werthes ($\varepsilon = 0{,}8$) gemäss §. 33 kann hier vom hydraulischen Widerstande auf der Strecke vom Oberwasserspiegel bis zum Leitapparat ohne in Betracht kommenden Fehler abgesehen werden; noch kleiner ist hier der Einflusswiderstand in letzteren, so dass für die Bewegung bis zum Spalt der Widerstand im Wesentlichen nur aus dem Leitungs- (Reibungs-) und aus dem Krümmungswiderstande der Leitcanäle besteht. Die betreffende Widerstandshöhe ergiebt sich aus Gl. (5) a. a. O.:

$$\varrho H = 0{,}175 \text{ Mtr.} = 0{,}07\, H,$$

ungefähr im Verhältnisse 2 : 5 den genannten zweierlei Widerständen entsprechend. In Betreff des durch die Schaufeldicken verursachten Uebergangswiderstandes vom Leitrade zum Laufrade werde die schon oben (bei Bestimmung von w_1) erwähnte Schätzung des fraglichen Gefällverlustes mit

$$\varrho_0 H = 0{,}01\, H$$

zu Grunde gelegt. Die Widerstandshöhen $\varrho_1 H$ und $\varrho_2 H$ werden nach den Gleichungen (8) und (11), §. 33,

$$\varrho_1 H = 0{,}031\, H \quad \text{und} \quad \varrho_2 H = 0{,}015\, H$$

gefunden, so dass die ganze hydraulische Widerstandshöhe

$$(\varrho + \varrho_0 + \varrho_1 + \varrho_2)\, H = 0{,}126\, H$$

sein würde, wenn nicht noch die durch die Schaufelform bedingten Abweichungen vom stossfreien Einflusse und normalen Ausflusse zu berücksichtigen wären, sowie unberechenbare Störungen der regelrechten Wasserbewegung, wie solche z. B. in noch zu besprechender Art durch die radial gerichteten zwei Ergänzungskräfte der relativen Bewegung in der Turbine verursacht werden können. Der Gefällverlust infolge der erstgenannten Abweichungen ist, wenn der Stoss beim Einflusse nur gegen die concaven Schaufelflächen ausgeübt werden soll, hier grösser, als er im vorigen Paragraph (beispielsweise $= 0{,}004\, H$) gefunden wurde; seine Bestimmung nach dem dort erklärten Verfahren ist aber bei der Unsicherheit der übrigen schädlichen Einflüsse entbehrlich. Wenn diese noch nicht in

Rechnung gebrachten nachtheiligen Umstände zusammen nach Schätzung durch eine Widerstandshöhe $= 0{,}034\,H$ berücksichtigt werden, so ist der resultirende Gefällverlust $= 0{,}16\,H$ und

$$\varepsilon = 1 - 0{,}16 = 0{,}84 \quad \text{statt} \quad 0{,}8$$

mit einiger Wahrscheinlichkeit als corrigirter Werth des hydraulischen Wirkungsgrades zu betrachten. Der auf die Axenreibung und den Luftwiderstand bezügliche Coefficient $\mu = 0{,}04$ erfordert nach §. 35 kaum eine Aenderung, so dass

$$\eta = \varepsilon - \mu = 0{,}8 \quad \text{statt} \quad 0{,}76$$

zu setzen ist.

Was die Annahme der Charakteristik $m = 0{,}84$ betrifft, so hat sich zwar die ihr zu Grunde liegende Annahme $H_1 = 0{,}3$ Mtr. als passend ergeben, aber statt $\varrho = 0{,}06$ ist schliesslich $\varrho = 0{,}07$ gefunden worden, so dass sich für m der corrigirte Werth 0,83 ergeben würde. Es ist aber zu bedenken, dass der gefundene Coefficient $\varrho = 0{,}07$ zum grössten Theile (mit 0,05) dem sehr unsicher berechneten Krümmungswiderstande der Leitcanäle entspricht, welcher sich durch Erhöhung des Leitrades (von 0,22 auf etwa 0,25 Mtr.) mehr verkleinern liesse, als der Reibungswiderstand dadurch vergrössert wird. Der Werth $m = 0{,}84$ kann deshalb als genügend bestätigt betrachtet werden, um als Charakteristik einer Druckturbine zu entsprechen.

Wegen der etwas veränderten Werthe von ε und η wird jetzt

$$Q = \frac{0{,}76}{0{,}8} \cdot 1{,}579 = 1{,}5 \text{ Cubikmtr.}$$

Unverändert können beibehalten werden (siehe §. 32 am Ende):

$$\alpha = 20^0, \quad \delta = 19^0\,32', \quad r = 0{,}8 \text{ Mtr.},$$
$$z = 46, \quad z_1 = 40, \quad s = s_1 = s_2 = 0{,}005 \text{ Mtr.},$$
$$a = 0{,}0324 \text{ Mtr.}, \quad a_2 = 0{,}0370 \text{ Mtr.}, \quad u = 6{,}418 \text{ Sek. Mtr.}$$

Bei Beziehung der Formelbezifferung auf §. 31 wird aber jetzt nach Gl. (7) daselbst:

$$v = \frac{0{,}84}{0{,}8} \cdot 3{,}253 = 3{,}416 \text{ Sek. Mtr.},$$

nach (8): $cotg\,20^0 - cotg\,\beta = \frac{0{,}84}{0{,}8}(cotg\,20^0 - cotg\,38^0\,18')$, also $\beta = 40^0$,

ferner nach (1):

$$w = u\,\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 3{,}415 \text{ Sek. Mtr.},$$

$$w_1 = w\cos 12^0 = 3{,}340 \text{ Sek. Mtr.}$$

Nach (2) sind u_2 und w_2 in demselben Verhältnisse wie v zu ändern, wird also

$$u_2 = \frac{0,84}{0,8} \, . \, 1,154 = 1,212 \text{ Sek. Mtr.}$$

$$w_2 = \frac{0,84}{0,8} \, . \, 3,452 = 3,625 \quad " \quad "$$

Nach Gl. (10) ist $a_1 + s_1$ proportional $\sin\beta$ zu corrigiren, wodurch

$$a_1 = 0,0757 \text{ Mtr., aber } k = \frac{a_1}{a_1 + s_1} = 0,938$$

so wenig von dem früheren Werthe (0,936) verschieden wird, dass $\frac{b_2}{b}$ nach (18) umgekehrt proportional ε geändert, also

$$\frac{b_2}{b} = \frac{0,8}{0,84} \, . \, 1,75 = \frac{5}{3}$$

gesetzt werden kann, sowie nach (12):

$$b \text{ proportional } Q, \text{ also } b = \frac{0,76}{0,8} \, . \, 0,176 = 0,165 \text{ Mtr.,}$$

$$b_2 = \frac{5}{3} \, . \, 0,165 = 0,275 \quad "$$

Diejenige mittlere Umfangsgeschwindigkeit endlich, welche (abgesehen vom Einflusse der Schaufeldicken) einem stossfreien Einflusse im grössten Axenabstande entsprechend, als vortheilhafteste zu betrachten ist, ergiebt sich durch eine der obigen analoge Rechnung:

$$v = 3,131 \text{ Sek. Mtr., dazu } n = 37,4. \text{ —}$$

Anstatt dem abgewickelten mittleren Profil der Turbinenschaufel hier einen constanten Krümmungsradius = 0,162 Mtr. zu geben, wie vorläufig angenommen wurde, könnte es vorgezogen werden, denselben gemäss einer der im §. 36 besprochenen Forderungen stetig veränderlich zu machen, insbesondere z. B. so, dass der Normaldruck pro Masseneinheit constant, nach obiger Gleichung (1) also

$$\frac{w^2}{\varrho} - g \cos\varphi = Const.$$

wird. Wenn aber auch das dabei in Betracht kommende Gesetz willkürlich und möglichst einfach angenommen wird, nach welchem hier w von w_1 in w_2 stetig übergeht unter dem Einflusse der Schwere und der Widerstände (die Widerstandshöhe, wenigstens = 0,031 H = 0,08 Mtr., ist gegen die Turbinenhöhe = 0,28 Mtr. nicht zu vernachlässigen), so würde doch die Umständlichkeit solcher Bestimmung in Missverhältniss zu ihrer Wichtig-

keit stehen. Wenn man sich aber damit begnügt, für den Anfang und für das Ende (für $\varphi = \beta$ und $\varphi = 180^0 - \delta$) die Krümmungshalbmesser ϱ_1 und ϱ_2 so zu bestimmen, dass

$$\frac{w_1^2}{\varrho_1} - g \cos \beta = \frac{w_2^2}{\varrho_2} + g \cos \delta$$

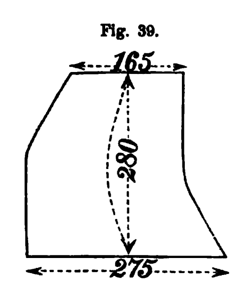
ist, so kann das leicht geschehen, indem eine der Grössen ϱ_1 und ϱ_2 oder eine zweite Beziehung zwischen ihnen angenommen wird. Wird z. B. $\varrho_1 = 0{,}14$ Mtr. = der halben Höhe der Turbine angenommen, so ergiebt sich $\varrho_2 = 0{,}21$ Mtr. $= 1{,}5\, \varrho_1$. In anderen Fällen würde umsomehr $\varrho_2 = \varrho_1$ werden, je grösser (und je weniger dann verhältnissmässig verschieden) w_1 und w_2 sind, je grösser also H ist.

Sollte das Profil aus zwei Kreisbögen mit den Halbmessern ϱ_1 und ϱ_2 gebildet werden, so wäre in Fig. 38 die Strecke $am = \varrho_2$ unter dem Winkel $90^0 - \delta$ gegen die Gerade AA, die Gerade bn zwischen den in der Entfernung = 0,28 Mtr. parallelen Geraden AA, BB im Abstande $\varrho_1 \cos \beta$ von BB zu ziehen, endlich $mn = \varrho_2 - \varrho_1$ zu machen; dann wären m und n die Mittelpunkte der beiden bezw. mit den Radien ϱ_2 und ϱ_1 zu beschreibenden Kreisbögen, welche in einem Punkte der verlängerten Geraden mn mit gemeinschaftlicher Tangente in einander übergehen. —|

Wenn, wie vorausgesetzt wurde, der Radkranz der Axialturbinen so gestaltet wird, dass die Mittellinie der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche gleiche Kreise sind, und wenn, was freilich beständig nur bei voller Beaufschlagung (auch bezüglich der Eintrittsfläche nur bei Abstraction vom Einflusse der Schaufeldicken) der Fall sein kann, die Anfangs- und Endquerschnitte der Turbinencanäle ganz vom Wasserstrahl ausgefüllt werden, so wird dadurch ein gewisser Zwang auf das Wasser ausgeübt, sich näherungsweise in coaxialen Cylinderflächen durch die Turbine zu bewegen. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass in den nur unvollständig ausgefüllten Querschnitten der Canäle eine vorübergehende Ansammlung des Wassers an der äusseren oder inneren Kranzwand stattfindet infolge der Wirksamkeit radialer Kräfte, welche in der That in den beiden schon oben erwähnten Ergänzungskräften der relativen Bewegung vorhanden sind. Die erste derselben ist im Abstande r von der Axe $= \omega^2 r$ und nach aussen gerichtet, die zweite $= 2\,\omega\, w \cos \varphi$ und, während φ von β bis $180^0 - \delta$ zunimmt, anfangs, so lange $\varphi < 90^0$ ist, mit abnehmender Grösse auch nach aussen, später aber mit zunehmender Grösse nach innen gerichtet und absolut genommen schliesslich $= 2\,\omega\, w \cos \delta = 2\,\omega\, v$, also

doppelt so gross, als die auswärts gerichtete andere Kraft $\omega^2 r = \omega v$. Die Resultirende beider Kräfte ist also ebenso wie die zweite allein zuerst mit stetig bis Null abnehmender Grösse nach aussen, später mit stetig zunehmender Grösse nach innen gerichtet, und es wird dadurch eine Ansammlung des Wassers zuerst an der äusseren, dann an der inneren Wand des Radkranzes verursacht. Bis zu gewissem Grade wird dieser unerwünschten Ansammlung durch eine solche Form des Kranzquerschnittes (Fig. 39) entgegengewirkt werden können, dass die (in der Figur gestrichelte) Mittellinie einen nach aussen convexen Bogen bildet, und somit eine gewisse Radialbewegung möglich wird, ohne dass damit eine Ansammlung aussen oder innen verbunden zu sein braucht.

Fig. 39.



§. 40. Seitenschlächtige Stossturbinen.

Turbinen, in welchen das Wasser nur oder vorzugsweise durch Stoss wirkt, sind meistens als Axialturbinen, nämlich mit verticaler Axe und Wasserzuführung von oben gebaut worden; letztere findet in der Regel nur an einer Stelle, bezw. längs einem Theile des Umfanges statt. Wenn auch seltener, als früher, finden sich solche Stossräder auch heutzutage noch als Motoren kleiner Gewerbebetriebe in Gegenden, wo es bei reichlichen Wasserkräften weniger auf ökonomische Verwerthung derselben, als auf Einfachheit und Billigkeit der Einrichtungen ankommt.

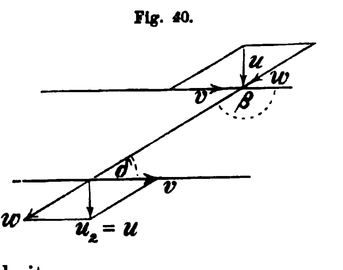
In ihrer einfachsten und ursprünglichsten Form sind sie mit rechteckigen ebenen Schaufeln ausgerüstet, welche von einer inneren hohlcylindrischen Kranzwand oder von einem massiven cylindrischen Radkörper in geneigter Stellung (unter etwa 45° gegen den Horizont und gegen die Axe geneigt) frei nach aussen hervorragen und von einem compacten Wasserstrahl eine nach der andern nahe normal getroffen werden. Vergrössert wird ihre Wirkung dadurch, dass die Schaufeln zwischen eine innere und eine äussere Kranzwand eingefügt und dass sie passend gekrümmt werden, wie es bei den Borda'schen und bei den Burdin'schen Turbinen der Fall ist, bei welchen letzteren zugleich die Richtung der Zuflussgeschwindigkeit durch Leitschaufeln in erhöhtem Grade gesichert wird. Die Wirkung solcher Turbinen nähert sich dann derjenigen der besseren Partial-Druckturbinen, indem sich die Stosswirkung mit stetiger Druckwirkung verbindet, auch jene zu Gunsten dieser verkleinert wird. Ist auch der von Borda auf $\eta = 0{,}75$ veranschlagte Wirkungsgrad seiner

Turbine zu bezweifeln, so haben doch Versuche mit einer Burdin'schen Turbine $\eta = 0{,}67$ ergeben.

Wesentlich zu verhältnissmässig so günstigen Ergebnissen ist eine genügende Zahl von Schaufeln und die Wasserzuführung in bestimmter Richtung; der Wirkungsgrad der ähnlich beschaffenen, im südlichen Frankreich vorkommenden sogenannten Kufenräder mit nur 9 krummen Schaufeln zwischen Kranzwänden und mit mangelhafter Wasserzuführung (am ganzen Umfange zugleich) wurde höchstens $= 0{,}27$ gefunden. Kaum weniger unvollkommen sind die hierher gehörigen sogenannten Danaiden, axiale Stossräder, deren Kranz bei grosser Höhe die Form eines nach unten sich verjüngenden Hohlkegels hat und durch Scheidewände in Kammern, bezw. in Canäle getheilt ist, aus welchen das oben in schräger Richtung stossend eingeflossene Wasser unten, wo die Umfangsgeschwindigkeit klein ist, nahe vertical ausfliesst.

Zu den Stossrädern gehört auch die Schraubenturbine, wie sie von Plataret für eine Spinnerei zu St. Maur bei Paris erbaut wurde. Sie ist eine seitenschlächtige Turbine mit verticaler Axe ohne Leitrad und ohne äussere Kranzwand, welche vielmehr durch einen festliegenden cylindrischen Mantel ersetzt ist, in welchem die Turbine mit möglichst kleinem Spielraum umläuft, während die innere Kranzwand als röhrenförmige Nabe die Schaufeln trägt, deren Breite b somit nur wenig kleiner ist, als der äussere Halbmesser r_e. Die Zahl der Schaufeln ist nur $= 2$; aber dieselben, als gewöhnliche normale Schraubenflächen von constantem Steigungsverhältnisse gestaltet, bilden zwei ganze Umgänge in dem Rade von entsprechend vergrösserter Höhe. Die ebene Abwickelung eines Schaufelprofils ist also geradlinig (Fig. 40), der Schnittwinkel $\beta = 180^0 - \delta$. Indem ohne Leitrad die Zuflussgeschwindigkeit u als normal zur Eintritttsfläche, hier als vertical gerichtet anzunehmen ist, lässt die Figur erkennen, dass in einem gewissen Axenabstande r der stossfreie Einfluss eine Umfangsgeschwindigkeit

Fig. 40.



$$v = u \cot g\, \delta$$

erfordern würde, und weil des constanten Canalquerschnittes wegen die relative Ausflussgeschwindigkeit $=$ der relativen Einflussgeschwindigkeit w wäre (womit eine Ueberdruckwirkung ausgeschlossen ist), so würde dann zwar zugleich der Ausfluss normal sein, aber auch die absolute Ausflussgeschwindigkeit $=$ der Zuflussgeschwindigkeit u, so dass eine nützliche

Wirkung des Wassers auf das Rad nicht stattfinden könnte. Das wirksame Gefälle, welches bei Voraussetzung stossfreien Einflusses und normalen Ausflusses nach §. 30, Gl. (9) proportional $\cos \alpha$ ist, wird in der That = Null für $\alpha = 90^0$. In der Schraubenturbine kann somit das Wasser nur durch Stoss wirken, so dass, da dieser Stoss nicht in allen Entfernungen von der Axe gleich vortheilhaft stattfinden wird, ihr Wirkungsgrad wesentlich $< 0{,}5$ sein muss. Damit die Schaufeln im Axenabstande r gegen ihre hinteren Flächen gestossen werden, muss, wie Fig. 40 erkennen lässt,

$$v < u \operatorname{cotg} \delta$$

sein. Thatsächlich bedingt diese Ungleichung überall einen Stoss gegen die hinteren Schaufelflächen, indem sie von r unabhängig ist. Unter h die Höhe der Turbine verstanden, kann sie nämlich geschrieben werden:

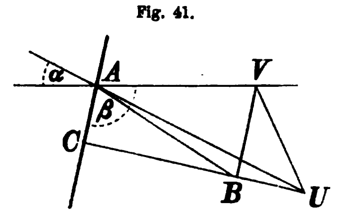
$$r\omega < u\frac{2\pi r}{h} \quad \text{oder} \quad \omega < \frac{2\pi u}{h} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Endlich gehört hierher eine auch als Schraubenrad (Roue Hélice à axe horizontal) bezeichnete eigenthümlich angeordnete Turbine, von Girard zum Betriebe einer Chocoladefabrik in Noisiel s. M. gebaut für ungefähr $H = 0{,}5$ Mtr. und $Q = 3$ Cubikmtr. Indem sie mit horizontaler Axe unmittelbar in den Wasserstrom des (an der betreffenden Stelle entsprechend cylindrisch gestalteten) Zuführungsgerinnes ungefähr zur Hälfte eintaucht, entspricht sie einem unterschlächtigen Wasserrade, wobei aber die Stosswirkung durch die Druckwirkung gegen die gekrümmten Schaufeln unterstützt wird. Leitschaufeln sind zwar nicht vorhanden, aber es wird durch conoidisch zugespitzte, im Gerinne befestigte Blechmäntel, welche sich an die inneren Umfänge der Eintrittsfläche und der Austrittsfläche des Radkranzes anschliessen, bei dem Zuflusse zu ersterer und bei dem Abflusse von letzterer eine stetige Aenderung der Wassergeschwindigkeit nach Grösse und Richtung in passender Weise gesichert. —

Wenn oben behauptet wurde, dass der Wirkungsgrad einer Schraubenturbine als eines reinen Stossrades jedenfalls $< 0{,}5$ sein müsse, so kann man schliesslich sich leicht davon überzeugen, dass in der That allgemein eine lebendige Kraft bewegten Wassers durch Stoss gegen eine bewegliche Fläche immer nur höchstens zur Hälfte auf dieselbe als Arbeit übertragen werden kann. Es sei nämlich $AU = u$ in Fig. 41 die Geschwindigkeit des stossenden Wassers, unter dem Winkel α gegen die Geschwindigkeit $AV = v$ geneigt, mit welcher die getroffene Schaufel oder sonstige feste Fläche AC ausweicht, welche eben und normal zur Ebene UAV sei. $VU = w =$ der relativen Ge-

schwindigkeit des Wassers gegen die Schaufel zerfällt in die zu derselben senkrechte, durch den Stoss vernichtete Componente $BU = w_1$ und in die Componente VB, welche parallel der Schaufel ist und in der Ebene UAV unter dem Winkel $CAV = \beta$ gegen v geneigt sei. Ohne weitere Aenderung dieser letzteren relativen Geschwindigkeit ist $AB = u_1$ die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser die Schaufel verlässt, und ist folglich die Arbeit, welche bei Abstraction von sonstigen Widerständen ausser dem Stossverluste pro Gewichtseinheit Wasser auf die Schaufel übertragen wurde,

Fig. 41.



$$L_1 = \frac{u^2 - u_1^2 - w_1^2}{2g}$$

oder, weil mit Rücksicht auf das Dreieck ABU

$$u^2 = u_1^2 + w_1^2 + 2u_1 w_1 \cos(ABC)$$

ist, dabei $u_1 \cos(ABC) = v \sin\beta$

$$\text{und } w_1 = UC - BC = u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta,$$

$$L_1 = \frac{u_1 w_1 \cos(ABC)}{g} = v \sin\beta \, \frac{u \sin(\beta - \alpha) - v \sin\beta}{g} \quad \ldots \quad (2).$$

Bei gegebenen Werthen von u, v, β ist diese Arbeit bei normalem Stosse ($\beta - \alpha =$ Winkel $UAC = 90^0$) am grössten und zwar

$$L_1 = v \sin\beta \, \frac{u - v \sin\beta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

welcher Ausdruck bei gegebener Geschwindigkeit u ein Maximum ist für

$$v \sin\beta = \frac{u}{2}, \text{ und zwar } L_1 = \tfrac{1}{2} \frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Z. B. bei der Schraubenturbine von Plataret ist $\alpha = 90^0$ und $\beta = 180^0 - \delta$, also nach (2):

$$L_1 = v \sin\delta \, \frac{u \cos\delta - v \sin\delta}{g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Damit das Wasser aus der vollen unteren Ringfläche

$$F = \pi (r_e^2 - r_i^2)$$

bei Abstraction von dem hier sehr kleinen Theile derselben, welcher von den zwei Schaufeln ausgefüllt wird, mit einer absoluten Geschwindigkeit $< u$ ausfliesse, kann es nur an einem Theile $= \frac{1}{p}$ der gleich grossen oberen Fläche zufliessen; selbst dann, wenn letztere nicht theilweise

materiell abgeschlossen wäre, würde sich bei normalem Betriebe von selbst eine nur partielle Beaufschlagung (unbeschadet continuirlichen Einflusses in jeden der beiden Canäle) herstellen. Mit Rücksicht auf (5) und mit $v = r\omega$ ist dann die Arbeit des Wassers, welches zwischen zwei coaxialen Cylinderflächen mit den Radien r und $r + dr$ dem Schraubenrade pro Sek. zufliesst,

$$dL = \gamma \cdot \frac{2\pi r}{p} dr \cdot u \cdot L_1$$

$$= \gamma \cdot \frac{2\pi}{p} u \frac{\omega}{g} \cdot r^2 \sin\delta (u \cos\delta - r\omega \sin\delta) dr$$

oder wegen $2\pi r \, tg\,\delta = h$, also

$$r \frac{d\delta}{\cos^2\delta} + tg\,\delta \cdot dr = 0; \quad \frac{dr}{r} = \frac{-d\delta}{\sin\delta\cos\delta}:$$

$$dL = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{2\pi}{p} u\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^3 \frac{\cos^3\delta}{\sin^2\delta} \left(u\cos\delta - \omega \frac{h}{2\pi} \cos\delta\right) \frac{-d\delta}{\sin\delta\cos\delta}$$

$$= -\frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) cotg^3\delta \, d\delta.$$

Durch Integration von $r = r_i$ bis $r = r_e$ und entsprechend von $\delta = \delta_i$ bis $\delta = \delta_e$ folgt daraus mit der Bezeichnung

$$J = -\int_{\delta_i}^{\delta_e} cotg^3\delta \, d\delta = \int_{\delta_e}^{\delta_i} cotg^3\delta \, d\delta$$

$$L = \frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u\omega \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \left(u - \omega \frac{h}{2\pi}\right) J \quad \ldots \ldots \ldots (6).$$

Insoweit diese Arbeit von ω abhängt, ist sie unter übrigens gegebenen Umständen am grössten, wenn

$$\omega \frac{h}{2\pi} = \frac{u}{2}, \text{ also } \omega = \frac{\pi u}{h} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

= der Hälfte des Grenzwerthes (1) ist, und zwar ist dann

$$L = \frac{\gamma}{g} \frac{h}{p} u \frac{h}{2\pi} \frac{u^2}{4} J = \frac{\gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J.$$

Mit Rücksicht auf hydraulische Widerstände und Axenreibung ist der Nutzeffect

$$E = \varepsilon L - \mu E_0 = \frac{\varepsilon \gamma h^2 u^3}{8\pi g p} J - \mu E_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8),$$

während der absolute Effect

$$E_0 = \gamma \frac{F}{p} u H = \gamma \frac{F}{p} u \cdot \frac{1}{m} \frac{u^2}{2g}$$

ist, wo m wieder die Charakteristik bezeichnet. Daraus ergiebt sich der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \frac{\varepsilon m}{4\pi}\frac{h^2}{F} J - \mu.$$

Wegen $\int cotg^3 \delta = -\frac{cotg^2 \delta}{2} - ln\, sin\, \delta = -\frac{1}{2}\left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 r^2 - ln\, sin\, \delta$
ist aber

$$J = \left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 \frac{r_e^2 - r_i^2}{2} - ln \frac{sin\, \delta_i}{sin\, \delta_e} = 2\pi \frac{F}{h^2} - ln \frac{sin\, \delta_i}{sin\, \delta_e}$$

und deshalb auch

$$\eta = \frac{\varepsilon m}{2}\left(1 - \frac{1}{2\pi}\frac{h^2}{F} . ln \frac{sin\, \delta_i}{sin\, \delta_e}\right) - \mu \quad \ldots \ldots \ldots (9).$$

Bei der erwähnten Ausführung ist: *

$$2 r_i = 0{,}25 \qquad 2 r_e = 1{,}04 \qquad h = 0{,}52.$$

Damit ergiebt sich

$$F = 0{,}8 \text{ Quadratmtr.}, \quad \delta_i = 33^0 30', \quad \delta_e = 9^0 3'$$

und nach (9):

$$\eta = 0{,}466\, \varepsilon m - \mu = 0{,}42\, \varepsilon - \mu,$$

wenn mit Rücksicht auf die Umstände, insbesondere auf das Fehlen eines Leitrades und entsprechender Widerstände hier m verhältnissmässig gross $= 0{,}9$ geschätzt wird. Mit höchtens etwa $\varepsilon = 0{,}9$ und wenigstens $\mu = 0{,}028$ folgt höchstens $\eta = 0{,}35$.

Dieser grösstmögliche Wirkungsgrad kann aber bei den angegebenen Verhältnissen bei weitem nicht erreicht werden, weil thatsächlich ω viel kleiner sein muss, als Gl. (7) angiebt. Indem nämlich im Axenabstande r das Wasser nach dem Stosse mit der bis zum Ausflusse unverändert bleibenden ralativen Geschwindigkeit

$$w_2 = u\, sin\, \delta - v\, cos\, \delta$$

an den Schaufeln entlang fliesst, oder wegen

$$v = r\omega = \frac{h}{2\pi\, tg\, \delta}\, \omega$$

mit der Geschwindigkeit $w_2 = u\, sin\, \delta - \omega \frac{h}{2\pi}\frac{cos^2 \delta}{sin\, \delta}$, ist das Wasservolumen, welches durch das ringförmige Element

$$dF = 2\pi r . dr$$

der Fläche F pro Sekunde ausfliesst,

---

* Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 5te Aufl., zweiter Theil, 2te Abtheilung, S. 365.

$$d\,Q = d\,F \sin\delta \,.\, w_2 = d\,F\left(u \sin^2\delta - \omega\,\frac{h}{2\pi}\cos^2\delta\right)$$

oder wegen $d\,F = \frac{1}{2\pi}(2\pi r)^2\frac{d\,r}{r}$

$$= \frac{1}{2\pi}\,h^2 \operatorname{cotg}^2\delta\,\frac{-d\,\delta}{\sin\delta\cos\delta} = \frac{-h^2}{2\pi}\,\frac{\cos\delta\,.\,d\,\delta}{\sin^3\delta}$$

$$dQ = -\frac{h^2}{2\pi}\operatorname{cotg}\delta\left(u - \omega\,\frac{h}{2\pi}\operatorname{cotg}^2\delta\right)d\,\delta.$$

Mit obiger Bezeichnung J folgt daraus:

$$Q = \frac{h^2}{2\pi}\left(u\,ln\,\frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \omega\,\frac{h}{2\pi}\,J\right)$$

und weil auch $Q = \frac{F}{p}\,u$ ist, ergiebt sich:

$$\omega\,\frac{h}{2\pi}\,J = u\left(ln\,\frac{\sin\delta_i}{\sin\delta_e} - \frac{2\pi F}{p\,h^2}\right).$$

Für obiges Beispiel folgt daraus

$$\omega\,\frac{h}{2\pi} = \left(0{,}145 - \frac{2{,}14}{p}\right)\frac{u}{2}$$

statt $= \frac{u}{2}$ nach (7); z. B. selbst mit $p = 25$ nur

$$\omega\,\frac{h}{2\pi} = 0{,}06\,.\,\frac{u}{2},$$

so dass im Ausdrucke (6) von L das Product

$$\omega\,\frac{h}{2\pi}\left(u - \omega\,\frac{h}{2\pi}\right) = 0{,}116\,.\,\frac{u^2}{4} \text{ statt } = \frac{u^2}{4}$$

wird, somit auch

$$\eta = 0{,}116\,.\,0{,}466\,\varepsilon\,m - \mu = 0{,}054\,\varepsilon\,m - \mu,$$

also fast verschwindend. Dabei ist die Umlaufzahl

$$n = 9{,}55\,\omega = 9{,}55\,.\,0{,}06\,\frac{\pi u}{h}$$

$$= 0{,}573\,\frac{\pi}{h}\sqrt{2\,g\,m\,H} = 14{,}5\sqrt{H}.$$

Die Richtung der absoluten Ausflussgeschwindigkeit ist, wie man sich leicht überzeugt, erheblich gegen die Verticale geneigt, in von innen nach aussen zunehmendem Grade und überall entgegengesetzt dem Sinne von v.

Es ist zwar nicht ausgeschlossen, dass andere Verhältnisse bessere Ergebnisse liefern, auch hätte p für verschiedene Axenabstände r im Allgemeinen verschieden gross angenommen werden sollen; indessen ist diese

Turbine offenbar im Princip so mangelhaft, dass auf die weitere Untersuchung verzichtet werden mag. Um sie zu verbessern, wäre das constante Steigungsverhältniss der schraubenflächigen Schaufeln durch ein so veränderliches zu ersetzen, dass die Canalquerschnitte im Sinne der Wasserbewegung abnehmen und dadurch eine Ueberdruckwirkung ermöglicht wird.

§. 41. Innenschlächtige Ueberdruckturbinen.

Die innenschlächtige Vollturbine mit Ueberdruckwirkung, nach ihrem Erfinder Fourneyron-Turbine genannt, ist die erste Turbine von solcher Vollkommenheit, dass sie mit den schon früher ausgebildeten verticalen oder Wasserrädern im engeren Sinne bezüglich des Wirkungsgrades gleichwerthig, bezüglich der Verwerthbarkeit fast beliebig grosser Gefälle aber ihnen überlegen ist. Sie verdankt ihre Entstehung zunächst einem im Jahre 1826 von der Société d'encouragement in Paris ausgeschriebenen Preise für die Herstellung von Turbinen, welche den oberschlächtigen und Poncelet-Rädern in Beziehung auf den Wirkungsgrad gleich kommen sollten, dabei aber geringeres Gewicht haben und weniger Raum einnehmen, als jene unter sonst gleichen Umständen. Nachdem schon Poncelet in demselben Jahre 1826 ein horizontales Wasserrad von ähnlicher Beschaffenheit wie sein bekanntes verticales Rad (§. 27) vorgeschlagen hatte, bei welchem wie bei diesem das Wasser an einem Theile des äusseren Umfanges fast tangential eintreten, dann aber, durch den Radkranz hindurchfliessend, innen mit sehr kleiner Geschwindigkeit ausfliessen sollte, wurde bei Eröffnung der Preisbewerbungen am 1. Mai 1827 nur die Arbeit des Ingenieurs Burdin als beachtenswerth, indessen doch nicht als vollständig genügend anerkannt, weshalb der Concurs bis zum 1. Juli 1829 ausgedehnt wurde. Die vollständige und preisgekrönte Lösung gelang dann dem Civilingenieur Fourneyron zu Besançon. Bei der Einreichung seiner Concurs-Arbeit konnte er schon auf 3 gelungene Ausführungen hinweisen; das grösste Aufsehen machte aber die bald nachher zu St. Blasien im Schwarzwalde in Betrieb gesetzte Hochdruck-Fourneyron-Turbine, welche bei nur 0,55 Mtr. Durchmesser eine Arbeitstärke von $N = 30$ bis 40 Pferden besass, indem sie ein ungewöhnlich grosses Gefälle $H = 108$ Mtr. bei $n = 2300$ Umläufen verwerthete.

Was die Annahmen betrifft, von welchen zur Berechnung der Hauptelemente einer solchen Turbine nach §. 32 passend ausgegangen wird, so kann

$$\frac{r_2}{r_1} = 1,2 \text{ bis } 1,5$$

angenommen werden, um so grösser, je kleiner r_1, ferner

$$b_2 = b \text{ und } \alpha = 25^0 \text{ bis } 30^0,$$

dieser Winkel um so grösser, je grösser Q und je kleiner H gegeben ist, auch je kleiner die Charakteristik m angenommen wird. Mit solchen Annahmen ist die verhältnissmässige Grösse des durch die Ausflussgeschwindigkeit u_2 bedingten Gefällverlustes durchschnittlich ungefähr ebenso gross, wie bei seitenschlächtigen Ueberdruckturbinen (§. 38) mit $\alpha = 20^0$. Wird nämlich in Gl. (18), §. 31, vorläufig nur

$$b_2 = b \text{ und } \frac{k k_1}{k_2} = k'$$

gesetzt, so folgt

$$tg\, \delta = m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\, 2\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

damit und mit §. 31, Gl. (2) und (7):

$$u_2 = v_2\, tg\, \delta = \frac{r_2}{r_1} \frac{\varepsilon}{cos\, \alpha} \sqrt{\frac{g H}{2 m}} . m \frac{\varphi}{\varepsilon} k' \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 sin\, 2\alpha$$

$$= \varphi k' \frac{r_1}{r_2} sin\, \alpha \sqrt{m . 2 g H}$$

$$\frac{u_2^2}{2g} = \left(\varphi k' \frac{r_1}{r_2} sin\, \alpha\right)^2 . m H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Mit durchschnittlich $\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3}$ und $\alpha = 27^0 30'$, $m = 0{,}5$ sowie mit $\varepsilon = 0{,}8$ und $\varphi k' = 0{,}9$ ergiebt sich aus (1) und (2):

$$\delta = 14^0 32' \text{ und } \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}049\, H.$$

Ein bestimmter Werth der Charakteristik ist übrigens bei Ueberdruckturbinen nicht wesentlich, und es kann auch statt dessen ein gewisser Winkel β zu Grunde gelegt werden. Wird mit Fourneyron $\beta = 90^0$ angenommen, so ergiebt sich für m fast genau der obige Werth $m = 0{,}5$. Die Gleichung (8), §. 31, giebt nämlich

$$\varepsilon = 2 m\, cos^2 \alpha = m\,(1 + cos\, 2\alpha)$$

$$m = 0{,}508 \text{ mit } \varepsilon = 0{,}8 \text{ und } \alpha = 27^0 30'.$$

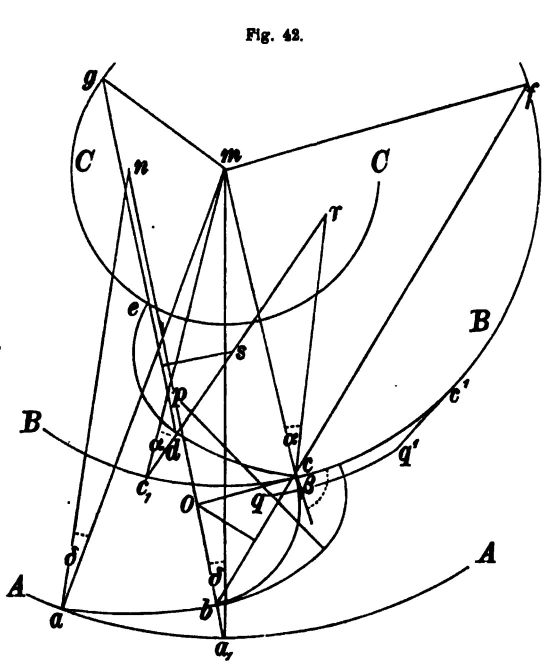
Die Zahl der Leitschaufeln kann etwas kleiner, als die Zahl der Turbinenschaufeln genommen werden, letztere etwa $= 20 + 30 r_1$ oder nöthigenfalls so viel kleiner, dass die Canalweite a_2 nicht kleiner ausfällt, als etwa = 25 Millimeter. Dabei mag nach Redtenbacher

$$r_1 = \sqrt{\frac{Q}{\pi c}} = 0{,}54 \sqrt{Q}$$

ungefähr gewählt werden, entsprechend einer Geschwindigkeit $c = 1{,}09$ Mtr. im Querschnitte πr_1^2, also einer etwas grösseren Geschwindigkeit des dem Leitrade zufliessenden Wassers. —

Figur 42 erläutert die Verzeichnung der Schaufelprofile mit Rücksicht auf möglichsten Parallelismus der Bahnen der aus den Canälen fliessenden Wassertheilchen, wobei zunächst eine Zusammensetzung dieser Profile aus Kreisbögen vorausgesetzt ist. Die concentrischen Kreise AA, BB und CC mit dem Mittelpunkte m mögen bezw. dem äusseren und inneren Umfange des Radkranzes, sowie der inneren Begrenzung der Leitschaufeln entsprechen. Der Bogen aa_1 sei ein Theilbogen, der Winkel ama_1 ein Theilwinkel:

Fig. 42.



$$ama_1 = \frac{2\pi r_2}{z_1} = \varepsilon.$$

Wenn die Geraden an und a_1n unter dem Winkel δ in gleichem Sinne bezw. gegen am und a_1m geneigt sind, so ist ihr Schnittpunkt n der Mittelpunkt des Kreisbogens ab, welcher als äusserstes Stück des durch a gehenden Schaufelprofils anzunehmen ist, und wenn dasselbe im Uebrigen durch einen einzigen anderen Kreisbogen bc gebildet werden soll, so ist die Lage seines Mittelpunktes o in a_1n durch die Bedingung bestimmt, dass dieser Bogen bc den Kreis BB unter dem Winkel β (in dem Sinne, wie die Figur anzeigt) schneiden soll. Durch den Punkt c würde auch o in leicht ersichtlicher Weise bestimmt sein; die Lage von c ergiebt sich aber durch folgende Ueberlegung. Schneidet die Gerade bc den Kreis BB zum zweiten Mal in f, so sind cmf und boc gleichschenklige Dreiecke, und ist der Winkel

$$\begin{aligned} mco &= 180^0 - mcf - ocb = 180^0 - mfb - obf \\ &= 180^0 - mfb - mbf - mbo \\ &= bmf - mbo = bmf - (bma_1 + \delta) \\ &= a_1 mf - \delta; \end{aligned}$$

weil aber, wie die Figur erkennen lässt, derselbe Winkel mco auch $= 180^0 - \beta$ ist, folgt

$$a_1 mf = 180^0 - \beta + \delta.$$

Wenn also die Gerade mf unter diesem Winkel gegen ma_1 geneigt bis zum Schnittpunkte f mit BB gezogen wird, so ergiebt die Gerade fb den anderen Schnittpunkt c mit BB. Ist $\beta = 90^0$, wie es bei der Fourneyron-Turbine gewöhnlich der Fall ist, so ist der Winkel $a_1 mf = 90^0 + \delta$, die Gesade mf also senkrecht zu $a_1 n$.

Sollte das Schaufelprofil aus 3 Kreisbogen gebildet werden, von innen nach aussen gerechnet mit den Halbmessern $\varrho_1 < bo$, $\varrho_2 > bo$ und bn, so wäre der Mittelpunkt p des mittleren in bn ohne Weiteres durch die Strecke $bp = \varrho_2$ bestimmt; der Mittelpunkt q des inneren ergiebt sich, indem $c'q' = \varrho_1$ an beliebiger Stelle c' unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen BB geneigt angetragen und der aus m mit dem Halbmesser mq' beschriebene Kreisbogen $q'q$ aus p mit dem Halbmesser $pq = \varrho_2 - \varrho_1$ in q geschnitten wird. Dass schliesslich zwischen den Punkten b, c und den betreffenden Tangentenrichtungen der Bogen bc auch als empirische Curve so verzeichnet werden kann, dass der Krümmungshalbmesser möglichst stetig von ϱ_1 bei c in bn bei b übergeht, bedarf kaum der Erwähnung; ebenso wenig, dass die entsprechenden Krümmungsmittelpunkte n und o, bezw. p, q der übrigen Schaufelprofile in concentrischen Kreisen zum Mittelpunkte m gelegen sind, und zwar in Winkelabständen $= \varepsilon$.

Auf gleiche Weise kann das Profil cde einer Leitschaufel, welches die Kreise BB und CC unter den Winkeln α und 90^0 schneiden soll, verzeichnet werden. Ist hier

$$cc_1 = \frac{2\pi r_1}{z}$$

ein Theilbogen, und sind die Geraden cr und $c_1 r$ unter dem Winkel

$$\alpha = mcr = mc_1 r$$

gegen cm und $c_1 m$ geneigt, so ist ihr Durchschnittspunkt r der Mittelpunkt des Kreisbogens cd. Wird ferner die Gerade mg senkrecht zu $c_1 r$ gezogen, und ist g ihr Schnittpunkt mit dem Kreise OO, so liefert die Verbindungsgerade desselben mit dem Punkte d den Anfangspunkt e des Schaufelprofils, und die Normale im Mittelpunkte der Strecke de in ihrem Schnittpunkte s mit $c_1 r$ den Mittelpunkt des Kreisbogens de. —

Beispielsweise sei eine Fourneyron-Turbine für denselben Fall

$$N = 40 \text{ und } H = 2{,}5$$

zu entwerfen, für welchen in §. 39 die Elemente einer axialen Druckturbine bestimmt wurden. Nach §. 32 ergeben die Annahmen

$$\varepsilon = 0{,}8 \qquad \varphi = 0{,}95 \qquad \eta = 0{,}72$$

das Aufschlagwasserquantum $Q = \frac{5}{3}$, und die weiteren Annahmen

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3} \qquad b_2 = b \qquad \alpha = 30^0 \qquad \beta = 90^0$$

die Charakteristik $m = \frac{8}{15} = 0{,}533$ sowie die Geschwindigkeiten:

$$v_1 = 4{,}43 \text{ und } v_2 = \frac{4}{3} v_1 = 5{,}907$$

$$u = 5{,}115 \text{ und } w = \frac{u}{2} = 2{,}557.$$

In nahem Anschlusse an $0{,}54 \sqrt{Q} = 0{,}697$ werde

$$r_1 = 0{,}69 \text{ und } r_2 = 0{,}92$$

angenommen, ferner $z = 36$, $z_1 = 42$,

$$s = 0{,}005 \text{ und } s_1 = s_2 = 0{,}006.$$

Damit findet man weiter:

$$a = 0{,}0552 \text{ und } a_1 = 0{,}0972, \text{ sowie } b = 0{,}174$$
$$a_2 = 0{,}035 \text{ und } \delta = 17^0 20'$$
$$u_2 = 1{,}844 \text{ und } w_2 = 6{,}188$$
$$w_1 = k_1 w_0 = k_1 \varphi w = 2{,}227.$$

Die Umlaufszahl ist $n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1} = 61{,}3.$

Ist endlich der Halbmesser des inneren Umfangs des Leitrades = 0,25 Mtr., und werden die Profile der Leitschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_0 und ϱ, die Profile der Turbinenschaufeln aus zwei Kreisbögen mit den Radien ϱ_1 und ϱ_2 gebildet, so ergeben sich dieselben sowie die gesammten Bogenlängen dieser Profile aus der Zeichnung gemäss Fig. 42:

$$\varrho_0 = 0{,}325 \qquad \varrho = 0{,}57 \qquad l = 0{,}59$$
$$\varrho_1 = 0{,}18 \qquad \varrho_2 = 0{,}88 \qquad l_1 = 0{,}38.$$

Um die Leitschaufeln nicht zu nahe zusammenkommen zu lassen, mögen sie nur abwechselnd sich bis zum inneren Umfange des Leitrades erstrecken, dazwischen bis etwa zur Hälfte dieser Kranzbreite.

Die Prüfung der Angemessenheit der Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 33 ergiebt unter der Voraussetzung, dass die Turbine im Unterwasser umläuft und die Abflussgeschwindigkeit c_2 nahe = 1 Sek. Mtr. sein soll, die den Widerständen im Spalt, in der Turbine selbst und infolge des Ausflusses aus derselben entsprechenden Gefällverluste bezw.

$$= 0{,}014\,H,\ 0{,}088\,H \text{ und } 0{,}015\,H,$$

zusammen $= 0{,}117\,H$, so dass $\varepsilon = 0{,}8$ einer Widerstandshöhe des Leitrades und überhaupt der Zuleitung $= 0{,}083\,H$ entsprechen würde. Letztere zu berechnen, würde hier allzu unsichere und willkürliche Annahmen erfordern; das Wasser strömt zwischen den Leitcanälen mit anfangs verticaler Geschwindigkeit in trapezförmigen Querschnitten von vorwiegend radialer Erstreckung bis zu der horizontalen Geschwindigkeit u in rechteckigen Querschnitten $= ab$ mit vorwiegend axialer Erstreckung in kaum angebbaren doppelt gekrümmten Bahnen. Die Widerstandshöhe $= 0{,}083\,H$ ist aber mit Rücksicht auf die Rechnungsergebnisse in anderen Fällen (z. B. im Beispiele des §. 39, wo sie $= 0{,}07\,H$ gefunden wurde) so wahrscheinlich nahe zutreffend, dass die Annahme $\varepsilon = 0{,}8$ einer Correctur nicht bedürftig erscheint.

Der Annahme $\varphi = 0{,}95$ entspricht hier nach §. 34, Gl. (5) der Werth

$$\mu' s' = 0{,}0044.$$

Dabei bedeutet s' die doppelte Spaltweite, sofern der Wasserverlust sowohl nach oben wie nach unten stattfinden kann; mit einem in §. 34 als wahrscheinlich nahe zutreffend gefundenen Ausflusscoefficienten $\mu' = {}^1/_3$ würde also die Annahme $\varphi = 0{,}95$ einer Spaltweite

$$\frac{3}{2} \cdot 0{,}0044 = 0{,}0066 \text{ Mtr.}$$

entsprechen, welche in der That weder zu klein, noch auch erheblich zu gross erscheint.

§. 42. Innenschlächtige Druckturbinen.

Bei Radialturbinen mit innerer Beaufschlagung ist für keine Grösse der Charakteristik m ein zwingender Grund vorhanden, von der einfachen rechteckigen Querschnittsform ($b_2 = b$) des Radkranzes abzugehen; nur ist bei Druckturbinen der Winkel α etwas kleiner zu machen, als bei Ueberdruckturbinen, im Durchschnitt etwa

$$\alpha = 20^0,\ \text{während}\ \varphi = 1,\ \varepsilon = 0{,}78 \text{ und } m = 0{,}84$$

(besonders mit Rücksicht auf Partialturbinen, was ε betrifft) im Mittel

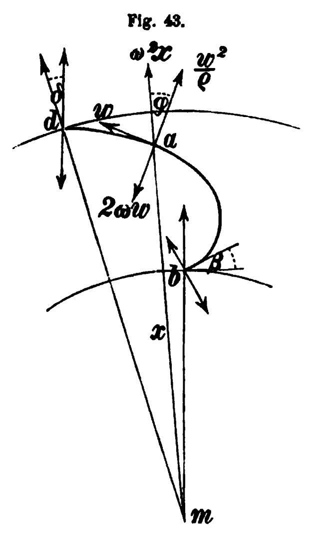
anzunehmen sein mag. Nach den Gleichungen (1) und (2) im vorigen Paragraph findet man damit und mit

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{4}{3},\ k' = \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9:$$

$$\delta = 19^0\,18' \text{ und } \frac{u_2{}^2}{2g} = 0{,}025\,H.$$

Wichtig ist bei der in Rede stehenden Turbinengattung **die Krümmung der Turbinenschaufeln** zur Erfüllung der Forderung, dass die Wassertheilchen überall sicher von ihnen geführt werden, indem sie einen stets nach vorn gegen die concave Schaufelfläche gerichteten Druck ausüben sollen. Von den 4 Kräften, welche denselben nach §. 36 bedingen, ist hier nur die Schwerkraft parallel den Schaufelflächen gerichtet, während die übrigen, die absolute, die zusammengesetzte und die relative Centrifugalkraft an dem fraglichen Normaldrucke betheiligt sind und eine von aussen nach innen zunehmende Krümmung der Schaufeln erfordern. Ist nämlich in Fig. 43 die Curve bd ein Schaufelprofil, ϱ ihr Krümmungshalbmesser im Punkte a, dem augenblicklichen Orte eines mit der augenblicklichen relativen Geschwindigkeit w entlang fliessenden Wassertheilchens, $x = ma$ seine Entfernung vom Mittelpunkte m, so wirken auf dieses Wassertheilchen ausser der zur Ebene der Figur senkrechten Schwere pro Masseneinheit die in der Figur angedeuteten Kräfte

Fig. 43.



$$\omega^2 x,\ 2\,\omega\,w \text{ und } \frac{w^2}{\varrho}$$

bezw. = der absoluten, zusammengesetzten und relativen Centrifugalkraft, und wenn φ den Winkel zwischen den Richtungen der ersten und der letzten dieser Kräfte bedeutet, so ist der entsprechende Normaldruck, welcher stets positiv sein soll,

$$= \omega^2 x \cos\varphi - 2\,\omega\,w + \frac{w^2}{\varrho} \qquad \text{(1).}$$

Im Anfangspunkte b ist

$$x = r_1,\ \varphi = 180^0 - \beta,\ w = w_1$$

und es sei $\varrho = \varrho_1$; dann ist die hier zu erfüllende Bedingung:

$$-\omega^2 r_1 \cos\beta - 2\omega w_1 + \frac{w_1^2}{\varrho_1} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_1}{r_1}$: $\frac{w_1^2}{\varrho_1} > \frac{v_1}{r_1}(2w_1 + v_1 \cos\beta)$

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > \frac{v_1}{w_1}\left(2 + \frac{v_1}{w_1}\cos\beta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Im Endpunkte d ist

$$x = r_2,\ \varphi = \delta,\ w = w_2$$

und es sei $\varrho = \varrho_2$; die Forderung ist dann:

$$\omega^2 r_2 \cos\delta - 2\omega w_2 + \frac{w_2^2}{\varrho_2} > 0$$

oder wegen $\omega = \frac{v_2}{r_2}$: $\frac{w_2^2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{r_2}(2w_2 - v_2 \cos\delta)$

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > \frac{v_2}{w_2}\left(2 - \frac{v_2}{w_2}\cos\delta\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Nun folgt aus §. 31, Gl. (8) mit den obigen Mittelwerthen $\alpha = 20^0$, $\varepsilon = 0{,}78$ und $m = 0{,}84$:

$$\beta = 17^0\, 30'$$

und dann aus Gl. (1) daselbst:

$$\frac{v_1}{w_1} = \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\alpha} = 0{,}879,$$

so dass etwa $\frac{v_1}{w_1} = 0{,}9$ gesetzt werden kann, entsprechend gemäss §. 33 unter 2) einem durchschnittlichen Stosswinkel

$$\psi = arc\cos\frac{w_1}{w} = 12^0\, 24'.$$

Die obige Bedingung (2) giebt dann

$$\frac{r_1}{\varrho_1} > 2{,}44 \text{ oder } \varrho_1 < 0{,}41\, r_1 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2, a).$$

Die Bedingung (3) giebt wegen $v_2 = w_2 \cos\delta$ mit durchschnittlich $\delta = 20^0$:

$$\frac{r_2}{\varrho_2} > 1{,}05 \text{ oder } \varrho_2 < 0{,}95\, r_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3, a).$$

Um das Schaufelprofil aus 3 Kreisbögen zusammenzusetzen (vorbehaltlich schliesslichen Ersatzes durch eine sich nahe anschliessende empirische Curve mit möglichst stetig veränderlicher Krümmung), kann analog Fig. 42 im vorigen Paragraph, wenn aa_1 wieder einen Theilbogen des äusseren Umfangs bedeutet, um a_1 mit einem Halbmesser $= a_2 + s_2$ ein

Kreis beschrieben und der Mittelpunkt n des äusseren Profilbogens ab so bestimmt werden, dass letzterer, durch a gehend, jenen um a_1 beschriebenen Kreis berührt, und dass sein Halbmesser $na = nb$ der Bedingung (3) mit hinlänglicher Sicherheit genügt. Wird dann der Krümmungshalbmesser ϱ_1 für den Anfangspunkt c gemäss der Bedingung (2) angenommen und $c'q'$ unter dem Winkel $90^0 - \beta$ gegen die Kreislinie BB geneigt angetragen, so ist nach den Erklärungen im vorigen Paragraph der Krümmungsmittelpunkt q im Kreisbogen $q'q$ bestimmt, sobald in bn der mittlere Krümmungsmittelpunkt p so angenommen ist, dass bp ein passender Mittelwerth ist zwischen bn und $\varrho_1 = c'q'$. —

Bei einer innenschlächtigen Partialdruckturbine kommt wesentlich in Betracht, dass das Wasser, welches in einen vom Einlaufe sich eben entfernenden Turbinencanal einfliesst, einen erheblichen Stoss gegen die vordere diesen Canal begrenzende Schaufel ausüben kann, wie schon im §. 29 bemerkt und durch Fig. 33 veranschaulicht wurde. Dieser Stoss (bei z' in Fig. 33) kann insbesondere dann den Wirkungsgrad merklich beeinträchtigen, wenn nur ein einziger Einlauf aus zwei oder drei Leitcanälen bestehend, vorhanden ist, wie z. B. bei der Schwamkrug-Turbine, jener schon im §. 28 erwähnten innenschlächtigen Partialturbine mit horizontaler Axe und Wasserzuleitung an der tiefsten Stelle des Radkranzes. Offenbar wird jener schädliche Stoss verkleinert, wenn sowohl die Schaufelzahl z_1 thunlichst gross, als auch der Krümmungshalbmesser ϱ_1 am Anfange des Schaufelprofils so gross gemacht wird, wie es die Bedingung (2) und die übrigen Umstände gestatten.

§. 43. Innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln.

So sehr auch die Leitschaufeln einer Turbine zur Erzielung eines grösstmöglichen Wirkungsgrades η wesentlich sind, kann doch ihre Weglassung in solchen Fällen gerechtfertigt sein, in welchen die Rücksicht auf möglichste Einfachheit ebenso sehr oder mehr, als die Rücksicht auf η in Betracht kommt und grosse Gefälle bei kleinen Wassermengen zur Verfügung sind. Ausser den im §. 40 besprochenen seitenschlächtigen Stossrädern sind es besonders innenschlächtige Turbinen ohne Leitschaufeln, welche gemäss bisherigen Ausführungen, meistens als Ueberdruckturbinen, in solchen Fällen gute Dienste leisten können. Dieselben brauchen nicht immer Stossräder zu sein; aus der fundamentalen Gleichung (§. 31, Gl. 3):

$$g\varepsilon H = uv_1 \cos\alpha \qquad (1),$$

welche bekanntlich den Forderungen stossfreien Einflusses und normalen

Ausflusses entspricht, ist zunächst nur ersichtlich, dass diese beiden Forderungen nicht zugleich ohne Leitschaufeln erfüllbar sind, weil dann das Wasser als normal zur Eintrittsfläche, hier also radial zufliessend anzunehmen wäre, mit $\alpha = 90^0$ aber obiger Gleichung ein wirksames Gefälle = Null oder ein unendlich grosses Product uv_1 entsprechen würde. Auch der normale Ausfluss allein schliesst schon bei normalem Einflusse jede nützliche Arbeitsübertragung auf die Turbine aus; die Gleichung (1) wäre dann zu ersetzen durch:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos \alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

so dass mit $\cos \alpha = 0$ das wirksame Gefälle εH ganz als Stossgefälle ςH verloren ginge, wenn nicht wieder $uv_1 = \infty$ wäre. Bei nicht normalem Ausflusse besteht aber nach §. 30, Gl. (6) die allgemeinere Beziehung:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = uv_1 \cos \alpha + v_2 w_2 \cos \delta - v_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

welche auch im Falle $\alpha = 90^0$ den stossfreien Einfluss ($\varsigma = 0$) nicht ausschliesst.

Hierher gehörige Turbinen sind insbesondere diejenigen von Cadiat und von Combes, die schottische oder Whitelaw'sche Turbine (gewöhnlich so bezeichnet, obschon Manouri d'Ectot schon früher ganz ähnliche in Frankreich ausgeführt hatte), und endlich Einrichtungen, welche sich mehr unmittelbar an die übliche Ausführungsform des bekannten Segner'schen Wasserrades anschliessen. Z. B. bei einer Ausführung von Althans in Vallendar* sind an einen um seine verticale Axe rotirenden, oben geschlossenen Hohlcylinder an diametral gegenüber liegenden Stellen zwei horizontale gerade Röhren (Schwungröhren) angesetzt, nahe deren geschlossenen äusseren Enden das Wasser seitlich aus durch Schieber mehr oder weniger verschliessbaren rechteckigen Oeffnungen entgegengesetzt dem Sinne der Umfangsgeschwindigkeit ausfliesst, während es dem Hohlcylinder von unten zugeführt wird durch ein Rohr, dessen aufwärts gekrümmtes Ende sich vermittels einer Stopfbüchse wasserdicht an den darin rotirenden Hohlcylinder anschliesst. Während diese Anordnung einer innenschlächtigen Ueberdruckturbine entspricht, bei welcher ausser $\alpha = 90^0$ auch $\beta = 90^0$ ist, der Einfluss des Wassers in die den Turbinencanälen entsprechenden Schwungröhren folglich mit Stoss stattfindet, lassen die übrigen genannten Turbinen einen stossfreien Einfluss zu. Von denselben möge hier nur die schottische, durch besonders compendiöse Beschaffenheit sich auszeichnende näher besprochen werden,

---

* Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinenmechanik von Weisbach, V. Auflage, bearbeitet von G. Herrmann, II. Theil, 2. Abth., S. 356.

während die Turbine von Cadiat sich von einer Fourneyron-Turbine mit Wasserzuführung von oben kaum anders, als durch das Fehlen des Leitrades (sowie durch eine äussere Ringschütze zur Regulirung) unterscheidet, ähnlich die Turbine von Combes mit Wasserzuführung von unten, so dass ihre Substitution für die vollkommnere Fourneyron-Turbine kaum hinlänglich begründet erscheint.

1) Die schottische Turbine pflegt mit nur 2 bis 4 getrennten Canälen ausgestattet zu sein, deren Mittellinien no (Fig. 44) Centriwinkeln nmo von 180^0, bezw. 120^0 oder 90^0 entsprechen. Auf diese Mittellinien seien hier die Geschwindigkeiten, Schnittwinkel und Radien bezogen; von letzteren ist $mo = r_2$ etwa 3 bis 4 mal so gross, als $mn = r_1$. In der Cylinderfläche mit dem Halbmesser r_1 schneiden sich die verticalen Canalwandflächen fast scharfkantig, so dass von Störungen oder Widerständen durch Schaufeldicken hier abgesehen werden kann. Die inneren jener verticalen Canalwände bilden am Ende Klappen (qp in Fig. 44, drehbar um q) zur Regulirung der Turbine durch Aenderung der Ausflussweiten a_2. Trotz grossen Ueberdruckes des einfliessenden Wassers kann von einem Wasserverluste abgesehen ($\varphi = 1$ gesetzt) werden bei der von Redtenbacher getroffenen Anordnung: Fig. 45. In eine umlaufende Rinne an der Mündung A des Rohrs, durch welches das Wasser von unten zugeführt wird, ist zur Dichtung ein Lederstulp eingelegt, der durch den Druck des Wassers gegen die Aussenwand eines Messingringes B angepresst wird; dieser Ring selbst wird durch den Wasserdruck auf seine untere Fläche oben gegen den abgeschliffenen unteren Rand der Turbinenwand gepresst, und es wird dadurch ein wasserdichter Abschluss erzielt mit kleinerer Reibung, als dann stattfinden würde, wenn ohne den Messingring die Turbinenwand selbst, durch den Lederstulp gedichtet, in das Zuflussrohr

Fig. 44.

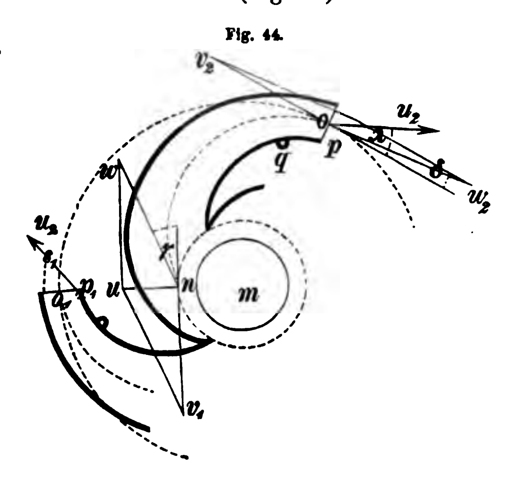
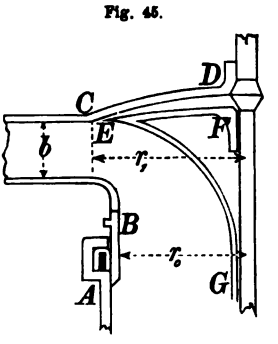


Fig. 45.



hinein reichte. Bei E zwischen dem Turbinenteller OD und der Abschlusswand EF des die Turbinenwelle umgebenden, mit stetiger Krümmung oben erweiterten feststehenden Rohres EG kann zwar auch ein Wasserverlust stattfinden; derselbe ist aber nicht von Belang, weil bei gehöriger Dichtung an der Stelle F sich der Raum zwischen CD und EF bald mit Wasser anfüllt, und ein weiterer Durchfluss bei E dadurch verhindert wird.

Ohne Wasserverlust und ohne Wirkung von Schaufeldicken ist $w_1 = w_0 = w$, und wenn der hier stets stumpfe Winkel

$$(v_1, w_1) = (v_1, w) = \beta = 180^0 - \gamma$$

gesetzt wird, gehen die Gleichungen (1), §. 31, zugleich mit $\alpha = 90^0$ über in:

$$\frac{u}{\sin\gamma} = \frac{v_1}{\cos\gamma} = w \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (4),$$

einem stossfreien Einflusse entsprechend; die Gleichungen (2) daselbst sind mit der Bezeichnung

$$(u_2, v_2) = 180^0 - \lambda$$

mit Rücksicht auf Fig. 44 zu ersetzen durch:

$$\frac{u_2}{\sin\delta} = \frac{v_2}{\sin(\lambda - \delta)} = \frac{w_2}{\sin\lambda} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (5).$$

An die Stelle von Gl. (3) a. a. O. tritt die obige Gleichung (3) mit $\alpha = 90^0$ und $\varsigma = 0$:

$$g \varepsilon H = v_2 (w_2 \cos\delta - v_2) \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (6),$$

während die Gleichungen

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = mH \,..\, (7) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; (8)$$

unverändert bleiben. Statt (9)—(14) im §. 31 sind hier endlich nur die 3 Gleichungen aufzustellen:

$$Q = 2\pi r_1 b u = z a_1 b w = z a_2 b w_2 \; \ldots\ldots\ldots \; (9),$$

unter z hier die Zahl der Turbinencanäle verstanden, und unter der Voraussetzung, dass dieselben oben und unten von ebenen Wänden gebildet werden, dass also auch $b_2 = b$ ist.

Ausser den gegebenen oder angenommenen Grössen Q, H, ε enthalten die 10 Gleichungen (4)—(9) folgende 16 Elemente:

$$m \quad \frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad \lambda \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_2 \quad z \quad r_1 \quad b \quad a_1 \quad a_2,$$

von welchen somit noch 6 angenommen werden können. Dazu eignen sich z. B.

$$\frac{r_1}{r_2} \quad \gamma \quad \delta \quad u \quad z \quad r_1.$$

Die üblichen Grenzen $\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ und $z = 2$ bis 4 wurden schon erwähnt; r_1 ist etwas grösser, als der innere Halbmesser r_0 des Messingringes B, Fig. 45, welcher selbst bestimmt ist durch die Annahme einer passend scheinenden mittleren Geschwindigkeit u_0 in dem (mit Rücksicht auf das die Turbinenwelle umgebende Rohr) etwa $= 0{,}9 \,.\, \pi r_0^2$ zu setzenden betreffenden Querschnitte, also durch die Gleichung:

$$0{,}9 \,.\, \pi r_0^2 u_0 = Q \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (10).$$

Für die Annahme von γ, δ, u ist vor allem die Rücksicht auf den daraus folgenden, nicht unnöthig gross zu machenden Werth von u_2 massgebend. Wie aus Fig. 44 unmittelbar ersichtlich, ist nämlich

$$u_2^2 = w_2^2 \sin^2\delta + (w_2 \cos\delta - v_2)^2,$$

also gemäss Gl. (6):

$$u_2^2 = \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2\right)^2 tg^2\delta + \left(\frac{g\varepsilon H}{v_2}\right)^2 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (11).$$

Zunächst ist hiernach u_2 um so kleiner, je kleiner δ. Wenn aber δ ein kleiner Winkel und H nicht sehr klein, somit das zweite Glied des Ausdruckes (11) von u_2^2 überwiegend gross ist, so wird u_2 auch um so kleiner, je grösser

$$v_2 = \frac{r_2}{r_1} v_1 = \frac{r_2}{r_1} u \cot g\, \gamma,$$

je grösser also u und je kleiner γ angenommen wird. Die Vergrösserung von u hat freilich durch entsprechende Verkleinerung von b Vergrösserung des Reibungswiderstandes in den Canälen zur Folge, so dass es, zugleich zur Erzielung einer passenden Umlaufzahl n, in der Regel nicht rathsam sein wird, u viel $> u_0$ zu wählen. Auch ein sehr kleiner Winkel γ ist zu vermeiden, um die zu Grunde liegende Voraussetzung gleicher Verhältnisse für alle in einen Canal längs des Umfangsbogens $\frac{2\pi r_1}{z}$ einfliessenden Wassertheilchen nicht allzu ungenau werden zu lassen. Sind u und γ angenommen, so ist δ an einen entsprechenden unteren Grenzwerth gebunden, der dadurch bedingt ist, dass die Bewegung der Turbine und der Ausfluss des Wassers aus ihren Canälen sich nicht stören dürfen. In dieser Hinsicht ist zu fordern, dass während der Drehung des Rades um den Winkel omo_1 (Fig. 44), also während der Zeit $\frac{2\pi r_2}{z v_2}$, ein bei p_1

eben ausgeflossenes Wassertheilchen sich wenigstens bis s_1, nämlich so weit von m entfernt hat, dass es vom folgenden Canal no nicht mehr getroffen werden kann. Zu dem Ende muss der Weg jenes Wassertheilchens nach der zu w_2 senkrechten Richtung während der fraglichen Zeit $> a_2$, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{2\pi r_2}{z v_2} > a_2$$

oder mit Rücksicht auf (5): $\sin\delta > \dfrac{z a_2}{2\pi r_2}$ . . . . (12)

sein.* Zunächst erscheint hierdurch die untere Grenze von δ abhängig von der wenigstens verlangten Ausflussweite a_2. Indem aber nach (9)

$$z a_2 = \frac{2\pi r_1 u}{w_2}$$

ist, folgt aus (12) auch

$$w_2 \sin\delta > \frac{r_1}{r_2} u,$$

und weil nach (6):

$$w_2 \cos\delta = \frac{g\varepsilon H}{v_2} + v_2 = \frac{r_1}{r_2}\frac{g\varepsilon H}{v_1} + \frac{r_2}{r_1} v_1$$

ist, mit $v_1 = u \operatorname{cotg}\delta$ endlich die Bedingung:

$$\operatorname{cotg}\delta < \frac{g\varepsilon H}{u v_1} + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \frac{v_1}{u}$$

$$< \frac{g\varepsilon H}{u^2} tg\gamma + \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \operatorname{cotg}\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Mit den von solchen Gesichtspunkten angenommenen 6 Elementen $\dfrac{r_1}{r_2}$, γ, δ, u, z, r_1 findet man m aus (7), v_1 und w aus (4), v_2 aus (8), w_2 aus (6), λ und u_2 aus (5).

---

* Streng genommen muss schon während der Drehung des Rades um den Winkel oms_1, Fig. 44, das bei p_1 eben ausgeflossene Wassertheilchen nach s_1 gelangt, also

$$u_2 \sin(\lambda - \delta) \frac{\dfrac{2\pi r_2}{z} - a_2\left(\dfrac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)}{v_2} > a_2$$

$$\frac{2\pi r_2}{z} > a_2\left(\frac{1}{\sin\delta} + \frac{\pi}{2} + \delta - \lambda\right)$$

sein. Indem aber δ nur etwa $= 5^0$, $\lambda = 15^0$ zu sein pflegt, ist

$$\frac{\pi}{2} + \delta - \lambda \text{ nahe } = 1{,}4 \text{ so klein gegen } \frac{1}{\sin\delta} = 11{,}5,$$

dass obiger Gleichung (12) nur mit wenig überschüssiger Sicherheit entsprochen zu werden braucht.

Die Mittellinie eines Turbinencanals kann als eine Curve, welche die in den bezüglichen Umfangskreisen im Winkelabstande $= \frac{360^0}{z}$ gelegenen Punkte n und o (Fig. 44) verbindet und jene Kreise unter den Winkeln γ und δ schneidet, aus freier Hand oder nach willkürlichen Regeln gezeichnet werden. Kreise, welche um n, o und um Zwischenpunkte dieser Mittellinie no mit Halbmessern $= \frac{a_1}{2}, \frac{a_2}{2}$, bezw. = passenden Zwischenwerthen beschrieben werden, können dann dazu dienen, die Profile der krummen Canalwände so zu zeichnen, dass sie (ev. verlängert) fragliche Kreise umhüllen, wobei aber zu Gunsten der Stetigkeit von Richtungs- und Querschnittsänderungen nöthigenfalls einerseits zugegeben, andererseits weggenommen werden mag, so dass die einzuhüllenden Kreise von dem einen Profil eben schon geschnitten, wenn sie vom anderen nicht ganz erreicht werden.

Beispielsweise sei $Q = 0{,}1$ und $H = 12$, nach vorläufiger Annahme $\varepsilon = 0{,}75$. Ferner sei

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{3} \qquad z = 3 \qquad u_0 = 1{,}5.$$

Aus (10) folgt dann $r_0 = 0{,}153$, so dass

$$r_1 = 0{,}18 \text{ und } r_2 = 0{,}54$$

passend festzusetzen sind. Mit den weiteren Annahmen:

$$u = 2,\ \gamma = 45^0 \text{ und } \delta = 2^0\,30',$$

indem die Bedingung (13) nur $\delta > 1^0\,50'$ verlangt, würde sich dann aus (4) bis (8) ergeben:

$$m = 0{,}017 \qquad v_1 = 2 \qquad w = 2{,}828 \qquad v_2 = 6$$

$$w_2 = 20{,}74 \qquad \lambda = 3^0\,31' \qquad u_2 = 14{,}75 \qquad \frac{u_2^2}{2g} = 11{,}09.$$

Die Ausflussgeschwindigkeitshöhe ergäbe sich also $> \varepsilon H$ und würde eine Nutzleistung ausschliessen. Da die Verkleinerung von δ nicht in Frage kommen kann (das erste Glied mit δ im Ausdrucke (11) von u_2^2 ist überhaupt hier verschwindend klein gegen das zweite), auch die Vergrösserung von u mit Rücksicht auf b nicht räthlich erscheint, bleibt nur übrig, γ wesentlich kleiner anzunehmen. Sollte dadurch

$$\frac{u_2^2}{2g} \text{ auf } 0{,}2H = 2{,}4$$

reducirt werden, was einen Werth von ε höchstens etwa = 0,7 zulassen dürfte, so ergäbe sich aus (11) bei Abstraction von dem Gliede mit δ:

$$v_2 = 12, \text{ also } v_1 = 4 \text{ und } \gamma = arctg\frac{u}{v_1} = 26^0 34'.$$

Hiernach werde (ausser $z = 3$, $r_1 = 0{,}18$, $r_2 = 0{,}54$ und $u = 2$) angenommen:

$$\gamma = 25^0, \text{ dabei } \varepsilon = 0{,}7.$$

Nach (13) brauchte jetzt nur $\delta < 2^0$ zu sein; bei der Geringfügigkeit des Einflusses dieses kleinen Winkels δ auf u_2 werde aber $\delta = 5^0$ angenommen. Analog obiger Rechnung findet man dann:

$$v_1 = 4{,}289 \qquad w = 4{,}733 \qquad v_2 = 12{,}87$$
$$w_2 = 19{,}34 \qquad \lambda = 14^0 45' \qquad u_2 = 6{,}622.$$

Den verhältnissmässig grossen entsprechenden Gefällverlust

$$\frac{u_2^2}{2g} = 2{,}235 = 0{,}186 H$$

muss man sich gefallen lassen, indem die weitere Verkleinerung von γ nicht erwünscht ist; ob die Annahme $\varepsilon = 0{,}7$ eine Aenderung verlangt, bleibt noch zu prüfen. Vorläufig ergeben mit den gefundenen Werthen die Gleichungen (9):

$$b = 0{,}0442 \qquad a_1 = 0{,}159 \qquad a_2 = 0{,}039$$

bei normaler Umlaufzahl:

$$n = 9{,}55\frac{v_1}{r_1} = 228.$$

Die Controle des angenommenen hydraulischen Wirkungsgrades $\varepsilon = 0{,}7$ ist nun aber hier um so nöthiger, als die Verhältnisse dieses Turbinensystems in so mancher Hinsicht aussergewöhnliche sind. Was zunächst die Widerstandshöhe der Zuleitungsröhre betrifft, so ergiebt sie sich nach §. 33 unter 1) bei einer Länge von 20 Mtr. und bei 1 Mtr. mittlerer Wassergeschwindigkeit = 0,071 Mtr. ohne besondere Widerstände, veranlasst z. B. durch die Richtungsänderung nach oben zur Mündung A in Fig. 45; mit Rücksicht auf einen solchen besonderen Widerstand werde die fragliche Höhe, welche hier den ganzen durch die Zuleitung verursachten Gefällverlust ϱH darstellt, angenommen zu

$$\varrho H = 0{,}15 \text{ Mtr.}$$

Ein Eintrittswiderstand, gemessen durch $\varrho_0 H$ in §. 33, kommt hier nicht in Betracht. Um so wesentlicher bei der grossen Länge = ungefähr 0,88 Mtr. und geringen Weite der Turbinencanäle ist die Widerstandshöhe $\varrho_1 H$ in ihnen, bestehend aus einer Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe:

$$\varrho_1 H = \zeta \frac{w_2^2}{2g} + \vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g},$$

von welchen erstere nach §. 33 besonders gross = 3,355 Mtr. gefunden wird. Der Coefficient ϑ des Krümmungswiderstandes ist hier besser nach Bd. I, §. 91, Gl. (7)

$$\vartheta = 0{,}00416\,\varkappa\left(1 - \frac{r'}{\varrho'}\right)\sqrt{\frac{r'}{\varrho'}}$$

zu setzen, unter $\varkappa$ den Krümmungswinkel in Graden, r' die halbe mittlere Canalweite, und unter ϱ' den durchschnittlichen Krümmungshalbmesser der Canalmittellinie verstanden. Letzterer ergiebt sich aus der bezüglichen Zeichnung = 0,34 Mtr.; mit

$$r' = \frac{a_1 + a_2}{4} = 0{,}0495 \text{ und } \varkappa = 120^0 + \gamma - \delta = 140^0$$

ist $\vartheta = 0{,}19$ und $\vartheta \frac{w^2 + w_2^2}{4g} = 1{,}92$ Mtr.

Indem endlich der Ausflussgefällverlust der frei ausgiessenden Turbine:

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g} = \frac{u_2^2}{2g} = 2{,}235$$

ist, wenn $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ (etwa = 0,05 Mtr.) angenommen wird, ergiebt sich

$$(1 - \varepsilon) H = (\varrho + \varrho_1 + \varrho_2) H = 7{,}66 = 0{,}64\, H,$$

also $\varepsilon = 0{,}36$ erheblich $< 0{,}7$.

Wenn demnach mit einem kleineren ε die Rechnung, soweit nöthig, wiederholt wird, so ist jedoch zu bedenken, dass damit nach (6) auch w_2, gemäss (11) und (5) auch v_2 und u_2 verkleinert, aus beiden Gründen ε wieder vergrössert wird. Der richtige Werth von ε liegt also zwischen 0,36 und 0,7; er werde = dem arithmetischen Mittel = 0,53 versuchsweise angenommen, ausserdem die Dimension b auf 0,05 Mtr. abgerundet. Mit Beibehaltung der Werthe von z, r_1, r_2, γ, δ findet man dann

$$\begin{array}{lll} u = 1{,}768 & v_1 = 3{,}791 & v_2 = 11{,}37 \\ w = 4{,}184 & w_2 = 16{,}92 & \lambda = 15^0\,3' \\ u_2 = 5{,}679 & a_1 = 0{,}159 & a_2 = 0{,}0394 \end{array}$$

und $n = 201$; damit

$$(1 - \varepsilon) H = 0{,}15 + (2{,}23 + 1{,}47) + 1{,}64 = 5{,}49 = 0{,}457\, H,$$

entsprechend $\varepsilon = 0{,}543$ in so naher Uebereinstimmung mit der letzten Annahme, dass die Elemente

$$z = 3 \quad r_1 = 0{,}18 \quad r_2 = 3\,r_1 \quad \gamma = 25^0 \quad \delta = 5^0$$
$$a_1 = 0{,}159 \quad a_2 = 0{,}0394 \quad b = 0{,}05 \quad n = 200$$

endgültig als zutreffend zu betrachten sind, während $\varepsilon = 0{,}54$ gesetzt werde. Die Charakteristik m ist entsprechend $u = 1{,}768$ nur $= 0{,}013$, so dass die Turbine fast ausschliesslich durch Ueberdruck wirkt.

Was schliesslich den zu erwartenden Nutzeffect $= N$ Pferdestärken betrifft, so handelt es sich noch um den Wirkungsgrad $\eta = \varepsilon - \mu$. An μ ist hauptsächlich (mit einem Bestandtheile $= \mu_1$) die Reibung betheiligt, welche zwischen dem Messingringe B (Fig. 45) und dem unteren Rande der Turbine stattfindet. Ist r der mittlere Halbmesser, e die Breite dieser ringförmigen Reibungsfläche, P der Druck, φ der betreffende Reibungscoefficient, so ist

$$\mu_1 = \frac{\varphi P r \omega}{1000\,Q H} \text{ mit } P = 1000\,H \,.\, 2\pi r e$$

bei vorläufiger Abstraction von dem diesen hydrostatischen Druck P vermindernden Einflusse des gegen die Aussenfläche des Ringes B drückenden Lederstulps. Mit etwa

$$e = 0{,}015 \text{ Mtr.}, \; r = r_0 + \frac{e}{2} = 0{,}16 \text{ und } \omega = \frac{v_1}{r_1} = \frac{3{,}791}{0{,}18} = 21$$

findet man $P = 181$ Kgr., $\mu_1 = 0{,}5\,\varphi$. Wenn aber mit Rücksicht auf den Einfluss des Lederstulps nur die Hälfte gerechnet und $\varphi = 0{,}16$ angenommen wird, ergiebt sich $\mu_1 = 0{,}04$. Da im Uebrigen die Axenreibung hier nicht gross ist, mag

$$\mu = 0{,}06 \text{ und } \eta = \varepsilon - \mu = 0{,}48$$

geschätzt werden, entsprechend

$$N = \frac{\eta \,.\, 1000\,Q H}{75} = 7{,}7.$$

Bei diesem Beispiele ist von Erfahrungen bezüglich der passenden Verhältnisse schottischer Turbinen abgesehen worden. Mit Rücksicht auf solche oder auf die Rechnungsergebnisse einiger Beispiele wird in anderen Fällen die Rechnung kürzer ausfallen, weil die nöthigen Annahmen von vornherein zutreffender gemacht werden können. Schon das eine Beispiel lässt übrigens die Geringfügigkeit des Wirkungsgrades dieser Turbinenart erkennen.

2) Bei dem Segner'schen Rade in der zu Anfange dieses Paragraphen erwähnten Ausführung von Althans ist die relative Geschwindigkeit w_1 des Wassers in den radialen cylindrischen Schwungröhren $=$ der ebenso gerichteten absoluten Zuflussgeschwindigkeit u zu denselben,

während die relative Zuflussgeschwindigkeit $w = \sqrt{u^2 + v_1^2}$ ist, also das Stossgefälle

$$\varsigma H = \frac{v_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

verloren geht. Die relative Ausflussgeschwindigkeit w_2 ist der auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogenen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entgegengesetzt gerichtet, also

$$u_2 = w_2 - v_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15).$$

Die Gleichung (3) nimmt also wegen $\alpha = 90^0$ und $\delta = 0$ die Form an:

$$g(\varepsilon - \varsigma) H = v_2 (w_2 - v_2) = u_2 v_2 \quad \ldots\ldots\ldots (16).$$

Dabei ist, r_2 auch auf die Mitten der Ausflussöffnungen bezogen,

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17).$$

Wesentlich ist hier die Grösse der absoluten Ausflussgeschwindigkeit u_2, wie schon daraus zu erkennen ist, dass ein endlicher Werth von $(\varepsilon - \varsigma)H$ nach (16) im Falle $u_2 = 0$ einer unendlich grossen Umfangsgeschwindigkeit v_2 entsprechen würde. Mit $\varepsilon_1 H$ werde die Summe des wirksamen Gefälles εH und der Ausflussgeschwindigkeitshöhe:

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g}$$

bezeichnet, so dass $\varepsilon_1 H =$ dem disponiblen Gefälle H nach Abzug der Widerstandshöhen ϱH, $\varrho_0 H$ und $\varrho_1 H$ für die Bewegung des Wassers bis zum Ausflusse aus der Turbine, also

$$\varepsilon_1 = 1 - \varrho - \varrho_0 - \varrho_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

zu setzen ist, wenn die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ für die Bewegung von der (frei ausgiessenden) Turbine bis zum Unterwasser $= \frac{u_2^2}{2g}$, also $H_2 = \frac{c_2^2}{2g}$ gesetzt wird (§. 33, Gl. 11), was in der Regel ohne in Betracht kommenden Fehler wird geschehen können; widrigenfalls wäre ε_1 um

$$\frac{1}{H}\left(H_2 - \frac{c_2^2}{2g}\right)$$

kleiner. Mit Rücksicht auf (16) und (14) ist

$$\varepsilon_1 H = \varepsilon H + \frac{u_2^2}{2g} = \varsigma H + \frac{u_2 v_2}{g} + \frac{u_2^2}{2g}$$

$$= \frac{v_1^2 + 2 u_2 v_2 + u_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (19).$$

Das aus (16) und (19) folgende Verhältniss

$$\frac{(\varepsilon - \varsigma)H}{\varepsilon_1 H} = \eta_i = \frac{2u_2 v_2}{v_1^2 + 2u_2 v_2 + u_2^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

kann als ein gewisser, von Wasserverlusten, Axenreibung und von bis zum Ausflusse vorhandenen hydraulischen Widerständen abstrahirender Wirkungsgrad betrachtet werden, welcher wohl als **ideeller Wirkungsgrad** bezeichnet wird.* Um ihn als Function von u_2 möglichst gross zu erhalten, muss der reciproke Werth

$$\frac{1}{2v_2}\left(\frac{v_1^2}{u_2} + 2v_2 + u_2\right), \text{ muss also } \frac{v_1^2}{u_2} + u_2$$

ein Minimum sein, woraus folgt:

$$-\frac{v_1^2}{u_2^2} + 1 = 0;\ u_2 = v_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

und entsprechend $\eta_i = \dfrac{2v_2}{v_1 + 2v_2 + v_1} = \dfrac{v_2}{v_1 + v_2} = \dfrac{r_2}{r_1 + r_2} \quad \ldots\ldots \quad (22)$

$$\eta = (\varepsilon - \varsigma) - \mu = \varepsilon_1 \eta_i - \mu = \frac{\varepsilon_1 r_2}{r_1 + r_2} - \mu \quad \ldots\ldots \quad (23).$$

Wenn H und Q gegeben sind, kann man zunächst mit einer angenommenen mittleren Strömungsgeschwindigkeit u_0 des Wassers in dem rotirenden verticalen Hohlcylinder dessen inneren Halbmesser r_1 aus der Gleichung

$$Q = \pi r_1^2 u_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

berechnen, wobei zugleich die Forderung massgebend sein mag, dass der aufwärts gerichtete hydrostatische Druck auf den Hohlcylinder dem Gewichte der Turbine sammt Wasserfüllung der Schwungröhren möglichst Gleichgewicht halten soll, insoweit es nämlich ohne übermässige Vergrösserung von r_1 und damit der Stopfbüchsenreibung des in der Mündung

---

* G. Herrmann in seiner Bearbeitung der fünften Auflage von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, 2. Theil, 2. Abth., S. 412, findet für η_i einen Ausdruck, welcher sich von obigem Ausdrucke (20) durch einen im Zähler und im Nenner hinzukommenden Summand v_1^2 unterscheidet. Dieser Unterschied kommt darauf hinaus, dass die fundamentale Gleichung (5), §. 30, welche hier die obige Form (16) annimmt, von Herrmann mit der Modification verwendet wird, dass er w_1 an die Stelle von w setzt, eine Abweichung, welche im Falle $\varsigma = 0$ zwar keinen wesentlichen Fehler verursacht, sonst aber unzulässig ist, wie auch ohne auf die Entwickelung jener Gleichung einzugehen schon daraus geschlossen werden kann, dass diese relative Geschwindigkeit w in ihr natürlich auf dieselbe Stelle vor dem Einflusse in die Turbinencanäle bezogen werden muss wie die darin vorkommende absolute Geschwindigkeit u. Die Folgerungen Herrmann's bezüglich des Segner'schen Rades sind unter solchen Umständen wesentlich andere; z. B. im Falle $u_2 = 0$ ist ihm zufolge $\eta_i = 0{,}5$ statt $\eta_i = 0$.

des Zuflussrohrs rotirenden Hohlcylinders geschehen kann. Nachdem dann r_2 als ein Vielfaches von r_1 angenommen ist, ergiebt sich r_1 mit einem vorläufig angenommenen (erst später gemäss Gl. (18) zu controlirenden) Werthe von ε_1 aus (19) und (21), nämlich aus der Gleichung:

$$g\varepsilon_1 H = v_1(v_1 + v_2) = \frac{r_1 + r_2}{r_1} v_1^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25),$$

damit die Umlaufzahl $n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$,

ferner v_2 nach (17) und $w_2 = v_1 + v_2$ nach (15) und (21). Durch w_2 und einen den Umständen gemäss zu schätzenden Contractionscoefficienten α ist die Gesammtgrösse der Ausflussöffnungen

$$F_2 = \frac{Q}{\alpha w_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

bestimmt, während die Querschnittssumme F_1 der Schwungröhren etwas $< \pi r_1^2$ angenommen werden kann, so dass u etwas $> u_0$ wird.

Damit das Wasser, welches aus einer Schwungröhre ausgeflossen ist, mit der folgenden nicht zusammenstossen könne, ist hier zu verlangen, dass während der Zeit t vom Augenblicke des Ausflusses bis zum Augenblicke des möglichen Zusammenstosses eine Senkung $= \frac{gt^2}{2}$ durch die Wirkung der Schwere stattgefunden habe, welche wenigstens = der Summe des äusseren Halbmessers der Schwungröhren und der halben Höhe von F_2 ist. Fragliche Zeit t ist bei z Schwungröhren offenbar durch die Gleichung bestimmt:

$$t = \frac{\frac{2\pi r_2}{z} - u_2 t}{v_2},$$

$$\text{also } t = \frac{2}{z}\frac{\pi r_2}{u_2 + v_2} = \frac{2}{z}\frac{\pi r_2}{w_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27).$$

Wenn bei horizontalem Ausflusse der Forderung nicht genügt sein sollte, ist die freie Bewegung der Schwungröhren über den ausfliessenden Wasserstrahlen hinweg immer dadurch leicht herbeizuführen, dass w_2 unter einem kleinen Winkel σ abwärts geneigt wird, so dass die Summe

$$\frac{gt^2}{2} + u_2 \sin\sigma \,.\, t$$

die verlangte Grösse erhält.

Beispielsweise sei wieder $Q = 0{,}1$ und $H = 12$. Nimmt man dann etwa $r_1 = 0{,}15$ (entsprechend u_0 etwas $> 1{,}5$), $r_2 = 9\,r_1 = 1{,}35$ und $v_1 = 3$, was

$$n = 191 \text{ und nach (25): } \varepsilon_1 = 0{,}765$$

voraussetzt, so ist $v_2 = 27$ und $w_2 = 30$, mit $\alpha = {}^2/_3$ nach (26): $F_2 = 0{,}005$. Bei $z = 2$ Schwungröhren von $r = 0{,}09$ Mtr. innerem Halbmesser wäre endlich

$$F_1 = 2\pi r^2 = 0{,}0509 \text{ und } u = \frac{Q}{F_1} = 1{,}965.$$

Zur Prüfung des Werthes von ε_1 sind die Widerstandshöhen ϱH und $\varrho_1 H$ zu berechnen, da die Einflusswiderstandshöhe $\varrho_0 H$ hier ohne Bedeutung ist. Während unter ähnlichen Umständen bei dem Beispiele unter 1) $\varrho H = 0{,}15$ angenommen wurde, ist hier dieser Gefällverlust etwas grösser zu veranschlagen wegen der plötzlichen Richtungsänderung beim Einflusse aus dem verticalen Hohlcylinder in die horizontalen Schwungröhren, und zwar vermuthlich ungefähr zutreffend:

$$\varrho H = 0{,}15 + \frac{u_0^2}{2g} = 0{,}27.$$

$\varrho_1 H$ rührt her von dem Leitungswiderstande der Schwungröhren, deren Länge $= r_2 - r_1$ und Weite $= 2r$ ist, von der fast plötzlichen Richtungsänderung um 90^0 des den Ausflussöffnungen zufliessenden Wassers, und besonders vom Ausflusswiderstande der letzteren selbst, einem gewissen Widerstandscoefficienten ς entsprechend. Demgemäss kann

$$\varrho_1 H = \left(\lambda \frac{r_2 - r_1}{2r} + 1\right)\frac{u^2}{2g} + \varsigma \frac{w_2^2}{2g}$$

gesetzt werden; man findet mit $\lambda = 0{,}025$ und $\varsigma = 0{,}05$ (einem Geschwindigkeitscoefficienten $= 0{,}975$ entsprechend):

$$\varrho_1 H = 0{,}23 + 2{,}30 = 2{,}53.$$

Hiernach wäre

$$(1 - \varepsilon_1) H = (\varrho + \varrho_1) H = 2{,}8 \text{ Mtr.},$$

wenn nicht passender Weise H_2 um etwa 0,1 Mtr. $> \frac{c_2^2}{2g}$ anzunehmen und deshalb zu setzen wäre:

$$(1 - \varepsilon_1) H = 2{,}9 = 0{,}24\, H;\ \varepsilon_1 = 0{,}76$$

in Uebereinstimmung mit der Annahme. Der nach (23) resultirende Wirkungsgrad

$$\eta = 0{,}9\,\varepsilon_1 - \mu = 0{,}69 - \mu$$

könnte $= 0{,}6$ erwartet werden trotz verhältnissmässig grosser Stopfbüchsenreibung. Nach (27) findet man

$$\frac{g t^2}{2} = 0{,}1 \text{ Mtr.}$$

nur eben = dem halben äusseren Durchmesser der Schwungröhren, so dass es rathsam ist, das Wasser etwas abwärts gerichtet ausfliessen zu lassen, etwa unter $\sigma = 10^0$, so dass

$$u_2 \sin \sigma . t = 0{,}07 \text{ Mtr.}$$

wäre. Dieses Segner'sche Rad, auch fast nur durch Ueberdruck wirkend ($u = 1{,}965$ und $H = 12$ entspricht $m = 0{,}016$), erscheint für einfache und einstweilige Anlagen nicht unzweckmässig. Unerwünscht freilich ist die grosse Länge der Schwungröhren; ihre Verkürzung müsste durch Vergrösserung von n erkauft werden.

§. 44. Aussenschlächtige Ueberdruckturbinen.

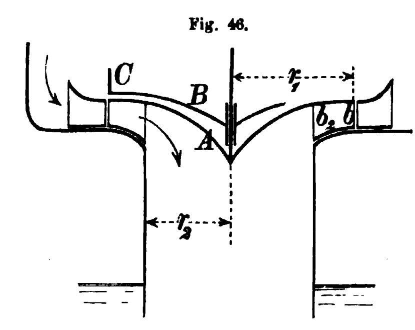
Diese Turbinen sind besonders in den Vereinigten Staaten von Nord-Amerika verbreitet, wo sie im Jahre 1838 von S. B. Howd angegeben und zunächst freilich in unvollkommener Weise mit ebenen hölzernen Leitschaufeln mehrfach ausgeführt wurden. Wesentlich verbessert wurden sie vom Civilingenieur Francis zu Lowell im Staate Massachusetts; er baute 1849 daselbst zwei solche Turbinen von je 230 Pferdestärken, welche mit betreffenden Ermittelungen durch seine Schrift „Lowell Hydraulic Experiments, Boston 1855" in weiteren Kreisen bekannt wurden und die Bezeichnung der in Rede stehenden Turbinen als Francis-Turbinen gebräuchlich machten. Unabhängig davon hatte Zeuner nahe gleichzeitig im „Civilingenieur" die Theorie solcher Räder nebst Constructionsregeln und dem Entwurfe einer aussenschlächtigen Turbine veröffentlicht und auf die Vorzüge vor der Fourneyron-Turbine hingewiesen. Dieselben bestehen besonders in der Zulässigkeit einer bis zu erheblichem Grade beliebigen Höhenlage infolge der Anwendung eines an den inneren Umfang des Radkranzes sich anschliessenden sogenannten Saugerohrs, also in der Leichtigkeit der Anordnung als Rohrturbine mit der dadurch erreichbaren, schon im §. 30 hervorgehobenen Verkleinerung der Widerstandshöhe $\varrho_2 H$, auch in einer principiell mit der äusseren Beaufschlagung verbundenen Verkleinerung der hydraulischen Widerstandshöhe, und in einer besonders bei grossen Gefällen erwünschten geringeren Umlaufzahl n. Die mit dem Quadrat der relativen Geschwindigkeit w wachsende Reibungs- und Krümmungswiderstandshöhe für die Bewegung des Wassers durch das Laufrad ist hier nämlich insofern kleiner, als w durch die entgegenwirkende Centrifugalkraft verkleinert wird, und n ist schon deshalb unter sonst gleichen Umständen kleiner, weil die Geschwindigkeit

$$v_1 = \frac{\varepsilon}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gH}{2m}} \quad (\S.\ 31,\ \text{Gl. } 7)$$

hier nicht die innere, sondern die äussere Umfangsgeschwindigkeit des Radkranzes, somit r_1 grösser ist. Wenn freilich Zeuner bei einer vergleichenden Rechnung die Umlaufzahl der aussenschlächtigen Turbine noch nicht halb so gross fand, als die der innenschlächtigen, so war es wesentlich mit dem Umstande zuzuschreiben, dass die verschiedenen Annahmen bei jener eine grössere Charakteristik m zur Folge hatten. Damit andererseits der Ausfluss am kleineren inneren Umfange nicht einen zu grossen Halbmesser r_1 erfordere, ist es hier zweckmässig, theils den Halbmesserunterschied $r_1 - r_2$ verhältnissmässig kleiner (das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ weniger von 1 verschieden) anzunehmen, theils durch Vergrösserung der Canalbreite von b aussen bis b_2 innen die Ausflussfläche zu vergrössern, wie Fig 46 andeutet.

Um durch die conoidische Gestaltung des Radtellers A, Fig. 46, den Querschnitt des Wasserstroms allmählig von der cylindrischen Ausflussfläche $= 2\pi r_2 b_2$ in den kreisförmigen Querschnitt $= \pi r_2^2$ des Saugerohrs übergehen zu lassen und dadurch die Widerstandshöhe $\varrho_2 H$ so viel wie möglich zu verkleinern, ist es natürlich nöthig, jenes Rohr sich an den inneren Umfang des Turbinenradkranzes anschliessen zu lassen, nicht an den äusseren, wie es wohl geschehen ist. Die Figur lässt erkennen, wie auch sonst durch entsprechende Anordnungen möglichste Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen herbeigeführt werden kann. In dieser Figur bedeutet B sinen festliegenden Schutzteller, um den Wasserdruck von der Turbine abzuhalten; er bildet in der Mitte ein Halslager für die Turbinenwelle, welche oben durch einen Kammzapfen passend aufgehängt und geführt wird. Die Regulirung ist durch eine Ringschütze vermittelt gedacht, welche, gegen den Rand C des Schutztellers abgedichtet, in den Spalt zwischen Leitrad und Laufrad herabgelassen werden kann.

Fig. 46.



Diese Regulirungsart einer Ueberdruckturbine ist mit jener im §. 37 besprochenen erheblichen Verminderung des Wirkungsgrades η bei unvollkommener Beaufschlagung (durch Senkung der Ringschütze) verbunden;

Francis selbst fand den Wirkungsgrad, welchen er bei vollständiger Schützenöffnung = 0,8 bestimmt hatte,

bei $^3/_4$ $^1/_2$ $^1/_4$ der vollen Oeffnung
nur = 0,74 0,60 0,38

trotz in jedem Falle vortheilhaftester (mit der Schützenöffnung gleichfalls abnehmender) Umlaufzahl. Nicht besser ist die Regulirung durch Verkleinerung der Ausflussweiten a aller Leitcanäle mit Hülfe einer Art von Rundschütze,*) oder auch im Falle der Anordnung als Rohrturbine die Regulirung der unteren Oeffnung des Sauge- oder Abflussrohrs durch eine Ringschütze. Vollkommen im Princip ist dagegen die selbstthätige (durch einen Centrifugalregulator vermittelte) Regulirung bei Zeidler's aussenschlächtiger Turbine,**) indem sie durch gleichzeitige Aenderung der Dimension b für Laufrad und Leitrad zugleich geschieht, so dass alle Querschnitte der Leit- und Turbinencanäle, sowie entsprechend die betreffenden Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers stets dieselben Verhältnisse behalten, und plötzliche Geschwindigkeitsänderungen insoweit ausgeschlossen bleiben, als sie nicht von den Schaufeldicken herrühren.

Um auch die unvollkommene Regulirung einer solchen Turbine weniger nachtheilig zu machen, ist es rathsam, bei ihrer Construction die Winkel α und β so anzunehmen, dass unbeschadet der verlangten Ueberdruckwirkung die Charakteristik m nicht sehr klein, wenigstens $> 0,5$ wird. Nimmt man z. B.

$$\alpha = 20^0 \text{ und } \beta = 60^0,$$

so wird mit $\varepsilon = 0,8$ nach § 31, Gl. (8): $m = 0,573$. Aus Gl. (18) daselbst folgt dann, wenn

$$\frac{r_1}{r_2} = 1,2 \text{ und nach Schätzung } \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0,9$$

angenommen wird,

$$tg\delta = 0,597 \frac{b}{b_2}; \text{ z. B. } \delta = 25^0 \text{ für } \frac{b_2}{b} = 1,28.$$

Den Winkel $\delta < 25^0$ zu machen, ist hier kaum räthlich, um die Canalweite a_2 nicht zu klein werden zu lassen. Aus §. 31, Gl. (2), (5) und (6) ergiebt sich hiermit:

$$u_2 = v_2\, tg\,\delta = \frac{r_2}{r_1}\, tg\,\delta \,.\, v_1 = \frac{r_2}{r_1}\, tg\,\delta \sqrt{g\varepsilon H\left(1 - \frac{tg\alpha}{tg\beta}\right)}; \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0,048\, H.$$

Diese Verhältnisse erscheinen passend für eine Ueberwasserturbine, bei welcher der durch den Ausfluss verursachte Gefällverlust

*) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1886, S. 47 u. Taf. III.
**) Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1876, S. 89 u. Taf. VI.

$$\varrho_2 H = H_2 + \frac{u_2^2 - c_2^2}{2g}$$

ist, oder auch für eine Unterwasserturbine mit

$$\varrho_2 H = \frac{(u_2 - c_2)^2}{2g}.$$

Bei einer Rohrturbine dagegen, bei welcher nach §. 33, Gl. (15, *a*), unter c' die mittlere Geschwindigkeit im Abflussrohr verstanden, bei Abstraction von dem geringfügigen Leitungswiderstande desselben und bei geeigneter Stetigkeit des Geschwindigkeitsüberganges von $k_2 u_2$ in c' zu setzen ist:

$$\varrho_2 H = (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{(c' - c_2)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (\varrho_2),$$

kann u_2 grösser, also δ grösser sein, ohne einen zu grossen Werth von $\varrho_2 H$ zur Folge zu haben.

Wären z. B. α, β und $\frac{r_1}{r_2}$ wie oben, so folgte mit $b_2 = b$:

$$\delta = arctg\ 0{,}597 = 30^0\ 50'; \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}078\, H.$$

Ferner wäre

$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 . 2\pi r_2 b}{\pi r_2^2} = 2 k_2 \frac{b}{r_2} = 2 k_2 \frac{r_1}{r_2} \frac{b}{r_1},$$

z. B. mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ (als durchschnittlich passendem Verhältnisse zur Bestimmung von r_1 nach §. 32, Gl. 1) und mit schätzungsweise $k_2 = 0{,}85$:

$$c' = 0{,}51\ u_2.$$

Für eine Rohrturbine wäre dann nach obiger Gleichung (ϱ_2)

$$\varrho_2 H < (1 - k_2)^2 \frac{u_2^2}{2g} + \frac{c'^2}{2g}, \text{ d. i.} < 0{,}283 \frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}022\, H.$$

Weil übrigens, wie ein Blick auf Fig. 46 erkennen lässt, für die Stetigkeit der Querschnitts- und Richtungsänderungen hier die Annahme $b_2 > b$ zweckmässig ist, kann es auch vorgezogen werden, die Winkel α, β bei der Anordnung als Rohrturbine zu vergrössern, um dadurch die Krümmungswiderstände zu verkleinern, vermuthlich ohne $\varrho_2 H$ in höherem Grade zu vergrössern. Wird z. B. angenommen:

$\alpha = 25^0$ und $\beta = 75^0$, entsprechend $m = 0{,}557$ mit $\varepsilon = 0{,}8$ nach §. 31, Gl. (8), so folgt bei den Annahmen

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}2 \qquad \frac{b_2}{b} = 1{,}25 \qquad \varphi \frac{k k_1}{k_2} = 0{,}9$$

aus den Gleichungen (18), (2), (5), und (6) a. a. O.

$$\delta = 28^0\,56' \quad \text{und} \quad \frac{u_2^2}{2g} = 0{,}074\,H.$$

Indem jetzt mit $\frac{b}{r_1} = 0{,}25$ und $k_2 = 0{,}85$ für eine Rohrturbine sich

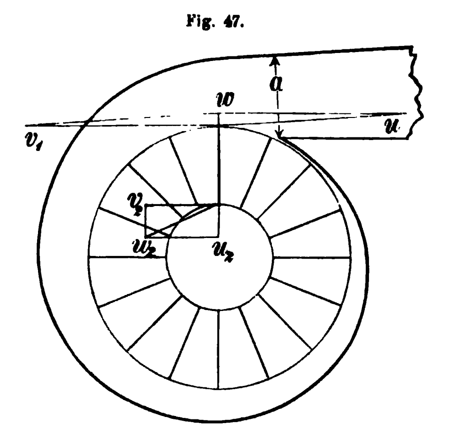
$$\frac{c'}{u_2} = \frac{k_2 .\ 2\pi r_2 b_2}{\pi r_2^2} = 2k_2 \frac{r_1}{r_2}\frac{b_2}{b}\frac{b}{r_1} = 0{,}64$$

ergiebt, folgt aus obiger Gleichung (ϱ_2):

$$\varrho_2\,H < 0{,}432\,\frac{u_2^2}{2g} \text{ oder } < 0{,}032\,H. \ -$$

Bemerkenswerth für Fälle kleineren Arbeitsbedarfs ist die hierher gehörige Turbine von Thomson; wenn auch im Princip unvollkommener, zeichnet sie sich besonders durch ihre Gedrungenheit, durch ihr kleines Raumbedürfniss aus. Bei verhältnissmässig grosser Kranzbreite $r_1 - r_2$ hat sie radiale Schaufeln und rotirt mit kleinem Spielraume zwischen den Seitenwänden eines Gehäuses, welchem das Wasser durch ein Rohr von rechteckigem Querschnitte in fast tangentialer Richtung zufliesst: Fig. 47; besonders an die centrale runde Oeffnung in der einen Seitenwand dieses Gehäuses (ev. an die Oeffnungen in beiden Seitenwänden) muss sich der Radkranz mit seinem inneren Umfange möglichst dicht anschliessen. Am äusseren Umfange bildet das Gehäuse einen allmählig enger werdenden Canal um die Turbine herum, indem seine Aussenwand als eine einzige Leitschaufel zu betrachten ist, durch welche das Wasser am ganzen Umfange $= 2\pi r_1$ unter einem kleinen Winkel α gegen denselben geneigt zugeführt wird, welcher, unter a die anfängliche (grösste) Canalweite verstanden, nahe durch die Gleichung

Fig. 47.



$$2\pi r_1 \sin\alpha = a \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

bestimmt ist. Wenn auch ein stossfreier Einfluss unter solchen Umständen nur unvollkommen erreichbar sein wird, so wird er mit Rücksicht auf $\beta = 90^0$ doch näherungsweise durch die Erfüllung der Gleichungen:

$$u = \frac{v_1}{\cos\alpha} = \frac{w}{\sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

gewährleistet. Noch weniger ist der Ausfluss normal; für ihn ist, um nicht einen Richtungswinkel von u_2 als weiteres Element einführen zu müssen, nur die Gleichung aufzustellen:

$$u_2^2 = v_2^2 + w_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Auch verliert dadurch die Gleichung (3), §. 31, ihre Berechtigung; statt ihrer ist auf die allgemeinere Gleichung (6), §. 30, zurückzugehen, aus welcher mit $\delta = 90^0$ und $\varrho = 0$ mit Rücksicht auf (2) folgt:

$$g \varepsilon H = u v_1 \cos \alpha - v_2^2 = v_1^2 - v_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Unverändert gelten auch hier die Beziehungen:

$$\frac{u^2}{2g} = m H \ . \ . \ (5) \text{ und } \frac{v_1}{v_2} = \frac{r_1}{r_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Wenn endlich mit b die Breite des Gehäuses am Umfange, mit b_1 und b_2 ($> b_1$) die Breite der Turbinencanäle bezw. am Anfange (aussen) und am Ende (innen), mit z die Zahl und mit s die gleichförmige Dicke der Schaufeln bezeichnet wird, so gelten statt der Gleichungen (9) — (14) im §. 31 bei Abstraction von Wasserverlusten noch die folgenden Gleichungen:

$$2\pi r_1 = z(a_1 + s) \ . \ . \ (7); \quad 2\pi r_2 = z(a_2 + s) \ \ldots\ldots (8)$$

$$Q = abu \ . \ . \ (9) = z a_1 b_1 w_1 \ . \ . \ (10) = z a_2 b_2 w_2 \ . \ . \ (11).$$

Die ausserdem anzuführende Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w$$

ist eine Folge der übrigen; denn ihre Verbindung mit (9) und der einen der zwei Gleichungen (2) giebt:

$$\frac{a}{2\pi r_1} = \frac{w}{u} = \sin \alpha$$

identisch mit (1). Die Gleichungen (1) — (11) sind somit 12 Beziehungen zwischen den 19 Elementen:

$$m \quad \alpha \quad r_1 \quad r_2 \quad a \quad a_1 \quad a_2 \quad b \quad b_1 \quad b_2$$

$$z \quad s \quad u \quad u_2 \quad v_1 \quad v_2 \quad w \quad w_1 \quad w_2.$$

Anzunehmen bleiben 7 dieser Elemente oder ebenso viel weitere Beziehungen zwischen ihnen.

Sind Q, H gegeben und wird ε vorbehaltlich nachträglicher Controle angenommen, so ergeben sich z. B. durch die Annahme des Verhältnisses $r_1 : r_2$ die Umfangsgeschwindigkeiten v_1, v_2 aus (4) und (6). Die weitere Annahme des kleinen Winkels α bestimmt u und w durch die Gleichungen (2), dann m durch (5). Zur Bestimmung von r_1, wodurch r_2 mitbestimmt ist, kann von einer gewissen Umlaufzahl

$$n = 9{,}55 \frac{v_1}{r_1}$$

oder von einem erwünschten ungefähren Verhältnisse $\frac{b}{r_1}$ gemäss der Gleichung

$$Q = 2\pi r_1 b w = 2\pi r_1^2 \frac{b}{r_1} w$$

ausgegangen werden. Dann ist a durch (1), b durch (9) bestimmt; auch lassen sich jetzt passende Werthe von z und s annehmen, damit a_1 und a_2 aus (7) und (8) berechnen. Nach der Annahme von b_1 (mit Rücksicht auf die Dicke der Kranzwände und den nöthigen Spielraum zwischen den Seitenwänden des Gehäuses etwas $< b$) findet man w_1 aus (10), und schliesslich nach der Annahme von b_2 auch w_2 aus (11), u_2 aus (3).

Je grösser die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2}$ und $\frac{b_2}{b_1}$ angenommen werden, desto kleiner ergeben sich v_2 und w_2, desto kleiner wird somit u_2. Dabei ist aber mit Rücksicht auf den Abfluss des Wassers, je nachdem derselbe durch eine centrale Oeffnung nur der einen oder auch der anderen Gehäusewand stattfindet, zu verlangen, dass

$$2\pi r_2 b_2 < \pi r_2^2 \text{ bezw. } < 2\pi r_2^2$$
$$b < \frac{r_2}{2} \quad \text{"} \quad < r_2$$

sei. Zur Berücksichtigung von Wasserverlusten wäre φQ statt Q in den Gleichungen (10) und (11) zu setzen.

Das Betriebswasser wirkt in dieser Turbine ungefähr ebenso sehr durch Ueberdruck, wie durch seine Zuflussgeschwindigkeit. Indem nämlich u^2 nur wenig $> v_1^2$, nach (4) also auch

$$u^2 \text{ etwas } > g\varepsilon H$$

ist, folgt $\frac{u^2}{2g}$ etwas $> \frac{\varepsilon H}{2}$, m etwas $> \frac{\varepsilon}{2}$.

§. 45. Aussenschlächtige Druckturbinen. Tangentialrad.

Diese Turbinen sind vorzugsweise als Partialturbinen unter der Bezeichnung „Tangentialräder" (wegen der Kleinheit des Winkels α, unter welchem bei ihnen die Zuflussgeschwindigkeit u gegen den Radumfang geneigt ist) ausgeführt worden. Das Tangentialrad ist eine gelungene Verwirklichung jener (zu Anfange von §. 41 erwähnten) schon 1826 von Poncelet vorgeschlagenen aussenschlächtigen Partialturbine. Das Verdienst ihrer Ausbildung und Einführung in die Praxis (seit 1844)

gebührt der Maschinenfabrik von Escher, Wyss & Co. in Zürich, speciell dem damaligen Leiter der betreffenden Abtheilung dieser Fabrik, Herrn Zuppinger.

Die aussenschlächtige empfiehlt sich überhaupt als Druckturbine, insbesondere zu partieller Beaufschlagung durch den Umstand, dass die Schaufelkrümmung an keine einschränkende Bedingung geknüpft ist. Der Normaldruck des an der Schaufel entlang fliessenden Wassers pro Masseneinheit desselben ist nämlich hier, wie aus Fig. 43 (§. 42) ersichtlich ist, falls darin die Richtungen der relativen Geschwindigkeit w und der zusammengesetzten Centrifugalkraft $2\,\omega\,w$ umgekehrt werden,

$$N = \frac{w^2}{\varrho} + 2\,\omega\,w + \omega^2\,x\,\cos\varphi$$

und könnte, wenn überhaupt, nur gegen das Ende am inneren Radumfange hin zugleich mit $\cos\varphi$ negativ werden. Aber selbst im Endpunkte, also für

$$x = r_2;\quad \varrho = \varrho_2,\quad w = w_2,\quad \varphi = 180^0 - \delta$$

ist wegen $\omega\,r_2 = v_2$:

$$N = \frac{w_2^{\,2}}{\varrho_2} + \omega\,\,(2\,w_2 - v_2\cos\delta)$$

stets positiv, weil $w_2\cos\delta = v_2$, also $w_2 > v_2\cos\delta$ ist.

Dieser Umstand spricht übrigens doch weniger zu Gunsten einer aussenschlächtigen Druckturbine, als die Schwierigkeit der Annahme des ihr zufliessenden Wassers als wesentlicher Nachtheil hervorzuheben ist, indem trotz fehlenden Ueberdruckes ein erheblicher Wasserverlust im Spalt nicht vermieden werden kann, falls nicht die Umdrehungszahl des Rades viel kleiner ist, als sie der Theorie zufolge sein sollte. Der Grund dieser erfahrungsmässigen Thatsache mag theils in dem schädlichen Einflusse der Schaufeldicken, gesteigert durch die Kleinheit der Winkel α, β, und in dem bei Partialturbinen unvermeidlichen Stosse der Schaufeln durch das zufliessende Wasser, theils in der besonders hinderlichen Richtung der Massenkräfte zu suchen sein: siehe Fig. 43, wo bei d die zusammengesetzte Centrifugalkraft entgegengesetzt, also auch auswärts gerichtet ist.

Tangentialräder sind, wie Partialturbinen überhaupt, bei kleinen Wassermengen und grossen Gefällen am Platze, also unter Umständen, unter welchen Vollturbinen oft allzu kleine Durchmesser und zu grosse Umdrehungszahlen erhalten, und wobei zugleich der gebotene Ausguss in die freie Luft einen im Vergleich mit H nur kleinen Gefällverlust H_2 verursacht. Erfahrungsmässig können dann Wirkungsgrade $\eta = 0{,}7$

erreicht werden bei entsprechender Winkelgeschwindigkeit der Turbine und bei voller Oeffnung der (gewöhnlich drei) Leitcanäle des Einlaufs, bezw. jedes der beiden diametral gegenüberliegenden Einläufe. Der hydraulische Wirkungsgrad ε mag $= 0{,}82$ zu setzen sein (entsprechend $\mu = 0{,}06$ und $\varphi = 0{,}927$), die Charakteristik $m = 0{,}9$ wenigstens bei grossen Gefällen H, im Vergleich mit welchen H_1 in Gl. (12), §. 30, nur klein ist. Das Verhältniss $\frac{r_1}{r_2}$ werde etwas grösser angenommen, als im vorigen Paragraph für Ueberdruckturbinen angegeben wurde, um bei dem kleineren Winkel β die Schaufeln nicht zu sehr krümmen zu müssen, der Winkel δ etwas kleiner, weil hier die der Ausflussgeschwindigkeit u_2 entsprechende lebendige Kraft nicht theilweise für den Effect verwerthbar ist. Z. B. mit

$$\frac{r_1}{r_2} = 1{,}25 \text{ und } \delta = 20^0,$$

wenn ferner mit Rücksicht auf den besprochenen Wasserverlust hier

$$\varphi \frac{kk_1}{k_2} \text{ nur } = 0{,}8$$

und vorläufig, wie es üblich ist, $b_2 = b$ angenommen wird, folgt aus §. 31, Gl. (18)

$$\alpha = 7^0\ 42',$$

dagegen mit $b_2 = 1{,}25\, b$, wie es zur Vergrösserung von α vorzuziehen sein wird,

$$\alpha = 9^0\ 41'.$$

Die Gleichung (8), §. 31, liefert im letzteren Ealle

$$\beta = 17^0\ 49',$$

während aus den Gleichungen (2), (5) und (7) daselbst sich ergiebt:

$$u_2 = v_2\, tg\, \delta = \frac{r_2}{r_1}\, tg\, \delta \cdot \frac{\varepsilon}{\cos \alpha} \cdot \sqrt{\frac{g H}{2 m}}.$$

Der entsprechende verhältnissmässig kleine Werth von

$$\frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}016\, H$$

lässt erkennen, dass δ ohne wesentlichen Nachtheil auch etwas grösser zu wählen ist, wodurch zugleich α und β vergrössert werden. Z. B. die Winkel $\alpha = 12^0$, $\beta = 22^0$, $\delta = 25^0$ und die Verhältnisse $\frac{r_1}{r_2} = \frac{b_2}{b} = \frac{5}{4}$ entsprechen den vermuthlich nahe zutreffenden Coefficienten:

$$\varepsilon = 0{,}82 \qquad m = 0{,}904 \qquad \varphi \frac{kk_1}{k_2} = 0{,}832 \text{ und } \frac{u_2^{\,2}}{2g} = 0{,}027\, H.$$

Zur Bestimmung von r_1 gemäss Gl. (1,a) in der Anmerkung zu §. 32 kann $b = 0{,}25\, r_1$ angenommen werden und etwa $p = 4$ bis 6, um so grösser, je mehr es darauf ankommt, r_1 zu vergrössern und die Umlaufzahl n zu verkleinern. Die Schaufelzahl z_1 ist, wie immer bei Partialturbinen (siehe §§. 29, 42), möglichst gross zu machen, etwa gemäss der von Redtenbacher empfohlenen Regel:

$$z_1 = 35 + 50\, r_1.$$

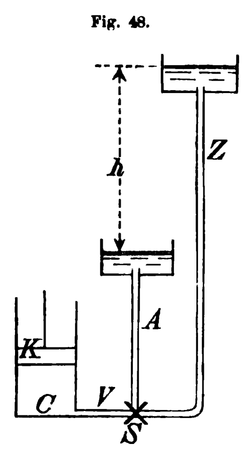
Um so mehr sollten dann die Schaufeldicken thunlichst klein gehalten werden.

IV. Wassersäulenmaschinen.

§. 46. Einleitende Bemerkungen.

Wassersäulenmaschinen sind hydraulische Kraftmaschinen, bei welchen das Betriebswasser unmittelbar durch seinen dem Gefälle entsprechenden Druck und zwar auf einen Kolben wirkt, welcher in einem Cylinder (Treibcylinder) dicht anschliessend beweglich ist. Sie werden vorzugsweise in Bergwerken bei grossen disponiblen Gefällen zur Hebung des Grubenwassers mittelst Pumpen mit lediglich hin- und hergehender Bewegung angewendet, in neuerer Zeit jedoch auch mehr und mehr zu manchen anderen Zwecken und in kleineren Verhältnissen mit rotirender Bewegung. Im ersteren Falle können sie bei verticaler Lage der Treibcylinderaxe einfach- oder doppeltwirkend mit einem Cylinder, auch einfachwirkend mit zwei Cylindern gebaut werden.

Fig. 48.



Die schematische Fig. 48 entspricht einer einfach-wirkenden eincylindrigen Maschine. Darin ist

h das disponible Gefälle = dem Höhenunterschiede des Ober- und des Unterwasserspiegels, woselbst die der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers entsprechenden Geschwindigkeitshöhen im Vergleich mit dem hier stets erheblichen Gefälle ausser Betracht bleiben können,

C der Treibcylinder, K der Treibkol

Z das Zuflussrohr (Einfallrohr), A Abflussrohr (Austragerohr) des Betriebswassers, beide zusan laufend bei

Inhaltsverzeichniss der zweiten Lieferung.

Seite

2. Unterschlächtige Wasserräder.

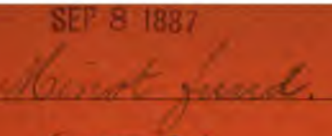
III. Turbinen.

a. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Turbinen.

b. Einzelne Arten von Turbinen.

IV. Wassersäulenmaschinen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



THEORETISCHE

MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,
PROFESSOR AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN VIER BÄNDEN.

DRITTER BAND.

THEORIE DER KRAFTMASCHINEN.

MIT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

DRITTE LIEFERUNG.

HAMBURG UND LEIPZIG,
VERLAG VON LEOPOLD VOSS.
1887.

Preis 4 Mark.



S, woselbst durch ein Kreuz die Steuerung angedeutet ist,

V das Verbindungsrohr der letzteren mit dem Treibcylinder.

Durch die Steuerung *S* wird zur Vermittelung des Auf- und Niederganges des belasteten (durch die zugehörige Kolbenstange und eventuell weitere Mechanismen die Nutzleistung verrichtenden) Kolbens *K* abwechselungsweise *V*

in Verbindung mit *Z*, ausser Verbindung mit *A*,

oder „ „ „ *A*, „ „ „ *Z*

gesetzt. Bei der durch die Figur angedeuteten verticalen Stellung des oben offenen Cylinders *C* ist nur für den Aufgang des Kolbens der Wasserdruck die Triebkraft, für den Niedergang dagegen seine eigene und die Schwere des mit ihm verbundenen Gestänges.

Fig. 49.

Bei der doppeltwirkenden Wassersäulenmaschine wirkt der Wasserdruck auf den Kolben nach beiden Seiten, indem nach dem Schema von Fig. 49 das Betriebswasser vermittels der Steuerung *S* abwechselungsweise geleitet wird auf den Wegen:

$Z S V_1 K$ zufliessend, $K V_2 S A$ abfliessend

und $Z S V_2 K$ „ $K V_1 S A$ „

Die zweicylindrige Wassersäulenmaschine, Fig. 50, ist eine solche Verbindung von zwei einfachwirkenden eincylindrigen Maschinen, dass die in den Cylindern C_1 und C_2 beweglichen Kolben K_1 und K_2 entgegengesetzt gleiche Bewegungen haben, indem sie gelenkartig an die Enden eines zwei- und gleicharmigen Hebels (eines Balanciers) angeschlossen sind. Durch die Steuerung *S* wird hier das Wasser abwechselnd geleitet auf den Wegen:

Fig. 50.

$Z S V_1 K_1$ zufliessend, $K_2 V_2 S A$ abfliessend

und $Z S V_2 K_2$ „ $K_1 V_1 S A$ „

Der Treibkolben ist entweder ein geliederter oder ein Plungerkolben; im letzteren Falle hat die Liederung (allgemein als Abdichtungs-
ˈchtung verstanden, auch wenn der abdichtende Körper nicht Leder
ım Cylinder eine feste Lage. Gewöhnlich ist der abdichtende Körper
ederstulp, welcher vom Wasser selbst gegen die Wand des Cylinders
, gegen die Oberfläche des Plungerkolbens gepresst wird mit einer
, die dem hydrostatischen Drucke proportional ist und somit ange-
ener Weise gerade in dem Masse wächst, wie das Bedürfniss der

Abdichtung. Bei sehr grossen Gefällen kann dieser sogenannten hydrostatischen Liederung gleichwohl eine andere Abdichtung vorgezogen werden, welche die Pressung des Dichtungsmaterials unabhängig von dem sehr grossen Wasserdrucke zu reguliren gestattet.

Wenn bei einer einfachwirkenden Maschine die Kolbenstange aus dem offenen Ende des Treibcylinders herausragt, wie es in den Figuren 48 und 50 angedeutet ist, so kann sie aus Holz verfertigt sein ohne besondere Bearbeitung. Geht sie aber durch einen Deckel des Cylinders an einem Ende desselben, an welchem das Betriebswasser ein- und ausfliesst, wie es jedenfalls bei doppeltwirkenden Maschinen der Fall ist, aber auch sonst der Fall sein kann, so muss sie von Eisen, überhaupt von Metall und rund abgedreht sein, um sie durch eine Stopfbüchse gehörig abdichten zu können; dieselbe ist gewöhnlich eine Lederbüchse, die Dichtung nämlich durch aufeinander geschichtete und zusammengepresste Lederscheiben hergestellt. —

Bei den Wassersäulenmaschinen des Bergwerksbetriebes mit lediglich hin- und hergehender Bewegung*) pflegt die mittlere Geschwindigkeit v des Treibkolbens nur etwa 0,3 Mtr. pro Sek. zu betragen, indem man übrigens bei einfach wirkenden eincylindrigen Maschinen den mit grösseren Widerständen verbundenen Aufgang des Kolbens zur Mässigung dieser Widerstände oft langsamer stattfinden lässt, als den Niedergang.

Der Kolbenhub s pflegt so bemessen zu werden, dass die Zahl der Kolbenspiele pro Minute = 3 bis 6 ist. Gemäss der Gleichung:

$$n.2s = 60v \text{ oder } s = \frac{30v}{n}$$

wäre dann s = 1,5 bis 3 Mtr. für v = 0,3 Mtr. und n = 6 bis 3. Das Verhältniss der Hublänge s zum Durchmesser d des Kolbens findet sich zwischen weiten Grenzen verschieden, etwa zwischen 2,5 und 6; denn d ist natürlich von den Umständen des betreffenden Falles abhängig, insbesondere vom disponiblen Aufschlagwasserquantum und vom verlangten gesammten Wasserdrucke auf den Kolben.

Die Weiten des Zufluss- und des Abflussrohrs pflegen zwischen $\frac{1}{2}d$ und $\frac{1}{3}d$ gewählt zu werden, entsprechend mittleren Wassergeschwindigkeiten in diesen Röhren = $4v$ bis $9v$.

---

*) Die Theorie dieser Maschinen ist so einfach und besonders von Weisbach in seinem Lehrbuche der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik so genügend behandelt worden, dass hier wenig hinzuzufügen war.

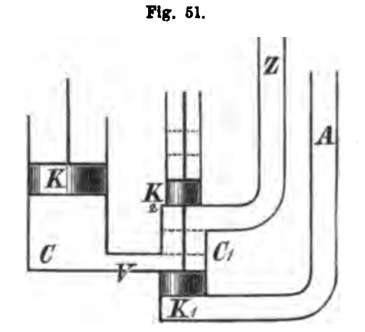
§. 47. Steuerungsarten.

Sehr wesentlich und besonderer Sorgfalt bedürftig ist die Steuerung von Wassersäulenmaschinen. Sie kann als innere und äussere Steuerung unterschieden werden. Jene dient unmittelbar zum wechselsweisen Zulassen und Absperren des Betriebswassers, diese dazu, jene innere Steuerung von der Bewegung der Treibkolbenstange so abhängig zu machen, dass sie selbstthätig zu gehöriger Zeit in Function tritt; diese Abhängigkeit erfordert gewisse Hülfsmittel, welche im folgenden Paragraph besprochen werden. Die hier zunächst in Rede stehende innere Steuerung, bei älteren Maschinen als Hahnsteuerung vorkommend, wurde später vorzugsweise als Kolbensteuerung ausgeführt, während neuere Maschinen auch mit Ventil- und Schiebersteuerungen ausgerüstet sind.

1) Der Steuerhahn hat die gewöhnliche Form eines abgestumpften Kegels und sitzt in einem entsprechend gestalteten, mit Hartmetallfutter ausgerüsteten Gehäuse. Die Bohrungen (Hahnwege) sind verschieden angeordnet je nach der (durch die Figuren 48 bis 50 charakterisirten) Maschinengattung; wenn dabei die Bewegungsrichtungen des Wassers vor und nach dem Durchgange durch den Hahn einen Winkel miteinander bilden, so kann der dadurch bedingte Seitendruck im Sinne der Halbirungslinie dieses Winkels durch einen hydrostatischen Gegendruck infolge besonderer Einrichtung des Hahns (nach Schitko) aufgehoben oder vermindert werden. Möglichste Gleichförmigkeit der Abnutzung wird durch die von Brendel zuerst angewendeten Steuerhähne erzielt, welche nicht hin- und her-, sondern stets in demselben Sinne umgedreht werden.

2) Die Einrichtung einer Kolbensteuerung zeigt im Princip Fig. 51 zunächst bei Voraussetzung einer einfach wirkenden eincylindrigen Maschine. In dem Steuercylinder C_1 ist der Steuerkolben K_1 dicht anschliessend beweglich, welcher, indem er von oben durch das Oberwasser, von unten durch das Unterwasser gedrückt wird, zur Gewinnung eines Gegendruckes behufs leichterer Bewegung mit dem Gegenkolben K_2, in einem Fortsatze des Steuercylinders gleichfalls dicht anschliessend beweglich, durch eine Stange verbunden ist. Die in der Figur gezeichnete Lage der Kolbenverbindung

Fig. 51.



$K_1 K_2$ entspricht dem Einflusse des Betriebswassers in den Treibcylinder C, die punktirt angedeutete Lage, in welcher K_1 sich über dem Verbindungsrohr V, doch nach wie vor unter der Einmündung des Zuflussrohrs Z in den Steuercylinder befindet, entspricht dem Abflusse des Wassers aus C.

Die möglichst vollkommene Entlastung des Steuerkolbens erfordert ein gewisses Verhältniss seines Durchmessers d_1 zum Durchmesser d_2 des Gegenkolbens; dasselbe wird im §. 49 mit Rücksicht auf sonstige dabei in Betracht kommende Umstände besprochen. Einstweilen nur mit Rücksicht auf den hydrostatischen Druck ergiebt es sich durch folgende Ueberlegung. Sind h_1 und h_2 die Höhen bezw. des Ober- und des Unterwasserspiegels über der Unterfläche von K_2, ist e die Entfernung dieser Fläche von der oberen Fläche des Steuerkolbens K_1, sowie k die Höhe des letzteren, endlich δ die Dicke der Verbindungsstange beider Kolben, so ist der resultirende hydrostatische Druck auf dieselben = 0, wenn

$$(d_1^2 - \delta^2)(h_1 + e) - d_1^2(h_2 + e + k) - (d_2^2 - \delta^2)h_1 = 0$$

oder mit $h_1 - h_2 = h$, wenn

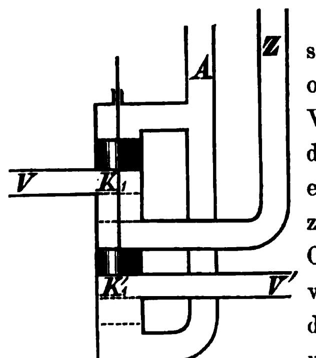
$$d_1^2(h - k) - d_2^2 h_1 - \delta^2 e = 0$$

ist. Indem hier $\delta^2 e$ verhältnissmässig sehr klein, auch k sehr klein gegen h ist, folgt näherungsweise

$$\frac{d_2}{d_1} = \sqrt{\frac{h}{h_1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

wobei das in den Grenzlagen der Kolbenverbindung $K_1 K_2$ etwas verschiedene h_1 als mittlere Höhe des Oberwasserspiegels über der Unterfläche des Gegenkolbens zu verstehen ist.

Fig. 52.



Die Figur 52 lässt im Princip die Kolbensteuerung einer doppeltwirkenden eincylindrigen oder einer einfachwirkenden zweicylindrigen Wassersäulenmaschine erkennen. Dabei ist V das Verbindungsrohr zu dem einen Cylinderende bezw. zu dem einen Cylinder, V' dasselbe zum andern Cylinderende bezw. zum andern Cylinder; die gezeichnete obere Lage der Kolbenverbindung entspricht dem Zuflusse in V und dem Abflusse aus V', die punktirt angedeutete untere Lage dem Zufluss in V' und Abfluss aus V. Von diesen zwei Steuerkolben K_1, K_1^1 ist hier jeder zugleich der Gegenkolben des anderen. Während die untere Fläche von K_1 sowie die obere von K_1^1 beständig von der Wassersäule in Z gedrückt werden,

sind die gegenüberliegenden Flächen beider Kolben stets dem Drucke der in A befindlichen Wassersäule ausgesetzt, so dass für jeden von ihnen die Differenz der beiderseitigen hydrostatischen Druckhöhen, und zwar für den einen nach oben, für den anderen nach unten $= h$, somit bei gleichen Durchmessern der resultirende hydrostatische Druck auf die Kolbenverbindung nahe = Null ist. Wegen der Dicke des äusseren Theils der Steuerkolbenstange ist, falls der Steuercylinder unter dem Unterwasserspiegel liegt, nur ein kleiner aufwärts gerichteter Druck vorhanden, welchem das Gewicht der Kolbenverbindung entgegenwirkt.

Als Liederung der Steuer- und Gegenkolben wird gewöhnlich eine Packung von übereinander liegenden Lederscheiben angewendet.

Wenn der Steuerkolben K_1, Fig. 51 und Fig. 52, an dem Verbindungsrohre V vorbeigehend, dasselbe abschliesst, ist er von ihm aus einem u. U. sehr bedeutenden Seitendrucke ausgesetzt, welcher aber dadurch fast ganz vermieden werden kann, dass man V um den Steuercylinder herumführt, bezw. letzterem an der Stelle von V eine Erweiterung von gleicher Höhe mit V giebt, von welcher nur einzelne Rippen zur Führung des Kolbens bis zu dessen Oberfläche hervorragen. Damit ferner der Zu- und Abfluss des Betriebswassers in und aus dem Treibcylinder möglichst allmählig abgesperrt werde, giebt man dem Steuerkolben an beiden Seiten conoidisch endigende Ansätze und bringt daselbst auch wohl noch Längsfurchen an, welche gegen die Mitte des Kolbens hin allmählig in dessen cylindrischer Oberfläche verlaufen. Seine Höhe wird bei diesen Anordnungen wesentlich grösser, als die Höhe des Verbindungsrohrs.

Indem durch solche Gestaltung des Steuerkolbens in Verbindung mit angemessen langsamer Bewegung desselben die Durchlassöffnung für das Betriebswasser zu Ende eines Hubes möglichst allmählig verkleinert wird, hat der entsprechend allmählig vergrösserte hydraulische Widerstand eine ebenso allmählige Abnahme oder Zunahme des Drucks im Treibcylinder bezw. zu Ende des Zuflusses oder des Abflusses des Wassers zur Folge, wodurch die lebendige Kraft der mit dem Treibkolben verbundenen Massen allmählig aufgebraucht wird. Gleichwohl kann es sein, dass dies noch nicht vollkommen der Fall ist, wenn der Steuerkolben vollkommen abschliesst, so dass zu Ende des Zuflusses ein leerer Raum von wenn auch nur kleiner Grösse im Cylinder entstehen würde, dessen spätere Wiederausfüllung einen Stoss zur Folge hätte, während ein solcher zu Ende des Abflusses unmittelbar erfolgen müsste. Vollkommen sind solche Stösse dadurch zu verhindern, dass das Verbindungsrohr V mit dem Ab-

flussrohr A durch ein directes (die Steuerung umgehendes) Rohr mit einem von A gegen V sich öffnenden Ventil, mit dem Zuflussrohr Z durch ein zweites Rohr mit einem von V gegen Z sich öffnenden Ventil verbunden wird, so dass Wasser zu Ende des Zuflusshubes aus A in den Treibcylinder, zu Ende des Abflusshubes aus diesem in Z zurücktreten kann.

Zu demselben Zwecke kann auch das Verbindungsrohr V in Communication mit einem Windkessel gesetzt werden, welcher zu Ende des Einflusshubes durch Expansion der eingeschlossenen Luft Wasser hergiebt, zu Ende des Ausflusshubes solches aufnimmt, indem die Luft comprimirt wird. Damit hierbei kein Wasser verloren gehe, nämlich nicht bei Beginn des Zuflusshubes Wasser aus Z in den Windkessel einfliesse, bei Beginn des Abflusshubes Wasser aus ihm durch A ausfliesse, ohne eine nützliche Arbeit verrichtet zu haben, müsste freilich eine bestimmte, dauernd kaum sicher erfüllbare Beziehung zwischen gewissen massgebenden Grössen stattfinden der Art, dass, unter b die Wasserbarometerhöhe nahe $= 10$ Mtr. verstanden, bei Beginn des Zuflusshubes der Luftdruck im Windkessel der ganzen Wasserdruckhöhe $b + h_1$, bei Beginn des Abflusshubes der Druckhöhe $b + h_2$ entspricht. Ist F die wirksame Kolbenfläche und s der Kolbenhub, so muss zu dem Ende vor Allem der Kolben im Augenblicke der Absperrung des zufliessenden Wassers einen ebenso grossen Weg s_1 etwas $< s$ durchlaufen haben, wie bei dem umgekehrten Hube im Augenblicke der Absperrung des abfliessenden Wassers, und ausserdem muss das Luftvolumen $= V_1$ im Windkessel unter der Wasserdruckhöhe $b + h_1$ so gross sein, dass es durch Ausdehnung um das Volumen $= F(s - s_1)$ des aus dem Windkessel in den Treibcylinder ausfliessenden Wassers in

$$V_2 = V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2}$$

übergeht, der Druckhöhe $b + h_2$ bei gleicher Temperatur entsprechend, somit auch durch Compression um den Betrag dieses Volumens $= F(s - s_1)$ des am Ende des umgekehrten Hubes in den Windkessel zurückfliessenden Wassers wieder auf V_1 reducirt wird. Die Bedingung dafür ist:

$$V_1 + F(s - s_1) = V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2}$$

und folgt daraus
$$\left. \begin{aligned} V_1 &= F(s - s_1) \frac{b + h_2}{h} \\ V_2 &= V_1 \frac{b + h_1}{b + h_2} = F(s - s_1) \frac{b + h_1}{h} \end{aligned} \right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Die dauernde Erfüllung dieser Bedingungsgleichungen wird dadurch erschwert, dass die Luft aus dem Windkessel unter dem Einflusse des hohen Drucks allmählig verschwindet, indem sie theils durch Poren und undichte Stellen der Kesselwand entweicht, theils und zwar vorzugsweise vom Wasser absorbirt wird. Indem freilich bei der Abnahme von V_1 unter übrigens gleichen Umständen die Druckhöhe der expandirenden Luft kleiner, als $b + h_2$ wird, liesse sich im Princip (abgesehen von praktischen Rücksichten) dem Uebelstande durch ein sich einwärts öffnendes Ventil am Luftraume des Windkessels begegnen, welches, indem es durch die Atmosphäre und durch besondere Mittel der Druckhöhe $b + h_2$ entsprechend im Sinne von aussen nach innen belastet ist, sich öffnet und Luft einströmen lässt, sobald die Druckhöhe innen $< b + h_2$ wird. Bei sehr grossem Gefälle bleibt übrigens die entsprechend grosse Explosionsgefahr des Windkessels ein misslicher Umstand.

Aehnliche Erwägungen in Betreff thunlichster Vermeidung von Stössen, wie die hier im Anschlusse an die vorzugsweise übliche Kolbensteuerung angestellten, gelten auch für andere Steuerungsarten von Wassersäulenmaschinen.

3) Zur Ventilsteuerung einer Wassersäulenmaschine sind an jedem Ende eines Treibcylinders, wo das Wasser ein- und auszufliessen hat, zwei Ventile nöthig, ein Einlass- und ein Auslassventil, von welchen stets das eine offen, das andere geschlossen ist. Beide spielen in verticaler Richtung; behufs Erleichterung dieser Bewegung wird jedes durch die aufwärts reichende Ventilstange mit einem Gegenkolben verbunden, der im betreffenden Steuercylinder anschliessend beweglich ist, und der Raum unter dem Ventilsitz mit dem Raum über dem Gegenkolben durch ein Rohr verbunden. Bei gleichen Durchmessern des Ventils und seines Gegenkolbens ist dann der resultirende hydrostatische Druck auf beide zusammen nahe = Null.

Die Schiebersteuerung einer Wassersäulenmaschine ist derjenigen einer Dampfmaschine im Wesentlichen nachgebildet.

§. 48. Hülfsmittel zur Ergänzung und Sicherung der Steuerungswirkung.

Ausser den im vorigen Paragraph erwähnten Mitteln zur thunlichsten Vermeidung von Kolbenstössen sind zur Sicherung regelrechter Wirksamkeit der Steuerung einer Wassersäulenmaschine im Gegensatze zur Steuerung von Maschinen mit ausdehnsamer Arbeitsflüssigkeit, z. B. von Dampfmaschinen, besondere Hülfsmittel nöthig, gleichfalls zumeist infolge der

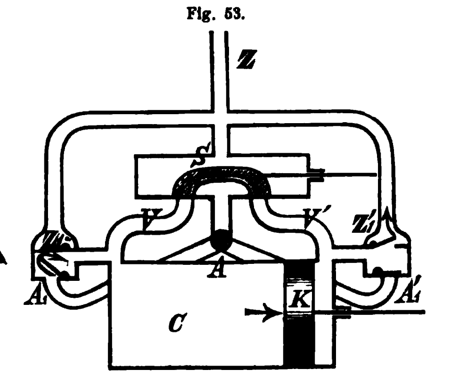
fast vollkommenen Unabhängigkeit des Wasservolumens vom jeweiligen Drucke. Betrachtet man z. B. die Kolbensteuerung Fig. 51, so ist zu bemerken, dass, wenn gegen Ende der Aufwärtsbewegung des Treibkolbens der durch entsprechende Verbindung mit der Treibkolbenstange gleichfalls aufwärts bewegte Steuerkolben K_1 das Verbindungsrohr V eben abgesperrt hat, dadurch fast augenblicklich (abgesehen von einem etwa vorhandenen, mit V communicirenden Windkessel) der Druck im Treibcylinder auf Null (bezw. auf den kleineren Werth γh_2 im Falle der im §. 47 besprochenen unmittelbaren Verbindung von V mit A) reducirt wird, und somit der aufsteigende Treibkolben K im Wesentlichen nur noch vermöge der lebendigen Kraft der bewegten Massen (und ev. des kleinen Arbeitsvermögens der comprimirten Luft in einem Windkessel) entgegen seiner Belastung sich etwas weiter bewegt, bei seiner kleinen Geschwindigkeit um eine so kleine Strecke, dass sie nicht ausreichen würde, den Steuerkolben K_1 in seine höchste Lage zu bringen, falls auch der zweite Theil der erforderlichen Bewegung des letzteren unmittelbar von der Bewegung des Treibkolbens K abhinge. Bei der umgekehrten Bewegung von K_1 aus der oberen in die untere Grenzlage (wenn der abwärts gehende Treibkolben seine tiefste Lage fast erreicht hat) würde im Augenblicke des Abschlusses von V sofort die Abwärtsbewegung von K und somit auch die weitere Abwärtsbewegung von K_1 vollständig gehemmt und ausserdem ein gefährlicher Stoss durch die in ihrer Bewegung plötzlich aufgehaltenen trägen Massen verursacht werden, oder wenigstens würde (im Falle eines kleinen Windkessels oder der im §. 47 besprochenen unmittelbaren Verbindung von V mit Z) der dann vom Treibkolben noch zurückgelegte Weg wieder zu klein sei, um die Vollendung der Umsteuerung zu vermitteln.

Aehnliche Unzuträglichkeiten wären mit anderen Steuerungsarten von Wassersäulenmaschinen verbunden, wenn sie nicht durch besondere Hülfsmittel beseitigt werden. Dieselben sind verschieden, jenachdem die Maschine eine nur hin- und hergehende oder zugleich eine davon abgeleitete stetig rotirende Bewegung besitzt; in allen Fällen bedarf es aber einer Hülfskraft, um entweder die Bewegung des Steuerungskörpers zu vollenden, nachdem sie durch die unmittelbare Wirkung des Treibkolbens gegen Ende eines Hubes desselben nur eingeleitet worden ist, oder um (bei rotirender Bewegung) die letzte kleine Strecke des Treibkolbenhubes zu ermöglichen.

1) Hat die Maschine ausser der hin- und hergehenden zugleich

eine stetig rotirende Bewegung, was nur bei doppeltwirkenden Maschinen passend und ohne Schwierigkeit ausführbar ist, so wird die fragliche Hülfskraft durch die lebendige Kraft eines Schwungrades dargeboten. Sind dabei die Bewegungen des Steuerkörpers, des Schwungrades und des Treibkolbens K so von einander abhängig gemacht, dass die Bewegung von K erst in dem Augenblicke jeweils sich umkehren kann und muss, in welchem die Umsteuerung vollendet ist, d. h. der Steuerkörper die der umgekehrten Bewegung von K entsprechende neue Lage erreicht hat, so muss, weil schon vorher die der noch andauernden Bewegung von K entsprechende Bewegung des Wassers vom Zuflussrohre Z in den Treibcylinder C, oder von diesem in das Abflussrohr A unterbrochen worden war, der letzte Theil der Bewegung von K durch die lebendige Kraft des Schwungrades vermittelt und ausserdem Vorkehrung getroffen werden, dass diese Bewegung von K trotz der Unterbrechung der ihr entsprechenden Bewegung des unausdehnsamen und unzusammendrückbaren Wassers möglich ist. Das geschieht besonders hier zweckmässig auf die schon im vorigen Paragraph erwähnte Weise, nämlich dadurch, dass das betreffende Ende des Treibcylinders C oder das zugehörige Verbindungsrohr V durch ein besonderes Rohr, in welchem ein einwärts sich öffnendes Ventil A_1 befindlich ist, mit A, und durch ein zweites Rohr mit einem auswärts sich öffnenden Ventil Z_1 mit Z verbunden wird. Wenn nun K in solchem Sinne in Bewegung begriffen ist, dass das Betriebswasser aus Z in C einströmt, so öffnet sich in dem Augenblicke, in welchem diese Zuströmung gegen Ende des Hubes gehemmt wird, das Ventil A_1 und lässt Wasser aus A nach C hinter dem Kolben K zurückströmen, bis dieser am Ende des Hubes angekommen ist; bei der umgekehrten Bewegung von K tritt gegen Ende des Hubes der Rest des vor K in C befindlichen Wassers durch Z_1 in Z zurück.

Fig. 53.



Sofern die Maschine doppeltwirkend ist, müssen beide Enden des Treibcylinders C, bezw. die betreffenden Verbindungsröhren V durch solche zwei mit Ventilen ausgerüstete Röhren mit A und Z verbunden werden. Fig. 53 zeigt die Disposition einer solchen Einrichtung für eine doppeltwirkende Maschine mit liegendem Cylinder und mit

Schiebersteuerung. K ist fast am Ende des Weges von links nach rechts; der Steuerschieber S ist in der Mitte seines Weges von rechts nach links und schliesst augenblicklich beide Verbindungscanäle V, V^1 von Z und von A ab. Von dieser Zeit an bis zum Ende des Hubes fliesst hinter dem Kolben K Wasser aus A durch A_1 zu, während das vor ihm befindliche Wasser durch $Z_1{}^1$ nach Z zurückgetrieben wird.

2) Bei lediglich hin- und hergehender Bewegung, z. B. zur Hebung von Grubenwasser, pflegt die Maschine einfach wirkend, ihre Steuerung eine Kolben- oder Ventilsteuerung zu sein. In einem solchen Falle, also bei dem Fehlen einer stetig rotirenden Bewegung und somit eines Schwungrades, muss die durch die Treibkolbenstange eingeleitete Umsteuerung vollendet werden, während der Treibkolben K ruht, und die dazu dienende Hülfskraft ist entweder ein Gewicht (bezw. eine dasselbe vertretende Feder) oder der Wasserdruck vermittels einer Hülfswassersäulenmaschine.

a) Die Gewichtsteuerung ist besonders in Verbindung mit Steuerventilen geeignet. Gegen Ende eines Kolbenhubes wird das eine der beiden Ventile, welches bis dahin offen war und mit V_1 bezeichnet sei, durch den Druck eines an der Treibkolbenstange befindlichen Knaggens gegen einen Hebel geschlossen. Sobald dies geschehen, ist auch K zur Ruhe gekommen, gleichzeitig aber die Hemmung eines Gewichtes ausgelöst worden, durch dessen Niedersinken das andere, bis dahin geschlossene Ventil V_2 geöffnet wird, worauf dann die neue Kolbenbewegung beginnt: jenes Gewicht war zu Ende des vorigen Kolbenhubes gehoben worden gleichzeitig mit der Schliessung des Ventils V_2 durch einen anderen Knaggen der Steuerkolbenstange. Die dazu dienende äussere Steuerung ist die auch bei einfachwirkenden Dampfmaschinen gebräuchliche sogenannte Hebel- oder Sperrklinkensteuerung.

Das Spiel der Maschine ist also folgendes, wenn

G_1 das zu V_1, G_2 das zu V_2 gehörige Hülfsgewicht,

H_1 den zu V_1, H_2 den zu V_2 gehörigen Hebel

bezeichnet, durch welchen der Druck des betreffenden Knaggens die Schliessung bewirkt. Bei dem Aufgange von K ist

V_1 offen, G_1 unten, V_2 geschlossen, G_2 gehoben.

Gegen Ende des Hubes wird V_1 durch H_1 geschlossen, G_1 gehoben und die Hemmung von G_2 ausgelöst; während dann K ruht, sinkt G_2 nieder und hebt V_2. Bei dem Niedergange des Treibkolbens ist also

V_1 geschlossen, G_1 gehoben, V_2 offen, G_2 unten

Gegen Ende des Hubes wird V_2 durch H_2 geschlossen, G_2 gehoben und die Hemmung von G_1 gelöst, wodurch G_1 niedersinkt und V_1 öffnet.

b) Eine Hülfswassersäulenmaschine pflegt zur Umsteuerung angewendet zu werden, wenn die Hauptmaschine mit Kolbensteuerung versehen ist. Die Hülfsmaschine, deren Treibkolben als Hülfskolben bezeichnet werde, ist dabei doppeltwirkend, wenn sie eine besondere Maschine für sich und nicht etwa, wie sogleich zu erwähnen sein wird, mit dem Steuercylinder der Hauptmaschine in eigenthümlicher Weise vereinigt ist. Ihre eigene Steuerung kann selbst wieder eine Kolbensteuerung oder auch von anderer Art sein; jedenfalls muss ihre Umsteuerung, und zwar durch die Wirkung der in gewisser Weise mit ihr verbundenen Treibkolbenstange der Hauptmaschine vollendet sein, wenn der Treibkolben der letzteren am Ende seines Hubes angelangt ist. Eine Hülfswassersäulenmaschine erfordert stets einen gewissen Aufwand an Betriebswasser, und zwar für jede Umsteuerung ein Wasservolumen = dem von der wirksamen Hülfskolbenfläche bei einem einfachen Hube durchlaufenen Volumen.

Bei Maschinen neuerer Construction ist nach dem Muster der Reichenbach'schen Maschinen in Baiern der Hülfskolben mit dem Steuer- und Gegenkolben der Hauptmaschine in einem Cylinder, dem Steuercylinder enthalten, welcher somit zu gleicher Zeit die Rolle des Treibcylinders der Hülfsmaschine übernimmt; von den genannten drei Kolben (Dreikolbensteuersystem) wird selbst zuweilen noch einer erspart, indem der Gegenkolben zugleich als Hülfskolben dient (Zweikolbensteuersystem). In allen diesen Fällen ist die Hülfsmaschine einfachwirkend, d. h. der Hülfskolben wird nur bei der Bewegung in einem Sinne von dem aus Z zufliessenden Druckwasser getrieben; ein Steuerwasserverbrauch = dem bei einem einfachen Hube des Hülfskolbens durchlaufenen Volumen reicht deshalb hier für eine zweimalige Umsteuerung, d. h. für ein ganzes Spiel der Maschine aus. Indessen liegt der Vorzug fraglicher Einrichtung nicht sowohl in diesem Umstande, als vielmehr in der constructiven Einfachheit, weil der Hülfskolben, wenigstens im Falle des Zweikolbensystems, entsprechend grösser gemacht werden muss.

§. 49. Kolbengrösse und Steuerwassermenge einer zugleich als Hülfsmaschine dienenden Kolbensteuerung.

Die im vorigen Paragraph zuletzt besprochene bei neueren Maschinen vorzugsweise angewendete Kolbensteuerung, welche zugleich als Hülfs-

wassersäulenmaschine zur nöthigen Ergänzung der Steuerungswirkung dienen soll, erfordert zur Sicherung solcher regelrechter Wirkung ausserdem gewisse Grössen der Durchmesser ihrer 2, bezw. 3 Kolben, welche wie folgt ermittelt werden können.

Fig. 54.

W K_2 A K_1 V Z

1) Das Zweikolbensteuersystem ist schematisch durch Fig. 54 dargestellt, worin bei Voraussetzung verticaler Stellung des Steuercylinders

V den zum Treibcylinder führenden Verbindungscanal,

Z die Einmündung des Zuflussrohrs in den Steuercylinder,

A die Ausmündung aus letzterem in das Abflussrohr,

K_1 den Steuerkolben,

K_2 den Gegen- und Hülfskolben,

W ein oberhalb K_2 vom Steuercylinder ausgehendes engeres Rohr bedeutet, welches je nach der Stellung der Hülfssteuerung (vermittelt gegen Ende eines Treibkolbenhubes durch einen Knaggen der Treibkolbenstange) den Steuercylinder über K_2 entweder mit dem Zuflussrohre Z oder mit dem Abflussrohre A in Communication setzt.

Jenachdem K_1 sich über oder unter dem Canal V befindet, fliesst das Betriebswasser aus Z in den Treibcylinder oder aus diesem nach A. Um diese Lagen von K_1 abwechselnd herbeizuführen, ist die Kolbenverbindung wechselsweise aufwärts und abwärts zu bewegen dadurch, dass W bezw. mit dem Unterwasser (mit A) oder mit dem Oberwasser (mit Z) in Communication gesetzt wird. Es handelt sich um die Durchmesser d_1 und d_2, welche bezw. den Kolben K_1 und K_2 gegeben werden müssen, um jene Bewegungen gerade möglich zu machen mit Rücksicht zugleich auf den Reibungswiderstand $= R$, welcher die Bewegung der Kolbenverbindung im Steuercylinder erschwert, sowie auf ihr Gewicht $= G$. Abgesehen werde dagegen von der Dicke der Stange, durch welche die Kolben verbunden sind, während auch die Höhe des Kolbensystems und sein Hub im Vergleich mit der Wasserdruckhöhe so klein zu sein pflegen, dass letztere für alle Punkte von K_1 K_2, welche zugleich vom Oberwasser oder zugleich vom Unterwasser gedrückt werden, gleich gross zu setzen ist, und zwar bei jeder Lage von K_1 K_2. Die somit einzuführenden Druckhöhen des Oberwassers $= h_1$ und des Unterwassers $= h_2$ überall im Steuercylinder sind dann zu verstehen als Höhen bezw.

des Ober- und des Unterwasserspiegels über einem mittleren Punkte der Kolbenverbindung $K_1 K_2$ bei mittlerer Höhenlage derselben.

Ist W mit Z in Communication, so wirkt die überschüssige Druckhöhe $h = h_1 - h_2$ auf K_1 von unten nach oben, auf K_2 von oben nach unten. Dem Gleichgewicht der Kräfte an dem hinabgehenden Kolben entspricht also die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) h\gamma + G = R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Communicirt dagegen W mit A, so ist beiderseits von K_2 die Druckhöhe $= h_2$, das Gleichgewicht der Kräfte an dem hinaufgehenden Kolben folglich ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 h\gamma - G = R \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

vorausgesetzt, dass die Reibung im einen und anderen Sinne gleich gross ist. Dieselbe wächst offenbar im Verhältnisse der Durchmesser; wird sie ausserdem proportional h gesetzt, indem, wenn die Liederung auch nicht hydrostatisch, es doch nöthig ist, dass ein um so dichterer Abschluss durch sie gewährt wird, je grösser h, setzt man also etwa

$$R = \varrho \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2) h\gamma \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

so können die Gleichungen (1) und (2) wie folgt geschrieben werden:

$$d_2^2 - d_1^2 + \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho (d_1 + d_2) \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$d_1^2 - \frac{4G}{\pi h\gamma} = \varrho (d_1 + d_2) \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Wird vorläufig $G = 0$ gesetzt, was mit um so kleinerem Fehler geschehen kann, je grösser h ist, so folgt aus (4) und (5):

$$d_2 = d_1 \sqrt{2}$$

und damit aus (4) durch Division mit $d_1 + d_2$:

$$d_2 - d_1 = (\sqrt{2} - 1) d_1 = \varrho$$

$$d_1 = (\sqrt{2} + 1)\varrho, \text{ also } d_2 = (2 + \sqrt{2})\varrho \ldots\ldots (6).$$

Setzt man jetzt

$$\frac{4G}{\pi h\gamma} = x \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

so folgt aus (4) und (5):

$$d_2^2 = 2 d_1^2 - 2x, \text{ angenähert } d_2 = d_1 \sqrt{2} - \frac{x}{d_1 \sqrt{2}}$$

oder, wenn hier in dem untergeordneten Gliede mit x für d_1 der Näherungswerth nach (6) gesetzt wird,

$$d_2 = d_1\sqrt{2} - \frac{x}{(2+\sqrt{2})\varrho} = d_1\sqrt{2} - \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x \quad \ldots\ldots (8).$$

Hiermit ergiebt sich aus (4):

$$d_2 - d_1 = (\sqrt{2}-1)d_1 - \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x = \varrho - \frac{x}{d_1+d_2}$$

oder, weil nach (6) angenähert

$$\frac{1}{d_1+d_2} = \frac{1}{(3+2\sqrt{2})\varrho} = \frac{3-2\sqrt{2}}{\varrho},$$

$$(\sqrt{2}-1)d_1 = \varrho + \frac{x}{2\varrho}(2-\sqrt{2}-6+4\sqrt{2}) = \varrho + \frac{3\sqrt{2}-4}{2\varrho}x$$

$$d_1 = (\sqrt{2}+1)\varrho + \frac{2-\sqrt{2}}{2\varrho}x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Aus (8) und (9) folgt dann

$$d_2 = (2+\sqrt{2})\varrho + \frac{3\sqrt{2}-4}{2\varrho}x \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Durch Beobachtungen an bestehenden Maschinen wurde $\varrho = 0{,}032$ gefunden. Zu grösserer Sicherheit und mit Rücksicht auf die mehr oder weniger zufällige und veränderliche (mit der Zeit durch Abnutzung der Lederscheiben ohne Zweifel abnehmende) Grösse der Reibung ist es aber vorzuziehn, ϱ etwas grösser anzunehmen; zu thunlichster Verkleinerung der hydraulischen Widerstände beim Durchflusse des Wassers durch den Steuercylinder ist es auch rathsam, d_1 nicht viel kleiner zu machen, als den Durchmesser des Zuflussrohrs Z. Um dann trotz übermässiger Grösse von d_1 und d_2 einen sanften Gang der Steuerung zu sichern, dienen Stellhähne in den Verbindungscanälen von W mit Z und A, wodurch die Druckhöhe oberhalb K_2 beim Niedergange der Kolbenverbindung beliebig $< h_1$, beim Aufgange beliebig $> h_2$ gemacht werden kann.

Wird etwa $\varrho = 0{,}04$ angenommen und nach (7)

$$x = \frac{4G}{\pi h\gamma} = 0{,}00127\frac{G}{h}$$

eingesetzt, so ergiebt sich aus (9) und (10) nahe:

$$d_1 = 0{,}1 + 0{,}009\frac{G}{h};\; d_2 = 0{,}14 + 0{,}004\frac{G}{h}\ \text{Mtr.}$$

Mit $\varrho = 0{,}05$ wird

$$d_1 = 0,125 + 0,007 \frac{G}{h}; \; d_2 = 0,175 + 0,003 \frac{G}{h} \text{ Mtr.}$$

Wird d_1 angenommen, so ist nach Obigem angenähert

$$d_2 = d_1 \sqrt{2} - \frac{x}{d_1 \sqrt{2}} = d_1 \sqrt{2} - \frac{0,00127}{d_1 \sqrt{2}} \frac{G}{h} \quad \ldots\ldots \quad (8, a).$$

zu machen. Dabei ist

G in Kgr., h in Mtr. ausgedrückt

vorausgesetzt.

Die erforderliche **Steuerwassermenge** für ein ganzes Spiel der Maschine ist:

$$q = \frac{\pi}{4} d_2^2 s_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11),$$

unter s_1 den Hub von $K_1 K_2$ verstanden.

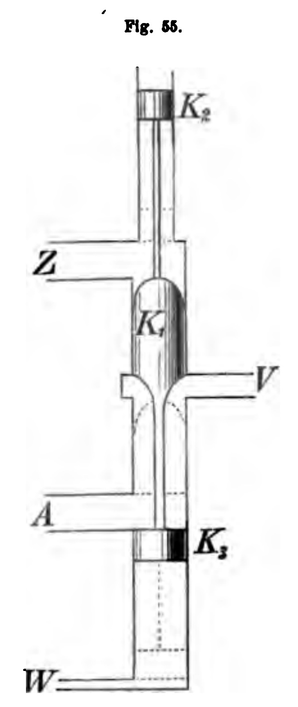


Fig. 55.

2) Das Dreikolbensteuersystem wird auf verschiedene Weise ausgeführt; Fig. 55 zeigt die Einrichtung bei einer Clausthaler eincylindrigen einfachwirkenden Maschine. Während Z, A, V, W die obigen Bedeutungen haben, auch K_1 der Steuerkolben ist, sind der Gegenkolben K_2 und der Hülfskolben K_3 getrennt durch Stangen mit K_1 verbunden. Die Druckhöhe (Ueberdruckhöhe) ist beständig oberhalb $K_1 = h_1$, unterhalb $= h_2$, oberhalb $K_2 = 0$ wegen Communication mit der äusseren Luft, unterhalb $= h_1$, oberhalb $K_3 = h_2$, unterhalb $= h_1$ oder $= h_2$, jenachdem W (durch die Wirkung der Hülfssteuerung) mit Z oder mit A communicirt. Sind die Durchmesser der Kolben K_1, K_2, K_3 bezw. $= d_1$, d_2, d_3, so entspricht mit obigen Bedeutungen von G und R dem Niedergange des Kolbensystems (W in Verbindung mit A) die Gleichung:

$$\frac{\pi}{4} d_1^2 h \gamma - \frac{\pi}{4} d_2^2 h_1 \gamma + G = R$$

und dem Aufgange (W in Verbindung mit Z):

$$-\frac{\pi}{4} d_1^2 h \gamma + \frac{\pi}{4} d_2^2 h_1 \gamma + \frac{\pi}{4} d_3^2 h \gamma - G = R,$$

welche Gleichungen mit

$$R = \varrho \frac{\pi}{4} (d_1 + d_2 + d_3) h \gamma$$

auch geschrieben werden können:

$$d_1^2 - \frac{h_1}{h} d_2^2 + \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho (d_1 + d_2 + d_3)$$

$$-d_1^2 + \frac{h_1}{h} d_2^2 + d_3^2 - \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho (d_1 + d_2 + d_3)$$

oder auch zu ersetzen sind durch die daraus abgeleiteten Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} d_3^2 &= 2 \varrho (d_1 + d_2 + d_3) \\ d_3^2 &= 2 \left(d_1^2 - \frac{h_1}{h} d_2^2\right) + \frac{8G}{\pi h \gamma} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Man kann hier einen der 3 Durchmesser willkürlich wählen, insbesondere d_1 nahe = der Weite des Zuflussrohrs Z, dann durch Probiren d_2 so bestimmen, dass beide Gleichungen denselben Werth von d_3 ergeben.

Die Steuerwassermenge pro Spiel der Maschine ist, wenn wieder s_1 den Hub des Kolbensystems bedeutet,

$$q = \frac{\pi}{4} d_3^2 s_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

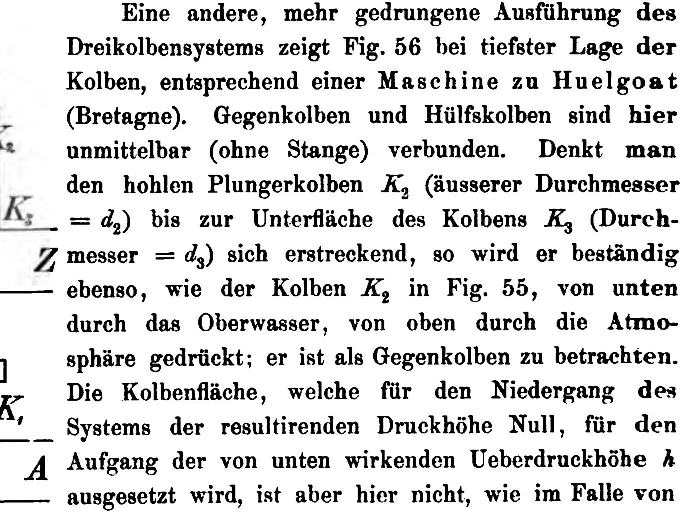


Fig. 56.

Eine andere, mehr gedrungene Ausführung des Dreikolbensystems zeigt Fig. 56 bei tiefster Lage der Kolben, entsprechend einer Maschine zu Huelgoat (Bretagne). Gegenkolben und Hülfskolben sind hier unmittelbar (ohne Stange) verbunden. Denkt man den hohlen Plungerkolben K_2 (äusserer Durchmesser $= d_2$) bis zur Unterfläche des Kolbens K_3 (Durchmesser $= d_3$) sich erstreckend, so wird er beständig ebenso, wie der Kolben K_2 in Fig. 55, von unten durch das Oberwasser, von oben durch die Atmosphäre gedrückt; er ist als Gegenkolben zu betrachten. Die Kolbenfläche, welche für den Niedergang des Systems der resultirenden Druckhöhe Null, für den Aufgang der von unten wirkenden Ueberdruckhöhe h ausgesetzt wird, ist aber hier nicht, wie im Falle von Fig. 55, eine volle Kreisfläche $= \frac{\pi}{4} d_3^2$, sondern die Ringfläche $= \frac{\pi}{4} (d_3^2 - d_2^2)$ infolge der Verbindung von W mit Z oder A_1, so dass diese Ringfläche hier als Hülfskolbenfläche zu betrachten ist. Wegen im Uebrigen ganz entsprechender Umstände ergeben sich die Bestimmungsgleichungen der

Kolbendurchmesser sowie auch die Steuerwassermenge q aus (12) und (13) durch Substitution von

$$d_3^2 - d_2^2 \text{ für } d_3^2.$$

Die Kolbensteuerung Fig. 52 (§. 47) einer zweicylindrigen (oder auch doppeltwirkenden) Maschine kann zur Hülfsmaschine ergänzt werden, indem der Steuercylinder nach oben verlängert, und in dieser (oben geschlossenen) Verlängerung ein anschliessender dritter Kolben als Hülfskolben K_3 so mit den Steuerkolben K_1, K_1^1 verbunden wird, dass er sich beständig oberhalb der Einmündung des Abflussrohrs A befindet, dass somit die Druckhöhe an seiner Unterfläche beständig $= h_2$ ist, während sie oberhalb K_3 dadurch abwechselnd $= h_1$ und $= h_2$ wird, dass ein in die Verlängerung des Steuercylinders hier einmündendes engeres Rohr W durch die Hülfssteuerung abwechselnd mit Z und mit A in Communication gesetzt wird. Sind also d_1, d_2, d_3 hier die Durchmesser der Kolben K_1, K_1^1, K_3, so entsprechen mit Rücksicht darauf, dass die Druckhöhe an den einander zugekehrten Seiten der Steuerkolben K_1, K_1^1 stets $= h_1$, an den anderen Seiten $= h_2$ ist, dem Niedergange (W in Verbindung mit Z) und dem Aufgange (W in Verbindung mit A) des Kolbensystems die Gleichungen:

$$\frac{\pi}{4}(-d_1^2 + d_2^2 + d_3^2)h\gamma + G = R$$

$$\frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2)h\gamma - G = R$$

oder mit $R = \varrho \frac{\pi}{4}(d_1 + d_2 + d_3)h\gamma$:

$$-d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho(d_1 + d_2 + d_3)$$

$$d_1^2 - d_2^2 - \frac{4G}{\pi h \gamma} = \varrho(d_1 + d_2 + d_3)$$

oder auch die daraus folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} d_3^2 &= 2\varrho(d_1 + d_2 + d_3) \\ d_3^2 &= 2(d_1^2 - d_2^2) - \frac{8G}{\pi h \gamma} \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots (14).$$

Von den Steuerkolben K_1 und K_1^1 erhält letzterer den kleineren Durchmesser d_2; wird dieser nahe = der Weite des Zuflussrohrs angenommen, so sind d_1 und d_3 durch die Gleichungen (14) bestimmt. Gl. (13) ergiebt auch hier die Steuerwassermenge.

Indem letztere in allen Fällen proportional s_1 ist und, wenn a die

Höhe des gewöhnlich rechteckigen Querschnittes des Verbindungsrohrs V, a_1 die Höhe des Steuerkolbens K_1 bedeutet,

$$s_1 \text{ wenigstens } = a + a_1 \text{ nahe } = 4a \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

sein muss, ist a möglichst klein, zu dem Ende die Breite des Verbindungsrohrs möglichst gross = der Weite d des Treibcylinders zu nehmen. Dann ist a passend so zu bemessen, dass der Querschnitt $= ad$ von V nahe = dem Querschnitte des Steuerkolbens und des Zuflussrohrs wird.

§. 50. Regulirung des Ganges einer Wassersäulenmaschine.

Wenn mit dem Hin- und Hergange des Treibkolbens der Auf- und Niedergang eines Gestänges verbunden ist, so pflegt durch dessen Gewicht eine so erhebliche Vergrösserung des Widerstandes beim Aufgange, der Triebkraft beim Niedergange bedingt zu sein, dass eine doppeltwirkende Maschine mit für jeden einfachen Hub des Treibkolbens gleich grosser hydraulischer Triebkraft nicht am Platze wäre. Selbst in dem hier gewöhnlichen Falle einer einfachwirkenden Maschine mit verticalem Treibcylinder, wobei nur der Aufgang des mit dem Gestänge verbundenen Treibkolbens durch den Wasserdruck bewirkt wird, pflegt es zur Regulirung des Ganges nöthig zu werden, von dem Gesammtgewicht $= G$ jener Gestängemasse einen Theil $= X$ durch ein Gegengewicht aufzuheben, insbesondere mit Hülfe eines Balanciers, nämlich eines um horizontaler Axe schwingenden zweiarmigen Hebels, der am einen Ende gelenkig mit dem Gestänge verbunden, am anderen durch Gewichte beschwert ist. Ist dann

F die wirksame Treibkolbenfläche,

h_1 die Höhe des Oberwasserspiegels,

h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über dem Treibkolben in dessen mittlerer Höhenlage,

w_1 die mittlere hydraulische Widerstandshöhe für die Bewegung des Wassers vom Zuflussbehälter bis in den Treibcylinder,

w_2 die entsprechende mittlere Widerstandshöhe für den Abfluss des Betriebswassers aus dem Cylinder,

R die Reibung des Treibkolbens, einschliesslich der übrigen auf den Treibkolben reducirten Reibungen und Nebenwiderstände, und zwar R_1 für den Aufgang, R_2 für den Niedergang,

P der mittlere Nutzwiderstand des Gestänges, und zwar P_1 für den Aufgang, P_2 für den Niedergang,

so ist die Bedingung dafür, dass die Bewegung im betreffenden Sinne (mit der Geschwindigkeit, welcher die vorausgesetzten Nebenwiderstände entsprechen) gerade möglich ist, ohne dass dem Gestänge zu Ende des Hubes eine lebendige Kraft verbleibt, welche durch Stoss vernichtet werden müsste, für den Aufgang:

$$\gamma F(h_1 - w_1) - (G - X) - R_1 = P_1 \quad \ldots \ldots \ldots (1),$$

für den Niedergang:

$$-\gamma F(h_2 + w_2) + (G - X) - R_2 = P_2 \quad \ldots \ldots \ldots (2).$$

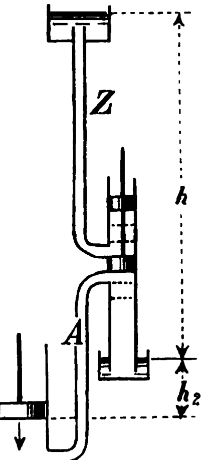
Wenn die dem Auf- und Niedergange zusammen entsprechende, durch Summirung von (1) und (2) entstehende Gleichung:

$$\gamma F(h - w_1 - w_2) - R_1 - R_2 = P_1 + P_2 \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

erfüllt ist (durch Regulirung insbesondere von P_1 und P_2), so kann X (die Belastung des Balanciers) einer der Gleichungen (1), (2) entsprechend gewählt werden, womit dann auch die andere erfüllt ist.

Sofern übrigens nicht h_1 und h_2 einzeln gegeben zu sein pflegen, sondern nur ihre Differenz $h = h_1 - h_2$, kann auch $X = 0$ gesetzt und h_2 nach (2) bestimmt werden, um den Druck der Unterwassersäule auf den Treibkolben als Gegengewicht zu benutzen. Bei der entsprechenden als hydraulischer Balancier bezeichneten Einrichtung ist die doppelte Rohrführung für die Höhe h_2 gemäss Fig. 57 zu ersparen durch Anordnung der Steuerung nahe in der Höhe des Unterwasserspiegels. Der grösseren Einfachheit dieses hydraulischen Balanciers steht freilich der Vortheil des Gewichts-Balanciers gegenüber, bezüglich seiner ausgleichenden Wirkung durch Aenderung der Belastung beliebig regulirt werden zu können.

Fig. 57.



Bei einer zweicylindrigen Maschine ist die Ausgleichung schon dadurch herbeigeführt, dass die gleichbelasteten Treibkolbenstangen durch einen Balancier verbunden sind, der sie zu stets entgegengesetzt gleicher Bewegung nöthigt. —

Die Umstände, durch welche die Erfüllung der Gleichungen (1) und (2) bedingt ist, können der Aenderung unterworfen sein, insbesondere die Nutzwiderstände P_1, P_2. Mit Rücksicht darauf sind zur Regulirung des Ganges noch Stellhähne (bezw. Ventile oder Schieber) im Zufluss- und Abflussrohr nöthig, welche dann freilich, um sowohl der Vergrösserung, als der Verkleinerung von P_1, P_2 Rechnung

tragen zu können, stets mehr oder weniger geschlossen sein, also Arbeit als solche vernichten (w_1 und w_2 vergrössern) müssen. Wären nicht sowohl P_1 und P_2 selbst, als vielmehr die Arbeiten dieser Widerstände pro Kolbenspiel veränderlich, so würde die Maschine besser bei ganz geöffneten Stellvorrichtungen in Z und A durch Aenderung des Kolbenhubes s (durch Verstellung der Knaggen an der Treibkolbenstange) regulirt werden, oder im Falle der Veränderlichkeit jener Arbeiten pro Sekunde durch entsprechende Aenderung der Kolbengeschwindigkeit. Von den Stellhähnen zur Regulirung der Steuerung wurde schon im vorigen Paragraph gesprochen. —

Schliesslich werde darauf aufmerksam gemacht, dass die vorausgesetzte und übliche verticale Stellung des Treibcylinders der einfachwirkenden Maschine mit Zu- und Abfluss des Betriebswassers unter dem Kolben bei constanten oder wenig veränderlichen Nutzwiderständen P_1 und P_2 insofern am besten ist, als es dadurch allein möglich wird, dass die vom Ruhezustande aus beginnenden Kolbenhübe auch mit allmählig bis Null abnehmender Geschwindigkeit aufhören, ohne Stoss und ohne besondere Vorkehrungen. Bezeichnet nämlich W den auf das Gestänge reducirten hydraulischen Widerstand, U den Ueberschuss der Triebkraft über die übrigen Widerstände, so ist zu Anfang eines Hubes $W = 0$, und muss natürlich U positiv sein, um den Beginn der Bewegung zu ermöglichen. Nähme nun U während des Hubes zu, so bliebe, obschon W mit zunehmender Geschwindigkeit wächst, doch beständig $U > W$, die Geschwindigkeit bis zu Ende im Zunehmen begriffen. Dieser Fall fände statt, wenn bei verticalem Cylinder das Betriebswasser über dem Kolben zu- und abflösse, indem dann die hydrostatische Druckhöhe an der wirksamen Kolbenfläche bei dem Zuflusse (wobei der entsprechende hydrostatische Druck auf den Kolben positiv in U enthalten ist) von $h_1 - 0{,}5\,s$ bis $h_1 + 0{,}5\,s$ zunähme, bei dem Abflusse (wobei jener hydrostatische Druck negativ in U enthalten ist) von $h_2 + 0{,}5\,s$ bis $h_2 - 0{,}5\,s$ abnähme. Bei einfach wirkenden Maschinen mit horizontal liegendem Treibcylinder und immer bei doppeltwirkenden Maschinen bliebe bei constantem Nutzwiderstande während des Hubes U gleich gross; die Geschwindigkeit würde dann bis zu einer der Gleichung $W = U$ entsprechenden Grösse wachsen, darauf bis zu Ende des Hubes unverändert bleiben. Nur wenn bei verticaler Stellung des Cylinders einer einfachwirkenden Maschine das Betriebswasser unter dem Kolben zu- und abfliesst, nimmt bei constantem Nutzwiderstande während des Hubes U ab, indem die hydrostatische Druckhöhe an der wirksamen

Kolbenfläche beim Zuflusse von $h_1 + 0{,}5\,s$ bis $h_1 - 0{,}5\,s$ abnimmt, beim Abflusse von $h_2 - 0{,}5\,s$ bis $h_2 + 0{,}5\,s$ zunimmt; es ist dann möglich, die Verhältnisse so zu bestimmen, dass die anfangs zunehmende, später abnehmende Kolbengeschwindigkeit zu Ende des Hubes wieder $= 0$ wird, ohne Stoss und ohne dass Wasser aus dem Abflussrohre zurückgesaugt oder in das Zuflussrohr zurückgedrückt werden müsste, überhaupt ohne besondere Vorkehrungen. Jedenfalls erreicht dann der Kolben mit dem Gestänge seine grösste Geschwindigkeit etwas vor der Mitte des Hubes; die Strecken $= x_1$ und $= x_2$, um welche es bezw. beim Aufgange und beim Niedergange des Kolbens der Fall ist, sind, wenn w' und w'' die den Maximalgeschwindigkeiten entsprechenden hydraulischen Widerstandshöhen bedeuten, analog Gl. (1) und (2) bestimmt durch die Gleichungen:

$$\gamma F(h_1 + x_1 - w') - (G - X) - R_1 = P_1$$
$$-\gamma F(h_2 - x_2 + w'') + (G - X) - R_2 = P_2.$$

Die Vergleichung mit (1) und (2) ergiebt:

$$x_1 = w^1 - w_1 \text{ und } x_2 = w^1 - w_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Die beim Aufgange des Kolbens bis zum Augenblicke seiner grössten Geschwindigkeit von $h_1 + 0{,}5\,s$ bis $h_1 + x_1$ gleichmässig abnehmende hydrostatische Druckhöhe ist im Mittel

$$= h_1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2},$$

also die mittlere hydraulische Druckhöhe, wenn $w_1{}^1$ die entsprechende mittlere hydraulische Widerstandshöhe bedeutet,

$$= h_1 - w_1{}^1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2}.$$

Ein Theil $= h_1 - w_1$ derselben entspricht nach Gl. (1) dem Wasserdrucke auf den Kolben, welcher mit den constanten Widerständen im Gleichgewicht ist; die Arbeit, welche der überschüssige Druck auf dem Wege $= 0{,}5\,s - x_1$ verrichtet, nämlich

$$\gamma F\left(w_1 - w_1{}^1 + \frac{0{,}5\,s + x_1}{2}\right)(0{,}5\,s - x_1) = L \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

dient zur Erzeugung der grössten Geschwindigkeit des Gestänges und ist $=$ der entsprechenden lebendigen Kraft L aller bewegten Massen. Wird in dieser Gleichung $x_1 = w^1 - w_1$ nach (4) eingesetzt, ferner

$$w_1 = \frac{1}{s}\int_0^s w\,dz \text{ und } w_1{}^1 = \frac{1}{0{,}5\,s - x_1}\int_0^{0{,}5\,s - x_1} w\,dz \quad \ldots\ldots \quad (6),$$

unter z einen vom Anfange des Hubes an gerechneten beliebigen Kolbenweg und unter w die entsprechende augenblickliche hydraulische Widerstandshöhe verstanden, so kann, da w sich als Function der augenblicklichen Kolbengeschwindigkeit ausdrücken lässt (siehe den folgenden Paragraph), ebenso w^1 als Function der grössten Kolbengeschwindigkeit v^1, durch welche auch L bestimmt ist, die Gleichung (5) dazu dienen, v^1 oder s der Forderung gemäss zu bestimmen, jenachdem s oder v^1 ausser den übrigen dabei in Betracht kommenden Elementen gegeben ist oder angenommen wird.

Analog wäre bezüglich auf den Niedergang des Gestänges zu verfahren. Freilich ist es fraglich, ob die solcher Weise zu ermittelnden Werthe von v^1 oder s den sonstigen Anforderungen passend entsprechen, und ob es nicht vorzuziehen ist, den Stössen zu Ende der Hübe durch besondere Vorkehrungen, wie sie im Vorhergehenden besprochen wurden, zu begegnen. Wenigstens braucht das aber in dem hier in Rede stehenden Falle nur in geringerem Masse, als unter anderen Umständen, zu geschehen.

§. 51. Nutzeffect und Wirkungsgrad von Wassersäulenmaschinen.

Für eine einfachwirkende Maschine und bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit sei

F die wirksame Fläche, d der Durchmesser, s die Hublänge, v die mittlere Geschwindigkeit des Treibkolbens,

n die Anzahl der Kolbenspiele pro Minute,

d_1 die Weite, l_1 die Länge der Zuflussröhre, v_1 die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in derselben,

d_2 die Weite, l_2 die Länge der Abflussröhre, v_2 die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in ihr,

h_1 die Höhe des Oberwasserspiegels, h_2 die Höhe des Unterwasserspiegels über der gedrückten Kolbenfläche in ihrer mittleren Lage,

$h = h_1 - h_2$ das disponible Gefälle,

Q das Aufschlagwasserquantum, d. h. die im Ganzen pro Sek. verbrauchte Betriebswassermenge in Cubikmtr.,

Q_1 der Theil desselben, welcher durch eine vorhandene Hülfsmaschine zur Steuerung verbraucht wird, also

$$Q - Q_1 = \frac{nFs}{60} \text{ und } Q_1 = \frac{nq}{60} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wo q gemäss §. 49 zu beurtheilen ist. Sind ferner im Durchschnitt

w_1 und w_2 die gesammten hydraulischen Widerstandshöhen bezw. des zufliessenden und des abfliessenden Wassers,

$R_1 = \gamma F k_1$ und $R_2 = \gamma F k_2$ bezw. für den Zufluss und Abfluss die auf den Treibkolben bezogenen übrigen Nebenwiderstände, so ist die Nutzarbeit für ein Kolbenspiel:

$$A = \gamma F (h_1 - k_1 - w_1) s - \gamma F (h_2 + k_2 + w_2) s$$
$$= \gamma F s (h - k_1 - k_2 - w_1 - w_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2),$$

also der Nutzeffect = der Nutzarbeit pro Sek. mit Rücksicht auf (1):

$$\varepsilon = \frac{n A}{60} = \gamma (Q - Q_1)(h - k_1 - k_2 - w_1 - w_2) \quad \ldots\ldots (3),$$

während der absolute Effect $E_0 = \gamma Q h$ ist. Daraus folgt der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E}{E_0} = \left(1 - \frac{Q_1}{Q}\right)\left(1 - \frac{k_1 + k_2 + w_1 + w_2}{h}\right) \quad \ldots\ldots (4).$$

Von den nicht hydraulischen Nebenwiderständen ist die Reibung des Treibkolbens von so vorwiegender Erheblichkeit, dass bei genügend reichlicher Schätzung derselben die anderen dieser Nebenwiderstände unberücksichtigt bleiben können, ausser etwa dem durch eine Gewichtssteuerung bedingten Arbeitsaufwande. Im Falle einer solchen mag der Einfluss des betreffenden Arbeitsaufwandes auf η demjenigen des Steuerwasserbedarfs im Falle einer Hülfsmaschine zum Betriebe der Steuerung nahe gleich geachtet werden. Zu reichlicher Schätzung der Kolbenreibung ist man schon durch die Unsicherheit der Grundlagen zu ihrer Beurtheilung veranlasst. Indem diese Reibung bei Voraussetzung der üblichen hydrostatischen oder Manschettenliederung in einer cylindrischen Ringfläche vom Umfange πd und von einer gewissen Breite b stattfindet, und sofern bei grösserer Druckhöhe der Einfluss des der Ledermanschette eigenthümlichen Spannungszustandes verhältnissmässig unerheblich sein wird, kann, unter μ den betreffenden Reibungscoefficient verstanden,

$$R_1 = \gamma F k_1 = \gamma \frac{\pi d^2}{4} k_1 = \mu \gamma \pi d b (h_1 - w_1)$$

$$R_2 = \gamma F k_2 = \gamma \frac{\pi d^2}{4} k_2 = \mu \gamma \pi d b (h_2 + w_2)$$

gesetzt werden, also mit der Bezeichnung

$$\varrho = 4 \mu \frac{b}{d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$k_1 = \varrho (h_1 - w_1) \text{ und } k_2 = \varrho (h_2 + w_2) \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Der Coefficient μ wird sehr verschieden angegeben. Neueren Bestim-

mungen ist einstweilen mit Sicherheit nur zu entnehmen, dass die bisher übliche Annahme $\mu = 0,25$ nach Morin zu gross, dass vielmehr $\mu = 0,2$ selbst zum Zwecke der hier beabsichtigten reichlichen Schätzung ausreichend ist. Es wäre dann

$$\varrho = 0,08 \text{ bis } 0,12 \text{ mit } \frac{b}{d} = 0,1 \text{ bis } 0,15 \;\ldots\ldots\; (7).$$

Die hydraulischen Widerstände sind bedingt 1) durch den allgemeinen Leitungswiderstand, 2) durch die Trägheit des Wassers, 3) durch Richtungs- und Querschnittsänderungen auf dem Wege des Betriebswassers.

1) Dem allgemeinen Leitungswiderstande entspricht die Widerstandshöhe

$$\left.\begin{array}{ll} \text{im Zuflussrohre:} & x_1 = \lambda \dfrac{l_1}{d_1} \dfrac{v_1^2}{2g} = \lambda \dfrac{l_1}{d_1} \left(\dfrac{d}{d_1}\right)^4 \dfrac{v^2}{2g} \\ \text{im Abflussrohre:} & x_2 = \lambda \dfrac{l_2}{d_2} \dfrac{v_2^2}{2g} = \lambda \dfrac{l_2}{d_2} \left(\dfrac{d}{d_2}\right)^4 \dfrac{v^2}{2g} \end{array}\right\} \;\ldots\ldots\; (8),$$

wobei $\lambda = 0,025$ gesetzt werden kann.

2) Die Trägheit des Wassers betreffend ist zunächst zu bemerken, dass der Zufluss desselben in den Treibcylinder zwar gegen Ende des Hubes, aber noch während der Bewegung des Treibkolbens unterbrochen wird, so dass ein Theil der mittleren lebendigen Kraft des in der Zuflussröhre enthaltenen Wassers

$$= \gamma F \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 l_1 \frac{v_1^2}{2g} = \gamma F l_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

für den Antrieb des Treibkolbens verloren geht. Setzt man diesen Arbeitsverlust = jener ganzen mittleren lebendigen Kraft, und die entsprechende Widerstandshöhe $= y_1$, so ist

$$\gamma F l_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^2 \frac{v^2}{2g} = \gamma F y_1 s,$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{also} & y_1 = \dfrac{l_1}{s} \left(\dfrac{d}{d_1}\right)^2 \dfrac{v^2}{2g} \\ \text{und entsprechend} & y_2 = \dfrac{l_2}{s} \left(\dfrac{d}{d_2}\right)^2 \dfrac{v^2}{2g} \end{array}\right\} \;\ldots\ldots\; (9)$$

mit Rücksicht auf die lebendige Kraft, welche zu Ende der umgekehrten Kolbenbewegung das im Abflussrohre enthaltene Wasser im Augenblick der Absperrung besitzt, und welche ihm durch den Treibkolben zuvor hatte mitgetheilt werden müssen.

Zum Einfliessen des Betriebswassers in den Treibcylinder muss zwar ausserdem der ganzen Wasserfüllung $= Fs$ Cubikmtr. im Zuflussrohre die Geschwindigkeit v_1 durchschnittlich ertheilt werden, allein dieselbe kommt zum Theil dem Antrieb des Kolbens wieder zugut als entsprechende Vergrösserung der hydraulischen Druckhöhe im Treibcylinder im Betrage

$$\frac{(v_1 - v)\,v}{g} \quad (§.\ 29,\ \text{Anmerkung, Gl. a}),$$

so dass sie unberücksichtigt bleiben mag, nachdem y_1 und y_2 gemäss (9) jedenfalls zu gross geschätzt worden sind. Bei der umgekehrten Kolbenbewegung entweicht freilich die Wasserfüllung des Cylinders durch das Abflussrohr mit einer ganz verlorenen mittleren lebendigen Kraft

$$\gamma F s \frac{v_2^2}{2g} = \gamma F s \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g}, \text{ welche } = \gamma F y_3 s$$

gesetzt, die fernere Widerstandshöhe

$$y_3 = \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

ergiebt, deren Verhältniss zu y_2 durchaus nicht klein zu sein braucht.

Diese Trägheitswiderstände können wesentlich vermindert und zugleich die schädlichen Stösse in Folge plötzlicher Hemmung der Wasserbewegung in den Röhren vermieden werden durch Windkessel, mit welchen sie (insbesondere die Zuflussröhre) nahe ihren Einmündungen in den Steuercylinder communiciren.

3) Richtungs- und Querschnittsänderungen finden theils im Zufluss- und Abflussrohre selbst, theils auf dem Wege vom Zuflussrohr durch die Steuerung in den Cylinder und aus diesem durch die Steuerung in das Abflussrohr statt. Bezogen auf die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 seien für den Zufluss bezw. Abfluss die den ersteren Widerständen entsprechenden Widerstandscoefficienten $= \eta_1$ und η_2, die den letzteren entsprechenden $= \vartheta_1$ und ϑ_2, so dass dann die betreffenden Widerstandshöhen sind:

$$\left.\begin{aligned} z_1 &= (\eta_1 + \vartheta_1)\frac{v_1^2}{2g} = (\eta_1 + \vartheta_1)\left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \\ z_2 &= (\eta_2 + \vartheta_2)\frac{v_2^2}{2g} = (\eta_2 + \vartheta_2)\left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Bei der Beurtheilung von η_1 und η_2 können plötzliche Richtungsänderungen um 90^0 mit je einer Einheit in Rechnung gebracht werden, Rohrkrümmungen dagegen in der Regel unberücksichtigt bleiben, wenn sie nicht in zu grosser Zahl und mit kleinen Krümmungshalbmessern

vorkommen. Vorzugsweise werden η_1 und η_2 durch die Regulirungsvorrichtungen (Stellhähne u. s. w.) bedingt, je nach deren Stellung diese Coefficienten sehr verschieden sein können.

Was ϑ_1 und ϑ_2 betrifft, so ist im Falle einer Kolbensteuerung durch besondere Versuche (Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, II. Theil, 4. Aufl., S. 745) der Widerstandscoefficient, bezogen auf die Geschwindigkeit im Steuercylinder (Durchmesser $= d_3$) für den Uebergang des Wassers

aus dem Steuercylinder in das Verbindungsrohr $= 5$,
aus dem Verbindungsrohr in den Steuercylinder $= 34{,}5$

gefunden worden, ferner, bezogen auf die Geschwindigkeit v des Treibkolbens, für die Bewegung

aus dem Verbindungsrohr in den Treibcylinder $= 31$,
aus dem Treibcylinder in das Verbindungsrohr $= 26$.

Hiernach wäre
$$\left\{\begin{aligned} \vartheta_1 &= 5\left(\frac{d_1}{d_3}\right)^4 + 31\left(\frac{d_1}{d}\right)^4 \\ \vartheta_2 &= 34{,}5\left(\frac{d_2}{d_3}\right)^4 + 26\left(\frac{d_2}{d}\right)^4 \end{aligned}\right.$$

insbesondere z. B. nahezu $\vartheta_1 = 7$ und $\vartheta_2 = 36$

$$\text{mit } \frac{d_1}{d_3} = \frac{d_2}{d_3} = 1 \text{ und } \frac{d_1}{d} = \frac{d_2}{d} = \frac{1}{2}.$$

Für die meisten Fälle erscheinen übrigens diese Werthe von ϑ_1 und besonders von ϑ_2 übermässig gross, und lässt sich vielmehr annehmen, dass bei angemessenen Querschnittsverhältnissen diese Coefficienten kaum > 3 geschätzt zu werden brauchen, 3 scharfen Richtungsveränderungen um je 90^0 entsprechend.

Setzt man endlich

$$\left.\begin{aligned} w_1 &= x_1 + y_1 + z_1 = \varsigma_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \\ \text{und } w_2 &= x_2 + y_2 + y_3 + z_2 = \varsigma_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (12),$$

so folgt aus (8), (9), (10) und (11):

$$\left.\begin{aligned} \varsigma_1 &= \lambda \frac{l_1}{d_1} + \frac{l_1}{s}\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 + \eta_1 + \vartheta_1 \\ \varsigma_2 &= \lambda \frac{l_2}{d_2} + \frac{l_2}{s}\left(\frac{d_2}{d}\right)^2 + 1 + \eta_2 + \vartheta_2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (13).$$

Die Hublänge s, die mittlere Kolbengeschwindigkeit v, die Zeit eines

Kolbenspiels $= t$ Sekunden und die Anzahl der Kolbenspiele pro Minute $= n$ stehen in den Beziehungen:

$$t = \frac{60}{n} \text{ und } v = \frac{2s}{t} = \frac{ns}{30} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (14).$$

Die Zeiten t_1 und t_2 der einfachen Hübe, welche bezw. dem Zufluss des Wasser in den Treibcylinder und dem Abfluss entsprechen, können übrigens bei einer einfachwirkenden Maschine verschieden gross sein, folglich auch die betreffenden mittleren Kolbengeschwindigkeiten

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{s}{t_1} = \frac{vt}{2t_1} = \varphi_1 v \text{ mit } \varphi_1 = \frac{t}{2t_1} \\ \text{und } &= \frac{s}{t_2} = \frac{vt}{2t_2} = \varphi_2 v \text{ mit } \varphi_2 = \frac{t}{2t_2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots (15).$$

In den Ausdrücken (12) von w_1 und w_2 sind dann auch diese Geschwindigkeiten $\varphi_1 v$ und $\varphi_2 v$ für v zu setzen:

$$w_1 = \varphi_1^2 \varsigma_1 \left(\frac{d}{d_1}\right)^4 \frac{v^2}{2g}; \quad w_2 = \varphi_2^2 \varsigma_2 \left(\frac{d}{d_2}\right)^4 \frac{v^2}{2g} \quad \ldots \ldots (16).$$

Um die Zeiten t_1, t_2 oder die Verhältnisszahlen φ_1, φ_2 so zu bestimmen, dass der Wirkungsgrad η möglichst gross ist, kann man bemerken, dass derselbe nach (4) mit Rücksicht auf (6) um so grösser ist, je kleiner

$$k_1 + k_2 + w_1 + w_2 = \varrho(h_1 + h_2) + (1 - \varrho) w_1 + (1 + \varrho) w_2,$$

also je kleiner mit Rücksicht auf (16) die Function

$$f = \frac{(1-\varrho)\varphi_1^2 \varsigma_1}{d_1^4} + \frac{(1+\varrho)\varphi_2^2 \varsigma_2}{d_2^4} = a_1 \varphi_1^2 + a_2 \varphi_2^2$$

ist, wo zur Abkürzung

$$a_1 = \frac{(1-\varrho)\varsigma_1}{d_1^4} \text{ und } a_2 = \frac{(1+\varrho)\varsigma_2}{d_2^4}$$

gesetzt wurde. Während die Function f, jenachdem $a_1 \gtreqless a_2$ ist, um so grösser wäre, je mehr bezw. $\varphi_1 \gtreqless \varphi_2$ ist, entspricht ihr Minimum dem $=$ Null gesetzten Differential, also der Gleichung:

$$a_1 \varphi_1 \, d\varphi_1 + a_2 \varphi_2 \, d\varphi_2 = a_1 \varphi_1^3 \frac{d\varphi_1}{\varphi_1^2} + a_2 \varphi_2^3 \frac{d\varphi_2}{\varphi_2^2} = 0$$

oder, weil nach (15)

$$\frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} = 2\frac{t_1 + t_2}{t} = 2, \text{ also } \frac{d\varphi_1}{\varphi_1^2} + \frac{d\varphi_2}{\varphi_2^2} = 0$$

ist, der Gleichung:

$$a_1 \varphi_1^3 - a_2 \varphi_2^3 = 0, \text{ woraus } \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}$$

folgt, somit

$$2 = \frac{1}{\varphi_1} + \frac{1}{\varphi_2} = \frac{1}{\varphi_1}\left(1 + \frac{\varphi_1}{\varphi_2}\right) = \frac{1}{\varphi_1}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}\right)$$

und schliesslich

$$\left.\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_2}{a_1}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{1+\varrho}{1-\varrho}\frac{\varsigma_2}{\varsigma_1}\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4}\right) \\ \varphi_2 &= \varphi_1 \sqrt[3]{\frac{a_1}{a_2}} = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{a_1}{a_2}}\right) = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt[3]{\frac{1-\varrho}{1+\varrho}\frac{\varsigma_1}{\varsigma_2}\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4}\right) \end{aligned}\right\} \quad (17).$$

Durch φ_1 und φ_2 sind nach (15) auch

$$t_1 = \frac{t}{2\varphi_1} \text{ und } t_2 = \frac{t}{2\varphi_2}$$

bestimmt. Wäre

$$\frac{d_1}{d_2} = \sqrt[4]{\frac{1-\varrho}{1+\varrho}\frac{\varsigma_1}{\varsigma_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18).$$

so ergäbe sich $\varphi_1 = \varphi_2 = 1$, also $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$.

Zur Berechnung des Wirkungsgrades η mit gegebenen oder angenommenen Werthen von

$$h \quad h_1 \quad h_2 \quad n \quad v \quad s \quad d \quad l_1 \quad d_1 \quad l_2 \quad d_2$$

wären ς_1 und ς_2 aus (13), dann φ_1 und φ_2 aus (17), w_1 und w_2 aus (16), k_1 und k_2 aus (6) zu bestimmen, wonach sich η aus (4) ergiebt, nachdem auch noch die Steuerwassermenge q aus den bezüglichen Dimensionen, damit Q und Q_1 aus (1) ermittelt worden sind.

Die Regulirung der Zeiten t_1 und t_2 geschieht am besten durch Aenderuug der Belastung eines Gegengewichtsbalanciers (§. 50), wodurch die Ueberwucht (überschüssige bewegende Kraft) für den einen Hub ebenso viel vergrössert, wie für den anderen verkleinert, fragliche Zeit also für jenen verkleinert, für diesen vergrössert wird. Ist ein solcher Balancier nicht vorhanden, so kann es durch Stellungsänderung der Regulirungsvorrichtung im Zu- oder Abflussrohre geschehen; allein die Engerstellung einer solchen ist mit einem Arbeitsverluste verbunden, der den Arbeitsgewinn in Folge der Verbesserung des Zeitverhältnisses $t_1 : t_2$ wesentlich vermindern oder ganz aufwiegen könnte.

Schliesslich ist es nun aber noch wichtig zu bemerken, dass die Ausdrücke (12), bezw. (16) der mittleren hydraulischen Widerstandshöhen w_1 und w_2 insofern einer Correction bedürftig sind, als in denselben v^2 den Mittelwerth des Quadrats der Kolbengeschwindigkeit

bedeuten sollte, welcher vom Quadrat der gemäss (14) bestimmten mittleren Geschwindigkeit v des Treibkolbens u. U. sehr verschieden sein kann.

Bewegte sich z. B. der Kolben bei mittlerer Geschwindigkeit v so, wie es bei einer doppeltwirkenden Maschine mit schwerem Schwungrade der Fall wäre, nämlich nahe so, wie ein Punkt im Durchmesser $s = 2r$ eines Kreises sich bewegt als Projection eines anderen Punktes, welcher die Peripherie dieses Kreises mit der constanten Geschwindigkeit

Fig. 58.

$$c = \frac{\pi}{2} v$$

durchläuft, so wäre die Geschwindigkeit des Kolbens, nachdem er die Mitte des Hubes um $x = r \sin\alpha$ überschritten hat (siehe Fig. 58), $= c \cos\alpha$, und ihr Differentialquotient nach der Zeit, d. i. die Beschleunigung

$$\varphi = -c \sin\alpha \frac{d\alpha}{dt} = -\text{Const.}\, x \quad \ldots\ldots\ldots\ (19)$$

bei Voraussetzung constanter Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\alpha}{dt}$. Das mittlere Geschwindigkeitsquadrat wäre dann

$$= \frac{1}{2r}\int_{-r}^{r}(c\cos\alpha)^2\, dx = \frac{c^2}{2r}\int_{-r}^{r}\left(1 - \frac{x^2}{r^2}\right) dx$$

$$= \frac{c^2}{2r}\left(2r - \frac{2r}{3}\right) = \frac{2}{3}c^2 = \frac{\pi^2}{6}v^2 = 1{,}645\, v^2,$$

also der Correctionsfactor, mit welchem die Ausdrücke (12), bezw. (16) von w_1 und w_2 noch multiplicirt werden müssten, $= \frac{\pi^2}{6} = 1{,}645$.

Näherungsweise ebenso ist das Bewegungsgesetz des Kolbens einer einfachwirkenden Maschine mit verticalem Treibcylinder, wenn das Betriebswasser unter dem Kolben zu- und abfliesst und die Geschwindigkeit desselben ohne besondere Vorkehrungen allmählig bis Null zu Ende jedes Hubes abnimmt (§. 50). Denn dann entspricht dem Kolbenwege x, gerechnet von der Mitte des Hubes im Sinne desselben,

für den Aufgang die treibende Druckhöhe $h_1 - x$,

für den Niedergang die widerstehende Druckhöhe $h_2 + x$,

also, sofern h_1 bezw. h_2 als näherungsweise mit den Widerständen im Gleichgewicht zu betrachten ist, in beiden Fällen eine Beschleunigung

von der Ausdrucksform (19). Der Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 braucht deshalb in solchem Falle nur wenig $> 1,645$ gewählt zu werden.

Noch weniger ist dies nöthig unter übrigens gleichen Umständen im Falle einer zweicylindrigen einfachwirkenden Maschine. Denn massgebend ist dann der Ueberschuss der den aufsteigenden Kolben treibenden über die dem niedergehenden Widerstand leistende hydrostatische Druckhöhe:

$$(h_1 - x) - (h_2 + x) = h - 2x.$$

Bei einer doppeltwirkenden Maschine ohne Schwungrad ist bei jeder Lage des Cylinders die Differenz der hydrostatischen Druckhöhen auf beiden Seiten des Kolbens $= h$; abgesehen von der Zunahme des hydraulischen Widerstandes mit der Geschwindigkeit und bei Voraussetzung constanter Grösse der übrigen Widerstände wäre also hier die Beschleunigung des Kolbens constant, seine Geschwindigkeit während eines einfachen Hubes gleichmässig wachsend von 0 bis $2v$, und weil das Geschwindigkeitsquadrat dem vom Anfange des Hubes an durchlaufenen Wege z proportional wäre, würde sich das mittlere Quadrat der Kolbengeschwindigkeit

$$= \frac{1}{s}\int_0^s \frac{z}{s}(2v)^2 . dz = \frac{4v^2}{s^2} . \frac{s^2}{2} = 2v^2$$

ergeben, der fragliche Correctionsfactor folglich $= 2$.

Ebenso ungünstig wäre bei einer einfachwirkenden Maschine die horizontale Lage der Treibcylinderaxe, noch ungünstiger der Zu- und Abfluss des Wassers über dem Kolben bei verticaler Axe. In dem gewöhnlichen Falle einer einfachwirkenden Maschine mit Zu- und Abfluss des Wassers unter dem vertical auf- und niedergehenden Kolben wird es aber voraussichtlich genügend sein, den Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 durchschnittlich etwa $= 1,8$ anzunehmen.

Beispielsweise sei in solchem Falle

$$h = 55, \quad h_1 = 70, \quad h_2 = 15, \quad l_1 = 80, \quad l_2 = 20$$

$$v = 0,3 \text{ und } d = 0,75$$

$$d_1 = d_2 = 0,3, \text{ also } v_1 = v_2 = 6,25\,v = 1,875$$

$$s = 2, \text{ entsprechend } n = \frac{30\,v}{s} = 4,5.$$

Dann ist nach (1): $Q - Q_1 = \dfrac{nFs}{60} = 0,0663.$

Die Steuerung entspreche der Figur 54, §. 49; zur Bestimmung ihrer Verhältnisse, insoweit sie den Steuerwasserverbrauch bedingen, werde die Höhe des rechteckigen Verbindungscanals zwischen Steuer- und Treibcylinder:

$$a = \frac{1}{d} \cdot \frac{\pi}{4} d_1^2 = 0,094$$

und demgemäss der Hub der Steuerkolbenverbindung zu

$$s_1 = 0,4 \text{ Mtr.}$$

angenommen. Bei Schätzung des Gewichtes dieses Kolbensystems zu $G = 150$ Kgr. und bei der Annahme des im §. 49 mit ϱ bezeichneten Coefficienten $= 0,04$ brauchte nach Gl. (9) und (10) jenes Paragraphen der Durchmesser

des Steuerkolbens nur 0,124 Mtr.,
des Gegen- und Hülfskolbens nur 0,151 Mtr.

zu betragen; um jedoch ersteren den Durchmessern d_1 und d_2 anzunähern, werde er $= 0,25$ und dann der Durchmesser des Gegen- und Hülfskolbens gemäss Gl. (8, a) daselbst $= 0,35$ angenommen, so dass der Steuerwasserbedarf pro Spiel:

$$q = \frac{\pi}{4}(0,35)^2 . s_1 = 0,0385 \text{ Cubikmtr.,}$$

pro Sekunde:

$$Q_1 = \frac{n q}{60} = 0,0029$$

und somit der ganze Wasserverbrauch pro Sekunde:

$$Q = 0,0663 + Q_1 = 0,0692$$

sich ergiebt, dabei

$$\frac{Q_1}{Q} = 0,042$$

und der absolute Effect in Pferdestärken:

$$N_0 = \frac{E_0}{75} = \frac{1000}{75} . 0,0692 . 55 = 50,7.$$

Nach Gl. (13) wäre nun, wenn angenommen wird

$$\lambda = 0,025, \ \eta_1 + \vartheta_1 = 3, \ \eta_2 + \vartheta_2 = 4:$$

$$\varsigma_1 = 16 \text{ und } \varsigma_2 = 8,$$

damit nach (17) bei der Annahme $\varrho = 0,08$ (Gl. 7):

$$\varphi_1 = 0,919 \text{ und } \varphi_2 = 1,097$$

sowie gemäss (16) nach der Multiplication mit einem Correctionsfactor $= 1,8$:

$$w_1 = 4,37 \text{ und } w_2 = 3,10$$

Aus (6) folgt dann $k_1 = 5,25$ und $k_2 = 1,45$, so dass sich $k_1 + k_2 + w_1 + w_2 = 14,2$ ergiebt und endlich nach (4) der Wirkungsgrad

$$\eta = (1 - 0,042)\left(1 - \frac{14,2}{55}\right) = 0,71$$

abgesehen von zusätzlichen Widerständen der Regulirungsvorrichtungen in der Zu- und Abflussröhre.

Aus den wenigen zuverlässigen Beobachtungen an Wassersäulenmaschinen, welche in Bergwerken (Clausthal, Freiberg) bei disponiblen Gefällen von 100 bis 200 Mtr. und darüber und $n = 3$ bis 4 Spielen pro Minute zur Wasserhebung mittelst Pumpen dienen, ist auf einen wesentlich grösseren Wirkungsgrad zu schliessen. Aus diesen Beobachtungen ergab sich zwar unmittelbar nur der resultirende Wirkungsgrad der ganzen Maschinenanlage, nämlich

$$\eta' = \frac{Q'h'}{Qh},$$

unter Q' das pro Sek. auf die Höhe h' geförderte Wasservolumen verstanden. Indem aber mit vermuthlich unerheblichem Fehler der ganze Arbeitsverlust ($= 1 - \eta'$ pro aufgewendete Arbeitseinheit) zur Hälfte der Kraftmaschine (der Wassersäulenmaschine), zur Hälfte der Arbeitsmaschine (den Pumpen) zugeschrieben wurde, ergab sich

$$\eta = 1 - \frac{1 - \eta'}{2} = \frac{1 + \eta'}{2}.$$

Bei vollständiger Oeffnung der Regulirungsvorrichtungen (nöthigenfalls verbunden mit Vergrösserung von h' oder Verkleinerung von h, um gleichwohl den normalen Gang zu erzielen) wurde

$$\eta' = 0,66 - 0,70, \text{ also } \eta = 0,83 - 0,85$$

gefunden. Bei der Berechnung von η in ähnlichen Fällen wird theils der Correctionsfactor von v^2 in den Ausdrücken von w_1 und w_2 etwas $< 1,8$ anzunehmen sein, theils der Coefficient ϱ, (Gl. 7) noch etwas kleiner, als es bei obigem Beispiele geschehen ist, besonders wenn dabei die hydrostatische Manschettenliederung durch eine unabhängig von der Druckhöhe regulirbare Stopfbüchsendichtung ersetzt wird, wie es bei sehr grossen Druckhöhen passend ist. Uebrigens fallen auch die nach Obigem berechneten Wirkungsgrade bei grösseren Gefällen schon deshalb grösser aus, weil der durch die Steuerung verursachte Effectverlust und zum Theil die hydraulischen Widerstände, insbesondere die durch die Coefficienten $\eta_1 + \vartheta_1$ und $\eta_2 + \vartheta_2$ gemessenen, nicht im Verhältnisse des Gefälles zunehmen.

§. 52. Rotirende Wassersäulenmaschinen.

Die Verwendung von Wassersäulenmaschinen auch zu anderen Zwecken, als zur Wasserhebung mittels Pumpen, und zwar mit Rücksicht auf die Art der gewöhnlich zu verrichtenden Arbeiten ihre Verwendung als doppelt wirkende Maschine mit rotirender Schwungradwelle, welche vom hin- und hergehenden Kolben nach Art der üblichen Dampfmaschinen vermittels eines Kurbelmechanismus angetrieben wird, kann in manchen Fällen zweckmässig sein, sei es zu vortheilhafter Ausnutzung natürlich vorhandener, sei es mit Hülfe künstlich erzeugter grosser Gefälle dann, wenn es sich um das Bedürfniss mechanischen Arbeitsvermögens an entlegenen und zerstreuten Stellen in veränderlichem Betrage oder überhaupt nur zeitweilig handelt, so dass zu gleicher Zeit eine billige, allen Oertlichkeiten leicht und mit geringem Raumbedürfnisse anzupassende Kraftleitung und eine Ansammlung von Arbeitsvermögen in Frage kommt. Beispiele sind der Betrieb von unterirdischen Arbeitsmaschinen in Bergwerken, von Bohrmaschinen bei Tunnelarbeiten, von Hebemaschinen und überhaupt von Transportmaschinen auf Werften und Bahnhöfen u. s. w. In solchen Fällen kann von einer an einem passenden Orte aufgestellten primären Kraftmaschine, z. B. von einer Dampfmaschine, das Betriebswasser in einen hydraulischen Accumulator (Bd. II, §. 103) gefördert und von da unter constantem Druck trotz veränderlichen Verbrauchs durch eine verzweigte Röhrenleitung beliebig vielen Wassersäulenmaschinen als secundären Kraftmaschinen zugeführt werden. Die Leitung von Dampf aus einer centralen, z. B. oberirdischen Kesselanlage nach entfernten, z. B. unterirdischen Dampfmaschinen leidet an dem Uebel erheblicher Abkühlungsverluste, die Verwendung hochgespannter Luft als Triebmittel an dem Uebelstande, dass die zu ihrer Compression aufzuwendende Arbeit nur zu kleinem Theil durch ihre Expansion wieder verwerthbar ist wegen praktischer Unzuträglichkeiten der Ausscheidung des Wassergehaltes der Luft als Eis infolge der mit ihrer Expansion verbundenen Temperaturerniedrigung, nachdem schon die mit ihrer Compression verbunden gewesene Temperaturerhöhung einen erheblichen Wärmeverlust zur Folge gehabt hatte; lange Wellenleitungen und Seiltransmissionen pflegen in den in Rede stehenden Fällen mit erheblich grösseren Kosten verbunden oder durch locale und andere Umstände ausgeschlossen zu sein.

Ausser zu den erwähnten grossgewerblichen werden rotirende Wassersäulenmaschinen auch zu kleingewerblichen und häus-

lichen Arbeitszwecken verwendet mit Benutzung des in der Regel unter 2 bis 3 Atm. Druck (im Erdgeschoss der Häuser) stehenden Wassers städtischer Wasserleitungen. Die betreffenden Maschinen, von welchen zuerst der Wassermotor von Schmid in Zürich grössere Verbreitung gefunden hat, unterscheiden sich vorzugsweise nur durch die Anordnung der Steuerung (im Allgemeinen einer Schiebersteuerung mit selbstverständlicher Beschränkung auf einen Vertheilungsschieber wegen der Expansionsunfähigkeit des Wassers); sie pflegen zu möglichster Vereinfachung (Ersparung eines besonderen Schiebers und einer Kurbelstange) und zur Raumersparniss als oscillirende Maschinen gebaut und an der Einmündungsstelle des Zuflussrohrs in den Schieberkasten mit einem Windkessel versehen zu werden, um den bei den Kolbenwechseln durch die Trägheit des Wassers im Zuflussrohr bedingten Schwankungen der hydraulischen Druckhöhe an dieser Stelle entgegenzuwirken. Bezogen auf den Mittelwerth dieser Druckhöhe als disponibles Gefälle h (also abgesehen von den je nach Umständen sehr verschiedenen Widerständen des Zuflussrohrs) ergeben solche Wassermotoren einen Wirkungsgrad $\eta = 0{,}8$ bis $0{,}85$ bei 0,5 bis 0,75 Meter mittlerer Kolbengeschwindigkeit und bei 50 und bis gegen 300 Kolbenspielen pro Minute.

Je mehr die Kolbengeschwindigkeit dieser rotirenden Wassersäulenmaschinen im Vergleiche mit Maschinen ohne rotirende Bewegung vergrössert wird, desto mehr ist es nöthig, durch geeignete Mittel den Kolbenstössen vorzubeugen, welche sonst wegen der fast vollkommenen Unzusammendrückbarkeit des Wassers bei den Kolbenwechseln nicht ausbleiben würden. Ein Windkessel in Verbindung mit dem Zuflussrohre kann diesen Zweck nicht erfüllen, weil er bei den Kolbenwechseln vom Inneren des Cylinders abgesperrt ist.

Hätte der Schieber weder Voreilung noch Ueberdeckung, so dass er sich in den Augenblicken des Kolbenwechsels in seiner Mittellage befände und die Mündungen der nach den Enden des Cylinders führenden Canäle gerade abschlösse, während unmittelbar vorher hinter dem Kolben Einströmung, vor ihm Ausströmung stattgefunden hätte und sogleich nachher das Umgekehrte der Fall wäre, so würde freilich ein Kolbenstoss nicht, höchstens ein zeitweilig schwerer Gang stattfinden. Indem aber die genaue und dauernde Erfüllung dieser Bedingungen nicht zu erwarten ist, kann schon dadurch geholfen werden, dass die Breite der wirksamen Flächen des Schiebers, im Sinne seiner Bewegung gemessen, etwas kleiner, als die im gleichen Sinne verstandene Einmündungsbreite der beiden Cylindercanäle gemacht wird,

so dass vollständige Absperrung niemals stattfindet, vielmehr (ohne Voreilung des Schiebers) das Wasser beim Kolbenwechsel sowohl hinter, als vor dem Kolben durch schmale spaltförmige Oeffnungen neben den Rändern der Schieberflächen sowohl zu- wie abfliessen kann. Während dieser kurzen Zeiträume kann dann freilich auch das Betriebswasser aus dem Zuflussrohr, bezw. dem Schiebergehäuse unmittelbar um die Schieberflächen herum ausfliessen, ohne zeitweilig in den Cylinder gelangt zu sein, so dass ein unter Umständen erheblicher Wasserverlust die nothwendige Folge ist.

Schon im §. 47 unter 3) wurde angeführt, wie ferner die fraglichen Kolbenstösse zwar weniger einfach, aber mit voraussichtlich viel kleinerem Verlust dadurch vermieden werden können, dass (Fig. 53 daselbst) jeder der beiden Cylindercanäle V mit dem Abflussrohr A und mit dem Zuflussrohr Z (oder dem Schieberkasten) in Communication gesetzt wird durch engere Canäle mit bezw. im Sinne AV und VZ sich öffnenden Ventilen. Indem aber von diesen Communicationen AV und VZ die letztere wesentlicher ist, als erstere, pflegt man sich darauf zu beschränken, die Cylindercanäle V nur mit dem Schieberkasten ausserhalb des Bereichs des Schiebers durch Bohrungen (enge Hülfscanäle) zu verbinden, in welchen sich sogenannte Stoss- oder Bufferventile gegen das Schiebergehäuse hin öffnen, sobald der Druck in ihm vom Drucke in V, bezw. an der betreffenden Seite des Kolbens im Cylinder übertroffen wird.

Endlich können die in Rede stehenden Stösse auf gleichfalls im §. 47 angeführte Weise vermieden werden durch Windkessel, welche auf beiden Seiten des Kolbens mit dem Treibcylinder communiciren, und zwar ganz ohne Verluste, falls die Luftmengen in diesen Windkesseln gemäss den Gleichungen (2) a. a. O. passend gewählt und mit Hülfe der dort erwähnten Ventile dauernd erhalten, bezw. die unvermeidlichen Verluste automatisch ersetzt werden. Bei Kleinmotoren, welche das Betriebswasser einer städtischen Wasserleitung entnehmen, ist h_2 nahe $= 0$ und h von so mässiger Grösse, dass erhebliche praktische Schwierigkeiten der Anordnung und Wirksamkeit solcher Luftsaugeventile nicht im Wege sind. Bei der Wassersäulenmaschine von Ph. Mayer in Wien werden Luftkammern an beiden Seiten des Cylinders zugleich dazu verwerthet, die Leistung der Maschine durch Verkleinerung des Füllungshubes s_1 dem Bedürfnisse entsprechend verkleinern zu können, was sonst ohne Aenderung des Gefälles h und der Umlaufzahl n nur durch Drosselung mit entsprechendem Effectverlust geschehen kann. Jedes andere s_1

verlangt dann zwar auch ein anderes Luftvolumen in den genannten Kammern; doch stellt sich dasselbe wenigstens nach einiger Zeit durch die Wirksamkeit der Luftsaugeventile, oder indem überschüssige Luft vom Wasser absorbirt wird, von selbst her.

C. Windmotoren.

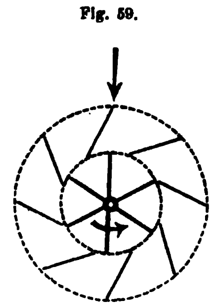
§. 53. Uebersicht der üblichen Arten von Windmotoren und ihrer Eigenthümlichkeiten.

Um die lebendige Kraft der bewegten atmosphärischen Luft zur Gewinnung mechanischer Arbeit von einiger Erheblichkeit zu benutzen, ist bei der kleinen specifischen Masse und durchschnittlich mässigen Geschwindigkeit der Luft die Darbietung grosser Angriffsflächen durch die betreffenden Motoren unerlässlich. Sofern auch die Einzwängung des als Träger freien Arbeitsvermögens fassbaren Luftstroms durch Leitungen ausgeschlossen ist, sind es nur Windräder, welche hier in Betracht kommen und ausschliesslich als Windmotoren technische Verwendung finden. Ihre älteste und noch immer hauptsächlichste Verwendung ist zu Mühlen, insbesondere Mahlmühlen; die Bezeichnung „Windmühle“ wird auf das ganze betreffende Gebäude mit dem durch das Windrad bewegten Triebwerke und den angeschlossenen Arbeitsmaschinen zuweilen selbst unabhängig von der Art dieser letzteren bezogen.

Indem der Wind jede beliebige nahe horizontale Richtung annehmen kann, wird von ihm ein Windrad mit fest gelagerter Axe nur dann in stets gleicher Weise getroffen, wenn die Axe vertical ist. Damit freilich ein solches, mit Rücksicht auf die horizontalen Bahnen aller Punkte sogenanntes horizontales Windrad z. B. bei einfachster Construction mit ebenen radialen Schaufeln vom Winde umgetrieben werden könne, muss derselbe auf einer Seite der mit der Windrichtung parallelen Axialebene vom Rade abgehalten werden. Geschähe das durch einen diese Radhälfte umgebenden Mantel, so müsste derselbe mit der sich drehenden Windrichtung drehbar, seine Anordnung somit derselben Erschwerung unterworfen sein, welche bezüglich des Windrades selbst durch die verticale Lage der Axe vermieden wird. Einfacher und praktischer wird der Zweck durch feste verticale Wände erreicht, welche in geneigter Stellung gegen die radiale Richtung ringsum das horizontale Windrad wie ein Leitrad umgeben, dessen Canäle, indem sie stets nur auf einer Seite mit ihren äusseren Oeffnungen gegen den Wind gerichtet sind, die

Luft daselbst fangen und etwas verdichtet, also mit einer gewissen Concentration des disponiblen Arbeitsvermögens in vortheilhafter Richtung gegen die Schaufeln des Laufrades leiten, wie es im Princip durch Fig. 59 angedeutet wird. Mit Vermeidung eines drehbaren Mantels oder festen Leitrades entsprechen der Aufgabe mehr oder weniger vollkommen auch ebene und radial gerichtete Schaufeln, welche um radiale Axen drehbar gemacht sind, bis bei verticaler Stellung durch Anschläge die weitere Drehung verhindert wird, so dass sie nur auf der einen Seite des Rades, durch den Winddruck in diese verticale Stellung gebracht, normal, auf der anderen Seite aber schräg vom Winde getroffen werden; oder auch krumme Schaufeln, welche einerseits die concave, andrerseits die convexe Seite gegen den Wind kehren, hier somit einen erheblich kleineren Druck, als dort erfahren. Wenn übrigens auch solche horizontalen Windräder, besonders sogenannte Windturbinen gemäss Fig. 59 und mit passend gekrümmten Schaufeln nicht ganz ohne Erfolg geblieben sind, so fallen sie doch bei gleichem Effect oder bei gleicher Grösse der wirksamen Fläche (der Gesammtprojection der vom Winde im Drehungssinne des Rades getroffenen Schaufelfläche auf eine zur Windrichtung senkrechte Ebene) schwerer, weniger einfach und dauerhaft aus, so dass sie die von Alters her üblichen verticalen Windräder nicht zu verdrängen vermochten. Diese mit Rücksicht auf die längliche Gestalt ihrer radial gerichteten Schaufeln (Flügel) sogenannten Flügelräder, deren Axen in der Windrichtung liegen, sollen im Folgenden allein weiter berücksichtigt werden; während der Drehung des Rades behält bei ihnen jedes Flügelelement immer dieselbe, möglicher Weise also vortheilhafteste Lage gegen die Windrichtung.

Fig. 59.



Die hölzerne oder besser eiserne Welle des Flügelrades (Ruthenwelle) wird unter einem kleinen Winkel von etwa 10° im Sinne der Windrichtung abwärts geneigt, wodurch ihre Lagerung mehr gesichert und die Entfernung vergrössert wird, in welcher die Flügel sich am unteren, möglichst zugänglich zu haltenden Theile des Mühlengebäudes vorbeibewegen; die Lagerung der Welle geschieht durch ein Spurlager am inneren und tiefer liegenden, sowie durch ein Halslager nahe dem äusseren Ende. In dem aus letzterem hervorragenden Kopfe der Welle pflegen die meistens 4 Ruthen befestigt zu sein, jede einem Flügel als Träger desselben entsprechend. Durch sie sind die Sprossen (Scheiden) rechtwinklig hindurch gesteckt, so dass sie auf der einen Seite mehr,

als auf der anderen hervorragen; diese bilden mit den Saumlatten, durch welche sie an den Enden verbunden sind, das Flügelgerippe, von der Ruthe in einen durch das sogenannte Windbrett bedeckten, bei der Drehung vorausgehenden schmaleren, und in einen breiteren Theil geschieden. Der letztere wird zur Bedeckung mit Klappen von dünnen Brettern oder von Draht mit gefirnisstem Segeltuch ausgerüstet, oder es wird über diesen ganzen Haupttheil des Flügelgerippes eine mit Schlingen und Schnüren befestigte Segeltuchdecke gespannt.

Indem es, wie weiterhin erörtert werden wird, für jedes Flügelelement eine gewisse günstigste Neigung gegen die Windrichtung giebt, welche vom Verhältnisse der Windgeschwindigkeit zur Umfangsgeschwindigkeit des betreffenden Flügelelementes abhängt und deshalb je nach seiner Entfernung von der Axe verschieden ist, sind vortheilhafter Weise die Flügelflächen nicht eben, sondern windschief, und zwar in der Weise, dass die Neigungswinkel der Sprossen gegen eine zur Radaxe senkrechte Ebene mit ihren Entfernungen von der Axe abnehmen. Die Längen der Sprossen pflegen bei solchen besonders zum eigentlichen Mühlenbetriebe verwendeten Flügelrädern nicht wesentlich verschieden zu sein, so dass die Flügelflächen (abgesehen von ihrer windschiefen Krümmung) Rechtecke bilden, und zwar von nahe 2 Mtr. Breite bei einer radialen Länge bis zu 10 Mtr.

Flügelräder, welche in neuerer Zeit als Motoren zu manchen anderen Zwecken, insbesondere zur Wasserförderung dienen, wie z. B. die von Kirchweger für Wasserstationen der hannoverschen Eisenbahnen construirten, pflegen bei kleinerem Durchmesser 4 bis 6 ebene und zwar trapezförmig nach aussen verbreiterte Blechflügel zu erhalten, welche zur Aenderung ihrer Neigung um eiserne, den Mittellinien der Trapeze parallele, die Ruthen vertretende radiale Arme drehbar sind. Durch die Trapezform der Flügel wird unter sonst gleichen Umständen der Querschnitt des bezüglich seiner lebendigen Kraft benutzbaren Luftstroms vergrössert. Noch mehr ist das der Fall bei amerikanischen Windrädern, bei welchen entsprechend schmale trapezförmige radiale Flügel (aus Holz) in grosser Zahl (etwa 60) die ganze Kreisfläche in kleinen Abständen erfüllen, im Wesentlichen nur eine mässig grosse centrale Oeffnung frei lassend, so dass sie bei höchstens 12 Mtr. Raddurchmesser Leistungen bis zu 18 Pferdestärken ergeben.

Die Art und Weise, wie das Flügelrad der jeweiligen Windrichtung entsprechend eingestellt wird, nämlich so, dass seine verticale Axialebene mit der Windrichtung parallel ist, hängt theilweise

ab von der Art des Mühlengebäudes. In dieser Beziehung sind die älteren Mühlen mit grossen vierflügeligen Windrädern insbesondere als Bockmühlen (deutsche Mühlen) und als Thurmmühlen (holländische Mühlen) zu unterscheiden. Erstere, wie die Windmühlen überhaupt, wahrscheinlich deutschen Ursprunges (mit Sicherheit seit ungefähr dem Jahre 1100 nachweisbar) und mit ursprünglich ebenen Flügeln, haben ein hölzernes Gebäude, welches als Ganzes um einen festen verticalen Ständer (Hausbaum) drehbar ist, und zwar von Hand mit Hülfe eines langen Balkens (des Sterts). Bei den Thurmmühlen (angeblich in der Mitte des 16 Jahrhunderts von einem Flanderer erfunden) sind die Flügel schon durchweg windschief, und ist nur der obere Theil des Gebäudes (die Haube) mit dem Flügelrade drehbar, entweder auch von Hand mit Hülfe des Sterts, oder selbstthätig mit Hülfe eines Steuerrades, d. i. eines kleinen Flügelrades, welches hinten senkrecht gegen das als Motor dienende grosse Flügelrad auf einem mit der Haube verbundenen Träger gelagert ist und welches durch den Wind so lange in Drehung gesetzt wird, bis seine Axe zur Windrichtung senkrecht ist. Bei neueren Mühlen zu verschiedenen Zwecken pflegt der möglichst leicht gebaute drehbare Obertheil mit dem Windrade durch einen ebenen, mit der Windrichtung parallel bleibenden Steuerflügel selbstthätig entsprechend gestellt zu werden.

Ebenso wie die Richtung, ist die Geschwindigkeit des Windes, somit das disponible Arbeitsvermögen veränderlich, und es sind verschiedene Arten der Kraftregulirung angegeben und angewendet worden, nämlich Vorrichtungen, um entweder die Flügelfläche selbst, oder wenigstens den Winddruck auf dieselbe entsprechend zu vergrössern oder zu verkleinern, namentlich letzteres, um bei sehr starkem Winde Beschädigungen des Flügelrades und des ganzen Gebäudes zu verhüten, während die Verlangsamung der Drehung des ersteren durch Bremsen geschehen kann mit geringerem Nachtheil, als in anderen Fällen, da die Möglichkeit der Aufspeicherung des überschüssigen Arbeitsvermögens hier nicht in Frage kommt. In der Regel ist der Zweck durch Drehung, sei es der ganzen ebenen Flügel um radiale Axen (z. B. bei den Kirchweger'schen Windrädern), sei es einzelner Bestandtheile derselben um zur Drehungsaxe des Rades windschief nahe senkrechte Axen (z. B. bei den Cubit'schen Flügelrädern) erreicht worden; bei amerikanischen Windrädern wird auch wohl die Axe derselben gegen die Windrichtung entsprechend geneigt durch Richtungsänderung des um eine verticale Axe für sich drehbar gemachten Steuerflügels, oder es sind die oben erwähnten vielen schmalen

Flügelbrettchen zu sectorenförmigen Gruppen vereinigt und diese um je eine zur Radaxe windschief senkrechte Axe drehbar gemacht worden, um regenschirmartig das ganze Rad mehr oder weniger zusammenklappen zu können. In allen Fällen kann diese Kraftregulirung auch automatisch wirkend eingerichtet werden mit Hülfe des Gleichgewichtes zwischen einer auf Vergrösserung der wirksamen Fläche hinwirkenden constanten Kraft und dem auf Verkleinerung hinwirkenden veränderlichen Winddruck. Bei Wasserstationen ist auch, abgesehen von der Windgeschwindigkeit, die Regulirung durch einen Schwimmer bewirkt worden, um die Bewegung um so mehr zu verlangsamen, je mehr die beabsichtigte Füllung des betreffenden Behälters erreicht ist.

§. 54. Druck der bewegten Luft auf die Flügel eines Windrades.

Die theoretische Bestimmung der mechanischen Arbeit, welche durch ein Windrad unter gewissen Umständen gewonnen werden kann, setzt die Kenntniss des Winddruckes auf die verschiedenen Theile der Flügel oder wenigstens eine der Wirklichkeit genügend entsprechende Annahme in dieser Hinsicht voraus. Im Princip ist dieser Luftdruck an der Oberfläche irgend eines gegebenen Körpers nur von der relativen Geschwindigkeit von Luft und Körper abhängig, ohne dass es z. B. einen Unterschied machen sollte, ob einer von beiden Theilen und welcher von ihnen in Ruhe, während nur der andere in Bewegung ist. Thatsächlich ist freilich ein solcher Unterschied bemerklich, wie insbesondere die Versuche von Dubuat und von Duchemin bezüglich der relativen Bewegung von Wasser und normalen Prismen (Bd. I, §. 154) ergaben; bezüglich der Luft als betreffendem Medium ist man aber fast ganz auf Versuche über den Bewegungswiderstand von Körpern, insbesondere von normal bewegten ebenen Platten, in fast ruhiger Luft angewiesen, indem dieselben vermittels eines Rotationsapparates mit verticaler Axe in horizontalen kreisförmigen Bahnen aller Punkte herumgeführt wurden. Während bei älteren Versuchen von Borda, Hutton und von Thibault, sowie auch bei späteren von Hagen und v. Lössl nur der ganze Luftdruck (auf die normal bewegte ebene Platte) entgegengesetzt ihrem Bewegungssinne aus dem gemessenen Kraftmoment abgeleitet wurde, welches zur Erhaltung einer bestimmten gleichförmigen Rotationsbewegung des Apparates erforderlich war, wobei ausserdem bezüglich des Druckmittelpunktes eine unsichere Annahme gemacht werden musste, hat in neuerer Zeit Recknagel diese Versuche besonders dadurch wesentlich ergänzt, dass

er durch ein eigenthümliches Verfahren jenen Druck analysirte, nämlich für die verschiedenen Stellen der Plattenoberfläche ermittelte, und dass er zugleich den von ihm so genannten Mitwind (Bd. II, §. 163 unter 1) sorgfältig veranschlagte, d. h. die eigene Bewegung, in welche die Luft des Versuchsraumes durch den Apparat nach und nach versetzt wurde. Indem diese Untersuchungen Recknagel's in mancher Hinsicht bemerkenswerth sind und zu unerwarteten Ergebnissen geführt haben, mag hier zur Ergänzung, bezw. Berichtigung betreffender Angaben in Bd. I, §. 156 dieses Werkes einigermaassen eingehend darüber berichtet werden.*)

Bei den Versuchen wurde die kreisrunde Platte (nur solche wurden und zwar in radialer verticaler Stellung benutzt) auf dem horizontalen radialen Arme eines Rotationsapparates vermittels eines verticalen Stieles befestigt; an derjenigen Stelle der vorderen oder hinteren Fläche, für welche der Druck bestimmt werden sollte, war ein rundes Loch von etwa 0,4 Millimeter Durchmesser durch die Platte hindurch gebohrt und vom anderen Ende der Bohrung aus eine Röhre längs dem Arm des Apparates zu seiner Drehungsaxe geführt. Mit einer Biegung nach oben mündete dieselbe hier von unten in ein oben offenes mitrotirendes, Wasser enthaltendes Gefäss, und zwar über dem Wasserspiegel; in das Wasser tauchte von oben der Rand eines unten offenen befestigten Gefässes, dessen somit durch Wasserverschluss abgesperrter mit der Plattenbohrung durch das erwähnte Rohr communicirender Luftraum durch einen Kautschukschlauch mit einem Differentialmanometer**) verbunden war zur Messung des Unterschiedes zwischen dem specifischen Drucke p_0 in fraglichem Luftraume und dem Drucke p der äusseren atmosphärischen Luft. Die Gleichförmigkeit der Rotation des mittels Kurbel und Riemengetriebe von Hand bewegten Apparates wurde durch Erhaltung der Gleichzeitigkeit von periodisch wiederkehrenden bezüglichen Anschlägen desselben an eine Feder mit den Ausschlägen eines Mälzel'schen Metronoms sichergestellt.

Aus der gemessenen Druckdifferenz $p - p_0$ kann auf den gesuchten Ueberdruck $p_1 - p$, unter p_1 den Druck an der gelochten Stelle der Körperoberfläche verstanden, von welcher die radiale Röhre ausgeht, mit Hülfe der Beziehung zwischen p_1 und p_0 geschlossen werden. Dieselbe ergiebt sich durch folgende Ueberlegung. Ist

ω die Winkelgeschwindigkeit des Apparates,

y der Luftdruck in der Röhre in der Entfernung x von der Axe,

---

*) Annalen der Physik und Chemie, neue Folge, Bd. X (1880), S. 677 und Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. XXX (1886), S. 489.

**) Dasselbe ist in Wiedemann's Annalen, 2 (1877), S. 296 beschrieben.

Flügelbr eine zw um re zu k wir eir K

m die specifische Masse (Masse pro Volumeneinheit) der Luft, welche dem Drucke p, also $m\frac{y}{p}$ diejenige, welche bei hier überall gleich anzunehmender Temperatur dem Drucke y entspricht, so ist mit Rücksicht auf das im Beharrungszustande vorhandene Gleichgewicht zwischen der von innen nach aussen stattfindenden Druckzunahme der Luftschichten in der Röhre und ihren Centrifugalkräften:

$$dy = \omega^2 x \cdot m\frac{y}{p} \cdot dx \quad \text{oder} \quad \frac{dy}{y} = \omega^2 \frac{m}{p} x\, dx$$

und ergiebt sich daraus durch Integration, wenn r die Entfernung der Plattenbohrung von der Apparataxe, $v = r\omega$ die lineare Geschwindigkeit jener Bohrungsstelle bedeutet,

$$ln \frac{p_1}{p_0} = \omega^2 \frac{m}{p} \frac{r^2}{2} = \frac{mv^2}{2p}$$

$$p_1 = p_0 \cdot e^{\frac{mv^2}{2p}} \dots\dots\dots\dots\dots (1).$$

Bei mässigen Geschwindigkeiten kann hierfür gesetzt werden:

$$p_1 = p_0\left(1 + \frac{mv^2}{2p}\right) \dots\dots\dots\dots\dots (2).$$

Es wird dadurch p_1 mit einem Fehler von höchstens ungefähr 0,01 Kgr. pro Quadratmtr. = 0,01 Millim. Wassersäule gefunden, entsprechend der Genauigkeit, welche die Ablesung des Manometers zur Messung von $p - p_0$ gestattete, wenn

$$\frac{p_0}{2}\left(\frac{mv^2}{2p}\right)^2 < 0{,}01$$

oder, sofern p_0 sehr nahe $= p$, wenn

$$v < \sqrt{\frac{1}{m}\sqrt{0{,}08\,p}}$$

ist, insbesondere mit $p = 10333$ und $m = \frac{1{,}293}{9{,}81}$ für

$$v < 14{,}8 \text{ Mtr.},$$

während thatsächlich eine Geschwindigkeit von 10 Mtr. bei den Versuchen nicht überschritten wurde. Der gesuchte Ueberdruck ist dann nach (2):

$$p_1 - p = \frac{p_0}{p}\frac{m\,v^2}{2} - (p - p_0)$$

oder auch, indem das Verhältniss $\frac{p_0}{p}$ stets um weniger als 0,001 von 1 verschieden gefunden wurde,

$$p_1 - p = \frac{mv^2}{2} - (p - p_0) \dots\dots\dots\dots (3)$$

mit einem verhältnissmässigen Fehler von weniger als 0,001 bei Geschwindigkeiten $v < 15$ Mtr.

Die Erkenntniss einer von der Grösse $p - p_0$, also vom Versuchsverfahren, überhaupt von Nebenumständen unabhängigen Gesetzmässigkeit des auf solche Weise für jede Stelle (ausser ganz dicht an den Rändern) der Körperoberfläche zu ermittelnden Druckes $p_1 - p$ ist nur zu erwarten und ist auch nur dann von Interesse, wenn derselbe zur relativen Geschwindigkeit w von Luft und Körper in Beziehung gesetzt wird. Diese relative Geschwindigkeit ist hier mit Rücksicht auf die Recknagel'schen Versuche im Sinne von v verstanden, abgesehen von transversalen Luftströmungen längs den Platten, welche zwar in erheblichem Masse stattfinden, doch auf den in Rede stehenden Druck ohne unmittelbaren Einfluss sind. Der Unterschied $v - w$ ist die Geschwindigkeit des Mitwindes an der betreffenden Stelle. Sie muss in Anschlag gebracht werden, um aus v auf w zu schliessen, ist aber so sehr von Zufälligkeiten abhängig (von der Anordnung des Rotationsapparats und von den Verhältnissen des Versuchsraums), dass sie in jedem Falle besonders ermittelt werden muss. Die umständliche Anwendung entsprechender Anemometer zu diesem Zwecke konnte aber im vorliegenden Falle vermieden werden durch Verwerthung eines von Recknagel festgestellten, auch an und für sich bemerkenswerthen einfachen Gesetzes bezüglich des Widerstandes, welchen Rotationsflächen, die gegen Luft eine constante relative Geschwindigkeit von mässiger Grösse in der Richtung ihrer Rotationsaxe besitzen, gegen ihren Scheitel erfahren.

Theoretisch ergiebt sich dieses Gesetz durch folgende Betrachtung. Auf ein fadenförmiges Element des gegen die Umdrehungsfläche gerichteten Luftstroms können bei Abstraction von transversalen Mischungsbewegungen die allgemeinen Gleichungen für die permanente strömende Bewegung von Luft in Röhren angewendet werden, insbesondere die Gleichung (2), §. 75, Bd. I (Gleichung der lebendigen Kraft):

$$\frac{u\,du}{g} + \frac{dy}{\gamma} = dM - dB \dots\dots\dots\dots (4),$$

unter u die relative Strömungsgeschwindigkeit in irgend einem Querschnitte, y den specifischen Druck und γ das specifische Gewicht ($\frac{1}{\gamma}$ das

specifische Volumen) in demselben verstanden, während dM die Arbeit der Massenkräfte, dB die durch die Bewegungswiderstände verbrauchte Arbeit pro Gewichtseinheit und für ein Längenelement der Mittellinie des Luftfadens bedeuten. Von der Schwerewirkung der Luft kann als ganz untergeordnet abgesehen werden, während auch sonstige Massenkräfte bei dem centralen Luftfaden mit gerader Mittellinie nicht in Betracht kommen, also $dM = 0$ zu setzen ist; wird mit der Annahme $dB = 0$ auch von Bewegungswiderständen abgesehen und die specifische Masse $\mu = \frac{\gamma}{g}$ eingeführt, so ist dann nach (4):

$$u\,du + \frac{dy}{\mu} = 0 \quad \text{. . . . . (5).}$$

Während sich die Luft der Umdrehungsfläche nähert, ihre relative Geschwindigkeit u abnimmt, der Querschnitt des Luftfadens zunimmt, wachsen auch der Druck y und die specifische Masse μ, und zwar besteht zwischen ihnen, sofern die Zustandsänderung als adiabatisch zu betrachten ist, die Beziehung (Bd. I, §. 20):

$$y = C\mu^n; \quad dy = nC\mu^{n-1}d\mu \quad \text{. . . . . (6),}$$

unter C eine Constante und unter n $(= 1{,}41)$ das gleichfalls constante Verhältniss der specifischen Wärmen von Luft bei constantem Druck und bei constantem Volumen verstanden. Die Einsetzung dieses Ausdruckes von dy lässt Gl. (5) übergehen in:

$$u\,du + nC\mu^{n-2}d\mu = 0 \quad \text{. . . . . (7).}$$

Indem die Zunahme des Luftdrucks bei der Annäherung an die Fläche vom atmosphärischen Drucke p bis p_1, die Zunahme der specifischen Masse entsprechend von m bis m_1 stattfindet, kann vom centralen, gegen die Mitte der Umdrehungsfläche gerichteten Luftfaden (nur von ihm) behauptet werden, dass die relative Geschwindigkeit von ihrer anfänglichen Grösse w bis zu verschwindend kleiner Grösse abnehme; oder es werde wenigstens die fragliche Annahme gemacht, vorbehaltlich ihrer Prüfung auf Grund daraus hervorgehender Folgerungen. Zwischen den entsprechenden Grenzen

$$u = w \text{ und } u = 0,\ \mu = m \text{ und } \mu = m_1$$

ergiebt die Integration von Gl. (7):

$$-\frac{w^2}{2} + nC\frac{m_1^{\,n-1} - m^{n-1}}{n-1} = 0$$

$$m_1^{\,n-1} = m^{n-1} + \frac{n-1}{n}\,\frac{w^2}{2C} = m^{n-1}\left(1 + \frac{n-1}{n}\,\frac{mw^2}{2Cm^n}\right)$$

oder, wenn beide Seiten der letzten Gleichung zur $\frac{n}{n-1}$ten Potenz erhoben und mit C multiplicirt werden, wegen

$$C m_1{}^n = p_1 \text{ und } C m^n = p \text{ nach (6):}$$

$$p_1 = p\left(1 + \frac{n-1}{n}\,\frac{m w^2}{2p}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ (8).$$

Die Reihenentwicklung ergiebt:

$$p_1 = p\left[1 + \frac{mw^2}{2p} + \frac{1}{2}\,\frac{n}{n-1}\left(\frac{n}{n-1} - 1\right)\left(\frac{n-1}{n}\,\frac{m w^2}{2p}\right)^2 + \ldots\right]$$

$$p_1 - p = \frac{m w^2}{2} + \frac{1}{2np}\left(\frac{m w^2}{2}\right)^2 + \ldots\ldots\ldots\ (9).$$

Für mässig grosse relative Geschwindigkeiten kann somit

$$p_1 - p = \frac{m w^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (10)$$

gesetzt werden mit einem Fehler von weniger, als ungefähr 0,01 (Kgr. pro Quadratmtr. oder Millim. Wassersäule), so lange

$$\frac{1}{2np}\left(\frac{m w^2}{2}\right)^2 < 0{,}01$$

$$w < \sqrt{\frac{1}{m}\sqrt{0{,}08\,np}}$$

d. h. mit Rücksicht auf obige Prüfung der Gültigkeitsgrenze von Gl. (2) und mit $n = 1{,}41$ so lange

$$w < 14{,}8\sqrt[4]{n}, \text{ d. i. } w < 16{,}1 \text{ Mtr.}$$

ist. Die Gleichung (10) drückt das fragliche Gesetz aus, dass nämlich der Ueberdruck der Luft gegen den Scheitel einer Umdrehungsfläche bei mässigen relativen Geschwindigkeiten im Sinne der Umdrehungsaxe derjenigen lebendigen Kraft der Volumeneinheit noch unverdichteter Luft gleich ist, welche jener relativen Geschwindigkeit entspricht. Bei grösseren Geschwindigkeiten wächst dagegen dieser Ueberdruck nach (8) und (9) proportional einer höheren als der zweiten Potenz von w, wie ja auch aus Erfahrungen in Betreff des Widerstandes von Geschossen zu schliessen ist. (Bd. I, §. 156.)

Fragliches Gesetz wurde auf zweierlei Weise durch Versuche geprüft und bei Geschwindigkeiten bis 10 Mtr. vollkommen genügend bestätigt gefunden. Zunächst ist nämlich zu bemerken, dass, wenn Mitwind nicht vorhanden, also $w = v$ wäre. gemäss (3) und (10)

$$p - p_0 = 0$$

gefunden werden müsste. Diese Voraussetzung konnte aber insofern verwirklicht werden, als der Mitwind erst mit der zweiten Umdrehung des Apparates beginnt und schon eine Viertelumdrehung bei einiger Uebung die hinlänglich gleichförmige Winkelbewegung erzielen liess, so dass die übrigen 3 Viertel der ersten Umdrehung zu einer Beobachtung bei gleichförmiger Geschwindigkeit ohne Mitwind verwendbar waren. Dabei ergaben sich niemals positive, höchstens sehr kleine negative Werthe von $p - p_0$ bis $= -0{,}02$, welche nach Recknagel's Meinung dadurch zu erklären sein mögen, dass bei Beginn der Drehung Compression der Luft in der von der Plattenbohrung zur Drehungsaxe führenden Röhre mit entsprechender Temperaturerhöhung stattfindet, welche letztere zur Ausgleichung einige Zeit erfordert. — Im Falle von Mitwind folgt aus der Gleichsetzung der Ausdrücke (3) und (10) von $p_1 - p$:

$$\frac{m v^2}{2} - \frac{m w^2}{2} = p - p_0;\; v^2 - w^2 = \frac{2(p - p_0)}{m},$$

wonach sich auf Grund des Gesetzes (10) die Geschwindigkeit des Mitwindes

$$v - w = \frac{2(p - p_0)}{m(v + w)} \text{ nahe } = \frac{p - p_0}{m v} \;\ldots\ldots\ldots\; (11)$$

mit den durch Beobachtung bekannten Werthen von $p - p_0$, m und v berechnen liess. Indem nun dieser Mitwind auch anderweitig anemometrisch ermittelt wurde (durch das im Bd. II, §. 163 unter 1. besprochene Verfahren), lag in der nahen Uebereinstimmung beider Werthe von $v - w$ eine weitere Bestätigung des fraglichen Gesetzes. Einige Versuche mit Kugelschalen, sowohl bei vorausgerichteter convexer als concaver Seite, bewahrheiteten ausserdem seine allgemeine Gültigkeit auch für nicht ebene Umdrehungsflächen bei relativen Geschwindigkeiten bis zu etwa 10 Mtr. —

Nachdem nun auf solche Weise der Druck an den verschiedenen Stellen der Vorder- und Hinterfläche von normal im Kreise herum gleichförmig bewegten kreisförmigen ebenen Platten in seiner Beziehung zur relativen Geschwindigkeit w ermittelt war, konnte daraus der ganze Druck auf jede dieser Flächen rechnungsmässig durch mechanische Quadratur gefunden werden. Indem dann die Gesetzmässigkeiten der Ergebnisse durch empirische Formeln ausgedrückt wurden, ergaben sich für Plattendurchmesser

$$d = 0{,}01 \text{ bis } 0{,}5 \text{ Mtr.},$$

Mittelpunktsentfernungen der Platten von der Drehungsaxe

$$r = 1 \text{ bis } 5 \text{ Mtr.}$$

und Mittelpunktsgeschwindigkeiten

$$v = 2 \text{ bis } 10 \text{ Mtr.}$$

in der Hauptsache die folgenden Gesetze, wobei mit

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \text{ und } h = \frac{m w^2}{2}$$

bezw. die Grösse der Plattenfläche und der specifische Ueberdruck im Mittelpunkte der vorderen Fläche bezeichnet sind, letzterer in Kgr. pro Quadratmtr. oder Millim. Wassersäule ausgedrückt; die relative Geschwindigkeit w bezieht sich ebenso wie v auf den Mittelpunkt der Platte, so dass auch sie bei den Versuchen nahe zwischen den für v angeführten Grenzwerthen veränderlich war.

1. Der Gesammtwiderstand W, welchen die Platte erfährt, besteht aus einem Ueberdrucke H_1 gegen die Vorderfläche und einem Minderdrucke H_2 an der Hinterfläche (abgesehen von Reibung am Rande); entsprechend findet an der Vorderseite im Allgemeinen Verdichtung, an der Rückseite Verdünnung der Luft statt.

2. Ist h_1 der specifische Ueberdruck in einem Punkte der Vorderfläche, $\alpha \frac{d}{2}$ die Entfernung desselben vom Mittelpunkte der Fläche, so ist das Verhältniss von h_1 zu h um so mehr nur von α abhängig, je grösser der Halbmesser r der Kreisbahn ist, und zwar nähert es sich der Grenze:

$$\frac{h_1}{h} = 1 - 0{,}39\,\alpha^2 + 0{,}734\,\alpha^4 - 1{,}19\,\alpha^6 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (12),$$

wie wenigstens bis nahe am Rande (bis $\alpha = 0{,}95$) aus den Ergebnissen der Versuche gefolgert werden konnte. Gemäss dieser empirischen Formel, welche somit bei geradliniger Normalbewegung als zutreffend zu betrachten wäre, ist z. B. für

$\alpha = 0$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
$\frac{h_1}{h} = 1$	0,996	0,985	0,970	0,951	0,930	0,899	0,845	0,739	0,535	0,383
Differenz	0,004	0,011	0,015	0,019	0,021	0,031	0,054	0,106	0,204	0,152

entsprechend einer vom Mittelpunkte bis nahe am Rande wachsenden Schnelligkeit der Druckabnahme.

Bei der Bewegung im Kreise und $r > 2$ Mtr. zeigen kleine Platten von $d < 0{,}1$ Mtr. im verticalen Durchmesser sehr nahe dieselbe Druckvertheilung, während im horizontalen Durchmesser wenigstens das arith-

metische Mittel der Drucke an den beiderseits gleich weit vom Mittelpunkte entfernten Stellen dem Gesetze nahe entspricht. Bei grösseren Platten wird zwar auch dieses Mittel dem Drucke im verticalen Durchmesser bei gleicher Entfernung vom Mittelpunkte nahe gleich gefunden, aber der Werth von $\frac{h_1}{h}$ ist selbst bis zu $r = 5$ Mtr. kleiner, als obiger Tabelle gemäss Gl. (12) entsprechen würde, in gegen den Rand hin zunehmendem Grade; für $d = 0{,}5$ Mtr. und $\alpha = 0{,}95$ ergab sich h_1 nur $= 0{,}32\,h$ statt $= 0{,}38\,h$. Im horizontalen Durchmesser nimmt zwar h_1 mit der Entfernung x von der Drehungsaxe zu, aber durchaus nicht etwa proportional x^2 oder dem Quadrate der Geschwindigkeit; am inneren Rande kann sogar Minderdruck und Luftverdünnung stattfinden, einem negativen h_1 entsprechend. Grössere Unregelmässigkeiten zeigen sich bei grossen Platten in kleinen Entfernungen von der Drehungsaxe.

3. Der Gesammtüberdruck H_1 auf die Vorderfläche liess sich mit hinreichender Genauigkeit ausdrücken durch

$$H_1 = F h\left(0{,}75 - 0{,}63\frac{d^2}{r}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13);$$

der grösste Fehler des Coefficienten von Fh, nur zweimal in 62 Fällen vorkommend, ist dabei $= 0{,}02$. Mit wachsendem Halbmesser r nähert sich H_1 wachsend dem Grenzwerthe

$$H_1 = 0{,}75\,F h \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14),$$

welcher somit der geradlinigen Normalbewegung entspricht.

4. Der specifische Minderdruck h_2 in einem Punkte der Hinterfläche nimmt so wenig nach dem Rande hin ab, dass er zunächst wenigstens bei geradliniger Normalbewegung der Platte (bezw. bei sehr grossen Werthen von r) in allen Punkten als gleich gross zu betrachten ist und zwar $= 0{,}37\,h$.

Bei der Bewegung im Kreise zeigte sich bei kleinen Platten bis $d = 0{,}1$ Mtr. stets, bei der grössten ($d = 0{,}5$ Mtr.) wenigstens von $r = 2$ Mtr. an der Minderdruck h_2 in allen Punkten des senkrechten Durchmessers merklich gleich gross und im horizontalen Durchmesser so vertheilt, dass das arithmetische Mittel der beiderseits in allen gleich grossen Entfernungen vom Mittelpunkte gefundenen Grössen von h_2 dem Minderdrucke im senkrechten Durchmesser gleich ist. Mit der Entfernung x von der Umdrehungsaxe nimmt dabei h_2 nicht zu (wie h_1), sondern ab und kann am äusseren Rande (in grösstem Abstande x) selbst negativ werden, einer Luftverdichtung entsprechend. Erheblichere Unregelmässig-

keiten zeigen sich übrigens auch hier bei grossen Platten in kleinen Entfernungen von der Axe.

Der in den concentrischen ringförmigen Elementen der Hinterfläche hier nahe gleich grosse mittlere Minderdruck h_2 ist übrigens viel mehr und zwar im entgegengesetzten Sinne von d und r abhängig, als h_1 im Mittel gemäss Gl. (13). Hier konnte nämlich

5. der ganze Minderdruck H_2 an der Hinterfläche im Anschlusse an 181 Bestimmungen:

$$H_2 = Fh\left(0,37 + 3,21\frac{d}{r}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

gesetzt werden, so dass die zweiten Glieder der Coefficienten von Fh in (15) und (13) entgegengesetzte Vorzeichen haben bei dem absoluten Grössenverhältnisse

$$\frac{3,21}{0,63}\frac{1}{d} = \frac{5,1}{d} > 10 \text{ für } d \gtreqless 0,5.$$

6. Aus (13) und (15) folgt der Gesammtwiderstand:

$$W = H_1 + H_2 = Fh\left(1,12 + \frac{3,21\,d - 0,63\,d^2}{r}\right)$$

und wenn
$$W = \vartheta\, Fh = \vartheta\, F\frac{m w^2}{2} = \vartheta\, \gamma\, F\frac{w^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

gesetzt wird, unter $\gamma = mg$ das specifische Gewicht der Luft verstanden, ergiebt sich der Widerstandscoefficient

$$\vartheta = 1,12 + \frac{3,21\,d - 0,63\,d^2}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

für $w < 10$ Mtr., d höchstens $= 0,5$ Mtr. und $r > 1$ Mtr. mit einem wahrscheinlichen Fehler von kaum mehr, als 0,03; innerhalb dieser Grenzen ist ϑ um so grösser, je grösser d und je kleiner r.

Insoweit eine Vergleichung mit den Ergebnissen anderer Versuche möglich war, findet Recknagel die Unterschiede hinlänglich begründet durch die Verschiedenheiten der Versuchsmethoden und besonders durch die bei jenen Versuchen übersehene oder nicht genügend in Anschlag gebrachte Geschwindigkeit des Mitwindes. Die Vergleichung mit Thibault's Versuchen bezüglich des Widerstandes quadratischer Platten von 0,16 bis 0,32 Mtr. Seitenlänge lässt zudem denselben als nahe ebenso gross erkennen wie denjenigen kreisförmiger Platten von gleicher Flächengrösse unter sonst gleichen Umständen.

Was freilich die Verwerthbarkeit solcher Ergebnisse für die Beurtheilung des Luftdrucks auf die Flügel eines Windrades betrifft, so bleibt

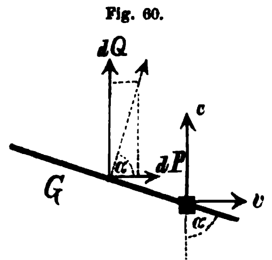
sie in mancher Hinsicht zweifelhaft. Weiterer Prüfung bedürftig ist der Einfluss von Grösse und Form der Fläche auf den Coefficienten ϑ besonders auch bezüglich grosser rechteckiger Flächen bei geradliniger Bewegung (bezw. bei grossen Halbmessern r der kreisförmigen Bahnen), das Gesetz der Abhängigkeit des Widerstandes von dem Winkel, unter welchem etwa die Richtung der relativen Geschwindigkeit gegen die Normale der Fläche geneigt ist, endlich die Grösse des Unterschiedes zwischen dem Widerstande einer in ruhiger Luft bewegten Platte und dem Drucke bewegter Luft gegen die ruhende oder wenigstens im Sinne des Windes unbewegte Platte, welcher letztere und für die hier fragliche Anwendung gerade in Betracht kommende Druck merklich grösser zu sein scheint, als jener Widerstand unter sonst gleichen Umständen, ohne dass jedoch das Wesen und die Grösse dieser Verschiedenheit genügend erforscht wären.

Unter solchen Umständen ist man bei der Benutzung von Gl. (16) zur Berechnung des Winddruckes auf die Flügel von Windrädern in Betreff des Coefficienten ϑ vorzugsweise auf Erfahrungen über die Leistung solcher Motoren angewiesen. Dabei wird in jener Gleichung, sofern die Richtung der relativen Geschwindigkeit gegen die Normale der ebenen Fläche F geneigt ist, unter W nach wie vor der Normaldruck auf dieselbe, unter w aber dann die relative Normalgeschwindigkeit verstanden.

§. 55. Vortheilhafteste Neigung eines Flügelelementes gegen die Richtung seiner Bewegung und gegen die Windrichtung.

Sofern die Windgeschwindigkeit c parallel der Umdrehungsaxe des Windrades gerichtet ist, bildet sie mit der Geschwindigkeit v irgend eines Flügelpunktes einen rechten Winkel. Wenn also ein unendlich kleines, als eben zu betrachtendes Flügelelement dF, dessen sämmtlichen Punkten dieselbe Geschwindigkeit v zugeschrieben werden kann, die Ebene cv in der Geraden G schneidet, welche gegen die Richtung von c unter dem spitzen Winkel α geneigt ist, so bildet G mit der Richtung von v den spitzen Winkel $90^0 - \alpha$ (Fig. 60). Eine Normale N von dF projicirt sich auf die Ebene cv in einer Normalen zu G und bilde damit den Winkel β. Die relative Normalgeschwindigkeit des Windes gegen das Flügelelement ist dann:

Fig. 60.



$$w = c \cos (N, c) - v \cos (N, v)$$
$$= c \sin \alpha \cos \beta - v \cos \alpha \cos \beta$$

und somit gemäss der angenommenen erweiterten Bedeutung von Gl. (16) im vorigen Paragraph der normale Winddruck auf das Flügelelement:

$$dR = \vartheta\gamma . dF \frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g}\cos^2\beta \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

seine Seitenkraft im Sinne von v:

$$dP = dR . \cos(N, v) = dR . \cos\alpha\cos\beta$$

und somit seine Arbeit pro Sekunde:

$$dA = dP . v = \vartheta\gamma . dF \frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g} v\cos\alpha\cos^3\beta \quad \ldots (2).$$

Letztere, proportional $\cos^3\beta$, ist, wie sich erwarten liess, am grössten für $\beta = 0$, d. h. wenn das Flügelelement zur Ebene cv senkrecht ist, wie es bei einer windschiefen Flügelfläche zutrifft, deren erzeugende Gerade die Mittellinie der betreffenden Ruthe senkrecht schneidet. Wenn dann freilich die Gleichungen

$$dR = \vartheta\gamma . dF \frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

$$dA = \vartheta\gamma . dF \frac{(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2}{2g} . v\cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

auf ein Flügelelement dF zwischen zwei unendlich nahe benachbarten Lagen dieser Erzeugenden bezogen werden, so wird dabei von der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit v in den verschiedenen Punkten des Elementes abgesehen.

Nach Gl. (4) ist die als Function nur von α betrachtete Arbeit

$$dA = 0 \text{ für } tg\,\alpha = \frac{v}{c} \text{ und für } \alpha = 90^0$$

bei Voraussetzung eines endlichen Werthes von v. Zwischen diesen Grenzen von α ist sie am grössten, wenn

$$\frac{d}{d\alpha}\left[(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\cos\alpha\right] = 0$$

$$-(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2\sin\alpha + 2(c\sin\alpha - v\cos\alpha)(c\cos\alpha + v\sin\alpha)\cos\alpha = 0$$

ist, oder sofern $c\sin\alpha - v\cos\alpha$ nicht $= 0$, wenn

$$-(c\sin\alpha - v\cos\alpha)\sin\alpha + 2(c\cos\alpha + v\sin\alpha)\cos\alpha = 0$$

$$c(-\sin^2\alpha + 2\cos^2\alpha) + 3v\sin\alpha\cos\alpha = 0$$

$$tg^2\alpha - 3\frac{v}{c}tg\,\alpha - 2 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Daraus folgt der zwischen obigen Grenzen liegende Wurzelwerth:

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{\left(\frac{3v}{2c}\right)^2 + 2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Er stellt eine zuerst von Maclaurin (im Jahre 1742) entwickelte Regel für die besten Sprossenrichtungen dar.

Wird dA nach Gl. (4) als Function nur von v betrachtet, so ist

$$dA = 0 \text{ für } v = c\,tg\,\alpha \text{ und für } v = 0,$$

zwischen diesen Grenzen am grössten für

$$\frac{d}{dv}\left[(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2 v\right] = 0$$

$$(c\sin\alpha - v\cos\alpha)^2 - 2(c\sin\alpha - v\cos\alpha)v\cos\alpha = 0$$

oder, sofern $c\sin\alpha - v\cos\alpha$ nicht $= 0$ ist, für

$$c\sin\alpha - v\cos\alpha - 2v\cos\alpha = 0; \quad v = \frac{c\,tg\,\alpha}{3} \quad \ldots\ldots \quad (7).$$

Das Maximum von dA bezüglich auf α und v als gleichzeitige unabhängig Veränderliche kann dagegen nicht realisirt werden, weil die Gleichungen (5) und (7) sich nur dann nicht widersprechen, wenn

$$\alpha = 90^0 \text{ und } v = \infty$$

ist.

Um gemäss Gleichung (6), welche, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des Flügelrades und x die Entfernung einer Sprosse bezw. eines Flügelelementes von der Axe bedeutet, mit $v = x\omega$ auch geschrieben werden kann:

$$tg\,\alpha = \frac{3\omega}{2c}x + \sqrt{\left(\frac{3\omega}{2c}x\right)^2 + 2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8),$$

die vortheilhaftesten Sprossenrichtungen zu bestimmen, ist eine mittlere und für den Betrieb besonders günstige Windgeschwindigkeit (erfahrungsmässig etwa $c = 6$ bis 7 Mtr.) und ausserdem ein möglichst vortheilhafter Werth von ω (bezw. der Umlaufzahl n pro Minute $= 9{,}55\,\omega$) vorauszusetzen. In letzterer Beziehung ist der Effect des ganzen Rades zugleich mit Rücksicht auf die von ω möglicher Weise abhängigen Effectverluste massgebend.

§. 56. Effect eines Windrades.

Bezeichnet z die Anzahl der Flügel, y die Breite eines jeden derselben in der Entfernung x von der Axe, a_0 den kleinsten, a_1 den grössten Werth von x, also $a_1 - a_0$ die radiale Länge der wirksamen Flügelfläche, so ist mit Rücksicht auf Gl. (4) im vorigen Paragraph und mit $dF = y\,dx$

die Arbeit des Winddrucks auf das rotirende Flügelrad pro Sekunde:

$$A = \frac{z \vartheta \gamma}{2g} \int_{a_0}^{a_1} y\, dx\, (c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2\, v \cos \alpha \quad \ldots \ldots \ldots (1).$$

Dabei ist $v = x\,\omega$, während y und α verschiedene Functionen von x sein können.

Der Nutzeffect E, nämlich die Arbeit, welche die Flügelradwelle pro Sekunde nutzbar übertragen kann, ist um den Betrag der Reibungsarbeit dieser Welle in ihren Lagern kleiner, während der Luftwiderstand durch den entsprechend zu bestimmenden Coefficienten ϑ als mitberücksichtigt zu betrachten ist. Unter

$2r$ den Wellendurchmesser im Halslager,

G den zur Axe senkrechten Lagerdruck,

$2r_1$ den Durchmesser des Spurzapfens am Ende der Welle,

Q den betreffenden Lagerdruck im Sinne der Axe verstanden,

kann dann

$$E = A - (\mu G r + \mu_1 Q r_1)\, \omega \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

gesetzt werden, wobei μ und μ_1 Zahlencoefficienten sind, welche nach Bd. II, §. 70 und §. 71, unter übrigens gleichen Umständen bei Voraussetzung neuer oder eingelaufener Zapfen bezw. im Verhältnisse

$$\mu : \mu_1 = \frac{\pi}{2} : \frac{2}{3} = 1 : 0{,}42$$

$$\mu : \mu_1 = \frac{4}{\pi} : \frac{1}{2} = 1 : 0{,}39$$

stehen, so dass etwa

$$\mu = 0{,}075 \text{ und } \mu_1 = 0{,}03$$
$$\mu = 0{,}1 \quad \text{ und } \mu_1 = 0{,}04$$

als entsprechende Werthe zu betrachten sind. Ohne erheblichen Fehler kann G dem ganzen Gewichte des Windrades mit Welle, Q dem axialen Winddrucke auf die Flügel gleich gesetzt werden; letzterer ist mit Rücksicht auf Gl. (3) und Fig. 60 im vorigen Paragraph, sowie mit $dF = y\,dx$:

$$Q = z \int dR \sin \alpha = \frac{z \vartheta \gamma}{2g} \int_{a_0}^{a_1} y\, dx\, (c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 \sin \alpha \quad \ldots (3).$$

Für windschiefe Flügel mit vortheilhaftesten Sprossenrichtungen ist nach Gl. (5) im vorigen Paragraph:

$$\frac{v}{c} = \frac{tg\, \alpha - 2\, cotg\, \alpha}{3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4),$$

also

$$c \sin \alpha - v \cos \alpha = c\left(tg\, \alpha - \frac{v}{c}\right) \cos \alpha$$

$$= \frac{2}{3} c\,(tg\, \alpha + cotg\, \alpha) \cos \alpha = \frac{2}{3} \frac{c}{\sin \alpha} \quad \ldots (5)$$

$$(c \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 v \cos \alpha = \frac{4}{9} \frac{c^2}{\sin^2 \alpha} \frac{c}{3} (tg\, \alpha - 2\, cotg\, \alpha) \cos \alpha$$

$$= \frac{4}{9} \frac{c^3}{3} \frac{\sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\sin^3 \alpha}.$$

Die Gleichungen (1) und (3) gehen dadurch über in:

$$A = \frac{4}{9} \frac{z \vartheta \gamma}{2 g} \frac{c^3}{3} \int_{a_0}^{a_1} y \frac{\sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\sin^3 \alpha} dx \quad \ldots \ldots (6)$$

$$Q = \frac{4}{9} \frac{z \vartheta \gamma}{2 g} c^2 \int_{a_0}^{a_1} \frac{y}{\sin \alpha} dx \quad \ldots \ldots (7).$$

Wenn man, indem v, y und α Functionen von x sind, ein Integral, wie es in den Gleichungen (1), (3), (6), (7) vorkommt, auf die Form:

$$\int_{a_0}^{a_1} f(x)\, dx = (a_1 - a_0) M$$

gebracht denkt, so kann der entsprechende Mittelwerth M der betreffenden Function $f(x)$ nach der Simpson'schen Regel mit beliebiger Annäherung bestimmt werden. Wird z. B. der Unterschied $a_1 - a_0$ der Integrationsgrenzen in sechs gleiche Theile getheilt durch die Zwischenwerthe x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, so findet man mit Hülfe der zugehörigen Functionswerthe:

$$18 M = f(a_0) + f(a_1) + 4[f(x_1) + f(x_3) + f(x_5)] + 2[f(x_2) + f(x_4)].$$

Von der Winkelgeschwindigkeit ω sind A und Q gemäss (1) und (3) insofern abhängig, als v proportional ω ist, gemäss (6) und (7) insofern, als α — nach Gl. (8) im vorigen Paragraph — u. A. von ω abhängt; in beiden Fällen sind es die Integrale, welche durch ω bedingt sind. Diejenige Winkelgeschwindigkeit des Windrades, welche das Maximum von E gemäss Gl. (2) unter übrigens gegebenen Umständen zur Folge hat, kann deshalb nur durch versuchsweise Annahme verschiedener Werthe von ω mit allmähliger Annäherung gefunden werden, sofern nicht etwa in besonderen Fällen sich jene Integrale als genügend einfache Functionen von ω entwickeln lassen.

§. 57. Windräder mit rechteckigen und auf vortheilhafteste Weise windschiefen Flügeln.

Für solche bei Windmühlen vorzugsweise gebräuchliche Flügelräder gelten die Gleichungen (6) und (7) im vorigen Paragraph, wenn $y =$ der constanten Flügelbreite b gesetzt wird und α der Gleichung (8), §. 55, entspricht. Indem dann nach Gl. (4) im vorigen Paragraph

$$x = \frac{v}{\omega} = \frac{c}{3\omega}(tg\,\alpha - 2\,cotg\,\alpha)$$

$$dx = \frac{c}{3\omega}\left(\frac{1}{cos^2\alpha} + \frac{2}{sin^2\alpha}\right)d\alpha = \frac{c}{3\omega}\,\frac{sin^2\alpha + 2\,cos^2\alpha}{sin^2\alpha\,cos^2\alpha}\,d\alpha \;\ldots\; (1)$$

ist, wird nach jener Gleichung (6) die Arbeit des Winddrucks pro Sekunde:

$$A = \frac{2z\vartheta\gamma}{81g}\,\frac{bc^4}{\omega}\int_{\alpha_0}^{\alpha_1}\frac{sin^4\alpha - 4\,cos^4\alpha}{sin^5\alpha\,cos^2\alpha}\,d\alpha$$

$$= \frac{2z\vartheta\gamma}{81g}\,\frac{bc^4}{\omega}\,[f(\alpha_1) - f(\alpha_0)] \;\ldots\; (2),$$

unter α_0 und α_1 die Werthe von α verstanden, welche $x = a_0$ bezw. $x = a_1$ entsprechen. Das mit $f(\alpha)$ bezeichnete unbestimmte Integral lässt sich zunächst in einfachere Integrale zerlegen:

$$f(\alpha) = \int\frac{d\alpha}{sin\,\alpha\,cos^2\alpha} - 4\int\frac{cos^2\alpha}{sin^5\alpha}\,d\alpha$$

$$= \int\frac{d\alpha}{sin\,\alpha\,cos^2\alpha} - 4\int\frac{d\alpha}{sin^5\alpha} + 4\int\frac{d\alpha}{sin^3\alpha}$$

oder wegen

$$\int\frac{d\alpha}{sin^m\alpha\,cos^n\alpha} = \frac{1}{n-1}\,\frac{1}{sin^{m-1}\alpha\,cos^{n-1}\alpha} + \frac{m+n-2}{n-1}\int\frac{d\alpha}{sin^m\alpha\,cos^{n-2}\alpha},$$

also insbesondere mit $m = 1$ und $n = 2$:

$$\int\frac{d\alpha}{sin\,\alpha\,cos^2\alpha} = \frac{1}{cos\,\alpha} + \int\frac{d\alpha}{sin\,\alpha} \;\ldots\; (3)$$

$$f(\alpha) = \frac{1}{cos\,\alpha} + \int\frac{d\alpha}{sin\,\alpha} + 4\int\frac{d\alpha}{sin^3\alpha} - 4\int\frac{d\alpha}{sin^5\alpha}.$$

Indem nun ferner gemäss der allgemeinen Formel

$$\int\frac{d\alpha}{sin^n\alpha} = -\frac{1}{n-1}\,\frac{cos\,\alpha}{sin^{n-1}\alpha} + \frac{n-2}{n-1}\int\frac{d\alpha}{sin^{n-2}\alpha}$$

insbesondere für $n = 3$ und für $n = 5$

$$\int \frac{d\alpha}{\sin^3 \alpha} = -\frac{1}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{2} \int \frac{d\alpha}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

$$\int \frac{d\alpha}{\sin^5 \alpha} = -\frac{1}{4} \frac{\cos \alpha}{\sin^4 \alpha} + \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{2} \int \frac{d\alpha}{\sin \alpha} \right)$$

und $\int \frac{d\alpha}{\sin\alpha} = \ln tg \frac{\alpha}{2}$ ist, ergiebt sich

$$f(\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha} + \left(-2 + \frac{3}{2}\right) \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin^4 \alpha} + \left(1 + 2 - \frac{3}{2}\right) \int \frac{d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin^4 \alpha} + \frac{3}{2} \ln tg \frac{\alpha}{2}$$

$$= \frac{1}{\cos\alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin^4 \alpha} - \frac{3}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{3}{2} \ln cotg \frac{\alpha}{2}$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin^4 \alpha \cos \alpha} - \frac{3}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \ln cotg \frac{\alpha}{2} \right)$$

$$= \frac{1}{\sin^4 \alpha \cos \alpha} - \frac{3}{2} \left(\frac{cotg\, \alpha}{\sin \alpha} + \ln cotg \frac{\alpha}{2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Der axiale Druck auf das Spurlager ist nach Gl. (7) im vorigen Paragraph mit $y = b$ und mit Rücksicht auf obige Gleichung (1):

$$Q = \frac{2z\vartheta\gamma}{27g} \frac{bc^3}{\omega} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{\sin^2 \alpha + 2\cos^2 \alpha}{\sin^3 \alpha \cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$= \frac{2z\vartheta\gamma}{27g} \frac{bc^3}{\omega} [\varphi(\alpha_1) - \varphi(\alpha_0)] \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Dabei ist

$$\varphi(\alpha) = \int \frac{d\alpha}{\sin \alpha \cos^2 \alpha} + 2 \int \frac{d\alpha}{\sin^3 \alpha}$$

oder nach obigen Gleichungen (3) und (4):

$$\varphi(\alpha) = \frac{1}{\cos\alpha} - \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + 2 \int \frac{d\alpha}{\sin \alpha}$$

$$= -\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha \sin^2 \alpha} + 2 \ln tg \frac{\alpha}{2} = 2 \left(\ln tg \frac{\alpha}{2} - \frac{cotg\, 2\alpha}{\sin \alpha} \right)$$

$$= 2 \left(\frac{cotg\,(180^0 - 2\alpha)}{\sin \alpha} - \ln cotg \frac{\alpha}{2} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7).$$

Die Ausdrücke (5) und (7) von $f(\alpha)$ und $\varphi(\alpha)$ haben solche Formen, dass alle Glieder positiv sind zwischen den Grenzen

$$\alpha = arctg\sqrt{2} = 54^0\,44' \text{ und } \alpha = 90^0,$$

entsprechend $x = 0$ und $x = \infty$.

Der Ausdruck (2) der Arbeit A lässt sich umformen in:

$$A = \frac{2z\vartheta\gamma}{81g}\frac{(a_1 - a_0)bc^3}{(a_1 - a_0)\frac{\omega}{c}}[f(\alpha_1) - f(\alpha_0)]$$

oder, wenn $F = (a_1 - a_0)b$ den Inhalt einer Flügelfläche, $v_1 = a_1\omega$ ihre Umfangsgeschwindigkeit am äusseren, $v_0 = a_0\omega$ die Umfangsgeschwindigkeit am inneren Rande bezeichnet, in:

$$A = \frac{2\vartheta\gamma}{81g}zFc^3\frac{f(\alpha_1) - f(\alpha_0)}{\frac{v_1}{c} - \frac{v_0}{c}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

wobei α_1 und $\frac{v_1}{c}$, α_0 und $\frac{v_0}{c}$ sich gemäss Gl. (6), §. 55, entsprechen, während die Functionen $f(\alpha_1)$ und $f(\alpha_0)$ durch obige Gleichung (5) bestimmt sind. Bei gegebener Windgeschwindigkeit und gegebener, auf vortheilhafteste Weise windschiefer Flügelfläche ist somit die Arbeit des Winddrucks am grössten, wenn

$$\Omega = \frac{f(\alpha_1) - f(\alpha_0)}{\frac{v_1}{c} - \frac{v_0}{c}}$$

am grössten ist. Wird z. B., wie es ungefähr der Fall zu sein pflegt,

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{v_0}{v_1} = \frac{1}{6}$$

angenommen, so findet man die folgenden zusammengehörigen Werthe:

$\frac{v_1}{c}$	$\frac{v_0}{c}$	α_1	α_0	$f(\alpha_1)$	$f(\alpha_0)$	Ω	Diff.
1,8	0,3	80°8'	62°40'	5,670	1,880	2,527	
2,4	0,4	82°22'	64°55'	7,398	2,052	2,673	146
3,0	0,5	83°48'	66°57'	9,153	2,248	2,762	89
3,6	0,6	84°48'	68°47'	10,944	2,465	2,826	64

Wie man sieht, nähert sich die Function Ω und folglich auch A mit wachsender Umdrehungsgeschwindigkeit einem Maximum, welches mit $v_1 = 3{,}6\,c$ noch nicht erreicht ist. Nun kommt es aber nicht sowohl auf das Maximum von A, als vielmehr auf das Maximum des Nutzeffects

$$E = A - (\mu Gr + \mu_1 Qr_1)\,\omega$$

an, welches bei kleinerer Umdrehungsgeschwindigkeit stattfindet, weil der Effectverlust durch die Reibungswiderstände schneller mit ω wächst, als

Ω oder A. Indem sich annehmen lässt, dass, wie später nachgewiesen werden wird,

$$\mu_1 Q r_1 \text{ erheblich } < \mu G r$$

ist, kann dieser Effectverlust näherungsweise proportional ω, also für dasselbe Flügelrad bei derselben Windgeschwindigkeit proportional $\frac{v_1}{c}$ gesetzt werden. Wird dann

$$E = \frac{2\vartheta\gamma}{81g} z F c^3 \Omega' = \frac{\Omega'}{\Omega} A$$

gesetzt, und wird beispielsweise angenommen, dass für $\frac{v_1}{c} = 2{,}4$ der fragliche Effectverlust 20 % von A beträgt, also

$$\Omega - \Omega' = 0{,}2 \,.\, 2{,}673 = 0{,}535$$

ist, so wäre, da die Winkelgeschwindigkeiten in den angenommenen Fällen sich wie 3 : 4 : 5 : 6 verhalten,

für $\frac{v_1}{c} =$	1,8	2,4	3	3,6
$\Omega - \Omega' =$	$\frac{3}{4} \,.\, 0{,}535$	$\frac{4}{4} \,.\, 0{,}535$	$\frac{5}{4} \,.\, 0{,}535$	$\frac{6}{4} \,.\, 0{,}535$
$=$	0,401	0,535	0,669	0,802
$\Omega' =$	2,126	2,138	2,093	2,024

Das Maximum von Ω' und somit von E würde schon bei $\frac{v_1}{c}$ etwas $< 2{,}4$ eintreten. Ueberhaupt würde sich die Regel ergeben, v_1 im Verhältniss zu c um so kleiner zu machen, ein je grösserer Theil von A durch die Reibung der Welle verbraucht wird. Uebrigens sind die Werthe von Ω' innerhalb der angenommenen Grenzen jenes Geschwindigkeitsverhältnisses so wenig verschieden, dass seine Annahme zugleich von anderweitigen Rücksichten, überhaupt von Erfahrungen eines durchschnittlich vortheilhaften Betriebes abhängig zu machen ist.

In dieser Beziehung sind noch immer jene Beobachtungen besonders bemerkenswerth, welche Coulomb vor mehr als 100 Jahren an grossen holländischen Windmühlen in der Umgebung von Lille anstellte.*) Die je 4 Flügel dieser Windräder hatten die durchschnittlichen Dimensionen:

$$b = 2 \text{ Mtr.}, \quad a_0 = 2 \text{ Mtr.}, \quad a_1 = 12 \text{ Mtr.},$$

---

*) Observations sur l'effet des moulins à vent. Mémoires de l'Académie des sciences. Paris, 1781.

entsprechend dem auch bei obiger Rechnung angenommenen Verhältnisse $a_0 : a_1 = 1:6$. Die Sprossenwinkel waren verschieden, und zwar

$$\alpha_0 = 60^0 \text{ bis } 68^0, \quad \alpha_1 = 78^0 \text{ bis } 84^0.$$

Der Windgeschwindigkeit c, ermittelt aus der Zeit, in welcher leichte in der Luft schwebende Körper eine abgemessene Bahnstrecke zurücklegten, wurde die Umdrehungszahl n des Flügelrades bei vortheilhaftem Betriebe nahe proportional gefunden, insbesondere z. B.

$$n = 8 \text{ bei } c = 4{,}22 \text{ Mtr. (13 par. Fuss), also } \frac{c}{n} = 0{,}528$$

$$n = 13 \text{ bei } c = 6{,}50 \text{ Mtr. (13 par. Fuss), also } \frac{c}{n} = 0{,}500$$

$$n = 17 \text{ bei } c = 9{,}09 \text{ Mtr. (28 par. Fuss), also } \frac{c}{n} = 0{,}535,$$

im Mittel $\frac{c}{n} = 0{,}52$ oder $\frac{n}{c} = 1{,}92$

$$\text{entsprechend } \frac{\omega}{c} = \frac{\pi}{30}\frac{n}{c} \text{ nahe } = 0{,}2 \text{ und } \frac{v_1}{c} = 2{,}4$$

in Uebereinstimmung mit dem obigen Rechnungsergebnisse bei Voraussetzung eines Effectverlustes

$$A - E \text{ etwas } < 0{,}2\,A.$$

Ein Flügeldurchmesser von 24 Mtr. ist übrigens ungewöhnlich gross. Bei kleinerem Durchmesser sind die einem ebenso vortheilhaften Betriebe entsprechenden Verhältnisse $\frac{n}{c}$ und $\frac{\omega}{c}$ entsprechend grösser anzunehmen, z. B. bei einem Durchmesser von 20 Mtr. und bei Voraussetzung immer desselben Verhältnisses $a_0 : a_1 = 1:6$

$$\frac{n}{c} = \frac{6}{5}.1{,}92 = 2{,}30 \text{ und } \frac{\omega}{c} = \frac{6}{5}.0{,}2 = 0{,}24,$$

während dann $\frac{v_1}{c}$ immer denselben Werth

$$\frac{v_1}{c} = 2{,}4$$

behält, welchem entsprechend auch die Sprossenwinkel für gleiche verhältnissmässige Axenentfernungen $\frac{x}{a_1}$ immer gleich gross passend gemacht werden, abgesehen von gewissen praktischen Regeln, welche sich theoretischer Beurtheilung entziehen, insbesondere z. B. der Vorschrift, nach aussen hin die Sprossenwinkel selbst etwas über 90^0 hinaus zu vergrössern

mit Rücksicht auf den Einfluss des vom Mühlengebäude zurückgeworfenen Windes.

Schon vor Coulomb hatte Smeaton Versuche mit einem Modellrade ($z = 4$, $a_0 = 3$ Zoll, $a_1 = 21$ Zoll, $b = 5{,}6$ Zoll engl.) angestellt, über welche in den Philosophical Transactions seit 1759 berichtet ist. Das Rad wurde in einem Kreise von $5^1/_2$ Fuss Halbmesser mit verschiedenen Geschwindigkeiten c (auf die Radaxe, nämlich auf die Entfernung derselben von der Umdrehungsaxe des Rotationsapparats bezogen) herumgeführt. Auch Smeaton fand den vortheilhaften Arbeitsgang bedingt durch ein gewisses von dem oben angeführten Werthe wenig verschiedenes Verhältniss $\frac{v_1}{c}$. Genauere Uebereinstimmung ist in dieser Beziehung nicht zu erwarten, weil jenes Verhältniss vom verhältnissmässigen Effectverluste durch die Reibungswiderstände abhängt und der Nutzeffect E sich in der Nähe seines Maximums nur wenig mit v_1 ändert. —

Zur Bestimmung des absoluten Effects A gemäss der Gleichung (8), in welcher bei Voraussetzung des Dimensionsverhältnisses $a_0 : a_1 = 1 : 6$, eines Geschwindigkeitsverhältnisses $\frac{v_1}{c}$ nahe $= 2{,}4$ und bei entsprechend vortheilhaften Sprossenwinkeln nach obiger Rechnung

$$\frac{f(\alpha_1) - f(\alpha_0)}{\frac{v_1}{c} - \frac{v_0}{c}} = \Omega = 2{,}673$$

und das specifische Gewicht der Luft durchschnittlich

$$\gamma = 1{,}24 \text{ Kgr. pro Cubikmtr.}$$

gesetzt werden kann, mittlerem Barometerstande und einer Temperatur von ungefähr 10^0 C. entsprechend, bleibt nur noch die passende Wahl des Coefficienten ϑ fraglich. Auch bezüglich der zur Beurtheilung desselben verwendbaren Beobachtungen im Grossen ist man noch immer fast ausschliesslich auf die Bestimmungen von Coulomb angewiesen. Es eignete sich dazu besonders eine der erwähnten Mühlen bei Lille, deren Flügelrad ein zum Auspressen von Rübsamenöl dienendes Pochwerk zu betreiben, somit eine leicht und sicher bestimmbare Nutzarbeit zu verrichten hatte. Die 4 Flügel dieses Windrades hatten bei dem Dimensionsverhältnisse $a_0 : a_1 = 1 : 6$ jeder ungefähr $F = 20$ Quadratmtr. Fläche mit äussersten Sprossenwinkeln

$$\alpha_0 = 63^0\,45', \quad \alpha_1 = 81^0\,15'.$$

Die Beobachtungen wurden angestellt

bei Windgeschwindigkeiten $c = 2{,}27$ bis $9{,}1$ Mtr.
und Umfangsgeschwindigkeiten $v_1 = 7$ bis 22 Mtr.

Bei einem Versuche,*) welchen Coulomb als besonders brauchbar betrachtete, indem alle Umstände günstig waren, wurden 6 Stempel vom Gesammtgewicht 2741 Kgr. auf je 0,4872 Mtr. Höhe gehoben, und zwar 26 mal in der Minute, als die Windgeschwindigkeit $c = 6{,}5$ Mtr. und die Umfangsgeschwindigkeit v_1 nahe $= 2{,}5\,c$ war. Die Nutzarbeit pro Sekunde war also

$$= 2741 \,.\, 0{,}4872 \frac{26}{60} = 578{,}6 \text{ Mtrkgr.}$$

die Reibungsarbeit wurde geschätzt $= 49{,}0$ „

der Arbeitsverlust durch den Stoss der Welldaumen gegen die Stempelheblinge $= 43{,}7$ „

so dass die Gesammtarbeit des Winddrucks sich ergab $= 671{,}3$ Mtrkgr.

Bei der Vergleichung dieses Werthes von A mit dem Ausdrucke (8) werde $\Omega = 2{,}673$ gesetzt, indem es keinen hier in Betracht kommenden Unterschied zur Folge haben kann, dass $\frac{v_1}{c}$ nahe $= 2{,}5$ statt $= 2{,}4$ war und dass die Sprossenwinkel α_0 und α_1 von $64^0\,55'$ und $82^0\,22'$ um ungefähr 1^0 in gleichem Sinne abwichen. Mit

$$\gamma = 1{,}24;\ \frac{2\gamma}{81\,g} = \frac{2{,}48}{81 \,.\, 9{,}81} = \frac{1}{320}$$

ist dann gemäss Gl. (8) hier

$$A = \frac{2{,}673}{320} \vartheta z F c^3 = \frac{\vartheta}{120} z F c^3 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

oder, weil $c = 6{,}5$ und die ganze Flügelfläche $z F$ genauer $= 81{,}12$ Quadratmtr. war,

$$A = \vartheta \frac{81{,}12\ (6{,}5)^3}{120} = 185{,}6\,\vartheta,$$

so dass sich ergiebt:

$$\vartheta = \frac{671{,}3}{185{,}6} = 3{,}6$$

als ein im Vergleich mit Erfahrungen bezüglich des analogen Luftwiderstandes (§. 54) auffallend grosser Werth, obgleich die Reibungsarbeit mit

$$\frac{49}{671{,}3} 100 = 7{,}3 \text{ Procent}$$

*) Rühlmann's allgemeine Maschinenlehre, Bd. I, §. 87.

der Gesammtarbeit für eine Ruthenwelle aus Holz nur klein, somit auch diese Gesammtarbeit selbst gewiss nicht zu gross geschätzt wurde.

Nach Gl. (9) wäre also auch in anderen Fällen, wenn

$$\frac{v_1}{c} \text{ nahe } = 2,4 \text{ und } \frac{a_0}{a_1} \text{ nahe } = \frac{1}{6}$$

ist, sowie die Sprossenwinkel entsprechend vortheilhafte Grössen haben,

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{3,6}{120} z F c^3 = 0,03\, z F c^3 \text{ Mtrkgr.} \\ &= \frac{z F c^3}{2500} \text{ Pferdestärken} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (10)$$

zu setzen.

Was schliesslich die Effectverluste durch die Lagerreibung betrifft, so kann zunächst das Gewicht eines grösseren Flügelrades mit Welle, insbesondere bei der üblichen Zahl von 4 Flügeln, zu etwa

$$G = 50\, z F \text{ Kgr.}$$

veranschlagt werden, also mit

$$\omega = \frac{v_1}{a_1} = 2,4 \frac{c}{a_1}$$

und mit Rücksicht auf Gl. (10) der Effectverlust durch die Halslagerreibung zu:

$$\mu G r \omega = \mu r \frac{50 \,.\, 2,4}{0,03} \frac{A}{a_1 c^2} = 4000 \frac{\mu r}{a_1 c^2} A$$

und insbesondere mit $\mu = 0,075$ zu:

$$\mu G r \omega = 300 \frac{r}{a_1 c^2} A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

Der Ausdruck (6) für den axialen Druck Q auf das Spurlager lässt sich umformen in:

$$Q = \frac{2 z \vartheta \gamma}{27 g} \frac{(a_1 - a_0) b c^2}{(a_1 - a_0) \frac{\omega}{c}} [\varphi(\alpha_1) - \varphi(\alpha_0)]$$

$$= \frac{2 \vartheta \gamma}{27 g} z F c^2 \frac{\varphi(\alpha_1) - \varphi(\alpha_0)}{\frac{v_1}{c} - \frac{v_0}{c}}$$

oder mit der Bezeichnung

$$\Phi = \frac{\varphi(\alpha_1) - \varphi(\alpha_0)}{\frac{v_1}{c} - \frac{v_0}{c}}$$

und mit Rücksicht auf Gl. (8) in:

$$Q = \frac{3}{c} \frac{\Phi}{\Omega} A.$$

Nun findet man nach (7) bei Voraussetzung der den Verhältnissen

$$\frac{v_1}{c} = 2{,}4 \text{ und } \frac{v_0}{v_1} = \frac{1}{6}$$

entsprechenden Sprossenwinkel, insbesondere der Grenzwinkel

$$\alpha_1 = 82^0\,22' \quad \text{und} \quad \alpha_0 = 64^0\,55'$$
$$\varphi(\alpha_1) = 7{,}126 \text{ und } \varphi(\alpha_0) = 0{,}937.$$

Damit wird $\Phi = 3{,}095$ und mit Rücksicht auf obige Bestimmung von Ω:

$$Q = \frac{3}{c} \frac{3{,}095}{2{,}673} A = 3{,}47 \frac{A}{c}.$$

Wieder mit $\omega = 2{,}4 \frac{c}{a_1}$ ergiebt sich also der Effectverlust durch die Spurlagerreibung:

$$\mu_1 Q r_1 \omega = \mu_1 r_1 . 3{,}47 . 2{,}4 \frac{A}{a_1} = \frac{25}{3} \frac{\mu_1 r_1}{a_1} A$$

und insbesondere mit $\mu_1 = 0{,}03$ (§. 56):

$$\mu_1 Q r_1 \omega = \frac{1}{4} \frac{r_1}{a_1} A \quad \dots\dots\dots\dots (12).$$

Aus (11) und (12) folgt der Nutzeffect:

$$E = A - (\mu G r + \mu_1 Q r_1)\,\omega$$
$$= \left(1 - 300 \frac{r}{a_1 c^2} - \frac{1}{4} \frac{r_1}{a_1}\right) A \quad \dots\dots\dots (13).$$

Sofern übrigens $r_1 < 0{,}01\, a_1$ ist, der verhältnissmässige Effectverlust durch die Spurzapfenreibung somit weniger als 1/4 Procent beträgt (wodurch die schon oben gemachte Annahme — $\mu_1 Q r_1$ erheblich $< \mu G r$ — gerechtfertigt wird), kann ohne in Betracht kommenden Fehler das als ein gewisser Wirkungsgrad zu betrachtende Verhältniss

$$\eta = \frac{E}{A} = 1 - 300 \frac{r}{a_1 c^2} \quad \dots\dots\dots\dots (14)$$

gesetzt werden. Es ist besonders von der Windgeschwindigkeit abhängig, und zwar um so grösser, je grösser c; es nimmt bis Null ab, wenn c bis

$$c_0 = \sqrt{300 \frac{r}{a_1}} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (15)$$

abnimmt. Bei dieser und bei kleineren Windgeschwindigkeiten ist auf die Gewinnung nützlicher Arbeit zu verzichten.

Aus (14) folgt beispielsweise mit $a_1 = 10$ Mtr.

	für $e = 5$	6	8 Mtr.
und $r = 0{,}25$ Mtr.:	$\eta = 0{,}7$	0,79	0,88
$r = 0{,}1$ Mtr.:	$\eta = 0{,}88$	0,92	0,95

im ersten Falle ($r = 0{,}25$) etwa einer hölzernen, im zweiten Falle ($r = 0{,}1$) einer eisernen Welle, dabei einer benutzbaren Windgeschwindigkeit entsprechend von wenigstens

$$c_0 = \sqrt{7{,}5} = 2{,}7 \text{ Mtr. bezw. } \sqrt{3} = 1{,}7 \text{ Mtr.}$$

Schliesslich kann man bemerken, dass, da das Maximum von E einem um so kleineren Verhältnisse $\frac{v_1}{c}$ entspricht, ein je grösserer Theil von A durch die Reibung der Welle verbraucht wird, je kleiner also η, nach (14) aber η um so kleiner ist, je kleiner c, auch $\frac{v_1}{c}$ um so kleiner sein sollte, je kleiner c ist, so dass v_1 noch mehr veränderlich wäre, als c. Das würde aber einem vortheilhaften Betriebe meistens widersprechen, welcher vielmehr in der Regel eine möglichst wenig veränderliche Umdrehungsgeschwindigkeit erfordert oder wünschenswerth macht. In dieser Beziehung muss deshalb auf die vortheilhaftesten Verhältnisse verzichtet werden. Durch ein in allen Fällen nahe gleich gross angenommenes Verhältniss $\frac{v_1}{c}$ wird den Anforderungen des Betriebes wenigstens einigermassen Rechnung getragen, ohne den Nutzeffect erheblich zu beeinträchtigen, weil dieser in der Nähe seines Maximums nur wenig mit jenem Verhältnisse $\frac{v_1}{c}$ sich ändert.

§. 58. **Windräder mit trapezförmigen ebenen Flügeln.**

Ist b_0 die kleinste, b_1 die grösste Flügelbreite bezw. in den Entfernungen a_0 und a_1 von der Axe, also

$$F = (a_1 - a_0)\frac{b_1 + b_0}{2}$$

die Grösse einer Flügelfläche, so ist die Breite im Abstande x von der Axe:

$$y = b_0 + (b_1 - b_0)\frac{x - a_0}{a_1 - a_0}$$

$$= \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{a_1 - a_0} + \frac{b_1 - b_0}{a_1 - a_0} x = e + \varepsilon x \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Hiermit und mit $v = \omega x$ folgt aus §. 56, Gl. (1) die A r b e i t d e s W i n d d r u c k s p r o S e k u n d e (der absolute Effect):

$$A = \frac{z \vartheta \gamma}{2g} \int_{a_0}^{a_1} (e + \varepsilon x)(c \sin\alpha - \omega x \cos\alpha)^2 \omega x \cos\alpha \, dx$$

$$= \frac{z \vartheta \gamma}{2g} \omega \cos\alpha \int_{a_0}^{a_1} f(x)\, dx \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Dabei ist

$$f(x) = (ex + \varepsilon x^2)(c^2 \sin^2\alpha - 2c\omega \sin\alpha \cos\alpha . x + \omega^2 \cos^2\alpha . x^2)$$

$$= \begin{cases} e c^2 \sin^2\alpha . x - 2ec\omega \sin\alpha\cos\alpha . x^2 + e\omega^2\cos^2\alpha . x^3 \\ \qquad + \varepsilon c^2 \sin^2\alpha . x^2 - 2\varepsilon c\omega \sin\alpha\cos\alpha . x^3 \\ \qquad\qquad + \varepsilon\omega^2\cos^2\alpha . x^4 \end{cases}$$

und folglich mit den Bezeichnungen

$$D_2 = \frac{a_1^2 - a_0^2}{2},\quad D_3 = \frac{a_1^3 - a_0^3}{3},\quad D_4 = \frac{a_1^4 - a_0^4}{4},\quad D_5 = \frac{a_1^5 - a_0^5}{5} \;.\; (3)$$

$$\int_{a_0}^{a_1} f(x)\,dx = e c^2 \sin^2\alpha\, D_2 + (\varepsilon c \sin\alpha - 2e\omega\cos\alpha) c \sin\alpha\, D_3$$

$$+ (e\omega\cos\alpha - 2\varepsilon c \sin\alpha)\omega\cos\alpha\, D_4 + \varepsilon\omega^2\cos^2\alpha\, D_5$$

$$= (eD_2 + \varepsilon D_3) c^2 \sin^2\alpha - 2(eD_3 + \varepsilon D_4) c\omega \sin\alpha\cos\alpha$$

$$+ (eD_4 + \varepsilon D_5)\omega^2\cos^2\alpha,$$

so dass mit den weiteren Bezeichnungen

$$C_2 = eD_2 + \varepsilon D_3,\quad C_3 = eD_3 + \varepsilon D_4,\quad C_4 = eD_4 + \varepsilon D_5 \;.\;.\; (4)$$

mit Rücksicht auf (2) sich ergiebt:

$$A = \frac{z\vartheta\gamma}{2g}(C_2 c^2 \sin^2\alpha - 2C_3 c\omega \sin\alpha\cos\alpha + C_4\omega^2\cos^2\alpha)\,\omega\cos\alpha \;.\; (5).$$

In diesem Ausdrucke sind C_2, C_3, C_4 Functionen von a_0, a_1, b_0, b_1, und zwar sind sie bezw. von der zweiten, dritten, vierten Dimension in Beziehung auf a_0 und a_1, von der ersten Dimension in Beziehung auf b_0 und b_1. Wegen $\omega = \frac{v_1}{a_1}$ kann deshalb der Ausdruck auf die Form gebracht werden:

$$A = \frac{\vartheta\gamma}{2g} zFc^3 . f\left(\alpha, \frac{v_1}{c}\right) \ldots\ldots\ldots (6),$$

unter f hier das Zeichen einer Function von α und $\frac{v_1}{c}$ verstanden, welche ausserdem nur die Verhältnisse $\frac{a_0}{a_1}$ und $\frac{b_0}{b_1}$ enthält. Dem Maximum von A bei gegebener Flügelfläche und gegebener Windgeschwindig-

keit entsprechen folglich ein gewisser Neigungswinkel α der ersteren gegen die letztere und ein gewisses Verhältniss der Umfangsgeschwindigkeit v_1 zur Windgeschwindigkeit c, welche nur von den Verhältnissen $a_0 : a_1$ und $b_0 : b_1$ abhängen, während das Verhältniss $\frac{\omega}{c}$ ausserdem den Absolutwerthen von a_0 und a_1 umgekehrt proportional ist. In dem analogen Ausdrucke (8) des vorigen Paragraph handelte es sich um eine Function nur von $\frac{v_1}{c}$, welche ausserdem das Verhältniss $\frac{a_0}{a_1}$ enthielt, da die dort mit x veränderlichen Winkel α Functionen der betreffenden Geschwindigkeitsverhältnisse $\frac{v}{c}$ und die Flügelbreiten überall gleich waren.

Die vortheilhafteste Umdrehungsgeschwindigkeit ist übrigens zugleich von den Reibungswiderständen abhängig, indem es auf das Maximum nicht sowohl von A, als von E ankommt. Was die Abhängigkeit von α betrifft, so entspricht aber das Maximum von A zugleich dem Maximum von E, wenigstens sofern mit Abstraction von der verhältnissmässig sehr kleinen Spurzapfenreibung

$$E = A - \mu G r \omega \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (7)$$

gesetzt wird. Es erfordert die Erfüllung der Gleichung

$$\frac{dE}{d\alpha} = \frac{dA}{d\alpha} = 0,$$

welche nach (5) und mit Rücksicht darauf, dass

$$\frac{d}{d\alpha}(\sin^2\alpha \cos\alpha) = 2\sin\alpha\cos^2\alpha - \sin^3\alpha$$

$$\frac{d}{d\alpha}(\sin\alpha\cos^2\alpha) = -2\sin^2\alpha\cos\alpha + \cos^3\alpha$$

$$\frac{d\cos^3\alpha}{d\alpha} = -3\sin\alpha\cos^2\alpha$$

ist, zu einer Gleichung führt, welche durch Division mit $c^2\cos^3\alpha$ auf die Form gebracht werden kann:

$$C_2 tg^3\alpha - 4C_3\frac{\omega}{c}tg^2\alpha + \left(3C_4\frac{\omega^2}{c^2} - 2C_2\right)tg\alpha + 2C_3\frac{\omega}{c} = 0 \quad . \; . \; (8).$$

Ist z. B. $a_0 = 1$, $a_1 = 6$, $b_0 = 1{,}5$ und $b_1 = 3$, also

$$e = 1{,}2 \text{ und } \varepsilon = 0{,}3$$

$$D_2 = \frac{35}{2} \quad D_3 = \frac{215}{3} \quad D_4 = \frac{1295}{4} \quad D_5 = 1555$$

$$C_2 = 42{,}5 \qquad C_3 = 183{,}125 \qquad C_4 = 855$$

so ist nach (8) mit

$$\frac{\omega}{c} = 0{,}4 \text{ entsprechend } \frac{v_1}{c} = 2{,}4$$

als einem gemäss den Erörterungen im vorigen Paragraph voraussichtlich auch hier nahe vortheilhaftesten betreffenden Geschwindigkeitsverhältnisse, der günstigste Winkel α durch die Gleichung bestimmt:

$$1{,}7\, tg^3 \alpha - 11{,}72\, tg^2 \alpha + 13{,}016\, tg\, \alpha + 5{,}86 = 0.$$

Ihr entspricht

$$tg\, \alpha = 5{,}339;\; \alpha = 79^0\, 24'.$$

Um zu untersuchen, ob das angenommene Verhältniss $\frac{\omega}{c} = 0{,}4$ in der That dem Maximum des Nutzeffects E durchschnittlich entspricht, werde bei Voraussetzung von $z = 5$ Flügeln aus Blech hier

$$G = 60\, z\, F$$

geschätzt, so dass nach (5) und (7) sich

$$E = \left[\frac{\vartheta \gamma}{2 g F}\left(C_2\, tg^2 \alpha - 2 C_3\, tg\, \alpha . \frac{\omega}{c} + C_4 \frac{\omega^2}{c^2}\right) \frac{\omega}{c} \cos^3 \alpha - \frac{60\, \mu r}{c^2} \frac{\omega}{c}\right] z F c^3$$

ergiebt, und wenn auch hier der im vorigen Paragraph gefundene Coefficient

$$\vartheta = 3{,}6 \text{ und } \gamma = 1{,}24$$

gesetzt, ferner

$$\mu = 0{,}08 \text{ und } r = 0{,}1$$

angenommen wird, bei Einsetzung der obigen Zahlenwerthe von C_2, C_3, C_4 und α sowie von

$$F = 5 \frac{4{,}5}{2} = \frac{45}{4}$$

$$E = \left(0{,}1525 \frac{\omega}{c} - 0{,}2462 \frac{\omega^2}{c^2} + 0{,}1076 \frac{\omega^3}{c^3} - \frac{0{,}48}{c^2} \frac{\omega}{c}\right) z F c^3 \quad . \; . \; (9).$$

Für verschiedene Werthe von $\frac{\omega}{c}$ und von c werden daraus die in die folgende Tabelle eingetragenen Werthe von $\frac{E}{z F c^3}$ gefunden:

	$\frac{\omega}{c} = 0{,}3$	$\frac{\omega}{c} = 0{,}4$	$\frac{\omega}{c} = 0{,}5$	$\frac{\omega}{c} = 0{,}6$
$c = 5$	0,0207	0,0208	0,0186	0,0159
$c = 6$	0,0225	0,0232	0,0215	0,0194
$c = 8$	0,0243	0,0255	0,0245	0,0229
$c = \infty$	0,0265	0,0285	0,0282	0,0274

Die Substitution $c = \infty$ entspricht hier der Abstraction von Reibungswiderständen, liefert also die Werthe von $\frac{A}{zFc^3}$. Wie man sieht, entspricht das Maximum von E

für $c = 5$ dem Verhältnisse $\frac{\omega}{c}$ nahe $= 0,35$

„ $c = 6$ „ „ $\frac{\omega}{c}$ etwas $< 0,4$

„ $c = 8$ „ „ $\frac{\omega}{c}$ „ $> 0,4$

„ $c = \infty$ „ „ $\frac{\omega}{c}$ nahe $= 0,45$.

Die obige Annahme $\frac{\omega}{c} = 0,4$ entsprechend $\frac{v_1}{c} = 2,4$ findet sich dadurch als durchschnittlich angemessen bestätigt; die ihr entsprechenden Werthe von $\frac{E}{zFc^3}$ sind von den bezüglichen Maximalwerthen in allen Fällen offenbar so wenig verschieden, dass die Unterschiede nicht in Betracht kommen können im Vergleich mit der Unsicherheit, welche der Schätzung der Reibungswiderstände anhaftet.

Wird somit in allen Fällen $\frac{\omega}{c} = 0,4$ angenommen, so geht Gl. (9) über in:

$$E = \left(0,0285 - \frac{0,192}{c^2}\right) zFc^3$$

$$= \left(1 - \frac{6,74}{c^2}\right) 0,0285\, zFc^3 \ldots\ldots\ldots\ldots (10),$$

entsprechend einem Wirkungsgrade:

$$\eta = 1 - \frac{6,74}{c^2} = 0,73 \qquad 0,81 \qquad 0,89$$

$$\text{für } c = 5 \qquad 6 \qquad 8.$$

Der Zahlencoefficient 0,0285 ist hier an die Stelle von 0,03 in der Gleichung (10) des vorigen Paragraph getreten. Benutzbar sind nur Windgeschwindigkeiten $> \sqrt{6,74} = 2,6$ Mtr. —

In dem besonderen Falle rechteckiger Flügelflächen ist

$$b_0 = b_1 = b, \text{ also } e = b, \ \varepsilon = 0$$

sowie mit $a_0 = \lambda a_1$ und wegen

$$F = (a_1 - a_0)\, b = a_1\, b\, (1 - \lambda)$$

$$C_2 = b\,D_2 = a_1^2 b\,\frac{1-\lambda^2}{2} = F a_1\,\frac{1+\lambda}{2}$$

$$C_3 = b\,D_3 = a_1^3 b\,\frac{1-\lambda^3}{3} = F a_1^2\,\frac{1+\lambda+\lambda^2}{3}$$

$$C_4 = b\,D_4 = a_1^4 b\,\frac{1-\lambda^4}{4} = F a_1^3\,\frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)}{4}.$$

Dadurch und wegen $v_1 = a_1\,\omega$ nimmt die Gleichung (8) nach ihrer Division durch $F a_1$ die Form an:

$$\frac{1+\lambda}{2}\,tg^3\alpha - \frac{4}{3}(1+\lambda+\lambda^2)\frac{v_1}{c}\,tg^2\alpha +$$

$$+\left[\frac{3}{4}(1+\lambda)(1+\lambda^2)\frac{v_1^2}{c^2} - (1+\lambda)\right]tg\alpha + \frac{2}{3}(1+\lambda+\lambda^2)\frac{v_1}{c} = 0 \;..\; (11),$$

insbesondere mit $\frac{v_1}{c} = 2{,}4$:

$$tg^3\alpha - 6{,}4\,\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda}\,tg^2\alpha + 2[4{,}32(1+\lambda^2) - 1]\,tg\alpha + 3{,}2\,\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda} = 0 \;(12)$$

und mit $\lambda = \frac{1}{6}$:

$$tg^3\alpha - 6{,}552\,tg^2\alpha + 6{,}88\,tg\alpha + 3{,}276 = 0,$$

entsprechend $tg\alpha = 5{,}066$ oder $\alpha = 78^0 50'$.

Mit diesen Werthen von C_2, C_3, C_4, $\frac{v_1}{c}$, λ und α, ferner mit

$$\vartheta = 3{,}6 \text{ und } \gamma = 1{,}24$$

geht Gl. (5) über in:

$$A = 0{,}0278\,z F c^3 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (13).$$

Die Vergleichung mit der auf übrigens denselben Annahmen beruhenden Gleichung (10) im vorigen Paragraph lässt erkennen, dass im Falle $\lambda = \frac{a_0}{a_1} = \frac{1}{6}$ und unter übrigens vortheilhaftesten Umständen in beiden Fällen den windschiefen rechteckigen Flügeln ein absoluter Effect zukommt, welcher um

$$\frac{0{,}03 - 0{,}0278}{0{,}0278}\,.\,100 = 7{,}9\ \%$$

des absoluten Effects ebener Flügel diesen übertrifft. —

Bemerkenswerth ist ferner der besondere Fall, dass die Seitenränder der Flügelflächen gegen die Axe des Flügelrades convergiren, dass nämlich

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{b_0}{b_1} = \lambda, \text{ also } F = a_1 b_1 \frac{1-\lambda^2}{2}$$

ist, wie es bei den im §. 53 erwähnten amerikanischen Windrädern ungefähr zutrifft. Dann ist

$$e = 0 \text{ und } \varepsilon = \frac{b_1}{a_1}$$

$$C_2 = \varepsilon D_3 = \frac{b_1}{a_1} a_1^3 \frac{1-\lambda^3}{3} = \frac{2}{3} F a_1 \frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda}$$

$$C_3 = \varepsilon D_4 = \frac{b_1}{a_1} a_1^4 \frac{1-\lambda^4}{4} = \frac{1}{2} F a_1^2 (1+\lambda^2)$$

$$C_4 = \varepsilon D_5 = \frac{b_1}{a_1} a_1^5 \frac{1-\lambda^5}{5} = \frac{2}{5} F a_1^3 \frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)+\lambda^4}{1+\lambda}.$$

Dadurch und mit $v_1 = a_1 \omega$ geht die Gleichung (8) über in:

$$\frac{2}{3}\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda} tg^3 \alpha - 2(1+\lambda^2)\frac{v_1}{c} tg^2 \alpha +$$
$$+ \left[\frac{6}{5}\frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)+\lambda^4}{1+\lambda}\frac{v_1^2}{c^2} - \frac{4}{3}\frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda}\right] tg\,\alpha + (1+\lambda^2)\frac{v_1}{c} = 0 \;..(14)$$

oder insbesondere mit $\frac{v_1}{c} = 2{,}4$ in:

$$tg^3\alpha - 7{,}2\frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)}{1+\lambda+\lambda^2} tg^2\alpha + 2\left[5{,}184\frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)+\lambda^4}{1+\lambda+\lambda^2} - 1\right] tg\,\alpha +$$
$$+ 3{,}6\frac{(1+\lambda)(1+\lambda^2)}{1+\lambda+\lambda^2} = 0 \;. \;. \;(15).$$

Bei amerikanischen Windrädern ist ungefähr $\lambda = \frac{1}{3}$; die Gleichung wird dann:

$$tg^3\alpha - 7{,}385\, tg^2\alpha + 10{,}722\, tg\,\alpha + 3{,}692 = 0$$

und es entspricht ihr:

$$tg\,\alpha = 5{,}175 \text{ oder } \alpha = 79^0 4'.$$

Die Einsetzung der Werthe von C_2, C_3, C_4, $\frac{v_1}{c}$, λ und α, sowie von

$$\vartheta = 3{,}6 \text{ und } \gamma = 1{,}24$$

in Gl. (5) giebt

$$A = 0{,}0303\, z F c^3$$

und wenn, was den Effectverlust durch die Reibungswiderstände betrifft,

$$\mu = 0{,}08 \text{ und } G = 50\, z F$$

gesetzt wird, ferner $\omega = \frac{v_1}{a_1} = 2{,}4\frac{c}{a_1}$, so ist

$$\mu G r \omega = 9{,}6 \frac{cr}{a_1} z F,$$

mit etwas abgerundeten Zahlencoefficienten folglich der Nutzeffect:

$$E = 0{,}03\, z F c^3 - 10 \frac{cr}{a_1} z F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Bei der Anwendung auf amerikanische Windräder mit ihren vielen schmalen Flügeln ist übrigens der Coefficient ϑ mit 3,6 wahrscheinlich zu gross geschätzt. Wenn man ihn nur $^2/_3$ so gross $= 2{,}4$ hier annimmt, so ist in demselben Verhältnisse der Zahlencoefficient des Ausdruckes von A zu verkleinern, also

$$E = \left(0{,}02\, c^3 + 10 \frac{cr}{a_1}\right) z F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

zu setzen. Die gesammte Flügelfläche ist dabei nur wenig $< \pi(a_1^2 - a_0^2)$. Nimmt man etwa

$$z F = 2{,}5\, a_1^2$$

an, entsprechend

$$\frac{zF}{\pi(a_1^2 - a_0^2)} = \frac{2{,}5}{\pi(1 - \lambda^2)} = \frac{2{,}5}{\frac{8}{9}\pi} = 0{,}895,$$

so wird

$$E = 0{,}05\, a_1^2 c^3 - 25\, r a_1 c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18),$$

z. B. mit $a_1 = 6$ und $r = 0{,}1$:

$$E = 1{,}8\, c^3 - 15\, c.$$

Der Angabe im §. 53, dass solche amerikanische Windräder bei 12 Mtr. Durchmesser Leistungen bis 18 Pferdestärken ergeben, würde diese letztere Gleichung bei Windgeschwindigkeiten bis $c = 9{,}4$ Mtr. entsprechen.

§. 59. Regulirung der Windräder.

Wenn ein Flügelrad Nutzarbeiten zu leisten hat, für welche gewisse Geschwindigkeiten vorgeschrieben sind, so ist bei unveränderlicher Bewegungsübertragung eine gewisse constante Winkelgeschwindigkeit ω des Flügelrades zu verlangen, wobei es wünschenswerth ist, dass auch sein Nutzeffect E so wenig veränderlich sei, als mit dieser Forderung und mit sonstigen berechtigten Rücksichten sich verträgt, damit dasselbe auch vom Nutzwiderstande gelte, bezw. von seinem Momente M in Bezug auf die Flügelradwelle. Nun ist, unter R die Reibungsarbeit dieser Welle und unter A den absoluten Effect des Flügelrades verstanden,

$$E = A - R = M\omega,$$

wobei R, soweit diese Arbeit nur von der Reibung in den Lagern herrührt, gemäss dem Vorhergehenden ohne wesentlichen Fehler $= \mu G r \omega$ gesetzt werden kann, mit ω folglich selbst constant ist, während A bei gegebener Winkelgeschwindigkeit ω von den Flügeldimensionen, der Flügelstellung (den Neigungswinkeln der Flügelelemente gegen ihre Bewegungsrichtungen und gegen die Windrichtung) sowie von der Windgeschwindigkeit c abhängt, und zwar mit c wächst. Aendert sich c innerhalb der Grenzen c_0 und c_1, zwischen welchen das Windrad als Motor benutzt werden soll, so ändert sich auch E und ist die Unveränderlichkeit zugleich von ω und M unmöglich. Zwar könnte ω allein durch Aenderung von M proportional E constant erhalten werden; um aber solche Aenderungen von M auszuschliessen, sind andere Regulirungsmittel nöthig, welche in Veränderung von R oder der Flügeldimensionen oder der Flügelstellung (im Ganzen oder in einzelnen Theilen) bestehen können.

In allen Fällen bezeichne c' eine gewisse zwischen c_0 und c_1 liegende Windgeschwindigkeit, mit Rücksicht auf welche die Umfangsgeschwindigkeit v_1 oder die Winkelgeschwindigkeit ω vortheilhaft festgesetzt wurde, nach dem Vorhergehenden ungefähr

$$v_1 = 2{,}4\,c' \text{ bezw. } \omega = 2{,}4\,\frac{c'}{a_1},$$

für welche ferner der Nutzeffect E einer angenommenen Grösse der Flügelfläche oder diese einem gegebenen E entsprechend gemäss dem Vorhergehenden bestimmt wurde bei Voraussetzung der dem Verhältnisse $\frac{v_1}{c'} = 2{,}4$ entsprechenden vortheilhaften Flügelstellung.

1) Eine Aenderung von R kann nur Vergrösserung sein, bewirkt durch Bremsung der Welle. Bei allen Windgeschwindigkeiten $> c'$ kann dadurch E gleich gross erhalten werden, somit auch ω bei unverändertem Widerstandsmomente M. Sollte es aber für jedes c zwischen c_0 und c_1 der Fall sein, so müsste $c' = c_0$ angenommen werden, wodurch E dieser kleinsten Geschwindigkeit entsprechend klein ausfiele. Zu durchschnittlich besserer Ausnutzung der Leistungsfähigkeit des Flügelrades ist deshalb für c' ein mittlerer Werth zu wählen, und für Windgeschwindigkeiten $< c'$ die Unveränderlichkeit von ω durch Verkleinerung von M zu erkaufen. Letztere muss dann freilich in erheblichem Grade stattfinden mit Rücksicht darauf, dass bei der Abnahme von c sich der absolute Effect proportional c^3 selbst dann

vermindern würde, wenn unter auch sonst gleichen Umständen das vortheilhafteste Verhältniss von ω zu c erhalten bliebe, dass er also bei constantem ω in höherem Grade abnimmt (im Falle windschiefer rechteckiger Flügel proportional c^4 nach §. 57, Gl. 2), und in noch höherem Grade der Nutzeffect E, der bei constantem R verhältnissmässig um so mehr $< A$ ist, je kleiner A, je kleiner also c ist.

Aehnlich verhält es sich auch bei den noch zu besprechenden anderen Regulirungsarten für Windgeschwindigkeiten $c < c'$.

2) Die Regulirung durch Aenderung der Flügeldimensionen (der Grösse der wirksamen Flügelfläche) ist besonders bei holländischen Windmühlen angebracht, deren rechteckige oder nahe rechteckige windschiefe Flügel in ihrem Haupttheile mit Segeltuch bedeckt oder mit Klappen ausgerüstet sind (§. 53). Sollte das Segeltuch bei $c > c'$ der ganzen Länge nach mehr oder weniger aufgerollt werden, um die der Windgeschwindigkeit c' entsprechende volle Flügelbreite b' auf b zu reduciren, so müsste nach §. 57, Gl. (2)

$$\frac{b}{b'} = \left(\frac{c'}{c}\right)^4$$

sein, um ω, A und E bei constantem M constant zu erhalten. Sollte das Segeltuch von aussen nach innen eingeholt, oder sollten die Klappen von aussen nach innen theilweise beseitigt werden, um durch Verminderung des der Windgeschwindigkeit c' angepassten ursprünglichen Durchmessers $= 2a_1$ auf den Betrag $= 2a$ bei der grösseren Windgeschwindigkeit c denselben Effect bei derselben Winkelgeschwindigkeit zu behalten, so müsste nach derselben Gleichung (2), §. 57, wenn das unverändert bleibende Windbrett $^1/_4$ der ganzen Breite einnimmt,

$$\frac{3}{4}c^4[f(\alpha) - f(\alpha_0)] + \frac{1}{4}c^4[f(\alpha_1) - f(\alpha_0)] = c'^4[f(\alpha_1) - f(\alpha_0)]$$

$$\frac{c}{c'} = 2\sqrt[4]{\frac{f(\alpha_1) - f(\alpha_0)}{3[f(\alpha) - f(\alpha_0)] + f(\alpha_1) - f(\alpha_0)}} \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

sein, wobei $f(\alpha)$ durch §. 57, Gl. (5) bestimmt ist, nachdem α aus §. 55, Gl. (8) mit

$$\frac{\omega}{c}x = \frac{\omega}{c'}a = \frac{v_1}{c'}\frac{a}{a_1} = 2{,}4\frac{a}{a_1},$$

also durch die Gleichung

$$tg\,\alpha = 3{,}6\frac{a}{a_1} + \sqrt{\left(3{,}6\frac{a}{a_1}\right)^2 + 2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

gefunden worden, während $f(\alpha_1) = 7{,}398$ ist und im Falle $\frac{a_0}{a_1} = \frac{1}{6}$: $f(\alpha_0)$

$= 2{,}052$ nach den Ausrechnungen im §. 57. Gemäss (1) und (2) findet man dann beispielsweise die folgenden zusammengehörigen Werthe:

$\frac{a}{a_1} =$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\alpha =$	$81^0\,36'$	$80^0\,40'$	$79^0\,32'$	$78^0\,5'$	$76^0\,15'$
$f(\alpha) =$	6,702	6,009	5,330	4,646	3,985
$\frac{c}{c'} =$	1,053	1,114	1,187	1,276	1,385

3) Die **Regulirung durch Aenderung der Flügelstellung** kann auf verschiedene Weise geschehen. Werden die Flügelflächen aus Klappen gebildet, und sind diese um Axen drehbar gemacht, welche die Richtungen der betreffenden Sprossen, bezw. erzeugenden Geraden der im Allgemeinen windschiefen Flügelflächen haben, sind ferner die Verhältnisse so gewählt, dass bei der Windgeschwindigkeit c' und Winkelgeschwindigkeit ω der Nutzeffect E dann erzielt wird, wenn alle jene Klappen desselben Flügels eine zusammenhängende Fläche bilden, so wird dadurch, dass bei der Windgeschwindigkeit c und der unveränderten Winkelgeschwindigkeit ω eine solche in der Entfernung a von der Radaxe befindliche Klappe um den Winkel β aus jener Anfangslage heraus gedreht wird, ihr Effect nach §. 55, Gl. (2) im Verhältnisse

$$\left(c\sin\alpha - \frac{a}{a_1}v_1\cos\alpha\right)^2\cos^3\beta : \left(c'\sin\alpha - \frac{a}{a_1}v_1\cos\alpha\right)^2$$

$$= \left(\frac{c}{c'}tg\,\alpha - 2{,}4\frac{a}{a_1}\right)^2\cos^3\beta : \left(tg\,\alpha - 2{,}4\frac{a}{a_1}\right)^2$$

geändert, so dass sie unverändert bleibt, wenn

$$\cos\beta = \left(\frac{tg\,\alpha - 2{,}4\frac{a}{a_1}}{\frac{c}{c'}tg\,\alpha - 2{,}4\frac{a}{a_1}}\right)^{\frac{2}{3}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ist. Im Falle angenähert rechteckiger windschiefer Flügel ist dabei $tg\,\alpha$ durch obige Gleichung (2) bestimmt und für die einzelnen Klappen verschieden; für im Ganzen ebene Flügel ergiebt sich $tg\,\alpha$ aus dem vorigen Paragraph. Wäre z. B. im letzteren Falle

$$tg\,\alpha = 5, \text{ entsprechend } \alpha = 78^0\,41'$$

nahe ebenso gross wie im vorigen Paragraph für rechteckige ebene Flügel mit $\lambda = \frac{a_0}{a_1} = \frac{1}{6}$ gefunden wurde, so würden sich aus (3) beispielsweise

die folgenden Werthe von β ergeben, welche verschiedenen Werthen von $\frac{c}{c'}$ und von $\frac{a}{a_1}$ entsprechen.

	$\frac{c}{c'} = 1{,}2$	$\frac{c}{c'} = 1{,}4$	$\frac{c}{c'} = 1{,}6$	$\frac{c}{c'} = 1{,}8$	$\frac{c}{c'} = 2$
$\frac{a}{a_1} = 0{,}2$	28° 56′	38° 26′	44° 35′	49° 3′	52° 31′
$\frac{a}{a_1} = 0{,}6$	32° 1′	42° 1′	48° 18′	52° 45′	56° 8′
$\frac{a}{a_1} = 1$	36° 24′	46° 52′	53° 10′	57° 30′	60° 43′

Sollten die Klappen eines Flügels zusammen von der Welle aus verstellt werden, so könnte die verschiedene Grösse der Winkel β durch ungleich lange mit den Klappen verbundene Hebel vermittelt werden, welche sämmtlich von einer nahe radial längs dem Flügel sich erstreckenden Stange angegriffen werden, die nöthigenfalls (etwa durch Zusammensetzung aus einzelnen mit Scharnieren zusammenhängenden Theilen) etwas biegsam gemacht ist. Letzteres ist nicht nöthig, wenn die der Windgeschwindigkeit c' entsprechende zusammenhängende Flügelfläche eben ist und die Winkel β alle gleich gemacht werden, wie es bei den Cubit'schen Flügelrädern der Fall ist.

4) Eine Regulirung durch Drehung der ganzen Flügel, und zwar um radial gerichtete Axen, wird insbesondere bei den Kirchweger'schen Windrädern mit trapezförmigen ebenen Flügeln angewendet. Ist dabei α' die Neigung der Flügel gegen die Windrichtung, wenn die Windgeschwindigkeit $= c'$ ist (dem Maximum von A für das Geschwindigkeitsverhältniss $\frac{\omega}{c'}$ nach §. 58 entsprechend), und soll A denselben Werth auch bei der Windgeschwindigkeit c und derselben Winkelgeschwindigkeit ω haben, so ist dazu ein Neigungswinkel α erforderlich, welcher nach §. 58 (5) durch die Gleichung bestimmt ist:

$$(C_2\, c^2 \sin^2\alpha - 2\,C_3\, c\, \omega \sin\alpha \cos\alpha + C_4\, \omega^2 \cos^2\alpha) \cos\alpha =$$
$$= (C_2\, c'^2 \sin^2\alpha' - 2\,C_3\, c'\, \omega \sin\alpha' \cos\alpha' + C_4\, \omega^2 \cos^2\alpha') \cos\alpha'$$

oder nach ihrer Division durch $C_2\, c'^2 \cos^3\alpha$ mit den Bezeichnungen

$$\left.\begin{aligned} p = \frac{C_3}{C_2}\frac{\omega}{c'};\quad q^2 = \frac{C_4}{C_2}\left(\frac{\omega}{c'}\right)^2 \\ r = (tg^2\alpha' - 2p\, tg\,\alpha' + q^2)\cos^3\alpha' \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (4)$$

durch die Gleichung:

$$\left(\frac{c}{c'}\,tg\,\alpha\right)^2 - 2p\,.\,\frac{c}{c'}\,tg\,\alpha + q^2 = \frac{r}{\cos^3\alpha}.$$

Dieselbe kann auch als Bestimmungsgleichung von $\frac{c}{c'}$ als Function von α betrachtet werden, wobei der Aufgabe gemäss den zu Grunde liegenden Voraussetzungen die einzige Wurzel entspricht:

$$\frac{c}{c'} = \left(p + \sqrt{p^2 - q^2 + \frac{r}{\cos^3\alpha}}\right) cotg\,\alpha \;\ldots\ldots\; (5).$$

Die Gleichung (5) in §. 58 setzt nämlich ebenso wie die zu Grunde liegende Gleichung (1) in §. 56 voraus, dass für alle Flügelelemente

$$c \sin\alpha > v \cos\alpha, \text{ dass also } \frac{c}{c'} > a_1 \frac{\omega}{c'} cotg\,\alpha \;\ldots\ldots\ldots\; (6)$$

sei, widrigenfalls die Elementarbestandtheile von A, bezüglich auf welche diese Bedingung nicht erfüllt ist, als zur Ueberwindung des Luftwiderstandes aufzuwendende Arbeiten negativ in die Summe A hätten eingeführt werden müssen. Nun ist nach §. 58, Gl. (3) und (4) mit $\lambda_0 = \frac{a_0}{a_1}$:

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{e D_3 + \varepsilon D_4}{e D_2 + \varepsilon D_3} = a_1 \frac{e D_2 \,.\, \frac{2}{3}\frac{1-\lambda^3}{1-\lambda^2} + \varepsilon D_3 \,.\, \frac{3}{4}\frac{1-\lambda^4}{1-\lambda^3}}{e D_2 + \varepsilon D_3} < a_1 \,..\, (7),$$

weil für alle echten Brüche λ

$$\frac{1-\lambda^3}{1-\lambda^2} < \frac{3}{2} \text{ und } \frac{1-\lambda^4}{1-\lambda^3} < \frac{4}{3}$$

ist; diese beiden Quotienten sind nämlich am kleinsten $= 1$ für $\lambda = 0$, am grössten bezw. $= \frac{3}{2}$ und $= \frac{4}{3}$ für $\lambda = 1$. Die Bedingung (6) setzt deshalb jedenfalls

$$\frac{c}{c'} > \frac{C_3}{C_2}\frac{\omega}{c'} cotg\,\alpha, \text{ d. i. } \frac{c}{c'} > p\, cotg\,\alpha$$

voraus, erfordert also in der That das positive Vorzeichen der Wurzel in Gl. (5). Aus (5) und (6) folgt:

$$p + \sqrt{p^2 - q^2 + \frac{r}{\cos^3\alpha}} > a_1 \frac{\omega}{c'}$$

$$\cos\alpha < \sqrt[3]{\frac{r}{\left(a_1 \frac{\omega}{c'} - p\right)^2 - p^2 + q^2}} \;\ldots\ldots\ldots\; (8).$$

Für das Beispiel von §. 58 war

$$C_2 = 42{,}5 \qquad C_3 = 183{,}125 \qquad C_4 = 855$$

$$a_1 = 6 \qquad \frac{\omega}{c'} = 0{,}4 \qquad \alpha' = 79^0\,24'.$$

Damit wird gemäss (4):

$$p = 1{,}723 \qquad q = 3{,}219 \qquad r = 0{,}08294$$

und nach Gl. (5):

$$\frac{c}{c'} = \left(1{,}723 + \sqrt{\frac{0{,}08294}{\cos^3\alpha} - 0{,}249}\right) \operatorname{cotg}\alpha \;\ldots\ldots\ldots\; (9),$$

woraus sich z. B. ergiebt:

$\alpha = 90^0$	89^0	88^0	85^0	$79^0\,24'$	70^0	$60^0\,42'$
$\frac{c}{c'} = \infty$	2,21	1,603	1,129	1	1,119	1,347

Der Neigungswinkel $\alpha = 60^0\,42'$ ist der kleinste, welcher der Ungleichung (8) entspricht. Bei noch kleineren zerfällt die Flügelfläche in zwei Theile, deren innerer, von $x = a_0$ bis $x =$ einem gewissen Werthe a sich erstreckend, den Winddruck von hinten, und deren äusserer, von $x = a$ bis $x = a_1$ sich erstreckend, den Winddruck von vorn empfängt. Für $x = a$ ist dieser Druck $=$ Null, nämlich

$$c \sin\alpha = v \cos\alpha \text{ oder } \frac{c}{c'} = a \frac{\omega}{c'} \operatorname{cotg}\alpha \;\ldots\ldots\ldots\; (10).$$

Führt man in diesem Falle analog den Bezeichnungen in §. 58 die folgenden ein:

$$D_2' = \frac{a^2 - a_0^2}{2},\; D_3' = \frac{a^3 - a_0^3}{3},\; D_4' = \frac{a^4 - a_0^4}{4},\; D_5' = \frac{a^5 - a_0^5}{5}$$

$$D_2'' = \frac{a_1^2 - a^2}{2},\; D_3'' = \frac{a_1^3 - a^3}{3},\; D_4'' = \frac{a_1^4 - a^4}{4},\; D_5'' = \frac{a_1^5 - a^5}{5}$$

$$C_2' = e D_2' + \varepsilon D_3',\quad C_3' = e D_3' + \varepsilon D_4',\quad C_4' = e D_4' + \varepsilon D_5'$$

$$C_2'' = e D_2'' + \varepsilon D_3'',\; C_3'' = e D_3'' + \varepsilon D_4'',\; C_4'' = e D_4'' + \varepsilon D_5'',$$

wo e und ε dieselben Bedeutungen haben, wie in §. 58, so tritt mit Rücksicht darauf, dass jetzt Gl. (2) daselbst durch die Gleichung:

$$A = \frac{z\,\vartheta\,\gamma}{2g}\,\omega\cos\alpha\left(\int_{a_0}^{a} f(x)\,dx - \int_{a}^{a_1} f(x)\,dx\right)$$

zu ersetzen ist, an die Stelle der aus Gl. (5), §. 58 oben gefolgerten Bedingungsgleichung dafür, dass bei unveränderter Winkelgeschwindigkeit ω der Effect A ebenso gross sei für die Windgeschwindigkeit c und Flächenneigung α, wie für die Windgeschwindigkeit c' und die ent-

sprechende relativ vortheilhafteste Flächenneigung α', jetzt die folgende Gleichung:

$$[(C_2'-C_2'')c^2 sin^2\alpha - 2(C_3'-C_3'')c\,\omega\, sin\,\alpha\, cos\,\alpha + (C_4'-C_4'')\omega^2 cos^2\alpha]cos\,\alpha =$$
$$= (C_2 c'^2 sin^2\alpha' - 2C_3 c'\omega\, sin\,\alpha' cos\,\alpha' + C_4\omega^2 cos^2\alpha')cos\,\alpha',$$

woraus nach ihrer Division durch $(C_2'-C_2'')c'^2 cos^3\alpha$ und mit den Bezeichnungen

$$P = \frac{C_3'-C_3''}{C_2'-C_2''}\frac{\omega}{c'},\quad Q^2 = \frac{C_4'-C_4''}{C_2'-C_2''}\left(\frac{\omega}{c'}\right)^2,\quad R = r\frac{C_2}{C_2'-C_2''}\ \ldots (11)$$

analog dem Obigen folgt:

$$\left(\frac{c}{c'}tg\,\alpha\right)^2 - 2P.\frac{c}{c'}tg\,\alpha + Q^2 = \frac{R}{cos^3\alpha}$$

$$\frac{c}{c'} = \left(P + \sqrt{P^2 - Q^2 + \frac{R}{cos^3\alpha}}\right)cotg\,\alpha\ \ldots\ldots\ldots (12).$$

Die Vergleichung der Ausdrücke (10) und (12) von $\frac{c}{c'}$ giebt:

$$cos\,\alpha = \sqrt[3]{\frac{R}{\left(a\frac{\omega}{c'} - P\right)^2 - P^2 + Q^2}}\ \ldots\ldots\ldots (13).$$

Für einen angenommenen Werth von a findet man P, Q, R aus (11), dann α aus (13) und $\frac{c}{c'}$ aus (10), z. B. im obigen besonderen Falle

$$\text{für } a = 5 \text{ Mtr.}:\ \alpha = 48^0 21',\ \frac{c}{c'} = 1,779.$$

Wie man sieht, könnte einer Vergrösserung der Windgeschwindigkeit über c' hinaus behufs Unveränderlichkeit von A sowohl durch Vergrösserung, als durch Verkleinerung des Neigungswinkels entsprochen werden, wobei jedoch derselben Windgeschwindigkeit c im ersteren Falle eine erheblich kleinere Stellungsänderung der Flügel entspräche, als im zweiten, z. B. der Windgeschwindigkeit $c = 1,78\ c'$ bezw. nahe

$$\alpha - \alpha' = 9^0 \text{ und } \alpha' - \alpha = 31^0,$$

so dass der übliche zweite Fall die feinere Regulirung gestattet, abgesehen davon, dass dabei eine übermässige Vergrösserung des axialen Winddrucks vermieden wird.

5) Während bei den unter 3) und 4) erwähnten Methoden die Regulirung in einer Lagenänderung der einzelnen Flügeltheile oder der ganzen Flügel besteht, kann sie endlich auch dadurch bewirkt werden, dass Gruppen von in unveränderlicher gegenseitiger Lage

befindlichen Flügeln um Axen gedreht werden, oder dass die Neigung des ganzen Windrades bezw. seiner Axe gegen die Windrichtung geändert wird. Beide Methoden finden sich bei amerikanischen Windrädern angewendet, die erstere insofern, als die sectorenförmigen Theile des Rades drehbar gemacht sind um Axen, welche, rechtwinklig und windschief gegen die Radaxe, wie die Seiten eines regulären Polygons gegen einander liegen; die letztere insofern, als ein mit dem Rade verbundener Steuerflügel, welcher sich stets in die Windrichtung einstellt, gegen die Radaxe mehr oder weniger geneigt wird. In beiden Fällen sind übrigens die Beziehungen weniger einfach, welche verschiedenen Stellungen und Windgeschwindigkeiten bei gleichen Grössen von A und von ω entsprechen. —

In allen Fällen kann mit Hülfe entsprechender Mechanismen die Regulirung während der Drehung des Rades ausführbar gemacht werden. Auch ist sie wohl selbstthätig eingerichtet worden, meistens jedoch in unvollkommener Weise. Während sie ihren Hauptzweck der Erhaltung einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit ω am besten bei einer Einrichtung nach Art der tachometrischen Regulatoren erreichen lassen würde, hat man häufiger durch eine Art von dynamometrischer Regulirung nicht sowohl ω, bezw. den Effect A bei constantem Widerstandsmoment M des Nutzwiderstandes, als vielmehr den Normaldruck R des Windes auf die Flügel unveränderlich zu erhalten gesucht. Z. B. bei der oben unter 3) besprochenen Regulirungsmethode ist, wenn ΔR den normalen Winddruck auf eine der betreffenden Flügelklappen bedeutet, der ihm entsprechende Effect nach §. 55:

$$\Delta A = \Delta R \,.\, \cos\alpha \cos\beta \,.\, v$$

und der ganze Effect des Windrades:

$$A = z \,.\, \Sigma(\Delta R \,.\, \cos\alpha \cos\beta \,.\, v).$$

Nun ist z. B. bei den Cubit'schen Windrädern, bei welchen α und β für alle Klappen gleich sind, also

$$A = z \cos\alpha \cos\beta \,\Sigma(\Delta R \,.\, v)$$

ist, eine Einrichtung von solcher Art getroffen, dass mit Hülfe des Gleichgewichts zwischen dem Moment eines an unveränderlichem Hebelarm wirkenden Gewichtes G und der Summe der Momente der Windpressungen auf alle Klappen in Bezug auf ihre Drehungsaxen die Grösse $\Sigma(\Delta R)$ nahe unveränderlich ist, was die Unveränderlichkeit von A selbst dann nicht zur Folge hätte, wenn man ausser den Geschwindigkeiten v der einzelnen Klappen (bezw. ihrer Mittelpunkte) auch die bezüglichen Werthe

von ΔR einzeln als constant annehmen würde, indem A proportional $\cos\beta$ bliebe. Die Unveränderlichkeit von A könnte dann zwar dadurch erzielt werden, dass der Hebelarm von G proportional $\sec\beta$ veränderlich, dadurch auch ΔR proportional $\sec\beta$ gemacht würde; allein die dadurch bedingte Complication würde um so weniger berechtigt sein, als der Zweck doch nur unvollkommen erreicht würde, weil die Folgerung

$$\Delta R = const. \text{ aus } \Sigma(\Delta R) = const.$$

nur durchschnittlich und die Voraussetzung der Gleichheit von β für alle Klappen nach den obigen Bestimmungen unter 3) kaum angenähert zutrifft.

Mehr geeignet zu einer solchen selbstthätigen dynamometrischen Regulirung sind Windräder mit ebenen trapezförmigen Flügeln, welche um radial gerichtete und mit ihren Mittellinien in einer gewissen Entfernung e parallele Axen drehbar gemacht werden, nämlich durch Constanterhaltung der normalen Winddrucke $= R$ auf dieselben, bezw. der Momentensummen $= z R e$ vermittels eines an entsprechend veränderlichem Hebelarm wirkenden Gewichtes G. Unter α die Neigung jedes Flügels gegen die Windrichtung, und unter v seine Umdrehungsgeschwindigkeit im Mittelpunkte des Drucks R verstanden, ist dann nämlich

$$A = z R \cos\alpha \,.\, v,$$

so dass die Unveränderlichkeit von A durch einen umgekehrt proportional $v \cos\alpha$ veränderlichen Hebelarm von G erreicht wird, indem z. B. das Seil oder die Kette, woran G hängt, um eine entsprechend gestaltete Curvenscheibe geschlungen ist. Zur Construction dieser Scheibe wäre nur zu berücksichtigen, dass die Lage des Druckmittelpunktes in der Mittellinie eines Flügels, dass somit auch v von dem (zur Windgeschwindigkeit c nach Obigem in Beziehung gesetzten) Neigungswinkel α abhängt, und zwar bei constanter Winkelgeschwindigkeit ω mit abnehmender Neigung selbst abnimmt nach einem ohne allzu grosse Schwierigkeit bestimmbaren Gesetze.

D. Wärmemotoren.

§. 60. Wesen und Arten von Wärmemotoren.

Das allgemeine Princip, welches einem Wärmemotor (einer calorischen oder Wärme-Kraftmaschine) zu Grunde liegt, besteht darin, dass eine Flüssigkeit im weiteren Sinne des Wortes einem Kreisprocesse, d. h. einer Zustandsänderung, bei welcher sie in den anfänglichen Zustand zurückkehrt

(entsprechend einer in sich zurücklaufenden oder geschlossenen Zustandscurve, Bd. I, §. 13), in der Art wiederholt unterworfen wird, dass ihr dabei mehr Wärme mitgetheilt, als entzogen, somit die überschüssig mitgetheilte Wärme als äussere Arbeit (Expansionsarbeit) gewonnen wird. Die Mittheilung der Wärme wird in der Regel durch eine Feuerung (durch Verbrennung eines Brennstoffes), ihre Entziehung durch Kühlwasser vermittelt. Die durch ihre Zustandsänderung den Arbeitsgewinn (die Verwandlung von Wärme in Arbeit bezw. äusseres Arbeitsvermögen) vermittelnde Flüssigkeit heisse die Arbeitsflüssigkeit der Maschine. Mit meistens sehr kleinem Fehler kann von ihrer lebendigen Kraft in jedem Augenblicke abgesehen werden, sowie auch von Verschiedenheiten des Drucks und der Temperatur in verschiedenen Punkten ihrer selbst und ihrer unmittelbaren Umgebung, so dass im Princip die Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit als umkehrbar (Bd. I, §. 13) zu betrachten ist.

Behufs Erzielung einer grossen Expansionsarbeit ist eine grosse Volumenänderung nöthig. Feste oder beständig tropfbar flüssig bleibende Körper sind deshalb zu technischem solchen Zwecke als vermittelnde Körper ausgeschlossen, vielmehr ist die Arbeitsflüssigkeit entweder beständig luftförmig flüssig, oder es erstreckt sich ihre Zustandsänderung auf den Uebergang von dem Zustande tropfbarer in den Zustand luftförmiger Flüssigkeit (Dampf) und umgekehrt. Im letzteren Falle ist sie fast immer Wasser bezw. Wasserdampf, wie wenigstens im Folgenden ohne anderweitige Angabe stets vorausgesetzt ist; der Motor heisst eine Dampfmaschine. Im ersteren Falle ist die Arbeitsflüssigkeit im Allgemeinen atmosphärische Luft oder ein Gemisch derselben mit Verbrennungsgasen, die Maschine entsprechend als Luftmotor zu bezeichnen; ein besonderer Fall derselben ist der Gasmotor oder die Gaskraftmaschine mit einem Gemische von atmosphärischer Luft und Leuchtgas bezw. den Verbrennungsprodukten desselben als Arbeitsflüssigkeit.

Die Wärmemotoren können ferner als geschlossene und offene unterschieden werden. Unter einer geschlossenen Wärmekraftmaschine soll eine solche verstanden werden, bei welcher (abgesehen von dem Ersatz für Verluste infolge unvollkommener Dichtungen, überhaupt von Nebenumständen) dem obigen Princip entsprechend die Arbeitsflüssigkeit thatsächlich stets dieselbe bleibt, indem sie den wiederholten Kreisläufen von Zustandsänderungen unterworfen ist. Dieser Voraussetzung entspricht z. B. eine Condensations-Dampfmaschine, und zwar unmittelbar dann, wenn die Condensation des Dampfes auf oberflächlicher Abkühlung, jedoch auch

dann, wenn sie auf Mischung mit kaltem Wasser beruht, indem man sich im letzteren Falle vorstellen kann, dass es eben das durch die Condensation entstandene Wasser ist, welches zur Speisung des Kessels wieder verwendet und so einem neuen Kreislaufe von Zustandsänderungen zugeführt wird; der Kessel ist nämlich ebensowohl wie der Condensator als Bestandtheil der Maschine zu betrachten. Bei einer offenen Wärmekraftmaschine entweicht die Arbeitsflüssigkeit periodisch in die Atmosphäre und muss durch neue Flüssigkeit von atmosphärischem Druck ersetzt werden, so dass es sich nicht thatsächlich um einen Kreisprocess handelt, wie z. B. im Falle einer Dampfmaschine ohne Condensation; indem aber in diesem Falle die Arbeit dieselbe ist, wie bei einer Condensations-Dampfmaschine, in dessen Condensator atmosphärischer Druck stattfindet, kann man sich im Princip auch bei einer offenen Wärmekraftmaschine die Zustandsänderung unbeschadet der gewonnenen Arbeit zu einem Kreisprocesse ergänzt denken durch den Uebergang der von der Maschine mit atmosphärischer Pressung ausgestossenen Arbeitsflüssigkeit bei dieser constanten Pressung in das anfängliche Volumen, z. B. im Falle der Dampfmaschine durch den mit entsprechender Wärmeentziehung verbundenen Uebergang des Auspuffdampfes in Speisewasser bei atmosphärischem Druck.

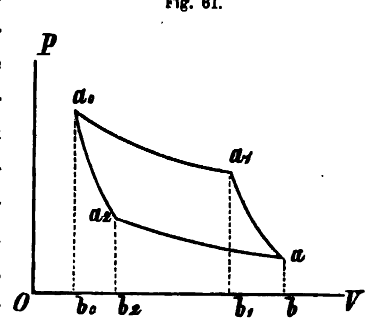
Ein offener Wärmemotor kann eine offene oder geschlossene Feuerung haben, d. h. es können die gasförmigen Verbrennungsproducte der Feuerung entweder offen (durch eine Esse) in die Atmosphäre entweichen, nachdem sie bei der Wärmeabgabe an die Arbeitsflüssigkeit durch eine als Heizfläche wirkende Scheidewand von ihr getrennt geblieben sind, oder sie können durch Mischung mit der Arbeitsflüssigkeit die Wärme an dieselbe übertragen und mit ihr gemischt in der Maschine Arbeit leistend wirken, so dass dann die Verbrennungsgase als Bestandtheil der Arbeitsflüssigkeit zu betrachten sind. Ein geschlossener Wärmemotor hat nothwendig stets eine offene Feuerung, so dass eine geschlossene Feuerung eine offene Maschine voraussetzt.

Während die Dampfmaschine eine offene oder geschlossene Maschine mit stets offener Feuerung ist, finden sich bei dem Luftmotor alle hier erwähnten Unterschiede vertreten. Der Gasmotor insbesondere ist eine offene Maschine mit geschlossener Feuerung, indem der Verbrennungsraum des Brennstoffs, hier des Leuchtgases, in das Innere des Maschinencylinders selbst verlegt ist und das Product dieser Verbrennung mit der überschüssigen Luft gemischt treibend auf den Kolben wirkt, dann aber ins Freie entweicht.

§. 61. Absoluter Effect.

Die durch einen Kreisprocess der Arbeitsflüssigkeit gewonnene Arbeit wird dargestellt durch die Fläche $= \int p\,dv$, welche von der entsprechenden Zustandscurve umschlossen wird, nämlich von der in sich zurücklaufenden Curve, deren Coordinaten im Sinne rechtwinkliger Axen OV und OP bezw. = dem Volumen V und = der Pressung p der Flüssigkeit im Verlaufe des Kreisprocesses sind. Diese Fläche ist bei gegebener Ausdehnung im Sinne der Axe OV um so grösser, je grösser ihre mittlere Ausdehnung im Sinne der Axe OP, je grösser also die durchschnittliche Pressung bei der Volumenzunahme und je kleiner dieselbe bei der Volumenabnahme ist. Indem nun die zu Wärmemotoren verwendeten Arbeitsflüssigkeiten von solcher Art sind und sich in ihnen stets in solchen Zuständen befinden, dass bei gleich bleibendem Volumen die Pressung zugleich mit der Temperatur zu- oder abnimmt, und dass bei gleich bleibender Temperatur die Mittheilung oder Entziehung von Wärme mit Zunahme bezw. Abnahme des Volumens verbunden ist, ergiebt sich für gewisse Temperaturgrenzen T_1 und T_2 (als absolute Temperaturen verstanden) und für eine gewisse gesammte Volumenänderung das Maximum der Arbeit bei einem solchen Verlaufe des Kreisprocesses, dass bei der Volumenzunahme möglichst lange die grösste, bei der Volumenabnahme möglichst lange die kleinste Temperatur stattfindet, dass also die Temperatur bei der Mittheilung von Wärme constant = der Maximaltemperatur T_1 ist, bei der Entziehung von Wärme constant = der Minimaltemperatur T_2. Der Kreisprocess ist dann ein solcher, welcher im §. 14, Bd. I als einfacher umkehrbarer Kreisprocess bezeichnet wurde, dessen Zustandscurve aus zwei isothermischen und zwei adiabatischen Curven besteht. Er sei durch Fig. 61 versinnlicht. Die stetig aufeinander folgenden Zustände der Arbeitsflüssigkeit entsprechen den Coordinaten (= Volumen und Pressung) eines Punktes, welcher im Sinne $a_0\,a_1\,a\,a_2\,a_0$ diese Zustandscurve durchläuft, deren umgrenzte Fläche die gewonnene Arbeit darstellt; dabei ist $a_0\,a_1$ eine isothermische Curve $T = T_1$, der Wärmemittheilung entsprechend, $a\,a_2$ eine isothermische

Fig. 61.



Curve $T = T_2$, der Wärmeentziehung entsprechend, während $a_1 a$ und $a_2 a_0$ adiabatische Curven sind. Ist dann Q_1 die mitgetheilte, Q_2 die entzogene Wärme, so ist (Bd. I, §. 14, Gl. 4):

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

und somit, unter A den Wärmewerth der Arbeitseinheit verstanden, die gewonnene Arbeit für einen Kreisprocess

$$= \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{Q_1}{A}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$$

und pro Sekunde, wenn Q die pro Sekunde mitgetheilte Wärme bedeutet,

$$E_0 = \frac{Q}{A}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{Q}{A\,T_1}(T_1 - T_2) \;\ldots\ldots\ldots \;(1).$$

Bezeichnet man eine Grösse von der Art wie $\frac{Q}{A\,T_1}$ mit Zeuner als ein Wärmegewicht, eine positive Temperaturdifferenz als Wärmegefälle, so kann die Arbeit E_0 aufgefasst werden als eine solche, welche dem pro Sekunde mitgetheilten Wärmegewichte $\frac{Q}{A\,T_1}$ und dem Wärmegefälle $T_1 - T_2$ ebenso entspricht, wie der absolute Effect $E_0 = G\,H$ eines Wassermotors dem Niedersinken des pro Sekunde zufliessenden Wassergewichtes G von der Höhe H = dem disponiblen Gefälle. Die Arbeit E_0 gemäss (1) heisse deshalb der absolute Effect eines Wärmemotors; sie ist die grösste Arbeit, welche pro Sekunde gewonnen werden könnte mit einem pro Sekunde mitgetheilten Wärmegewichte $\frac{Q}{A\,T_1}$ bei dem Wärmegefälle $T_1 - T_2$, oder mit einer pro Sekunde mitgetheilten Wärmemenge Q bei den Grenztemperaturen T_1 und T_2 des Kreisprocesses.

Für ein gegebenes Q ist E_0 um so grösser, je grösser T_1 und je kleiner T_2 ist, analog wie der absolute Effect eines aus einem Flusse zu beaufschlagenden Wassermotors um so grösser ausfällt, je näher an der Quelle der Obergraben vom Flusse abgezweigt wird und je näher an der Mündung der Untergraben einmündet (bei immer gleich angemessener Anlage beider Gräben). Sowie jedoch bei Wassermotoren die Vergrösserung von E_0 in dieser Hinsicht praktisch begrenzt ist, verhält es sich auch bei Wärmemotoren. Die Vergrösserung von T_1 ist beschränkt durch die erreichbare Temperatur der Verbrennungsprodukte und durch die begrenzte Widerstandsfähigkeit der zu den festen Bestandtheilen der Maschine, zur Dichtung, Reibungsverminderung u. s. w. anzuwendenden

Materialien gegen den Einfluss der Hitze (besonders bei Luftmotoren) oder gegen den mit T_1 wachsenden Druck (besonders bei Dampfmaschinen); die Verkleinerung von T_2 ist begrenzt durch die natürliche Temperatur der oberflächlichen Erdschichten und der angrenzenden Atmosphäre, sofern eine noch kleinere Temperatur nicht ohne Aufwand von Arbeitsvermögen zu erreichen wäre. Nur besteht zwischen Wärme- und Wassermotoren der Unterschied zu Gunsten der letzteren, dass bei diesen das Gefälle der weiter gegen den Ursprung oder gegen die Mündung zu liegenden Flussstrecken durch andere Motoren verwerthet werden kann, während bei der Wärmeverwerthung zu Arbeitszwecken Temperaturen $> T_1$ und $< T_2$ praktisch ausgeschlossen sind.

§. 62. Nutzeffect und Wirkungsgrad.

Der Nutzeffect E eines Wärmemotors ist kleiner, als der absolute Effect E_0

1) wegen der Wärmeverluste, welche theils durch Verluste an Arbeitsflüssigkeit, theils durch Wärme-Leitung und -Strahlung der dieselbe einschliessenden Wände verursacht werden (entsprechend den Wasserverlusten bei Wassermotoren);

2) wegen der Abweichung des wirklichen Gesetzes der Zustandsänderung von dem idealen Kreisprocesse Fig. 61 (entsprechend den Gefällverlusten bei Wassermotoren);

3) wegen der (bei allen Maschinen vorkommenden) Arbeitsverluste durch Reibung und Nebenwiderstände überhaupt.

Diesen Umständen entsprechend kann auch der Wirkungsgrad η zerlegt, nämlich

$$\eta = \frac{E}{E_0} = (1 - w)\,\eta_c\,\eta_i \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

gesetzt werden. Dabei bedeutet

w den verhältnissmässigen Wärmeverlust, also $(1 - w)Q$ denjenigen Theil der pro Sekunde mitgetheilten Wärme Q, welcher nach Abzug der Verluste zur Nutzwirkung in der Maschine gelangt;

η_c den calorischen Wirkungsgrad (entsprechend dem hydraulischen Wirkungsgrade eines Wassermotors), nämlich das Verhältniss der Arbeit, welche der wirklichen Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit entspricht, zu derjenigen Arbeit, welche bei denselben Grenztemperaturen dem idealen Kreisprocesse entsprechen würde;

η_i den indicirten Wirkungsgrad = dem Verhältnisse der (durch

ein Bremsdynamometer zu ermittelnden) Nutzarbeit zu der (durch den Indicator zu ermittelnden) sogenannten indicirten Arbeit, d. i. der Expansionsarbeit der Arbeitsflüssigkeit bei ihrer Zustandsänderung.

Die Beurtheilung eines Wärmemotors in wirthschaftlicher Beziehung geschieht nun aber mit Rücksicht auf die Menge eines gewissen Brennstoffes, welche zur Gewinnung eines gewissen Nutzeffects durch die Maschine in der Zeiteinheit gebraucht wird, indem die Wärme, welche durch seine Verbrennung günstigsten Falles entwickelt werden könnte. insoweit sie nicht in der Maschine zur Wirkung kommt, zu Arbeitsgewinnung unbedingt, im Allgemeinen auch für andere wirthschaftliche Verwendungen verloren ist. Der wirthschaftliche Werth und entsprechende Preis eines Brennstoffes ist bedingt durch den Heizeffect K (Bd. I, §. 159) der Gewichtseinheit desselben. Nennt man das Verhältniss des Wärmeäquivalents $= AE$ des Nutzeffects eines Wärmemotors zu dem Heizeffecte $= BK$ der zu seiner Gewinnung in der Sekunde gebrauchten Brennstoffmenge $= B$ Kgr. den **wirthschaftlichen Wirkungsgrad**, so besteht derselbe ausser dem Factor η, der im Gegensatze dazu als **mechanischer Wirkungsgrad** zu bezeichnen ist, aus einem zweiten Factor η_0, welcher das Verhältniss $\frac{AE_0}{BK}$ bedeutet:

$$\frac{AE}{BK} = \frac{AE_0}{BK}\frac{E}{E_0} = \eta_0\,\eta = \eta_w \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Der Factor η_0 kann selbst wieder, ebenso wie η gemäss (1), passend in 3 Factoren zerlegt werden:

$$\eta_0 = \eta_1\,\eta_2\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

und zwar bedeute:

η_1 den **Wirkungsgrad der Feuerung** oder des Herdes, d. h. das Verhältniss der in der Feuerung pro Sekunde nutzbar entwickelten (theils an die Heizgase übergegangenen, theils im Falle einer directen Heizfläche dieser direct vom Verbrennungsherde aus zugestrahlten) Wärmemenge W zu dem Heizeffecte $= BK$ des gleichzeitig verbrannten Brennstoffes;

η_2 den **Wirkungsgrad des Heizcanals**, d. h. das Verhältniss der pro Sekunde an die Arbeitsflüssigkeit übergegangenen Wärme Q zu jener Wärme W, während

$$\eta_1\,\eta_2 = \frac{W}{BK}\cdot\frac{Q}{W} = \frac{Q}{BK}$$

als wirthschaftlicher Wirkungsgrad der Heizanlage zu bezeichnen ist;

$1 - \frac{T_2}{T_1}$ das der Gleichung (1) im vorigen Paragraph entsprechende Verhältniss des Wärmewerthes $= A E_0$ des absoluten Effects zur Wärme Q.

Gemäss (1) und (3) ist der wirthschaftliche Wirkungsgrad:

$$\eta_w = \eta_0 \eta = \eta_1 \eta_2 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)(1 - w)\, \eta_c \eta_i \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4),$$

und es lässt diese Darstellung desselben als Product von 6 Factoren den Einfluss der Eigenthümlichkeiten des Wärmemotors auf η_w zergliedert hervortreten. Im Allgemeinen sind die einzelnen Motorensysteme im Vergleich mit anderen durch grössere Werthe einzelner jener Factoren ausgezeichnet, oft freilich auf Kosten von anderen derselben, so dass die Vergleichung der Producte η_w näherer Prüfung bedürftig bleibt. Bei Gasmotoren z. B., überhaupt im Falle einer geschlossenen Feuerung, ist $\eta_2 = 1$, dieser grösstmögliche Werth aber begleitet von einem grösseren Werthe von T_2, wie überhaupt bei Luftmotoren im weiteren Sinne im Vergleich mit Dampfmaschinen. Freilich pflegt dagegen T_1 wesentlich grösser zu sein, als bei Dampfmaschinen, bei welchen die höchste Temperatur durch das Druckmaximum bestimmt und enger begrenzt ist, so dass der Factor $1 - \frac{T_2}{T_1}$ bei Luftmotoren im Allgemeinen grösser ist; doch steht auch diesem Vorzuge wieder der Nachtheil eines kleineren calorischen Wirkungsgrades η_c gegenüber, indem der wirkliche Verlauf eines Kreisprocesses vom idealen mehr verschieden zu sein pflegt, als bei Dampfmaschinen.

Uebrigens braucht kaum hervorgehoben zu werden, dass die Betriebskosten pro Einheit der Nutzarbeit ausser von η_w noch von anderen Umständen abhängen, insbesondere vom örtlichen Preise des Brennstoffes, von dem Aufwande für Schmiermittel, Instandhaltung und Bedienung im Betriebe, und dass die Gesammtkosten der Arbeitseinheit ausser durch Generalunkosten wesentlich auch durch die Kosten der Maschine selbst und ihrer auch ohne Betrieb nöthigen Instandhaltung mit Berücksichtigung ihrer Dauerhaftigkeit und der mehr oder weniger vorhandenen Stetigkeit des Betriebes bedingt sind. Selbst diese Gesammtkosten der Arbeitseinheit sind nicht allein entscheidend für die Vortheilhaftigkeit eines bestimmten Motors, indem noch z. B. je nach den Umständen des betreffenden Falles ausser der Sicherheit gleichmässiger Wirkung im Betriebe, der Gleichförmigkeit des Ganges, der mehr oder weniger grossen Gefährlichkeit oder Unannehmlichkeit des Betriebes, den Verlusten an Zeit und Wärme infolge des Anlassens und

Abstellens der Maschine mancherlei Erwägungen in Betracht kommen können, welche, weil lediglich praktischer Natur, hier von der Erörterung ausgeschlossen sind.

I. Dampfmaschinen.

a. Dampfkessel.

§. 63. Uebersicht üblicher Arten und zu Grunde liegender Gesichtspunkte.

Der Kreislauf des Wassers in einer Dampfmaschine mit Condensation umfasst insbesondere die Vorgänge in dreierlei Räumen, bezw. Bestandtheilen der vollständigen Maschine: im Kessel, im Cylinder (bezw. in den zwei oder mehr Cylindern) und im Condensator; bei einer Dampfmaschine ohne Condensation kann nach §. 60 die Atmosphäre als Condensator von besonderer Art angesehen werden. In dem gewöhnlich aus Eisenblech hergestellten Kessel findet die Mittheilung von Wärme und Verdampfung des Wassers, im Cylinder die im Allgemeinen mit weiterer Expansion des Dampfes verbundene Arbeitsleistung, im Condensator die Entziehung von Wärme und Condensation des Dampfes zu Wasser statt, abgesehen von mehr oder weniger nebensächlichen Vorgängen, von welchen im Fortgange der folgenden Erörterungen die Rede sein wird. Obschon sonach der Kessel im Princip als Bestandtheil der vollständigen Dampfmaschine zu betrachten ist, ist seine gesonderte Besprechung doch schon zur Vermeidung von Wiederholungen angezeigt, sofern die gleiche Kesselanlage mit übrigens verschiedenartigen Maschinen, und umgekehrt dasselbe Maschinensystem mit verschiedenartigen Kesselanlagen verbunden sein kann.

Entsprechend der Aufgabe eines Dampfkessels, in einer gewissen Zeit die Verwandlung einer gewissen Menge Speisewasser von gegebener Temperatur möglichst ökonomisch in gesättigten Dampf von höherer Temperatur und entsprechender Pressung zu vermitteln, sind verschiedene Kessel-Formen und Anordnungen gebräuchlich, deren Beurtheilung von den Umständen und Anforderungen des betreffenden Falles abhängig und dabei besonders durch die Rücksichten bezüglich der Oberfläche auf die Heizfläche, bezüglich des Volumens auf den Wasserraum und Dampfraum, sowie auch auf die Trennungsfläche dieser beiden Räume bedingt ist.

Heizfläche ist die Fläche des Theiles der Kesselwand, welcher einerseits von den Heizgasen (den gasförmigen Producten der Feuerung), andrerseits von Wasser berührt wird; der Theil derselben, welcher ev.

der Bestrahlung durch den glühenden Brennstoff und die Flamme ausgesetzt ist, heisst directe Heizfläche. Zwar werden auch wohl die Heizgase, bevor sie in die Esse abziehen, an einem andererseits von Dampf berührten Theile der Kesselwand entlang geführt; doch wird dieser nicht als Heizfläche gerechnet, sofern die hier wesentlich schwächere Wärmeübertragung nur zur Trocknung des mehr oder weniger feuchten Dampfes dienen kann. Ist D die in der Zeiteinheit, etwa in der Stunde zu entwickelnde Dampfmenge, so wird die dazu erforderliche Heizfläche F (mit welcher im Allgemeinen natürlich die Grösse und die Kosten des Kessels wachsen) verkleinert durch Vergrösserung ihrer durchschnittlichen specifischen Verdampfung $\frac{D}{F}$, was insbesondere durch Vergrösserung der durchschnittlichen Temperatur der Heizgase längs der Heizfläche infolge grösserer Anstrengung des Kessels, d. h. durch Vergrösserung von $\frac{B}{F}$, nämlich der pro 1 Quadratmeter Heizfläche stündlich verbrannten Brennstoffmenge B geschehen kann; freilich muss dann jene Vergrösserung von $\frac{D}{F}$ durch eine erheblichere Vergrösserung von $\frac{B}{F}$, somit durch Verkleinerung von $\frac{D}{B}$, d. h. der mit 1 Kgr. Brennmaterial zu verdampfenden Wassermenge erkauft werden. Von den Umständen hängt es ab, ob das eine oder das andere ausschlaggebend ist. Unter allen Umständen ist die specifische Verdampfung durch Verminderung des Widerstandes gegen die Wärmeübertragung thunlichst zu befördern, indem die betreffende Kesselwand aussen von Flugasche, innen von Schlamm und Kesselstein möglichst frei gehalten, sowie durch angemessene Form und Lagerung des Kessels grössere Dampfansammlungen längs der Heizfläche verhindert werden, dagegen eine lebhafte Bewegung des Wassers längs derselben befördert wird.

Je grösser der Wasserraum (der von Wasser erfüllte Raum) eines Dampfkessels ist, desto kleiner ist die Veränderlichkeit der Temperatur und Spannung in demselben infolge der immer mehr oder weniger ungleichförmigen Speisung, Dampfentnahme durch die Maschine und Wärmemittheilung durch die Feuerung, desto längere Zeit erfordert dann aber das Anheizen, und desto mehr wächst der Wärmeverlust, welcher bei längeren Betriebspausen mit der Erkaltung des Kessels verbunden ist. Hinsichtlich angemessener Grösse des Wasserraumes sind deshalb in hohem Grade die jeweiligen Umstände massgebend.

Ein grosser Dampfraum befördert die Trennung des Dampfes von mitgerissenem Wasser; doch kann auch bei mässiger verhältnissmässiger Grösse des Dampfraumes dasselbe durch entsprechende Anordnungen, insbesondere durch thunlichste Entfernung des Dampfauslassventils von der Wasseroberfläche im Kessel erzielt werden, z. B. mit Hülfe eines Dampfdomes oder Dampfsammlers, der mit dem Kesselraume zunächst über der Wasseroberfläche durch eine nicht zu grosse Oeffnung communicirt, um den unmittelbaren Einfluss der Wallungen des Wassers von ihm abzuhalten. Ein Wassergehalt des Betriebsdampfes ist nicht nur insofern nachtheilig, als die Wärme dieses Wassers bei der Einströmung des Dampfes in den Cylinder und bei seiner Expansion keine Gelegenheit zur Umsetzung in nützliche Arbeit findet, sondern auch deshalb, weil das betreffende Wasser bei der Ausströmung des Dampfes in den Condensator bezw. in die Atmosphäre noch nachträglich verdampft werden kann durch Wärme, welche von der Cylinderwand abgegeben wird und demnächst durch solche Wärme ersetzt werden muss, welche unter anderen Umständen nützliche Arbeit hätte leisten können.

Auch durch eine grosse Trennungsfläche des Wasser- und Dampfraumes wird die Trockenheit des entwickelten Dampfes befördert, indem seine Entwicklung ohne zu heftige Wallungen des Wassers erleichtert wird. Mit Rücksicht auf die Gefährlichkeit von Wassermangel im Kessel werden zudem die Speisevorrichtungen stets viel leistungsfähiger eingerichtet, als unter normalen Umständen nöthig wäre, so dass die Speisung gewöhnlich mit Unterbrechungen stattfindet; die dadurch bedingten Veränderungen der Höhenlage der Wasseroberfläche sind um so kleiner, je grösser diese Oberfläche ist. —

Die üblichen Kesselformen sind ausser durch die besprochenen Erwägungen besonders noch bedingt durch die Rücksicht auf grösstmögliche Widerstandsfähigkeit gegen den Dampfdruck. Dieselbe hat in Verbindung mit praktischen Rücksichten (auf die Herstellung des Kessels selbst, des Heizcanals u. s. w.) in der Hauptsache die Cylinderform herrschend gemacht; die Anwendung ebener Kesselwände wird auf besondere Umstände beschränkt, wie sie z. B. bezüglich der Feuerbüchsen von Locomotivkesseln vorliegen.

Durchmesser und Länge des einfachen Cylinderkessels sind praktisch beschränkt; insbesondere wird der Durchmesser, mit welchem nahe proportional auch die Blechdicke wachsen muss, selten $> 1{,}8$ Mtr. gemacht. Eine Vergrösserung der Heizfläche kann aber durch Verbindung des cylindrischen Hauptkessels mit Siederöhren oder Heizröhren erzielt werden.

Sie der öhren sind cylindrische geschlossene Röhren, welche (gewöhnlich eine, zwei oder drei) unterhalb des Hauptkessels durch Stutzen mit ihm communicirend verbunden sind und bei vollständiger Wassererfüllung von den Heizgasen äusserlich berührt werden. Heizröhren oder Flammröhren sind durch den Wasserraum des Kessels der Länge nach hindurchgeführt, so dass sie äusserlich vom Wasser berührt werden, während die Heizgase hindurchströmen. Der Wasserraum wird somit durch Sie deröhren vergrössert, durch Heizröhren verkleinert.

Soll in den Siederöhren das Wasser wirklich bis zum Sieden erhitzt werden, so ist es nöthig, sie etwas geneigt anzuordnen und den Verbindungsstutzen an der höchsten Stelle anzubringen, damit der Dampf ohne Ansammlung im Sieder ungehindert in den Hauptkessel gelange; oft haben indessen die Sieder nur die Aufgabe der Erwärmung des Wassers bis nahe zur Siedetemperatur, in welchem Falle sie als Vorwärmer bezeichnet werden.

Eine besonders ausgiebige Vergrösserung der Heizfläche kann durch Heizröhren dann erzielt werden, wenn sie nicht einfach oder zweifach als verhältnissmässig weite, sondern in grösserer Zahl als entsprechend enge Röhren durch den Wasserraum geführt werden. Dergleichen im engeren Sinne sogenannte Heizröhren- oder schlechtweg Röhrenkessel sind insbesondere als Schiffs- und Locomotivkessel, überhaupt als transportable Kessel gebräuchlich, bei welchen es vorzugsweise darauf ankommt, eine grosse Heizfläche in beschränktem Raume zu beschaffen. In der That wird durch n Heizröhren vom Durchmesser d statt einer einzigen vom Durchmesser d_0 bei gleicher Länge und bei gleicher Grösse des Gesammtquerschnitts, d. h. im Falle

$$n d^2 = d_0^2$$

die Heizfläche vergrössert im Verhältnisse

$$\frac{n d}{d_0} = \sqrt{n}.$$

Unter Röhrenkesseln schlechtweg versteht man übrigens heutzutage vorzugsweise und passender solche, welche gleichfalls besonders zum Zwecke grosser Heizfläche in kleinem Raume lediglich aus engeren Röhren bestehen, welche letzteren somit den Charakter nicht von Heizröhren, sondern von Siederöhren haben. Durch den Ausschluss von weiten unter Druck stehenden Röhren oder Kesselbestandtheilen überhaupt wird zugleich die Explosionsgefahr wesentlich vermindert trotz kleinerer Wandstärken.

Demselben Zwecke (Vergrösserung der Heizfläche ohne Vergrösserung des ganzen Volumens) dienen auch manche andere mehr oder weniger künstliche Modificationen oder Zugaben des Kessels, insbesondere z. B. die Galloway-Röhren, nämlich kurze nach oben etwas erweiterte conische Röhren, welche in nahe verticaler Lage das Flammrohr eines Kessels quer durchsetzen und zugleich eine wirksame Versteifung dieses, wenn auch in solchem Falle länglich rund im Querschnitte gemachten, Flammrohrs, sowie eine vortheilhafte Circulation des Wassers vermitteln. Weniger Anwendung haben die Field-Röhren gefunden, nämlich unten abgerundet geschlossene Röhren, welche vom Wasserraume sich vertical hängend in den Feuerraum erstrecken und in welchen durch coaxiale engere und beiderseits offene Röhren eine lebhafte Circulation des Wassers (im inneren Rohre abwärts, im hohlcylindrischen Raume zwischen ihm und dem äusseren Rohre aufwärts) stattfindet, freilich kaum in dem Grade, dass die störende Wirkung dieser hängenden Röhren als Schlammsäcke dadurch verhindert werden könnte. —

Eine Kesselanlage umfasst bei gegebener Form des Kessels ausser der Lagerung desselben insbesondere die Anordnung der Feuerung (des Herdes), des Heizcanals, dessen einzelne am Kessel entlang geführte Strecken als Züge bezeichnet werden, und der Esse. Die Lage des Kessels ist in der Regel nahe horizontal, nur unter besonderen Umständen (bei beschränkter Grundfläche) vertical.

In Betreff der Beschaffenheit und Bedienung des Herdes sei auf Bd. I, §§. 162 und 163 verwiesen. Bezüglich seiner Lage gegen den Kessel sind Vorfeuerung, Unterfeuerung und Innenfeuerung zu unterscheiden, deren Vorzüge und Nachtheile aus den Erörterungen a. a. O. hervorgehen; im Allgemeinen lässt sich annehmen, dass die Vorfeuerung für η_1 (§. 62), die Unter- und Innenfeuerung für η_2 günstiger ist, während die verhältnissmässige Grösse des resultirenden Wirkungsgrades $\eta_1 \eta_2$ der Anlage in diesen verschiedenen Fällen nicht ohne Weiteres und allgemein beurtheilt werden kann. Der Wirkungsgrad η_1 des Herdes, ausser von seiner eigenen auch von der Beschaffenheit und Art des Brennmaterials, sowie von der Geschicklichkeit und Sorgfalt des Heizers abhängig, schwankt zwischen ziemlich weiten Grenzen, bei Steinkohlenfeuerung etwa zwischen 0,7 und 0,9. Einfache und Siederkessel erhalten meistens Unterfeuerung, und zwar Siederkessel unter dem Hauptkessel oder unter den Siedern, jenachdem letztere nur als Vorwärmer oder als eigentliche Sieder wirken sollen; Flammrohr- und Heizröhrenkessel erhalten oft auch Innenfeuerung, erstere in den Flammrohren, bezw. in

dem einen solchen Rohre, letztere in einer Feuerbüchse, an welche sich die engeren Heizröhren anschliessen. Die Feuerung des Tenbrink-Kessels ist als Combination von Unter- und Innenfeuerung zu betrachten; letztere, gewöhnlich zweifach, befindet sich in stark abwärts geneigten kurzen Flammrohren, die einen kurzen und verhältnissmässig weiten, im Uebrigen mit Wasser erfüllten Cylinderkessel diametral durchsetzen, welcher quer unter dem Hauptkessel, bezüglich seines Wasserraumes mit ihm communicirend, angebracht ist.

Die Anordnung des Heizcanals, welcher mit einem, zwei oder drei Längszügen bezw. ein- bis dreimal am Kessel entlang geführt zu werden pflegt, bietet grosse Mannigfaltigkeit dar. Bei einfachen Cylinderkesseln ist kein Grund vorhanden, dem Heizcanale mehr als einen Zug zu geben längs der unteren Hälfte der Kesselwand bei überall gleicher radialer Weite dieses Canals.

Bei Siederohrkesseln mit eigentlichen Siedern kann der erste Zug längs diesen, der zweite, durch ein Gewölbe vom ersten getrennt, am Ober- oder Hauptkessel entlang geführt werden. Sollen aber die sogenannten Sieder im Wesentlichen nur als Vorwärmeröhren dienen, so werden sie erst durch den zweiten, bezw. durch einen zweiten und dritten Zug geheizt. In diesem letzteren Falle kann dadurch, dass das Speisewasser an dem Ende eingeführt wird, wo die Heizgase zur Esse abziehen, der Heizfläche der Vorwärmeröhren (d. i. ihrer ganzen Oberfläche) annähernd die grössere Wirksamkeit einer Gegenstromheizfläche (Bd. I, §. 166) gegeben werden, wobei freilich die Möglichkeit nicht ausgeschlossen ist, dass die niedrige Temperatur des Kessels an jener Einführungsstelle des Speisewassers zur Condensation von Wasserdampf der auch schon erheblich abgekühlten Heizgase und dadurch zu Rostbildung Gelegenheit giebt.

Wenn bei Flammrohrkesseln die Heizgase nicht nur in einem Zuge längs dem Kessel geleitet werden, wie es insbesondere bei fehlender Einmauerung und vielen engeren Flammröhren oft der Fall ist, z. B. bei Locomotivkesseln, vielmehr in zwei oder drei Zügen, so ist es rathsam und üblich, den ersten oder wenigstens den zweiten Zug durch die Flammrohre gehen zu lassen; im Gegensatz zu äusseren Zügen wirken sie mit ihrer ganzen Oberfläche als Heizfläche, und es kommt diese grössere Leistungsfähigkeit um so mehr zur Geltung, je höher die Temperatur der Heizgase ist. Freilich ist damit der Uebelstand verbunden, dass die stärker erwärmten Flammröhren auch mehr ausgedehnt werden, als die Aussenwand des Kessels, wodurch schädliche Spannungen verur-

sacht werden. Vortheilhaft u. a. auch in dieser Beziehung sind wellenförmige Flammröhren, kurz Wellröhren genannt, deren ringsumlaufende abgerundete Erhöhungen und Vertiefungen die erwünschte Nachgiebigkeit gegen fragliche Einwirkung gewähren.

Während ein äusserer Zug nur mit einem Theile seiner Wand als Heizfläche wirkt, verursacht der andere Theil Wärmeverluste, welche den Wirkungsgrad η_2 des Heizcanals entsprechend verkleinern. Diese Verluste können vermindert werden durch theilweise Verwerthung der betreffenden Wärme zur Vorwärmung der Verbrennungsluft, indem dieselbe z. B. bei eingemauerten Kesseln durch einen im Mauerwerke ausgesparten Canal strömen muss, um unter den Rost zu gelangen. —

Einzelheiten in den erwähnten Beziehungen bleiben hier ausser Betracht, insbesondere auch die Ausrüstung eines Kessels (Sicherheitsventile, Wasserstandszeiger u. s. w.) und die Blechstärken, überhaupt die Festigkeitsverhältnisse. In den folgenden Paragraphen wird nur eingehender gehandelt von den Verhältnissen eines Kessels bezüglich der besonders massgebenden Grössen B (stündlicher Brennmaterialverbrauch, D (stündliche Dampfentwicklung) und F (Heizfläche); ferner von den Mitteln zur Bewirkung des nöthigen Zuges, d. i. der hinlänglich schnellen strömenden Bewegung von Verbrennungsluft und Heizgasen durch die Brennstoffschicht auf dem Roste, den Heizcanal und die Esse, sowie von der Speisung des Kessels und der Vorwärmung des Speisewassers.

§. 64. Gesetzmässigkeit des Wärmedurchganges von den Heizgasen durch die Kesselwand zum Wasser.

Untersuchungen über die Verhältnisse von Dampfkesseln bezüglich der Wirksamkeit von Heizflächen erfordern vor Allem eine hinlänglich zutreffende Annahme in Betreff der Gesetzmässigkeit des Wärmedurchganges durch die der Heizfläche entsprechende Kesselwand. In Wirklichkeit ist dieselbe sehr verwickelt und von manchen mehr oder weniger zufälligen Umständen abhängig; man muss sich mit einer Annäherung begnügen, welche bei hinlänglicher Einfachheit ihrer rechnerischen Verwerthung zu Ergebnissen führt, die mit praktischen Erfahrungen genügend übereinstimmen.

Wenn man, unter t und t' die Temperaturen bezw. der Heizgase und des Wassers verstanden, die durch 1 Quadratmeter Kesselwand stündlich übertragene Wärme

$$Q_1 = k(t - t')$$

setzt, so ist nach Bd. I, §. 164, Gl. (7):

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{e}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

unter α und α' die sogenannten Uebergangscoefficienten bezüglich der äusseren und inneren Wandoberfläche (übergehende Wärmemengen für je 1^0 Temperaturdifferenz beiderseits von dieser Fläche), unter λ den Leitungscoefficienten von der einen zur anderen Fläche durch die Wand von der Dicke e hindurch verstanden (geleitete Wärme für je 1^0 Temperaturgefälle pro Längeneinheit); diese Grössen sind ebenso wie der resultirende Durchgangscoefficient k auf das Meter als Längeneinheit und die Stunde als Zeiteinheit bezogen.

Nun kann man zunächst bemerken, dass durch den Leitungswiderstand des Kesselblechs und durch den Uebergangswiderstand von ihm zum Wasser der Coefficient k nur ganz nebensächlich beeinflusst wird; denn wäre selbst $e = 0{,}014$ Mtr., so wäre nach (1) mit

$$\lambda = 28 \text{ und } \alpha' = 5000 \text{ (Bd. I, §. 165)}$$

und mit $\frac{1}{\alpha} = 0$:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha'} + \frac{e}{\lambda}} = \frac{1}{0{,}0002 + 0{,}0005} = 1428,$$

während erfahrungsmässig diese für jeden Grad der beiderseitigen Temperaturdifferenz durch 1 Quadratmeter Heizfläche in einer Stunde durchschnittlich übertragene Wärme nur 20 bis 40 Calorien beträgt.

Was den somit vorzugsweise massgebenden Widerstand gegen den Uebergang der Wärme aus den Heizgasen in die Kesselwand betrifft, so wäre, unter

t die Temperatur der Heizgase,

t' die Temperatur der von ihnen berührten Oberflächenschicht der Wand,

t'' die Oberflächentemperatur äusserer Körper verstanden, mit welchen jene Wandschicht in Wärmeaustausch durch Strahlung sich befindet, gemäss den Untersuchungen von Dulong und Petit, über welche in Bd. I, §. 165 unter 3) berichtet wurde, die stündlich pro 1 Quadratmeter Wandfläche übergehende Wärme:

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= B + S \ldots\ldots\ldots\ldots \\ B &= 0{,}55\, b\, (t - t')^{1{,}233} \ldots\ldots \\ S &= 125\, s\, (1{,}0077^{t''} - 1{,}0077^{t'}) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

B ist der Theil dieser Wärme, welcher durch Berührung, S derjenige, welcher durch Strahlung der Kesselwand mitgetheilt wird. Setzt man dabei gemäss den Angaben am angeführten Orte

$$b = 4,\ s = 2{,}77,\ \text{so ist mit } t' = 150,\ 1{,}0077^{t'} = 3{,}16:$$

$$\left.\begin{array}{l} B = 2{,}2\,(t - t')^{1{,}233} \\ S = 1094\,(1{,}0077^{t'' - t'} - 1) \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots (3).$$

Mit B und S ergiebt sich

$$\alpha = \frac{Q_1}{t - t'} = \frac{B + S}{t - t'} \quad \ldots\ldots (4),$$

dann aus Gl. (1) mit obigen Werthen von α', λ und e:

$$k = \frac{1}{0{,}0007 + \frac{1}{\alpha}} \quad \ldots\ldots (5).$$

Ist die betrachtete Heizfläche ein Theil der Wandfläche des äusseren Zuges eines eingemauerten Kessels, so kann die Temperatur der übrigen Wandfläche dieses Zuges, mit welcher die Heizfläche in Wärmeaustausch durch Strahlung sich befindet, nahe $= t$, d. h. $t'' = t$ gesetzt werden, und man findet aus (3), (4), (5) z. B. für

$t - t' = t'' - t' =$	100	200	300
$B =$	643	1512	2493
$S =$	1262	3978	9828
$S:B =$	1,96	2,63	3,94
$\alpha =$	19,0	27,4	41,1
$k =$	18,8	26,9	40,0.

Gehört die Heizfläche einem Flammrohre an, so ist irgend ein Element derselben, dessen angrenzende Wandschicht die Temperatur t' besitzt, in Wärmeaustausch durch Strahlung mit Wandschichten, deren mittlere Temperatur auch $= t'$ ist, so dass, wenn solche Strahlung im Wesentlichen nur zwischen festen Körpern stattfände, nach (3) mit $t'' = t'$ sich $S = 0$, somit α und k erheblich kleiner ergeben würden, um so mehr, als die Temperaturdifferenz $t - t'$, mit welcher im Falle $t'' = t$ das Verhältniss $S:B$ wachsend gefunden wurde, bei Dampfkesseln im Durchschnitt wesentlich $> 300^0$ ist. Eine Ueberlegenheit der äusseren über die innere Heizfläche in solchem Grade giebt die Erfahrung nicht zu erkennen, und ist deshalb zu schliessen, dass die Wärmestrahlung im Wesentlichen aus dem Inneren der Heizgase heraus stattfindet, so dass zur Berechnung von α und k nach (3) bis (5) in allen Fällen $t'' = t$ zu setzen wäre, wenn nicht die grosse Verschiedenheit der Umstände bei den Versuchen von Dulong

und Petit, welche den Gleichungen (2) zugrundeliegen, im Vergleich mit den Umständen des Dampfkesselbetriebes überhaupt die Anwendung jener Versuchsergebnisse auf Dampfkessel bedenklich erscheinen liesse. Auch umfassten die Versuche nur Temperaturdifferenzen $t - t'$ bis 260°, während sie bei Dampfkesseln bis 1000° und darüber betragen können. Mit Sicherheit ist vorstehender Erörterung nur zu entnehmen, dass k mit $t - t'$ wächst, dass also mit wachsender Temperaturdifferenz der Wärmedurchgang verhältnissmässig mehr zunimmt, als diese; in welchem Grade und nach welchem Gesetze, ist aber am besten den Ergebnissen des Dampfkesselbetriebes zu entnehmen.

Besonders geeignet dazu sind Versuche von Noeggerath („Civilingenieur", Bd. X) mit einer offenen Abdampfpfanne, welche von der Feuerbrücke aus längs dem Heizcanal durch Scheidewände in 10 gleiche Abtheilungen getheilt war, so dass sich die Wassermengen leicht bestimmen liessen, welche unter atmosphärischem Drucke durch gleiche Heizflächen und unter sonst gleichen Umständen, nur bei allmählich abnehmender Temperatur der Heizgase, in längeren gleichen Zeiträumen verdampft wurden. Ist allgemein t' die constante Temperatur des Wassers (hier $= 100^0$), sind ferner t und $t + dt$ (dt negativ) die Temperaturen in zwei unendlich nahe benachbarten Querschnitten des Heizcanals, zwischen welchen das Element dF der Heizfläche enthalten ist, und wird der Wärmedurchgang versuchsweise der $(1 + x)$ten Potenz der bezüglichen Temperaturdifferenz proportional gesetzt, so ist, unter μ eine Constante verstanden, die durch das Flächenelement dF stündlich übertragene Wärme:

$$dQ = \mu (t - t')^{1+x} . dF.$$

Ist ferner B Kgr. die stündlich verbrannte Brennstoffmenge, G die pro 1 Kgr. desselben resultirende Gasmenge mit der specifischen Wärme c, und w die Wärme, welche für jede durch die Heizfläche übertragene Wärmeeinheit durch die übrige Heizfläche des Heizcanals nach aussen abgegeben wird (dieses Verhältniss w als constant vorausgesetzt), so ist auch:

$$dQ = -\frac{BGc}{1 + w} dt.$$

Die Gleichsetzung beider Ausdrücke von dQ ergiebt

$$dF = \frac{BGc}{(1 + w)\mu} \frac{-dt}{(t - t')^{1+x}}$$

und die Grösse der Heizfläche, längs welcher t von t_0 bis t_1 abnimmt,

$$F = \frac{BGc}{(1+w)\mu x}\left[\frac{1}{(t_1-t')^x} - \frac{1}{(t_0-t')^x}\right] \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Sind nun t_0, t_1, t_2, t_3 die Gastemperaturen in solchen Querschnitten des Heizcanals, welche dem Anfang und Ende von irgend drei aufeinander folgenden Abtheilungen der Siedepfanne entsprechen, also $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$ die den gleichen Heizflächen F dieser Abtheilungen entsprechenden Temperaturabnahmen des Gasstroms, welchen die in diesen Abtheilungen gleichzeitig verdampften Wassermengen D_1, D_2, D_3 proportional sind, so gilt Gl. (6) unmittelbar für die erste Abtheilung, bei Vertauschung von t_0 mit t_1 und t_1 mit t_2 für die zweite, von t_0 mit t_2 und t_1 mit t_3 für die dritte. Daraus folgt mit den Bezeichnungen

$$\Delta_0 = t_0 - t',\ \Delta_1 = t_1 - t',\ \Delta_2 = t_2 - t',\ \Delta_3 = t_3 - t'$$

$$\frac{1}{\Delta_1^x} - \frac{1}{\Delta_0^x} = \frac{1}{\Delta_2^x} - \frac{1}{\Delta_1^x} = \frac{1}{\Delta_3^x} - \frac{1}{\Delta_2^x}$$

$$\left(\frac{\Delta_1}{\Delta_0}\right)^x + \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_2}\right)^x = 2 = \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_1}\right)^x + \left(\frac{\Delta_2}{\Delta_3}\right)^x \quad \ldots\ldots\ldots (7),$$

und weil ferner sich verhält:

$$D_1 : D_2 : D_3 = t_0 - t_1 : t_1 - t_2 : t_2 - t_3$$
$$= \Delta_0 - \Delta_1 : \Delta_1 - \Delta_2 : \Delta_2 - \Delta_3,$$

so ist mit der Bezeichnung $a = \frac{\Delta_1}{\Delta_2}$ und mit Rücksicht auf die erste der Gleichungen (7):

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\frac{\Delta_0}{\Delta_1} - 1}{1 - \frac{\Delta_2}{\Delta_1}} = \frac{\frac{1}{(2-a^x)^{\frac{1}{x}}} - 1}{1 - \frac{1}{a}}$$

sowie mit Rücksicht auf die zweite Gleichung (7):

$$\frac{D_2}{D_3} = \frac{\frac{\Delta_1}{\Delta_2} - 1}{1 - \frac{\Delta_3}{\Delta_2}} = \frac{a - 1}{1 - \frac{1}{\left(2 - \frac{1}{a^x}\right)^{\frac{1}{x}}}}$$

oder mit den Bezeichnungen $q_1 = \frac{D_1}{D_2}$ und $q_2 = \frac{D_2}{D_3}$:

$$\frac{1}{2 - a^x} = \left(q_1 + 1 - \frac{q_1}{a}\right)^x$$

und

$$\frac{1}{2-\frac{1}{a^x}} = \left(1 - \frac{a-1}{q_2}\right)^x$$

oder

$$\left.\begin{aligned} \frac{a^x}{2-a^x} &= [(q_1+1)a - q_1]^x \\ \frac{a^x}{2a^x-1} &= \left(\frac{q_2+1-a}{q_2}\right)^x \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Diese Gleichungen bestimmen a und x, doch ist bei ihrer transcendenten Form die Eliminirung von a zur Entwickelung von x nicht möglich. Setzt man aber versuchsweise $x = 1$, so lassen sich die Gleichungen (8) umformen in

$$a = 2(q_1+1)a - 2q_1 - (q_1+1)a^2 + q_1 a$$

$$a = 2\frac{q_2+1}{q_2}a - \frac{2}{q_2}a^2 - \frac{q_2+1}{q_2} + \frac{1}{q_2}a$$

oder in

$$a^2 - \frac{3q_1+1}{q_1+1}a + \frac{2q_1}{q_1+1} = 0$$

$$a^2 - \frac{q_2+3}{2}a + \frac{q_2+1}{2} = 0.$$

Diese Gleichungen haben beide die Wurzel $a = 1$, welche hier ohne Bedeutung ist, ausserdem

$$\text{die erste: } a = \frac{2q_1}{q_1+1}, \quad \text{die zweite: } a = \frac{q_2+1}{2},$$

so dass die Annahme $x = 1$ die Beziehung

$$f(q_1, q_2) = (q_1+1)(q_2+1) - 4q_1 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

zur Folge hat, welche zur Prüfung der Annahme dienen kann.

Die folgende Zusammenstellung enthält unter der Bezeichnung D die Wassermengen, welche bei einem der Noeggerath'schen Versuche* mit 1 Kgr. Koks in den einzelnen 10 Abtheilungen der Siedepfanne verdampft wurden, in den anderen Columnen die Verhältnisse q der aufeinander folgenden Werthe von D und die Werthe von $f(q_1, q_2)$, welche den aufeinander folgenden Werthen von q entsprechen.

Nr.	D	q	$f(q_1, q_2)$	Nr.	D	q	$f(q_1, q_2)$
1	1,5118	1,9913	— 0,646	6	0,1918	1,3264	0,022
2	0,7592	1,4469	0,211	7	0,1446	1,2899	0,051
3	0,5247	1,4518	0,106	8	0,1121	1,2753	— 0,439
4	0,3614	1,4117	— 0,016	9	0,0879	1,0489	
5	0,2560	1,3347	0,093	10	0,0838		

* Siehe den Aufsatz „Eine neue Dampfkesseltheorie" von Prof. R. R. Werner in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 145.

Wäre der Wärmedurchgang der bezüglichen Temperaturdifferenz einfach proportional, also $x = 0$, so wäre Gl. (6) zu ersetzen durch

$$F = \frac{B\,G\,c}{(1+w)\,\mu}\, ln \frac{t_0 - t'}{t_1 - t'},$$

hier wäre also

$$\frac{t_0 - t'}{t_1 - t'} = \frac{\Delta_0}{\Delta_1} = \frac{\Delta_1}{\Delta_2} = \ldots = \frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_1 - \Delta_2} = \frac{\Delta_1 - \Delta_2}{\Delta_2 - \Delta_3} = \ldots$$

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{D_2}{D_3} = \ldots, \text{ d. h. } q_1 = q_2 = \ldots$$

und nach (9):

$$f(q_1, q_2) = (q_1 + 1)^2 - 4\,q_1 = (q_1 - 1)^2$$

= einer positiven Grösse. Der Umstand, dass $f(q_1, q_2)$ gemäss obiger Tabelle im Mittel einen kleinen negativen Werth $= -0{,}077$ hat, könnte sogar auf einen Werth von x schliessen lassen, der noch etwas > 1 ist. Indessen hat Werner aus der Gesammtheit der Noeggerath'schen und anderer Versuche

$$x = 1, \text{ ausserdem } \mu = 0{,}06$$

gefolgert, somit die bei den Temperaturen t und t' bezw. der Heizgase und des Wassers durch 1 Quadratmeter Heizfläche stündlich übertragene Wärme

$$= \mu\,\Delta^2 = 0{,}06\,(t - t')^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Wenn längs einer Heizfläche F die Temperatur der Heizgase von t_0 bis t_1, ihr Ueberschuss über die constante Wassertemperatur t' von Δ_0 bis Δ_1 abnimmt, so ist die stündlich durch F übertragene Wärme Q mit Rücksicht auf den Verlust $w\,Q$:

$$Q = \frac{B\,G\,c}{1+w}(t_0 - t_1) = \frac{B\,G\,c}{1+w}(\Delta_0 - \Delta_1).$$

Setzt man auch

$$Q = \mu\,F\,\Delta_m^2,$$

unter Δ_m eine hierdurch definirte mittlere betreffende Temperaturdifferenz verstanden, so folgt:

$$F = \frac{B\,G\,c}{(1+w)\,\mu}\,\frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_m^2}.$$

Indem aber nach Gl. (6) mit $x = 1$ auch

$$F = \frac{B\,G\,c}{(1+w)\,\mu}\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_0}\right) = \frac{B\,G\,c}{(1+w)\,\mu}\,\frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_0\,\Delta_1}$$

ist, so folgt schliesslich

$$\Delta_m^2 = \Delta_0\,\Delta_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11),$$

und die Wärme, welche durch die Heizfläche F bei von Δ_0 bis Δ_1 abnehmendem Temperaturüberschusse der Heizgase stündlich übertragen wird,

$$Q = \mu F \Delta_0 \Delta_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Diese Gleichung wird mit $\mu = 0{,}06$ nach Werner im Folgenden zugrunde gelegt.

§. 65. Directe und indirecte Heizfläche.

Im Folgenden sei für Meter, Kilogramm, Stunde und Grade Celsius als Einheiten:

D das stündlich verdampfte Wassergewicht,

B das dazu auf dem Roste verbrannte Brennstoffgewicht,

F die Grösse der gesammten Heizfläche,

F_0 die Grösse einer directen, also dann

$F - F_0$ diejenige der indirecten Heizfläche,

R die Grösse der Rostfläche,

K der Heizeffect des Brennstoffes (bei vollkommener Verbrennung von 1 Kgr. desselben entwickelte Wärme),

G das pro 1 Kgr. desselben resultirende Heizgasgewicht,

c die specifische Wärme der Heizgase (bei constantem Druck),

Q die durch die ganze Heizfläche,

Q_0 die durch eine directe Heizfläche allein stündlich übertragene Wärme,

wQ die Wärme, welche durch die nicht als Heizfläche dienende Wand des Heizcanals stündlich verloren geht,

t_0 die grösste Temperatur über dem Roste,

t die Temperatur der Heizgase über der Feuerbrücke, d. h. zwischen Herd und Heizcanal,

t_1 die Temperatur, mit welcher die Heizgase durch den Fuchs in die Esse abziehen,

t' die als überall gleich gross vorausgesetzte Temperatur im Kessel,

t_0' die Temperatur des Speisewassers,

$$\Delta_0 = t_0 - t', \quad \Delta = t - t', \quad \Delta_1 = t_1 - t'.$$

Im Falle einer Vorfeuerung ist $F_0 = 0$; eine Wärmeabgabe findet im Herde nur insoweit statt, als durch seinen Wirkungsgrad η_1 mitberücksichtigt ist. Somit kann

$$t = t_0 = \frac{\eta_1 K}{G c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

gesetzt werden abgesehen von der meistens verhältnissmässig kleinen Temperatur der dem Roste zuströmenden Luft; bei vorgewärmter Verbrennungsluft wären um einen ihrer Temperatur nahe gleich kommenden Betrag t_0 und t zu vergrössern. Nach Gl. (12) im vorigen Paragraph ist ferner

$$Q = \mu F \Delta_0 \Delta_1 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

mit $\mu = 0{,}06$. Wenn mit t_0', t' und D auch

$$Q = D(606{,}5 + 0{,}305\,t' - t_0')$$

gegeben ist, desgleichen K mit Rücksicht auf die Art des Brennstoffes, und wenn η_1, G, c und t_1 (bezw. Δ_1) angenommen werden, so ist Δ_0 mit t_0 durch (1), dann F durch (2) bestimmt.

Für eine Unterfeuerung kann in der Regel $F_0 = R$, für eine Innenfeuerung $F_0 = 1{,}5\,R$ bis $2\,R$ gesetzt werden. Wenn dann gemäss Bd. I, §. 161 angenommen wird, dass von der durch die Verbrennung von 1 Kilogr. Brennstoff im Herde nutzbar entwickelten Wärme $\eta_1 K$ der Theil $s\,\eta_1 K$ der directen Heizfläche F_0 zugestrahlt wird, ohne zur Temperaturerhöhung der Heizgase beizutragen, so ist

$$t_0 = \frac{(1-s)\,\eta_1 K}{G c} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

und $t < t_0$, weil eine weitere Wärmeübertragung durch F_0 von den Heizgasen aus stattfindet, bevor dieselben über die Feuerbrücke in den Heizcanal strömen. Unter der Voraussetzung, dass diese Temperatur t längs der ganzen directen Heizfläche F_0 in deren Nähe stattfindet, ist

$$Q_0 = \mu F_0 \Delta^2 + s\,\eta_1 K B \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

$$Q - Q_0 = \mu (F - F_0)\,\Delta\,\Delta_1 \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

und dabei t bestimmt durch die Gleichung:

$$\mu F_0 \Delta^2 = B G c (t_0 - t) = B G c (\Delta_0 - \Delta) \ldots \ldots \ldots (6).$$

Sind in diesem Falle gegeben

ausser t', Q, K auch F_0 (bezw. $F_0 : F$)

und angenommen

ausser η_1, G, c, t_1 auch B (bezw. $B : F$) und s,

so bestimmen die Gleichungen (3) bis (6): t_0, t, Q_0 und F.

Besonders willkürlich ist die Annahme des Coefficienten s, dessen Werth übrigens nur klein anzunehmen ist, nachdem im vorigen Paragraph auf eine im Wesentlichen aus dem Inneren der Heizgase heraus stattfindende Wärmestrahlung zu schliessen war. Insoweit dieselbe dem Temperaturüberschusse Δ entspricht, ist ihr Einfluss schon im ersten

Gliede des Ausdruckes (4) von Q_0 enthalten, so dass der Coefficient s nur noch dem Mehrbetrage der dem grösseren Temperaturüberschusse Δ_0 entsprechenden Wärmestrahlung Rechnung zu tragen hat. Unter diesen Umständen werde einfacher mit Werner

$$Q_0 = \mu F_0 \Delta_0 \Delta \qquad (7)$$

gesetzt, im Ausdrucke (4) also der unsichere zweite Summand weggelassen und dafür im ersten der Factor Δ^2 durch das etwas grössere Product $\Delta_0 \Delta$ ersetzt, vorbehaltlich genügender Uebereinstimmung der daraus sich ergebenden Folgerungen mit der Erfahrung. Die Wirksamkeit der directen Heizfläche wird dadurch gerade so beurtheilt, als ob sie nur ein Theil einer vollständig indirecten Heizfläche F wäre, und die Temperatur der Heizgase über der Feuerbrücke = ihrer Temperatur am Ende dieser Abtheilung F_0 von F folgt aus der Gleichung:

$$\mu F \Delta_0 \Delta_1 = \mu F_0 \Delta_0 \Delta + \mu (F - F_0) \Delta \Delta_1$$

$$\Delta = \frac{F \Delta_0 \Delta_1}{F_0 \Delta_0 + (F - F_0) \Delta_1} \qquad (8).$$

Bei Annahme der Gleichung (7) ist eine Unterscheidung verschiedener Anordnungen der Feuerung im Folgenden nicht nöthig, ausser dass in Gl. (3) mit $s = 0$ der Wirkungsgrad η_1 für eine Unter- oder Innenfeuerung unter sonst gleichen Umständen etwas kleiner zu schätzen ist, als für eine Vorfeuerung.

§. 66. Erfahrungsmässige Kesselverhältnisse.

Die Verhältnisse der Grössen D, B, F, R (§. 65) sind sehr verschieden für verschiedene Brennstoffe und für verschiedene Betriebsarten eines Dampfkessels, welche letzteren ausser von besonderen Umständen, wie sie z. B. bei Locomobilen und Locomotiven vorhanden sind, bei stationären Kesseln vorzugsweise davon abhängen können, ob es mehr darauf ankommt, mit Schonung des Kessels selbst bezüglich seiner Leistungsfähigkeit den Heizeffect des Brennstoffs so viel wie möglich auszunutzen, oder durch Anstrengung des Kessels so viel wie möglich Dampf zu erzeugen. Als Anhalt in dieser Beziehung mögen die folgenden Angaben von v. Reiche (siehe auch G. Herrmann's Bearbeitung von Weisbach's Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, II. Theil, 2. Abth., S. 897) dienen. Für die von v. Reiche angegebenen Grenzen der Verhältnisse $B:R$ und $F:R$ sind dabei Mittelwerthe gesetzt; hinzugefügt sind die Angaben für einen durchschnittlichen Betrieb. In

allen Fällen haben die Verhältnisse $\frac{D}{F}$ und $\frac{D}{B}$ das Verhältniss $\frac{B}{F}$ zur Folge, dieses und $\frac{B}{R}$ das Verhältniss $\frac{F}{R}$.

Art des Brennstoffs und des Betriebes.		$\frac{D}{F}$	$\frac{D}{B}$	$\frac{B}{F}$	$\frac{B}{R}$	$\frac{F}{R}$
Westfälische Steinkohle.	Stark geschont	10	9	$1^1/_9$	50	45
	Mässig geschont	$16^2/_3$	8	$2^1/_{12}$	70	$33^3/_5$
	Mässig angestrengt	$23^1/_3$	7	$3^1/_3$	90	27
	Stark angestrengt	30	6	5	100	20
	Durchschnittlich	20	$7^1/_2$	$2^2/_3$	80	30
Beste Braunkohle	Stark geschont	10	$3^1/_3$	3	100	$33^1/_3$
	Mässig geschont	$16^2/_3$	3	$5^5/_9$	160	$28^4/_5$
	Mässig angestrengt	$23^1/_3$	$2^2/_3$	$8^3/_4$	250	$28^4/_7$
	Stark angestrengt	30	$2^1/_3$	$12^6/_7$	360	28
	Durchschnittlich	20	3	$6^2/_3$	200	30
Locomobile		40	8	5	230	46
Locomotive		30	5 *	6	192	32

Um daraus insbesondere für **stationäre Kessel mit Steinkohlenfeuerung**, d. h. aus den 5 ersten Gruppen zusammengehöriger Verhältnisswerthe, einige Folgerungen zu ziehen bezüglich der Grössen

$$\eta_1,\ \eta_2,\ t_0,\ t_1 \text{ und } G,$$

werde beispielsweise in allen Fällen $t' = 150^0$ angenommen (einer Dampfspannung $= 4^3/_4$ Atm. entsprechend), also die zur Verdampfung von 1 Kgr. Wasser nöthige Wärme

$$q = 606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 150 - t_0' = 652 - t_0' \quad \ldots\ldots \quad (1),$$

dabei aber t_0' in der Weise verschieden, wie die erste Columne der folgenden Tabelle angiebt, indem die Angaben für den stark geschonten Kessel im Allgemeinen ohne Zweifel erheblich vorgewärmtes Speisewasser voraussetzen. Für den Wirkungsgrad der Kesselanlage

$$\eta_1\,\eta_2 = \frac{Q}{BK} = \frac{q}{K}\,\frac{D}{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ergeben sich dann mit den oben angeführten Verhältnissen $\frac{D}{B}$ und mit

$$K = 7500,\ \eta_1 = 0{,}84$$

die in der zweiten und dritten Columne der folgenden Tabelle eingetragenen Werthe von $\eta_1\,\eta_2$ und von η_2. Nach (1) und (2) im vorigen Paragraph ist nun:

---

* Als Durchschnitt dürfte diese Angabe (Steinkohle oder Coks vorausgesetzt) zu klein sein.

$$t_0 = \frac{\eta_1 K}{G c} \text{ und } q D = \mu F \Delta_0 \Delta_1 \quad \ldots \quad (3)$$

sowie ohne Weiteres gemäss den Bedeutungen der bezüglichen Buchstaben:

$$(1 + w) q D = B G c (t_0 - t_1) \quad \ldots \quad (4)$$

oder auch mit den angenommenen Werthen von t', K, η_1 und mit $\mu = 0{,}06$:

$$G c = \frac{6300}{t_0} = \frac{6300}{\Delta_0 + 150} \quad \ldots \quad (5)$$

$$q \frac{D}{F} = 0{,}06\, \Delta_0 \Delta_1 \quad \ldots \quad (6)$$

$$(1 + w) q \frac{D}{B} = G c (\Delta_0 - \Delta_1) \quad \ldots \quad (7).$$

Die Substitution des Ausdruckes von $G c$ gemäss (5) in (7) giebt:

$$\frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_0 + 150} = \frac{(1 + w) q}{6300} \frac{D}{B}$$

und die Einsetzung des hieraus folgenden Ausdruckes von Δ_0 in Gl. (6):

$$\Delta_1 \left(\Delta_1 + \frac{(1 + w) q}{42} \frac{D}{B} \right) = \frac{q}{0{,}06} \frac{D}{F} \left(1 - \frac{(1 + w) q}{6300} \frac{D}{B} \right).$$

Mit

$$a = \frac{(1 + w) q}{84} \frac{D}{B};\ b = \frac{q}{0{,}06} \frac{D}{F} \left(1 - \frac{(1 + w) q}{6300} \frac{D}{B} \right) \quad \ldots \quad (8)$$

folgt daraus:

$$\Delta_1 = -a + \sqrt{a^2 + b} \text{ und } t_1 = \Delta_1 + 150 \quad \ldots \quad (9),$$

dann aus (6):

$$\Delta_0 = \frac{q}{0{,}06} \frac{D}{F} \frac{1}{\Delta_1} \text{ und } t_0 = \Delta_0 + 150 \quad \ldots \quad (10),$$

endlich $G c$ aus (5). Die Werthe von t_0, t_1 und $G c$, welche sich so beispielsweise mit $w = 0{,}05$ ergeben, enthält die folgende Tabelle in ihren letzten Columnen.

Art des Betriebes	t_0'	$\eta_1 \eta_2$	η_2	t_0	t_1	$G c$
Stark geschont	92	0,672	0,8	1411	224	4,47
Mässig geschont	52	0,64	0,762	1413	282	4,46
Mässig angestrengt	52	0,56	0,667	1225	367	5,14
Stark angestrengt	12	0,512	0,61	1235	445	5,10
Durchschnittlich	52	0,6	0,714	1300	324	4,85

Innerhalb gewisser Grenzen sind diese Zahlen natürlich von den zu Grunde liegenden mehr oder weniger willkürlichen Annahmen abhängig.

Im Allgemeinen darf aber geschlossen werden, dass bei Voraussetzung guter Steinkohle und von η_1 ungefähr $= 0{,}84$ angenommen werden kann.

$$t_1 = 225^0 \text{ bis } 450^0,$$

jenachdem der Kessel weniger oder mehr angestrengt ist, sowie $Gc = 4{,}5$ bis 5. Mit durchschnittlich

$$Gc = 4{,}8 \text{ und } c = 0{,}24$$

wäre $G = 20$ Kgr., und wenn die zur vollkommenen Verbrennung von 1 Kgr. guter Steinkohle erforderliche Luftmenge $= 10{,}5$ Kgr. angenommen wird (siehe Bd. I, §. 160), während die im Durchschnitt thatsächlich durch den Rost strömende Luftmenge m mal so gross ist, so würde aus

$$20 = 10{,}5\, m + 1 \text{ folgen: } m = 1{,}8. \text{ —}$$

Im Falle einer directen Heizfläche F_0 ist das Verhältniss der durch sie und der durch die ganze Heizfläche F übertragenen Wärme nach §. 65, Gl. (2) und (7):

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{F_0 \Delta_0 \Delta}{F \Delta_0 \Delta_1} = \frac{F_0}{F} \frac{\Delta}{\Delta_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

und mit Rücksicht auf Gl. (8) daselbst:

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{F_0 \Delta_0}{F_0 \Delta_0 + (F - F_0)\Delta_1} = \frac{1}{1 + \left(\frac{F}{F_0} - 1\right)\frac{\Delta_1}{\Delta_0}} \quad \ldots\ldots (12).$$

Wäre $F_0 = 1{,}5\, R$ und gemäss obigen Angaben durchschnittlich $F = 30\, R$, also

$$\frac{F}{F_0} = \frac{F}{1{,}5\, R} = 20,$$

so würde mit den Durchschnittswerthen der letzten Tabelle:

$$\Delta_0 = 1300 - 150 = 1150, \quad \Delta_1 = 324 - 150 = 174$$

aus (12) folgen:

$$\frac{Q_0}{Q} = \frac{1}{3{,}875}. \text{ —}$$

Was schliesslich den diesen mittleren Verhältnissen entsprechenden Strahlungscoefficienten s in Gl. (4), §. 65, betrifft, so folgt aus

$$Q_0 = \mu F_0 \Delta_0 \Delta = \mu F_0 \Delta^2 + s\, \eta_1 K B$$

$$s = \frac{\mu F_0 \Delta (\Delta_0 - \Delta)}{\eta_1 K B} = \frac{\Delta(\Delta_0 - \Delta)}{70000} \frac{R}{B} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

mit $F_0 = 1{,}5\, R$, $\mu = 0{,}06$, $\eta_1 = 0{,}84$ und $K = 7500$. Indem aber nach (11) mit den obigen Mittelwerthen von $F : F_0$ und $Q_0 : Q$:

$$\frac{\Delta}{\Delta_1} = \frac{F}{F_0} \frac{Q_0}{Q} = \frac{20}{3{,}875} = 5{,}161$$

ist, mit $\varDelta_1 = 174$ folglich

$$\varDelta = 174 . \ 5,161 = 898,$$

ergiebt sich aus (13) mit $\varDelta_0 = 1150$ und $B = 80 R$:

$$s = 0,04$$

erheblich kleiner, als in Bd. I, §. 161 im Anschlusse an ein anderes Gesetz der Wärmeübertragung angegeben wurde.

§. 67. Vortheilhafteste Verhältnisse.

Die Angaben im vorigen Paragraph gewähren einen Anhalt für die Wahl der wesentlichsten Verhältnisse eines Dampfkessels nur dann, wenn der Grad entschieden ist, in welchem der Kessel im Betriebe angestrengt werden soll. Es fragt sich aber, in welchem Grade solche Anstrengung unter gegebenen Umständen vortheilhaft ist?

Die stündlich im Kessel zu verdampfende Wassermenge D sei gegeben, mit den Temperaturen t_0' und t' auch die zur Verdampfung von 1 Kgr. Wasser nöthige Wärme

$$q = 606,5 + 0,305\, t' - t_0';$$

zu bestimmen sind hauptsächlich die erforderliche Heizfläche $= F$ Quadratmeter und die stündlich aufzuwendende Brennstoffmenge $= B$ Kgr. Zur Verfügung dazu sind die Gleichungen (3) und (4) im vorigen Paragraph:

$$q D = \mu F \varDelta_0 \varDelta_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$(1 + w) q D = B G c (t_0 - t_1) = B G c (\varDelta_0 - \varDelta_1),$$

von welchen letztere mit der Bezeichnung

$$H = \frac{G c}{1 + w} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

kürzer geschrieben werde:

$$q D = B H (\varDelta_0 - \varDelta_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Bei der Annahme von H und von

$$\varDelta_0 = \frac{\eta_1 K}{G c} - t'$$

mit Rücksicht auf die Art des Brennstoffes, sowie mit $\mu = 0,06$ enthalten aber die Gleichungen (1) und (3) ausser F und B noch die Unbekannte $\varDelta_1 = t_1 - t'$, welche eben vom Grade der Anstrengung des Kessels abhängt, so dass zur Berechnung von F und B noch eine dritte Gleichung nöthig ist. Diese wird mit Werner*) angemessener Weise

* „Eine neue Dampfkesseltheorie." Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1877, S. 145.

der Forderung gemäss gebildet, dass die Verdampfungskosten k von 1 Kgr. Wasser, insoweit sie von F und B im Verhältnisse zu D, also von der Art des Betriebes abhängen (die von Werner so genannten beweglichen Verdampfungskosten von 1 Kgr. Wasser) möglichst klein ausfallen.

Bezeichnet b den örtlichen Preis von 1 Kgr. Brennstoff,

f die stündlichen Kosten der Kesselanlage pro 1 Quadratmeter Heizfläche, insoweit diese Kosten als bewegliche der Heizfläche proportional gesetzt werden können,

so sind die beweglichen Verdampfungskosten pro Stunde:

$$Dk = Bb + Ff \qquad (4).$$

Was f betrifft, so können die Kosten A der Kesselanlage als aus einem beweglichen und F proportionalen Kostenbetrage $= Fa$ und aus einem Betrage $= A_0$ zusammengesetzt betrachtet werden, welcher durch die Generalunkosten, den Heizerlohn, die Kesselausrüstung und durch den von F unabhängigen grössten Theil der sonstigen Anlagekosten (Einmauerungs- und Gebäudekosten) verursacht wird:

$$A = A_0 + Fa.$$

Werden dann p Procent für Verzinsung und Amortisation des betreffenden Anlagekapitals gerechnet, so sind die beweglichen Kosten der Kesselanlage pro Stunde und Quadratmtr. Heizfläche bei jährlich z Betriebsstunden:

$$f = \frac{p}{100}\frac{a}{z} \qquad (5).$$

Aus Gl. (4) ergeben sich die beweglichen Verdampfungskosten von 1 Kgr. Wasser

$$k = \frac{B}{D}b + \frac{F}{D}f$$

durch Einsetzung der Werthe von $\frac{B}{D}$ und $\frac{F}{D}$ aus (3) und (1):

$$k = \frac{qb}{H(\varDelta_0 - \varDelta_1)} + \frac{qf}{\mu\varDelta_0\varDelta_1} = \frac{qb}{H}\left(\frac{1}{\varDelta_0 - \varDelta_1} + \frac{\alpha^2}{\varDelta_1}\right) \quad \ldots (6)$$

mit

$$\alpha^2 = \frac{H}{b}\frac{f}{\mu\varDelta_0} \qquad (7).$$

Das Minimum von k entspricht dem Minimum von

$$\frac{1}{\varDelta_0 - \varDelta_1} + \frac{\alpha^2}{\varDelta_1},$$

welches für einen zwischen 0 und $\varDelta_0$ liegenden Werth von $\varDelta_1$ vorhanden

ist, indem für $\Delta_1 = 0$ und $\Delta_1 = \Delta_0$ der Ausdruck unendlich gross ist. Der Differentialquotient in Beziehung auf Δ_1 giebt $= 0$ gesetzt die Gleichung:

$$\frac{1}{(\Delta_0 - \Delta_1)^2} - \frac{\alpha^2}{\Delta_1^2} = 0, \quad \frac{\Delta_0}{\Delta_1} - 1 = \frac{1}{\alpha}$$

$$\frac{\Delta_1}{\Delta_0} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\alpha}} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Hieraus folgt auch

$$\Delta_0 - \Delta_1 = \Delta_0\left(1 - \frac{\alpha}{1 + \alpha}\right) = \frac{\Delta_0}{1 + \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

$$\frac{1}{\Delta_0 - \Delta_1} + \frac{\alpha^2}{\Delta_1} = \frac{1}{\Delta_0}\left(1 + \alpha + \alpha^2\frac{1 + \alpha}{\alpha}\right) = \frac{(1 + \alpha)^2}{\Delta_0}$$

und somit nach (6) der kleinste Werth von k, welcher mit k_1 bezeichnet sei,

$$k_1 = \frac{q\,b}{H}\frac{(1 + \alpha)^2}{\Delta_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Aus (1) und (3) ergiebt sich jetzt mit Rücksicht auf (8) und (9):

$$\frac{D}{F} = \frac{\mu\,\Delta_0\,\Delta_1}{q} = \frac{\mu}{q}\frac{\alpha\,\Delta_0^2}{1 + \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

$$\frac{D}{B} = \frac{H}{q}(\Delta_0 - \Delta_1) = \frac{H}{q}\frac{\Delta_0}{1 + \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

sowie aus (11) und (12) mit Rücksicht auf (7):

$$\frac{B}{F} = \frac{\mu}{H}\alpha\,\Delta_0 = \frac{f}{b}\frac{1}{\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13),$$

so dass auch der Coefficient

$$\alpha = \frac{F f}{B b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

das Verhältniss der gleichzeitigen beweglichen Kesselkosten und der Kosten des Brennstoffes bedeutet. Das Maximum der Verdampfung mit 1 Kgr. Brennstoff entspricht einer unendlich grossen Heizfläche oder $\Delta_1 = 0$, ist also nach (12):

$$max. \frac{D}{B} = \frac{H}{q}\Delta_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15);$$

das Verhältniss der wirklichen zu dieser grösstmöglichen Verdampfung kann als W i r k u n g s g r a d d e r H e i z f l ä c h e bezeichnet werden, welcher als ein Factor des Wirkungsgrades η_2 des Heizcanals zu betrachten ist. Er folgt aus (12) und (15) mit Rücksicht auf (14) und (4):

$$\eta_h = \frac{1}{1+\alpha} = \frac{Bb}{Dk} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

= dem Verhältnisse der Brennmaterialkosten zu den gesammten beweglichen Verdampfungskosten.

Wenn ein Kessel statt mit den durch (13) bestimmten B Kgr. Kohle unter übrigens gleichen Umständen mit stündlich nB Kgr. geheizt wird, so dass er mehr geschont oder mehr angestrengt wird, jenachdem $n < 1$ oder $n > 1$ ist, so sind die beweglichen Verdampfungskosten von 1 Kgr. Wasser, welche dann mit k_n bezeichnet seien, stets $> k_1$ (Gl. 10), und zwar ist, wenn dann auch Δ_1 mit Δ_n bezeichnet wird, gemäss (6) und (10) bei in beiden Fällen gleichen Werthen von q, b, H, α und Δ_0:

$$\frac{k_n}{k_1} = \frac{\frac{1}{\Delta_0 - \Delta_n} + \frac{\alpha^2}{\Delta_n}}{\frac{(1+\alpha)^2}{\Delta_0}} = \frac{\frac{\Delta_0}{\Delta_0 - \Delta_n} + \alpha^2 \frac{\Delta_0}{\Delta_n}}{(1+\alpha)^2} \ldots\ldots \quad (17).$$

Nun ist nach (1) und (3) bei constanten Werthen von H und F auch

$$B\frac{\Delta_0 - \Delta_1}{\Delta_0 \Delta_1} = B\left(\frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_0}\right) \text{ constant } = nB\left(\frac{1}{\Delta_n} - \frac{1}{\Delta_0}\right),$$

mit Rücksicht auf (8) folglich:

$$\frac{1}{\Delta_n} - \frac{1}{\Delta_0} = \frac{1}{n\Delta_0}\left(\frac{\Delta_0}{\Delta_1} - 1\right) = \frac{1}{\alpha n \Delta_0}$$

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_n} = 1 + \frac{1}{\alpha n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

$$\frac{\Delta_0}{\Delta_0 - \Delta_n} = \frac{1 + \frac{1}{\alpha n}}{\frac{1}{\alpha n}} = 1 + \alpha n.$$

Der Ausdruck (17) erhält dadurch die Form:

$$\frac{k_n}{k_1} = \frac{1 + \alpha n + \alpha^2 + \frac{\alpha}{n}}{(1+\alpha)^2} = \frac{(1+\alpha n)\left(1 + \frac{\alpha}{n}\right)}{(1+\alpha)^2} \ldots\ldots \quad (19),$$

woraus zu ersehen ist, dass k_n in demselben Verhältnisse $> k_1$ wird, mag der Kessel mit dem $n$fachen oder mit dem $\frac{1}{n}$fachen der normalen Brennstoffmenge geheizt werden. Wesentlich ist dabei die Voraussetzung, dass im Uebrigen die Verhältnisse unverändert bleiben, dass insbesondere η_1 und Gc, somit auch t_0 unverändert bleibt. Bei grösserer Anstrengung des Kessels wird mit Δ_1 zwar die Zugkraft der Esse vergrössert, dagegen

wird mit der grösseren zu verbrennenden Kohlenmenge auch die Heizgasmenge und mit der grösseren Schichtdicke auf dem Roste auch der Widerstand für die Verbrennungsluft vergrössert; um die Anpassungsfähigkeit der Anlage an verschiedene Betriebsarten zu sichern, ist dafür zu sorgen, dass unter normalen Umständen schon bei theilweise geschlossenem Zugschieber im Fuchs der nöthige Zug vorhanden ist. Gleichwohl bleibt die Vergrösserung von n beschränkt durch die mit wachsendem n zunehmenden Widerstände bei zunehmender Gasmenge, die Verkleinerung von n durch die damit abnehmende Essentemperatur. —

Zum Beispiel sei die Dicke des Kesselblechs = 12 Millim., entsprechend das Gewicht von 1 Quadratm. dieses Blechs = $93^1/_3$ Kgr. Mit Rücksicht auf die Vernietungen der Bleche kann dann das Gewicht von 1 Quadratm. Kesselwand etwa

$$= 1{,}2 \,.\, 93^1/_3 = 112 \text{ Kgr.}$$

und sein Preis $= 0{,}7 \,.\, 112 = 78{,}4$ Mark

gesetzt werden bei einem Einheitspreise von 0,7 M. pro Kgr. Bei solcher Anordnung, dass $^2/_3$ der Kesselwand als Heizfläche zu rechnen sind, wären also die Kosten des Kessels selbst pro 1 Quadratm. Heizfläche

$$= 1{,}5 \,.\, 78{,}4 = 117{,}6 \text{ Mark;}$$

indessen wachsen auch die Kosten seiner Einmauerung und der Züge sammt Esse einigermassen mit der Grösse der Heizfläche, so dass, wenn mit Rücksicht hierauf nahe 50 % der Kosten des Kessels selbst zugeschlagen werden, die oben mit a bezeichneten beweglichen Anlagekosten pro Quadratm. Heizfläche ungefähr betragen würden:

$$a = 175 \text{ Mark.}$$

Wenn dann $p = 12\,\%$ für Verzinsung und Amortisation gerechnet, sowie jährlich $z = 3000$ Betriebsstunden vorausgesetzt werden, folgt aus Gl. (5) in Pfennigen:

$$f = 0{,}12 \frac{17500}{3000} = 0{,}7 \text{ Pf.,}$$

während der örtliche Kohlenpreis

$$b = 1{,}6 \text{ Pf. pro 1 Kgr.}$$

sei. Mit den weiteren Annahmen

$$\eta_1 = 0{,}84 \text{ und } K = 7200$$

$$H = \frac{G c}{1 + w} = 4{,}5 \text{ entsprechend } G c = 4{,}8 \text{ und } w = {}^1/_{15}$$

ergiebt sich die Temperatur im Feuerraume:

$$t_0 = \frac{0,84 \,.\, 7200}{4,8} = 1260^0, \text{ dazu } \varDelta_0 = 1100,$$

wenn die Temperatur im Kessel = 160^0 vorausgesetzt wird; die zur Verdampfung pro 1 Kgr. nöthige Wärme ist dann bei Voraussetzung von 40^0 warmem Speisewasser:

$$q = 606,5 + 0,305 \,.\, 160 - 40 = 615 \text{ Cal.}$$

Aus Gl. (7) folgt jetzt mit $\mu = 0,06$:

$$\alpha = 0,1727$$

und damit aus (11) und (12):

$$\frac{D}{F} = 17,4; \quad \frac{D}{B} = 6,86; \text{ folglich } \frac{B}{F} = 2,54$$

sowie auch aus (9):

$$\varDelta_0 - \varDelta_1 = 938^0, \quad \varDelta_1 = 162^0, \quad t_1 = 322^0.$$

Der Betrieb kann als ein mittlerer bezeichnet werden, welcher je nach Umständen grössere Schonung oder grössere Anstrengung des Kessels gestattet, und zwar ohne dass dadurch die Verdampfungskosten erheblich grössere würden. Beispielsweise ist nämlich sowohl für $n = {}^2/_3$, als für $n = {}^3/_2$ nach (19):

$$\frac{k_n}{k_1} = 1,021$$

und dabei nach (18) für $n = {}^2/_3$ $\qquad {}^3/_2$

$$\frac{\varDelta_n}{\varDelta_0} = \frac{\alpha n}{1 + \alpha n} = 0,1032 \qquad 0,2057$$

$$\varDelta_n = 114 \qquad 226$$

$$t_n = 274 \qquad 386$$

= der Temperatur, mit welcher dann die Heizgase in die Esse entweichen würden.

§. 68. Vorwärmer.

Die zur Verdampfung von 1 Kgr. Wasser im Kessel erforderliche Wärme

$$q = 606,5 + 0,305\, t' - t_0'$$

ist um so kleiner, je grösser die Anfangstemperatur t_0', und zwar wird q durch Erwärmung des Speisewassers vor seinem Einflusse in den Kessel von t_0' bis t_0'' verkleinert um

$$100 \, \frac{t_0'' - t_0'}{q} \text{ Procent,}$$

sofern die specifische Wärme des Wassers immer = 1 näherungsweise gesetzt wird. Unter Vorwärmern werden Apparate verstanden, durch welche man das Speisewasser auf dem Wege zum Kessel hindurchfliessen lässt, um ihm die fragliche Temperaturerhöhung zu ertheilen, und zwar vermittels solcher Wärme, welche sonst verloren gehen würde, bei Condensationsmaschinen insbesondere durch einen Theil der Wärme, mit welcher die Heizgase entsprechend ihrer Temperatur t_1 die Kesselheizfläche verlassen, bei Auspuffmaschinen (Maschinen ohne Condensation) durch einen Theil der Wärme des aus der Maschine ausströmenden sogenannten Abdampfes. Verwickelt wird die Wirksamkeit solcher Vorwärmer durch die üblichen Unterbrechungen der Speisung; im Allgemeinen sei diese periodisch der Art, dass die Periode p (für die Stunde als Zeiteinheit)

aus der Zeit $\frac{1}{m}p$ des Betriebes

und aus der Zeit $\frac{m-1}{m}p$ des Stillstandes

der Speisevorrichtung zusammengesetzt ist.

1) Der Vorwärmer bestehe in einem Rohr, welches an einem Ende A_1 mit dem Kessel communicirt, während am anderen Ende A_2 das Speiserohr einmündet. Dieses Vorwärmerohr $A_1 A_2$ sei in einer Fortsetzung des Heizcanals des Kessels so gelagert, dass es rings von den Heizgasen umgeben wird, deren Temperatur dabei, während sie im Sinne $A_1 A_2$ entlang strömen, von t_1 weiter abnimmt bis zu einer gewissen Temperatur t_2, mit welcher sie in die Esse gelangen. Indem zunächst eine continuirliche Speisung vorausgesetzt wird, werde von dem bei A_2 stetig einfliessenden Speisewasser angenommen, dass es sich im Vorwärmerohr schichtenweise regelrecht strömend im Sinne $A_2 A_1$ bewegt, indem es dabei von t_0' bis t_0'' erwärmt wird. Die Heizfläche, d. i. die ganze Oberfläche des Vorwärmers, ist unter diesen Umständen eine sogenannte Gegenstromheizfläche, für welche es sich zunächst um die Beziehung handelt, welche im Beharrungszustande zwischen ihrer Grösse F_1, der stündlich durch sie übertragenen Wärme Q und den Temperaturen t_1, t_2, t_0', t_0'' stattfindet auf Grund des auch hier als zutreffend angenommenen Gesetzes (10), §. 64.

Demselben zufolge ist die Wärme dQ, welche durch ein zwischen zwei Querschnitten enthaltenes Element dF_1 der Heizfläche stündlich übertragen wird, unter t und t_0 die Temperaturen bezw. der Heizgase und des Wassers an dieser Stelle verstanden,

$$dQ = \mu \, dF_1 (t - t_0)^2$$

und ferner ist unter der Voraussetzung, dass Wärmeverluste, welche durch die einzelnen Theile der Umfassungswand des Heizcanals verursacht werden, den entsprechenden Theilen von Q proportional sind,

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{-dt}{t_1 - t_2},$$

wenn $-dt$ die Abnahme der Heizgastemperatur längs dem Flächenelement dF_1 bedeutet. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$dF_1 = \frac{-Q\,dt}{\mu (t_1 - t_2)(t - t_0)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Dabei ist t_0 eine Function von t, welche sich aus der Erwägung ergiebt, dass, unter A den Ort des Flächenelementes dF_1 verstanden und unter der genannten Voraussetzung bezüglich der Wärmeverluste, die Temperaturzunahme des Wassers längs AA_1 zur Temperaturabnahme der Heizgase längs $A_1 A$ dasselbe Verhältniss hat für jede Stelle A, dass also

$$\frac{t_0'' - t_0}{t_1 - t} = \frac{t_0'' - t_0'}{t_1 - t_2}$$

ist, woraus mit den Bezeichnungen

$$\varDelta_1 = t_1 - t_0'' \text{ und } \varDelta_2 = t_2 - t_0'$$

(= den Ueberschüssen der Gastemperatur über die Wassertemperatur bezw. bei A_1 und A_2) sich ergiebt:

$$\frac{t - t_0 - \varDelta_1}{t_1 - t} = \frac{\varDelta_2 - \varDelta_1}{t_1 - t_2}.$$

Die Einsetzung des hieraus folgenden Ausdruckes von $t - t_0$ in Gl. (1) giebt:

$$dF_1 = \frac{Q}{\mu (t_1 - t_2)} \frac{-dt}{\left[\varDelta_1 - \frac{\varDelta_1 - \varDelta_2}{t_1 - t_2}(t_1 - t)\right]^2}$$

$$= \frac{Q}{\mu (\varDelta_1 - \varDelta_2)} \, d \frac{1}{\varDelta_1 - \frac{\varDelta_1 - \varDelta_2}{t_1 - t_2}(t_1 - t)}.$$

F_1 ist gleich dem von $t = t_1$ bis $t = t_2$ genommenen Integral:

$$F_1 = \frac{Q}{\mu (\varDelta_1 - \varDelta_2)} \left(\frac{1}{\varDelta_2} - \frac{1}{\varDelta_1}\right) = \frac{Q}{\mu \varDelta_1 \varDelta_2}.$$

Es ergiebt sich also

$$Q = \mu F_1 \varDelta_1 \varDelta_2 = \mu F_1 (t_1 - t_0'')(t_2 - t_0') \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

als Erweiterung der Bedeutung von Gl. (12) im Paragraph 64, woselbst $t_0' = t_0'' = t'$ vorausgesetzt war.

Indem nun mit Rücksicht auf die im §. 65 erklärten Bedeutungen der Buchstaben D, B, G, c, w und mit der Bezeichnung H gemäss Gl. (2) im vorigen Paragraph auch

$$Q = D(t_0'' - t_0') \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

sowie

$$Q = \frac{BGc}{1+w}(t_1 - t_2) = BH(t_1 - t_2) \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

ist, ergeben sich durch die Gleichsetzung der drei Ausdrücke von Q gemäss (2), (3), (4) zwei Gleichungen, durch welche zwei Grössen als Functionen der übrigen bestimmt sind. Wird z. B. bei gegebenen Werthen von D, B, H, t_1 und t_0' die Temperatur t_2 mit Rücksicht auf ausreichend bleibende Zugwirkung der Esse angenommen, so folgt t_0'' aus

$$t_0'' - t_0' = \frac{BH}{D}(t_1 - t_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

und mit den entsprechenden Werthen von

$$\Delta_1 = t_1 - t_0'' \text{ und } \Delta_2 = t_2 - t_0'$$

die erforderliche Grösse der Heizfläche des Vorwärmers aus

$$F_1 = \frac{BH}{\mu}\frac{t_1 - t_2}{\Delta_1 \Delta_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (6).$$

Bei der periodisch unterbrochenen Speisung ist auch die Temperaturvertheilung im Vorwärmerohr periodisch veränderlich, zugleich bedingt durch den Umstand, dass hier der Fassungsraum V des Vorwärmers ein Vielfaches des in einer Periode p hindurchfliessenden Wasservolumens, oder dass

$$\gamma V \text{ ein Vielfaches von } pD$$

ist, unter $\gamma = 1000$ das specifische Gewicht des Wassers verstanden. Wenn man dann senkrecht über einer Geraden $A_1 A_2$, Fig. 62, welche die Länge des Vorwärmerohrs darstellt, die darin an den betreffenden Stellen herrschenden Wassertemperaturen als proportionale Ordinaten aufträgt und deren Endpunkte durch eine Linie verbindet, so sind die so

Fig. 62.

erhaltenen Temperaturcurven etwa von der Form, wie Fig. 62 beispielsweise unter der Voraussetzung

$$\gamma V = 3 p D$$

darstellt; insbesondere entspricht $a b c d$ dem Ende der Speisezeit $\frac{1}{m} p$, $a' b' c' d'$ dem Ende der Unterbrechungszeit $\frac{m-1}{m} p$.

Während der Speisung ist die Temperatur bei A_2 constant $= t_0' = A_2 a$, und das in der Zeit $\frac{1}{m} p$ eingeflossene Wasser, welches die Strecke $A_2 B$ der Röhre erfüllt, hat unterdessen eine Temperatur angenommen, deren Vertheilungsgesetz durch das Curvenstück $a b$ dargestellt ist; die jetzt bei b befindliche Temperaturwelle ist dabei allmählich von A_2 bis B fortgeschritten. Während der Stillstandszeit $\frac{m-1}{m} p$ der Speisevorrichtung steigt die Temperatur im ganzen Vorwärmer, hebt sich insbesondere das Temperaturcurvenstück $a b$ bis $a' b'$. Die Erhebung $a a'$ bei A_2 verursacht eine neue Welle bezw. Stelle rascher Temperaturänderung, welche während der folgenden Speisezeit $\frac{1}{m} p$ bis B fortschreitet, wogegen das Curvenstück $a' b'$ mit dem sich weiterbewegenden Wasser in die Form und Lage $b c$ übergeht; in den weiter folgenden Zeiten $\frac{m-1}{m} p$ und $\frac{1}{m} p$ geht $b c$ bezw. über in $b' c'$ und in $c d$ u. s. f. Die Theile $a b$, $b c$, $c d$ . . der Temperaturcurven rücken allmählich höher hinauf infolge andauernder Wärmeaufnahme, und werden stärker gekrümmt infolge der gegen das Röhrenende A_1 hin intensiveren Wärmeübertragung, sofern die Temperatur der Heizgase mehr abzunehmen pflegt, als die Wassertemperatur zunimmt, somit die für die Wärmeübertragung massgebende Temperaturdifferenz Δ von A_2 gegen A_1 hin wächst. Die Temperatur, mit welcher das Wasser aus dem Vorwärmer in den Kessel gelangt, schwankt zwischen $A_1 d$ und $A_1 d'$.

Eine rechnerische nähere Untersuchung des gesammten Temperaturverlaufs im Vorwärmer ist mit grösseren Schwierigkeiten und Umständlichkeiten verbunden, als dass ihre Ueberwindung durch die beschränkte Wichtigkeit und zu erwartende Zuverlässigkeit solcher Untersuchung gerechtfertigt wäre; in letzterer Beziehung entziehen sich namentlich die ausgleichenden Mischungsbewegungen, welche bei dem absatzweisen Vorrücken des Wassers im Vorwärmerohr besonders während der Stillstands-

zeiten $\frac{m-1}{m}p$ nicht ausbleiben werden, durchaus der Beurtheilung. Es lässt sich aber annehmen, dass die durchschnittlichen Beziehungen von den einer continuirlichen Speisung entsprechenden gemäss (5) und (6) um so weniger verschieden sind, je grösser γV im Vergleich mit pD ist.

Wäre z. B. $D = 450$, $B = 60$, $H = 4{,}5$

$$t' = 150, \quad t_0' = 40, \quad t_1 = 320,$$

entsprechend $q = 606{,}5 + 0{,}305 \,.\, 150 - 40 = 612$, und sollten den Heizgasen noch 100^0 zur Vorwärmung des Speisewassers entzogen werden, entsprechend

$$t_2 = 220,$$

so findet man aus (5):

$$t_0'' - t_0' = 60, \text{ entsprechend } t_0'' = 100$$

und einer verhältnissmässigen Verkleinerung von q um

$$100\,\frac{60}{612} = 9{,}8 \text{ Procent.}$$

Aus (6) folgt die Grösse der Oberfläche des Vorwärmerohrs mit $\mu = 0{,}06$:

$$F_1 = 11{,}36 \text{ Quadratm.}$$

Bei einem Durchmesser $d = 0{,}5$ Mtr. wäre seine Länge:

$$l = \frac{F_1}{\pi d} = 7{,}33$$

und sein Fassungsraum:

$$V = \frac{\pi d^2}{4}\,l = F_1\,\frac{d}{4} = 1{,}42.$$

Im Falle unterbrochener Speisung mit der Periode $p = 0{,}5$ Stunde wäre

$$\frac{\gamma V}{pD} = \frac{1420}{225} = 6{,}3.$$

Es würden sich also 6 solche Stufen der Temperaturcurven ausbilden, wie deren 3 in Fig. 62 angedeutet sind; je grösser dabei m, somit das Verhältniss der Stillstandszeiten zu den Betriebszeiten der Speisevorrichtung ist, desto höher werden diese Stufen bei b, c . ., desto geringer die Ansteigungen der Curvenstrecken dazwischen.

2) Besteht der Vorwärmer aus einer Anzahl engerer und kürzerer, vom Speisewasser zu durchströmender paralleler Röhren, und ist er als besonderer Apparat im Fuchs, bezw. in einer Kammer, zu welcher derselbe erweitert ist, so angebracht, dass die Röhren rechtwinklig gegen die Strömungsrichtung der Heizgase gerichtet sind, so herrscht in dieser Kammer im Beharrungszustande die constante Temperatur t_2, indem die

Heizgase zwar mit der Temperatur t_1 einströmen, aber ihre der Differenz $t_1 - t_2$ entsprechende Wärme an das Speisewasser übergeht. Die Heizfläche F_1 des Vorwärmers ist dann eine einfache Stromheizfläche, längs welcher nur das Wasser als in strömender Bewegung begriffen zu betrachten ist. Bei übrigens den obigen Bedeutungen der Buchstaben gelten jetzt für den Fall continuirlicher Speisung die Gleichungen (5) und (6) mit der Aenderung, dass $\Delta_1 = t_2 - t_0''$ zu setzen, so dass, da nach wie vor $\Delta_2 = t_2 - t_0'$ ist, Gl. (6) die Form annimmt:

$$\frac{BH}{\mu F_1}(t_1 - t_2) = (t_2 - t_0'')(t_2 - t_0')$$
$$= [t_2 - t_0' - (t_0'' - t_0')](t_2 - t_0') \quad . (7).$$

Die Heizfläche F_1 werde jetzt mit Berücksichtigung der Umstände, besonders des für den Apparat verfügbaren Raumes angenommen, dafür t_2 mit t_0'' bestimmt bei gegebenen Werthen der übrigen Grössen, von welchen hier $H = Gc$, entsprechend $w = 0$, gesetzt werden darf. Die Substitution des Ausdruckes von $t_0'' - t_0'$ aus (5) in (7) giebt dann mit den Bezeichnungen

$$\frac{BH}{D} = \alpha, \quad \frac{BH}{\mu F_1} = f, \quad t_1 - t_0' = a, \quad t_2 - t_0' = x \quad . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

für x die quadratische Gleichung:

$$f(a - x) = [x - \alpha(a - x)]\, x$$

oder

$$(1 + \alpha)x^2 + (f - \alpha a)x - af = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (9).$$

deren positive Wurzel allein der Aufgabe entspricht. Vermittels derselben findet man:

$$t_2 = t_0' + x, \text{ dann } t_0'' \text{ aus (5).}$$

Bei der üblichen periodischen Speisung kommt in Betracht, dass die periodisch in den Kessel eingeführte Wassermenge $= pD$ Kgr. hier grösser zu sein pflegt, als diejenige $= \gamma V$ Kgr., welche der Vorwärmer fassen kann. Während der eigentlichen Speisezeit $\frac{1}{m}p$ gelangt deshalb in den Kessel zuerst der ganze Wasserinhalt des Vorwärmers, welcher darin während der vorhergegangenen Stillstandszeit $\frac{m-1}{m}p$ eine höhere Temperatur angenommen hatte, darauf solches Wasser, welches durch den Vorwärmer neu hindurchgeflossen ist; dabei ist die Wärmeübertragung durch F_1 anfangs wegen der höheren Wassertemperatur weniger intensiv, später wegen der niederen Temperatur des schneller

fliessenden Wassers intensiver, als in gleicher Zeit bei continuirlicher Speisung, so dass die im Ganzen an die Wassermenge pD in der Speisezeit $\frac{1}{m}p$ übertragene Wärme vermuthlich derjenigen nahe gleich ist, welche in der gleichen Zeit bei continuirlicher Speisung übertragen wird, entsprechend einer Temperaturerhöhung dieses Wassers um $\frac{1}{m}(t_0'' - t_0')_c$, wenn mit $(t_0'' - t_0')_c$ die ganze Temperaturerhöhung des continuirlich gespeisten Wassers bezeichnet wird.

Während der Stillstandszeit $\frac{m-1}{m}p$ der Speisevorrichtung ist die an verschiedenen Stellen im Vorwärmer verschiedene Wassertemperatur überall im Wachsen begriffen, womit die Wärmeübertragung durch die Heizfläche F_1 abnimmt, somit auch die Abkühlung der Heizgase abnimmt, folglich t_2 zunimmt bei constanter Temperatur t_1. Zur Vereinfachung werde indessen so gerechnet, als ob jetzt im Vorwärmer eine überall gleich grosse mit der Zeit wachsende mittlere Temperatur τ herrschte, und zwar wachse sie in der Zeit $\frac{m-1}{m}p$ von τ' bis τ''. Unter dieser Voraussetzung, welche sich den thatsächlich vorhandenen Umständen auch insofern annähert, als nach dem Aufhören der strömenden Bewegung im Vorwärmer eine die Temperaturverschiedenheiten ausgleichende Mischungsbewegung des Wassers in ihm bis zu gewissem Grade ohne Zweifel eintritt, ist nun die Wärme, welche durch die ganze Heizfläche F_1 des Vorwärmers in einem Zeitelement $d\vartheta$ übertragen wird,

$$dQ = \mu F_1 (t_2 - \tau)^2 d\vartheta = \gamma V d\tau = BH(t_1 - t_2) d\vartheta \quad . . (10),$$

wenn $d\tau$ die Zunahme von τ während $d\vartheta$ bedeutet, und unter der Voraussetzung, dass τ beständig kleiner bleibt, als die dem Druck im Kessel entsprechende Temperatur t', dass also Verdampfung im Vorwärmer nicht eintritt; die durchschnittliche Temperaturerhöhung des Speisewassers kann gesetzt werden:

$$t_0'' - t_0' = \frac{1}{m}(t_0'' - t_0')_c + \frac{\gamma V}{pD}(\tau'' - \tau') \quad . . . . . . (11).$$

In diesem angenäherten Ausdrucke von $t_0'' - t_0'$ ist das erste Glied bestimmt durch die oben besprochene Vorwärmung bei continuirlicher Speisung; τ' kann nach Schätzung einer mittleren Temperatur im Vorwärmer zu Ende der Speisezeit $\frac{1}{m}p$ gleich gesetzt werden, etwa

$$\tau' = \frac{1}{2}\left[t_0' + t_0' + \frac{1}{m}(t_0'' - t_0')_c\right] = t_0' + \frac{1}{2m}(t_0'' - t_0')_c \quad . \quad (12).$$

Die Wassertemperatur τ'' zu Ende der Stillstandszeit $\frac{m-1}{m}p$ erfordert eine nähere Ueberlegung; bei kleinem Fassungsraume V des Vorwärmers und nicht sehr kleiner Periode p kann sie erheblich $> \tau'$ werden und bis t' wachsen. Zu ihrer Bestimmung mit Hülfe der Gleichungen (10) ist zuerst t_2 durch τ auszudrücken, wozu die Gleichsetzung des ersten und dritten jener Ausdrücke von dQ mit Benutzung obiger Bezeichnung f gemäss (8) ergiebt:

$$f(t_1 - t_2) = (t_2 - \tau)^2 = [t_1 - \tau - (t_1 - t_2)]^2$$

$$(t_1 - t_2)^2 - [2(t_1 - \tau) + f](t_1 - t_2) + (t_1 - \tau)^2 = 0.$$

Wegen $t_2 > \tau$ entspricht der Aufgabe nur die kleinere Wurzel dieser quadratischen Gleichung:

$$t_1 - t_2 = t_1 - \tau + \frac{f}{2} - \sqrt{\left(t_1 - \tau + \frac{f}{2}\right)^2 - (t_1 - \tau)^2}$$

$$= t_1 - \tau + \frac{f}{2} - \sqrt{\left(t_1 - \tau + \frac{f}{4}\right)f} = \varphi(\tau) \quad . \ . \ . \ . \quad (13).$$

Wenn endlich dieser Ausdruck von $t_1 - t_2$ in die Gleichung eingesetzt wird, welche durch Gleichsetzung des zweiten und dritten der Ausdrücke (10) von dQ entsteht, so liefert die Integration dieser Gleichung:

$$\frac{m-1}{m}p = \frac{\gamma V}{BH}\int_{\tau'}^{\tau''}\frac{d\tau}{\varphi(\tau)} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (14).$$

Uebrigens kann auch τ'' (höchstens $= t'$) angenommen und (14) als Bestimmungsgleichung für p benutzt werden. Wenn dann ausserdem näherungsweise für $\varphi(\tau)$ ein constanter Mittelwerth gesetzt wird, entsprechend dem Mittelwerthe

$$\tau_m = \frac{\tau' + \tau''}{2}$$

von τ, so erhält man für p die Gleichung:

$$\frac{m-1}{m}p\left[t_1 - \tau_m + \frac{f}{2} - \sqrt{\left(t_1 - \tau_m + \frac{f}{4}\right)f}\right] = \frac{\gamma V}{BH}(\tau'' - \tau') \quad . \ . \quad (15).$$

Ein höchstens zulässiger Werth von p entspricht $\tau'' = t'$ unter übrigens gegebenen Umständen, insbesondere bei gegebenem Volumen V des Vorwärmers.

Wird das letztere im Ganzen und bezüglich seiner Dimensionen als

gegeben betrachtet mit Rücksicht auf Grösse und Form der Kammer, in welcher der Apparat Platz finden soll, ist also, unter n die Anzahl der den Vorwärmer bildenden Röhren von der Weite d und Länge l verstanden,

$$V = n\frac{\pi d^2}{4} l, \text{ auch } n d^2 \text{ und } l$$

gegeben, so ist $F_1 = n\pi d l = \frac{4V}{d}$ um so grösser, je kleiner d, je grösser also n ist.

Es sei z. B., wie im Beispiel unter 1), nur mit einem etwas grösseren Werthe von H, entsprechend $w = 0$,

$$D = 450,\quad B = 60,\quad H = 4{,}8,$$
$$t' = 150,\quad t_0' = 40,\quad t_1 = 320,$$

ferner

$$F_1 = 4 \text{ und } V = 0{,}05$$

entsprechend etwa $n = 40$, $d = 0{,}05$ und l nahe $= 0{,}64$. Bei continuirlicher Speisung ist dann mit $\mu = 0{,}06$ nach (8):

$$\alpha = 0{,}64;\ f = 1200;\ a = 280$$

und damit nach (9):

$$x^2 + 622{,}44\,x - 204878 = 0$$

mit der positiven Wurzel

$$x = t_2 - t_0' = 238, \text{ entsprechend } t_2 = 278.$$

Aus (5) ergiebt sich endlich

$$t_0'' - t_0' = 27, \text{ entsprechend } t_0'' = 67.$$

Die verhältnissmässige Verkleinerung von q beträgt in diesem Falle nur 4,4 % bei freilich kleineren Kosten des Vorwärmers und lebhafter bleibendem Essenzuge.

Bei periodischer Speisung sei z. B. $m = 3$, so folgt aus (12):

$$\tau' = 44{,}5 \text{ mit } (t_0'' - t_0')_c = 27.$$

Wird τ'' fast $= t'$, nämlich $\tau'' = 149{,}5$ angenommen,

$$\tau_m = \frac{\tau' + \tau''}{2} = 97,$$

so ergiebt sich aus (15):

$$p \text{ nahe } = {}^8/_9 \text{ Stunde}$$

als höchstens zulässige Grösse der Periode, indem die Entwickelung von Dampf in den engen Röhren zu vermeiden ist. Für diese Periode, also

$$\text{für } \tau'' - \tau' = 105 \text{ wäre } t_0'' - t_0' = 9 + 13 = 22$$

nach (11) die durchschnittliche Temperaturerhöhung des Speisewassers. Ist aber $p = 0{,}5$ Stunde, wie im Beispiel unter 1), so ist jedenfalls

$$\tau'' - \tau' > \frac{1/_2}{8/_9} 105, \text{ d. i. } > 59$$

wegen der anfangs bei noch niederer Wassertemperatur intensiveren Wärmeübertragung. Aus (15) findet man dann $\tau'' - \tau'$ durch allmähliche Näherung, indem für τ'' und entsprechend für τ_m so lange verbesserte Werthe angenommen werden, bis die Gleichung genügend erfüllt ist. Im vorliegenden Falle ergiebt sich:

$$\tau'' - \tau' = 67 \text{ bis } 68, \text{ dazu } t_0'' - t_0' = 24$$

gemäss (11). Der etwas grössere Werth im Vergleich mit der zuvor gefundenen durchschnittlichen Vorwärmung von 22^0 entspricht der intensiveren Wärmeübertragung bei kleinerer Temperatur des Wassers; der Unterschied ist aber so gering, dass die Berechnung für $p = {}^8/_9$ genügt hätte. Selbst im Vergleich mit der für continuirliche Speisung $= 27^0$ gefundenen Vorwärmung ist der Unterschied noch klein genug, um mit Rücksicht auf den Sicherheitsgrad der zugrundeliegenden Annahmen für praktische Zwecke die der periodischen Speisung entsprechende Erwärmung des Wassers

$$t_0'' - t_0' \text{ nach Schätzung etwas } < (t_0'' - t_0')_c$$

zu setzen, vorbehaltlich Prüfung der Verhältnisse bezüglich der Forderung $\tau'' < t'$.

3) Die **Benutzung des Abdampfes** der Maschine zur Vorwärmung des Speisewassers, beschränkt natürlich auf Auspuffmaschinen, deren Abdampf atmosphärischen Druck und eine Temperatur von 100^0 besitzt, ist insofern sehr ergiebig, als dieser Dampf eine mehr als dazu nöthig grosse Constitutionswärme enthält, auch insofern, als die Wärmeübertragung viel kleinerem Widerstande begegnet. Wenn die durch 1 Quadratmeter einer dünnen Metallwand von Wasser zu Wasser mit dem Temperaturunterschiede Δ stündlich übertragene Wärme $= k\Delta$ gesetzt wird, so wächst k erheblich mit Δ; nach Péclet (siehe Bd. I, §. 165 unter 2) kann

$$\text{für } \Delta = 10 \text{ bis } 24^0$$
$$k = 100 \;\text{„}\; 300$$

gesetzt werden, so dass auch in diesem Falle die hindurchgehende Wärme richtiger proportional Δ^2 gesetzt wird; entsprechend

$$k\Delta = \mu\Delta^2 \text{ wäre } \mu = 10 \text{ bis } 12{,}5$$
$$\text{für } \Delta = 10 \;\text{„}\; 24.$$

Bei den hier in Rede stehenden Vorwärmern wird aber der Wärmeeintritt in die Wand durch Condensation von Dampf zu Wasser vermittelt, wobei der Uebergangswiderstand so klein ist, dass mit Rücksicht auf den

unerheblichen Leitungswiderstand der dünnen Wand (Rohrwand aus Schmiedeisen oder Kupfer) hier μ nahe doppelt so gross zu schätzen ist, etwa

$$\mu = 20.$$

Die parallelen Röhren, durch welche wie im Falle unter 2) das Wasser behufs seiner Vorwärmung zu strömen hat, befinden sich in einem vom Abdampfe durchströmten gusseisernen Cylinder; ob letzteres im Sinne der Röhren oder sonstwie geschieht, macht kaum einen Unterschied, da in allen Fällen die Dampftemperatur im ganzen Cylinder $= 100^0$ ist. Wird dieselbe mit t bezeichnet, und ist

$r = 536$ die entsprechende Verdampfungswärme,

$x D$ Kgr. die stündlich an den Röhren condensirte Dampfmenge,

so ist bei den bisherigen Bedeutungen von D, F_1, t_0', t_0'' im Falle continuirlicher Speisung mit den Bezeichnungen

$$\Delta' = t - t_0', \quad \Delta'' = t - t_0''$$

die stündlich zur Vorwärmung um $t_0'' - t_0'$ Grad übertragene Wärme:

$$Q = \mu F_1 \Delta' \Delta'' = D(t_0'' - t_0') = x D r \quad \ldots \ldots \quad (16).$$

Daraus folgt:

$$\mu F_1 \Delta' \Delta'' = D(\Delta' - \Delta''); \quad \Delta'' = \frac{D \Delta'}{\mu F_1 \Delta' + D}$$

$$t_0'' - t_0' = \Delta' - \Delta'' = \frac{\mu F_1 \Delta' \Delta'}{\mu F_1 \Delta' + D} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17).$$

Diese Temperaturerhöhung des Speisewassers ist $< \Delta'$, also $t_0'' < t$; der entsprechende Werth von

$$x = \frac{t_0'' - t_0'}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

gemäss (16) ist immer klein genug, um möglich zu sein auch mit Rücksicht auf die abkühlende Wirkung der Wand des die Röhren enthaltenden Cylinders, sowie mit Rücksicht auf den Wassergehalt, mit welchem der Abdampf in den Cylinder eintritt.

Bei periodisch unterbrochener Speisung kann zur Beurtheilung der Vorwärmung auch hier die obige Gleichung (11) zugrundegelegt, darin τ' gemäss (12) bestimmt werden. Was aber τ'', nämlich die mittlere Wassertemperatur τ zu Ende der Unterbrechungszeit $\frac{m-1}{m} p$ betrifft, so tritt im ersten Ausdrucke (10) von dQ die constante Dampftemperatur t an die Stelle des veränderlichen t_2, und aus der Gleichung

$$\mu F_1 (t - \tau)^2 d\vartheta = \gamma V d\tau \quad \text{oder} \quad d\vartheta = \frac{\gamma V}{\mu F_1} d \frac{1}{t - \tau}$$

folgt durch Integration:

$$\frac{m-1}{m}p = \frac{\gamma V}{\mu F_1}\left(\frac{1}{t-\tau''} - \frac{1}{t-\tau'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (19)$$

als Bestimmungsgleichung für τ''. Indem diese Temperatur immer $< t$ bleibt, ist eine Dampfbildung im Vorwärmer ausgeschlossen; wird τ'' zu gross, so entweicht nur der Abdampf fast ohne Wärmeabgabe. Das zweite Glied des Ausdruckes (11) von $t_0'' - t_0'$ ist mit Rücksicht auf (19):

$$\frac{\gamma V}{p D}(\tau'' - \tau') = \frac{m-1}{m}\frac{\mu F_1}{D}(t-\tau')(t-\tau'') \quad \ldots\ldots (20);$$

unter übrigens gegebenen Umständen ist es um so grösser, je kleiner τ'', je grösser also der Fassungsraum V der Vorwärmeröhren und je kleiner die Periode p.

Z. B. bei 7 Röhren von 0,05 Mtr. Weite und 1,5 Mtr. Länge wäre

$$F_1 = 1{,}65 \text{ Quadratm.}, \quad V = 0{,}0206 \text{ Cubikm.}$$

Wäre dann

$$D = 450 \text{ Kgr.}, \quad t_0' = 10^0,$$

so ergäbe sich bei continuirlicher Speisung nach (17):

$$t_0'' - t_0' = 78^0,$$

so dass das Speisewasser mit einer Temperatur von 88^0 in den Kessel gelangen würde.

Für periodisch unterbrochene Speisung sind die Durchschnittswerthe von $t_0'' - t_0'$, welche verschiedenen Werthen von p und m entsprechen, sowie die Maximaltemperaturen τ'' in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Die Annahme $m = 1$ entspricht wieder der continuirlichen Speisung, wofür die Periode p gleichgültig oder vielmehr bedeutungslos ist; nach (20) und (11) ist dann nämlich

$$\tau'' - \tau' = 0; \; t_0'' - t_0' = (t_0'' - t_0')_c.$$

Als Maximaltemperatur ist für diesen Fall t_0'' unter der Bezeichnung τ'' eingetragen.

m	$p = 1/8$		$p = 1/4$		$p = 1/2$	
	τ''	$t_0''-t_0'$	τ''	$t_0''-t_0'$	τ''	$t_0''-t_0'$
1	88	78	88	78	88	78
3	93,2	52	96,4	40	98,2	33
5	94,2	42	97,0	30	98,5	23

Man erkennt daraus den Vortheil kleiner Werthe von m und p. Was letzteres betrifft, so hat übrigens die Vergrösserung von V denselben Erfolg wie die Verkleinerung von p, indem bei demselben Verhältnisse beider unter übrigens gleichen Umständen nach (19) auch τ'', nach (20)

folglich das zweite Glied des Ausdruckes (11) von $t_0'' - t_0'$ denselben Werth hat. Würde die Weite der Röhren verdoppelt, ihre Länge auf die Hälfte reducirt, wodurch V verdoppelt würde ohne Aenderung von F_1 und somit von $(t_0'' - t_0')_c$ gemäss (17), so würden die Zahlenwerthe der obigen Tabelle

bezw. $p = {}^1/_4$, $p = {}^1/_2$, $p = 1$

übrigens unter den früheren Voraussetzungen entsprechen.

§. 69. Zugwirkung der Esse.

Die Beziehungen, welche zwischen den Widerständen des Herdes, des Heizcanals und der Esse (des Schornsteins, Kamins), der stündlich durch dieses Canalsystem strömenden Gasmenge, den Dimensionen desselben, insbesondere der Esse, der Temperatur des in letztere einströmenden Gasgemenges und der Ausflussgeschwindigkeit in der Essenmündung stattfinden, sind zu Ende des ersten Bandes dieses Werkes in den Paragraphen 168—170 möglichst vollständig erörtert worden. Indessen ergaben sie sich bei der Mannigfaltigkeit und Zusammengesetztheit der streng genommen in Betracht zu ziehenden Umstände zum Theil in Formen, welche für den praktischen Gebrauch kaum geeignet sind. Sie gestatten aber eine vereinfachende Annäherung besonders hinsichtlich der Widerstände und der Wärmeverluste in der Esse, welche nur klein sind im Vergleich mit den Widerständen des Herdes (durch die Brennstoffschicht auf dem Roste verursacht) und des Heizcanals, bezw. im Vergleich mit den Temperaturänderungen im Herde und im Heizcanale. Die theilweise Verzichtleistung auf mathematische Strenge zu Gunsten grösserer Einfachheit und Uebersichtlichkeit der Ergebnisse erscheint auch nicht nur als zulässig, sondern selbst als geboten, wenn die dadurch bedingten Fehler kleiner sind, als solche, welche der Unsicherheit einzusetzender Zahlenwerthe entsprechen, wie es hier der Fall sein wird. Hauptsächlich handelt es sich um die Höhe h der Esse, gerechnet vom Niveau des Rostes bis zur oberen Mündung, und um die Flächengrösse A der letzteren, welche gegebenen Umständen passend entsprechen. Eine Vereinfachung der zur Berechnung von h und A dienenden Formeln ist im Anschlusse an die oben erwähnte Erörterung des Verfassers von Prof. L. Pinzger* empfohlen worden; demselben Gedankengange entspricht im Wesentlichen auch die folgende Entwicklung.

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1876, S. 577.

Möglichst mit Beibehaltung der im Bd. I an betreffender Stelle benutzten Bezeichnungen sei

p' der Luftdruck (Kgr. pro Quadratm.) im Niveau des Rostes,

p_0 der Druck im Feuerraume,

p_1 der Druck unten in der Esse in gleicher Höhe mit dem Roste,

p der Druck in der Essenmündung = dem äusseren Luftdrucke in demselben Niveau. Ferner seien

T' die absolute Temperatur der Atmosphäre rings um die Esse,

T_0, T_1, T die absoluten Temperaturen der Heizgase an den Stellen, auf welche die Pressungen p_0, p_1, p sich beziehen.

Die Grössen h, p', p und T' sind durch eine Gleichung verbunden, welche sich aus der Erwägung ergiebt, dass die Abnahme $-dp$ des atmosphärischen Druckes bei der Erhebung um dh, wenn v das specifische Volumen der Luft an betreffender Stelle bedeutet,

$$-dp = \frac{1}{v} dh$$

ist = dem Gewichte einer Luftschicht von der Basis 1 und Höhe dh, woraus mit Rücksicht auf die Zustandsgleichung $pv = RT'$ folgt:

$$dh = -v\,dp = -RT' \frac{dp}{p}$$

$$h = RT' \ln \frac{p'}{p} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

= der Expansionsarbeit von 1 Kgr. Luft, welche der Abnahme des Druckes von p' bis p bei constanter Temperatur T' entspricht. Analog Gl. (1) sind

$$h_0 = RT' \ln \frac{p'}{p_0} \text{ und } h_1 = RT' \ln \frac{p_0}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

die Höhen von Luftschichten, in welchen der Druck von p' bis p_0, bezw. von p_0 bis p_1 abnimmt; ihre Summe ist:

$$h_0 + h_1 = RT' \ln \frac{p'}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Hinsichtlich der permanenten strömenden Bewegung der Gase in der Esse gilt nun die Gleichung der lebendigen Kraft (Bd. I, §. 75, Gl. 2):

$$\frac{u\,du}{g} + v\,dp = dM - dB \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4),$$

in welcher dM die Arbeit der Schwere, dB die Arbeit des Bewegungswiderstandes für 1 Kgr. Gas und ein Längenelement der Esse bedeutet, also

$$dM = -dh, \; dB = \lambda \frac{dh}{d_2} \frac{u_2^2}{2g}$$

zu setzen ist, wenn, was dB betrifft, der mittlere Durchmesser (= 4fachem Inhalte dividirt durch Umfang des Querschnitts) und die Strömungsgeschwindigkeit mit constanten Mittelwerthen d_2 bezw. u_2 in Rechnung gestellt werden, während λ einen erfahrungsmässigen Coefficienten bedeutet. Einer gleichfalls mittleren absoluten Temperatur T_2 in der Esse entsprechend werde ferner das specifische Volumen der durch sie abziehenden Gase

$$v = \frac{R\,T_2}{p}$$

und dabei R der betreffenden Constante für atmosphärische Luft (= 29,3) gleich gesetzt, da die Dichtigkeit der Heizgase von der atmosphärischen Dichtigkeit nur sehr wenig verschieden ist. Die Gleichung (4) erhält dadurch die Form:

$$\frac{u\,du}{g} + R\,T_2\frac{dp}{p} + dh + \lambda\frac{dh}{d_2}\frac{u_2^2}{2g} = 0$$

mit dem Integral:

$$\frac{u^2 - u_1^2}{2g} + R\,T_2\,ln\,\frac{p}{p_1} + h + \lambda\frac{h}{d_2}\frac{u_2^2}{2g} = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (5),$$

unter u_1 und u die Strömungsgeschwindigkeiten im unteren Anfangsquerschnitte der Esse und in ihrer Mündung verstanden. In dieser Gleichung ist mit Rücksicht auf (1) und (3):

$$R\,T_2\,ln\frac{p}{p_1} = \frac{T_2}{T'}R\,T'\left(ln\frac{p'}{p_1} - ln\,\frac{p'}{p}\right)$$

$$= \frac{T_2}{T'}(h_0 + h_1 - h)$$

$$R\,T_2\,ln\frac{p}{p_1} + h = \frac{T_2}{T'}(h_0 + h_1) - \frac{T_2 - T'}{T'}h,$$

so dass nach Einsetzung dieses Werthes aus Gl. (5) gefolgert werden kann:

$$h = (h_0 + h_1)\frac{T_2}{T_2 - T'} + \frac{u^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{u_1}{u}\right)^2 + \lambda\frac{h}{d_2}\left(\frac{u_2}{u}\right)^2\right]\frac{T'}{T_2 - T'} \;.\;.\; (6).$$

Im Allgemeinen kann dieselbe Esse mehreren Kesselanlagen zur Bewirkung des Zuges und zur Abführung der Gase dienen, deren Ströme mit gewissen Vorsichtsmassregeln, damit sie sich nicht gegenseitig stören, unten in die Esse eingeleitet werden; T_1, T und T_2 sind dann die aus ihrer Vereinigung hervorgehenden Mischungstemperaturen unten, oben und im Mittel, während der für alle einzelnen Feuerungsanlagen nothwendig gleiche Werth von $h_0 + h_1$ durch entsprechende Stellung der

verschiedenen Zugschieber herbeizuführen ist, um nicht bei einigen zu lebhafte, bei anderen zu schwache Verbrennung zur Folge zu haben.

Ist γ' das der Temperatur T' entsprechende specifische Gewicht, welches für atmosphärische Luft und für die Heizgase, sowie für alle Pressungen zwischen p' und p ohne in Betracht kommenden Fehler als gleich gross anzunehmen ist, so ist das specifische Volumen des Gasgemisches in der Essenmündung $= \frac{1}{\gamma'} \frac{T}{T'}$, somit die erforderliche Grösse derselben:

$$\Delta = \frac{\Sigma(BG)}{3600\gamma' u} \frac{T}{T'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7),$$

wobei das Summenzeichen sich auf die ev. in Betracht kommende Gesammtheit von Feuerungen bezieht.

Die Benutzung der Gleichungen (6) und (7) erfordert vor Allem die Kenntniss von h_0 und h_1. Die Höhe h_0 einer Luftsäule, durch welche der Unterschied des Druckes nahe unterhalb und oberhalb des mit brennender Kohle bedeckten Rostes gemessen wird, ist gemäss einer Angabe in Bd. I, §. 169 durch manometrische Messung für Feuerungen mit sogenanntem natürlichen (durch eine Esse verursachtem) Zuge = 4 bis 16 Mtr. gefunden worden, ohne dass jedoch anzugeben wäre, wie innerhalb dieser weiten Grenzen h_0 von den Umständen abhängt. Nur im Allgemeinen lässt sich sagen, dass diese Grösse mit der Dicke der Kohlenschicht wächst, dass sie aber kaum weniger von der Stückgrösse und sonstigen Beschaffenheit der Kohle, überhaupt von Umständen abhängen wird, welche mit präciser Definition und Messung zugleich zahlenmässiger Beurtheilung ihres Einflusses entrückt sind.

Die Höhe h_1 erfordert hier eine theilweise andere Bestimmung, als früher in Bd. I, §. 168, infolge des im Vorhergehenden zugrundegelegten anderen Gesetzes der Wärmeübertragung durch die Heizfläche F des Kessels, wodurch auch die Aenderungsgesetze von Temperatur und Geschwindigkeit im Heizcanale andere werden. Ist

T_k die absolute Temperatur im Kessel,

T die absolute Temperatur des Gasgemenges in der Entfernung s vom Anfange des Heizcanals,

l dessen Länge,

$\Delta_0 = T_0 - T_k, \; \Delta = T - T_k,$

so ist nach Gl. (12), §. 64 (übrigens mit Buchstabenbezeichnungen gemäss §. 65):

$$\mu F \frac{s}{l} \Delta_0 \Delta = \frac{B G c}{1 + w} (\Delta_0 - \Delta).$$

Daraus folgt mit der Bezeichnung

$$S = \frac{B G c}{\mu F (1 + w)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

$$T = T_k + \Delta = T_k + \frac{S \Delta_0}{S + \Delta_0 \frac{s}{l}} = T_k + \frac{\Delta_0}{1 + \frac{\Delta_0}{S} \frac{s}{l}} \quad \ldots \ldots (9).$$

Wird nun einstweilen von besonderen Widerständen im Heizcanal ausser dem allgemeinen Leitungswiderstande abgesehen, so ist in obiger Gleichung (4) zu setzen:

$$v = \frac{R T}{p}, \; d M = 0, \; d B = \lambda \frac{d s}{d} \frac{u^2}{2 g},$$

wenn d der überall gleichen mittleren Durchmesser des Heizcanals (4 × Inhalt: Umfang des Querschnitts), p die Pressung, u die Strömungsgeschwindigkeit in der Entfernung s vom Anfange desselben bedeutet. Dabei ist p so wenig veränderlich, dass ohne in Betracht kommenden Fehler u proportional T zu setzen ist, also

$$u = u' \frac{T}{T'} \text{ und } du = u' \frac{d T}{T'},$$

unter u' die Geschwindigkeit verstanden, mit welcher dieselbe Gasmenge durch den Heizcanal strömen würde, wenn ihre Temperatur $= T'$ wäre. Die Einsetzung dieser Werthe in Gl. (4) giebt:

$$\frac{u'^2}{g} \frac{T d T}{T'^2} + R T \frac{dp}{p} + \lambda \frac{d s}{d} \frac{u'^2}{2 g} \frac{T^2}{T'^2} = 0$$

und durch Integration vom Anfange bis zum Ende des Canals, nachdem die Gleichung mit $\frac{T'}{T}$ multiplicirt wurde,

$$\frac{u'^2}{g} \frac{T_1 - T_0}{T'} + R T' ln \frac{p_1}{p_0} + \frac{\lambda}{d} \frac{u'^2}{2 g} \frac{1}{T'} \int_0^l T d s = 0.$$

Mit Rücksicht auf (2) folgt daraus:

$$h_1 = R T' ln \frac{p_0}{p_1} = \frac{u'^2}{2 g} \left[\frac{\lambda}{d} \frac{1}{T'} \int_0^l T d s - 2 \frac{T_0 - T_1}{T'} \right] \quad \ldots \ldots (10);$$

dabei ist gemäss (9):

$$\int_0^l T d s = T_k l + S l . ln \left(1 + \frac{\Delta_0}{S}\right) = l \left[T_k + S ln \left(1 + \frac{T_0 - T_k}{S}\right) \right] . (11).$$

Wenn endlich besondere Widerstände, verursacht namentlich durch plötzliche Richtungsänderungen des Heizcanals, so in Rechnung gestellt werden, als ob sie nur am Anfange oder am Ende desselben vorkämen, woselbst die Strömungsgeschwindigkeiten bezw.

$$u_0 = u' \frac{T_0}{T'} \text{ und } u_1 = u' \frac{T_1}{T'}$$

seien, so werden dadurch, wenn ζ_0 und ζ_1 die betreffenden Widerstandscoefficienten sind, mit Rücksicht zugleich auf die Druckabnahme, welche mit dem Uebergange einer verschwindend kleinen in die Geschwindigkeit u_0 verbunden ist, die Widerstandshöhen

$$(1 + \zeta_0) \frac{u_0^2}{2g} \text{ und } \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g}$$

bedingt, bezogen bezw. auf die den Temperaturen T_0 und T_1 entsprechenden specifischen Gewichte des Gasgemenges. Die Widerstandshöhe h_1, bezogen auf die Temperatur T', erfährt also durch diese besonderen Widerstände die Vergrösserung:

$$(1 + \zeta_0) \frac{u_0^2}{2g} \frac{T'}{T_0} + \zeta_1 \frac{u_1^2}{2g} \frac{T'}{T_1} = \frac{u'^2}{2g} \frac{(1 + \zeta_0) T_0 + \zeta_1 T_1}{T'}.$$

Hieraus und aus (10) mit Rücksicht auf (11) ergiebt sich schliesslich:

$$h_1 = \frac{u'^2}{2g} \left\{ \frac{(1+\zeta_0)T_0 + \zeta_1 T_1}{T'} + \lambda \frac{l}{d} \left[\frac{T_k}{T'} + \frac{S}{T'} ln\left(1 + \frac{T_0 - T_k}{S}\right) \right] - 2 \frac{T_0 - T_1}{T'} \right\} (12),$$

wobei, unter C die Grösse des Canalquerschnitts verstanden, u' den Werth hat:

$$u' = \frac{BG}{3600 \gamma' C} \quad \dots\dots\dots\dots\dots (13).$$

Zur Ergänzung der Hauptgleichungen (6) und (7) handelt es sich schliesslich nur noch um eine Beziehung zwischen T und T_1, vermittels welcher mit Rücksicht auf die Form des inneren Essenquerschnitts und auf das Aenderungsgesetz seiner Grösse durch

$$T_1,\ u,\ h,\ A$$

auch die Temperaturen T und T_2, die Geschwindigkeiten u_1 und u_2, der untere und mittlere Essenquerschnitt A_1 bezw. A_2, sowie d_3 bestimmt sind. In Betreff jener Beziehung zwischen T und T_1 kann die verhältnissmässig geringe Wärmemenge, welche stündlich durch ein Element der Essenwand nach aussen hin verloren geht, wie früher in Bd. I der Grösse dE der inneren Oberfläche dieses Wandelements und der ersten Potenz der betreffenden Temperaturdifferenz proportional gesetzt werden,

also, wenn k einen empirischen Coefficienten, c die specifische Wärme des Gasgemenges bedeutet,

$$k(T - T')\,dE = -c\Sigma(BG).dT,$$

woraus sich die ganze innere Wandfläche E ergiebt:

$$E = \frac{c}{k}\Sigma(BG).\ln\frac{T_1 - T'}{T - T'}$$

und somit für T die Gleichung:

$$\ln\frac{T_1 - T'}{T - T'} = \frac{kE}{c\Sigma(BG)} = \frac{kA_2h}{c\Sigma(BG)} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

mit ungefähr $c = 0{,}25$ und $k = 1$ bis 2 (wachsend mit der Wanddicke) bei gemauerten Essen, $k = 6$ bei Essen aus Eisenblech.

Die in Gl. (6) vorkommenden Geschwindigkeitsverhältnisse können gesetzt werden:

$$\frac{u_1}{u} = \frac{A}{A_1}\frac{T_1}{T};\quad \frac{u_2}{u} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{u_1}{u}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

Für die Form freistehender Schornsteine ist vorzugsweise die Rücksicht auf den Winddruck bei Stürmen massgebend, worauf indessen hier nicht eingegangen werden soll. Bei gemauerten Schornsteinen pflegt man die Weite (den mittleren Durchmesser im Lichten) von oben nach unten um etwa 0,016 Mtr. für jedes Meter der Höhe zunehmen zu lassen, übrigens nicht stetig, sondern in Absätzen, entsprechend den Dimensionen der verwendeten Mauersteine. Die Wandstärke kann an der Mündung bei engeren Schornsteinen $^1/_8$ Mtr., bei weiteren $^1/_4$ Mtr. betragen, bew. = Breite und Länge der üblichen Ziegelsteine. Nach unten nimmt diese Wandstärke absatzweise zu, durchschnittlich etwa für 1 Mtr. Höhe um 0,01 Mtr., so dass dann die Böschung der äusseren Wandfläche (die Tangente ihres Neigungswinkels gegen die lothrechte Axe des Schornsteins) durchschnittlich betrüge:

$$\frac{0{,}016}{2} + 0{,}01 = 0{,}018.$$

Abgesehen von einem viereckigen Sockel pflegt der Querschnitt kleiner Schornsteine viereckig, mittlerer achteckig, grosser kreisförmig zu sein; die letztere Form erfordert zwar die umfassendste Verwendung von Formsteinen, empfiehlt sich aber, abgesehen von gefälligem Aussehen, durch kleinstmöglichen Bewegungswiderstand des Gasgemenges und durch die kleinste Grösse des Winddruckes. —

Nachdem nun vor Allem h_0, h_1 und T_1 den Verhältnissen entsprechend bestimmt oder angenommen sind, kann bezüglich der meistens

nur mässigen Abkühlung des Gasgemenges in der Esse eine Annahme gemacht werden, die nur in aussergewöhnlichen Fällen einer nachträglichen Berichtigung mit Hülfe von Gl. (14) bedarf, um so mehr, als die Angaben für den Coefficienten k in jener Gleichung sehr unsicher sind. Es kann etwa angenommen werden bei gemauerten Essen:

$$\frac{T}{T_1} = 0{,}94 \text{ bis } 0{,}96; \quad \frac{T_2}{T_1} = 0{,}97 \text{ bis } 0{,}98,$$

bei Essen aus Eisenblech:

$$\frac{T}{T_1} = 0{,}9 \text{ bis } 0{,}92; \quad \frac{T_2}{T_1} = 0{,}95 \text{ bis } 0{,}96.$$

Die Essendimensionen betreffend werde jetzt zunächst die Mündung A so angenommen, dass die Geschwindigkeit u gemäss (7) einen angemessenen Werth von durchschnittlich etwa 3 bis 4 Mtr. erhält, was bei Steinkohlenfeuerungen ungefähr der Fall zu sein pflegt, wenn $A = {}^1/_5$ der Rostfläche bezw. der Summe von Rostflächen gewählt wird. Zu besserer Sicherung des Zuges gegen Störungen durch schräg abwärts gerichtete Windströme kann übrigens u. U. auch eine grössere Geschwindigkeit u, einem kleineren A entsprechend, vorzuziehen sein, besonders im Falle einer gemeinschaftlichen Esse für Kessel, welche nicht immer zugleich in Betrieb sind. Im Ausdrucke (6) von h ist nun das der Bewegung in der Esse selbst entsprechende zweite Glied stets wesentlich kleiner, als das erste, so dass

$$h' = (h_0 + h_1)\frac{T_2}{T_2 - T'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

ein Näherungswerth von h ist, mit welchem und mit A die Querschnitte A_1, A_2 und der mittlere Durchmesser des letzteren gefunden werden. Mit $\frac{u_1}{u}$ und $\frac{u_2}{u}$ gemäss (15), sowie mit $h = h'$ kann schliesslich das zweite Glied des Ausdruckes (6) von h, somit ein corrigirter Werth von h gefunden werden, welcher, wie oben bemerkt, nur in aussergewöhnlichen Fällen und zwar bezüglich auf T_2 einer Prüfung und ev. Berichtigung zu unterwerfen ist.

Wenn die Kessel, zu welchen die Esse gehört, mehr oder weniger angestrengt werden, wenn z. B. bei Steinkohlenfeuerung B im Verhältnisse 1 : 2 geändert wird, so ändern sich (siehe §. 66) ungefähr

t_1 im Verhältnisse 1 : 2

T_1 „ „ 2 : 3

$\frac{T_1}{T_1 - T'}$ „ „ $\frac{2}{1} : \frac{3}{2} = 4 : 3$,

weil $T_1 - T'$ nahe $= t_1$ ist. Sofern auch T_2 nicht viel von T_1 verschieden und das zweite Glied im Ausdrucke (6) von h verhältnissmässig nur klein ist, müsste somit $h_0 + h_1$ ungefähr im Verhältnisse $3:4$ wachsen bei Verdoppelung von B. Gemäss den oben angeführten Erfahrungen bezüglich des Widerstandes der Kohlenschicht auf dem Roste lässt sich aber erwarten, dass h_0 in höherem Masse wächst, so dass h_1 nur in geringerem Grade wachsen könnte. Noch geringer wäre nach (12) die Zunahme von u', weil der Factor von $\frac{u'^2}{2g}$ in dieser Gleichung bei constanter Grösse der betreffenden Coefficienten sowohl mit Rücksicht auf T_1, als auf die nach (8) mit B wachsende Grösse S zunimmt. Die Folge der mehr intensiven Feuerung wäre folglich gemäss (13) eine voraussichtlich mit weniger vollkommener Verbrennung verbundene allzu erhebliche Abnahme von G, wenn sie nicht mit Verkleinerung des Widerstandes durch den Zugschieber, also mit Verkleinerung von ς_1 verbunden wird zur Verkleinerung des Factors von $\frac{u'^2}{2g}$ im Ausdrucke von h_1. Wenn somit die Kesselanlagen mit natürlichem oder Essenzuge auf nicht allzu unvortheilhafte Weise verschiedenen Betriebsarten sollen angepasst werden können, so ist es nöthig, die Schieberöffnung gewöhnlich mehr oder weniger verengt zu halten, und wenn zur Bemessung der Schornsteinhöhe ein mittlerer Betrieb vorausgesetzt wird, so ist es nöthig, dabei mit einem grösseren Werthe von ζ_1 zu rechnen.

Unter diesen Umständen und bei der Unsicherheit verschiedener in die Gleichungen einzusetzender empirischen Zahlenwerthe können dieselben für den praktischen Gebrauch weiter vereinfacht werden durch die zahlenmässige Anpassung ihrer weniger wesentlichen oder weniger veränderlichen Glieder an mittlere Verhältnisse, wie es hier beispielsweise für Steinkohlenfeuerung geschehen mag. Je nach der Kohlensorte werde dafür

$$h_0 = 6 \text{ bis } 10$$

angenommen; ferner $G = 20$, so dass mit $\gamma' = 1{,}25$ nach (13)

$$\frac{u'^2}{2g} = 0{,}051\left(\frac{1}{225}\frac{B}{C}\right)^2 = \left(0{,}001\frac{B}{C}\right)^2$$

wird. Entsprechend

$$\mu = 0{,}06,\ \frac{Gc}{1+w} = 4{,}5 \text{ und durchschnittlich } \frac{B}{F} = \frac{8}{3}$$

kann weiter nach (8) gesetzt werden:

$$S = 75 \frac{B}{F} = 200.$$

Wird auch noch im Mittel angenommen:

$$T_k = 273 + 147 = 420,\ T_0 - T_k = 1100,\ \zeta_0 = 1,$$

so geht der Ausdruck (12) von h_1 sehr nahe über in:

$$h_1 = \left(0{,}001 \frac{B}{C}\right)^2 \frac{800\,\lambda \frac{l}{d} + (2 + \zeta_1)\,T_1}{T'} \quad \ldots\ldots\ldots (17).$$

Die darin noch vorkommenden Grössen sind, abgesehen von T', in verschiedenen Fällen zu sehr verschieden, als dass sich Mittelwerthe dafür setzen liessen; λ ist $= 0{,}06$ bis $0{,}09$ erfahrungsmässig anzunehmen je nach der Zahl der den Widerstand vergrössernden plötzlichen Richtungsänderungen des Heizcanals, welche durch $\zeta_0 = 1$ kaum berücksichtigt sind, während ζ_1 im Wesentlichen nur dem Zugschieber entsprechen soll und je nach den Umständen verschieden gross anzunehmen ist. Nachdem so die Grösse $h_0 + h_1$ hinlänglich leicht bestimmbar gemacht ist, kann auch das zweite Glied im Ausdrucke (6) von h vereinfacht werden um so mehr, als es verhältnissmässig klein ist. Setzt man darin gemäss (15) mit

$$\frac{A}{A_1} = \frac{1}{1 + 0{,}03\,h} \text{ und } \frac{T_1}{T} = 1{,}05$$

$$\frac{u_1}{u} = \frac{1{,}05}{1 + 0{,}03\,h} = 0{,}6 \text{ und } \frac{u_2}{u} = 0{,}8$$

entsprechend $h = 25$, so ergiebt sich:

$$h = (h_0 + h_1) \frac{T_2}{T_2 - T'} + (0{,}18\,u)^2 \left(1 + \lambda \frac{h}{d_2}\right) \frac{T'}{T_2 - T'} \quad \ldots (18)$$

mit ungefähr $\lambda = 0{,}06$ für gemauerte, etwas kleiner für eiserne Essen; u entspricht der Gleichung (7), mit den angenommenen Werthen von G und γ' insbesondere der Gleichung:

$$u = \frac{20}{3600 \cdot 1{,}25} \frac{\Sigma B}{A} \frac{T}{T'} = \frac{\Sigma B}{225\,A} \frac{T}{T'} \quad \ldots\ldots\ldots (19).$$

Es seien z. B. die Höhe und Weite eines Schornsteins zu bestimmen für eine Kesselanlage, auf deren Roste stündlich $B = 100$ Kgr. guter Steinkohle im Durchschnitt zu verbrennen sind, und bei welcher

$$C = A,\ \frac{l}{d} = 120,\ t_1 = 300^0$$

sein soll, während die Kohle von solcher Beschaffenheit sei, dass $h_0 = 7$

als ein voraussichtlich nahe zutreffendes Mass des Widerstandes der Kohlenschicht auf dem Roste zu betrachten ist.

Entsprechend einer Rostfläche $R = \frac{B}{80} = 1,25$ sei

$$A = C = \frac{1}{5} R = 0,25.$$

Zur Sicherung ausreichenden Zuges auch bei hoher Lufttemperatur werde $T' = 300$ angenommen, so dass mit

$$T = 0,96\, T_1 = 0,96 . 573 = 550$$

aus (19) sich ergiebt:

$$u = 3,26 \text{ Mtr.}$$

Wird ferner angenommen $\lambda = 0,075$ und $\zeta_1 = 8$, so folgt aus (17): $h_1 = 6,9$; entsprechend $h_0 = 7,1$ sei deshalb

$$h_0 + h_1 = 14$$

festgesetzt, womit und mit $T_2 = 0,98\, T_1 = 562$

$$h' = (h_0 + h_1) \frac{T_2}{T_2 - T'} = 30 \text{ Mtr.}$$

gefunden wird. Die als kreisförmig angenommene Essenmündung $A = 0,25$ Quadratm. hat den Durchmesser $d = 0,564$ Mtr. Entsprechend sei

$$d_2 = \left(1 + 0,016 \frac{h'}{2}\right) d = 0,7 \text{ Mtr.}$$

Das zweite Glied des Ausdruckes von h wird dann mit $\lambda = 0,06$:

$$h'' = 1,4 \text{ Mtr.}$$

und ergiebt sich folglich als ganze Höhe:

$$h = h' + h'' = 31,4 \text{ Mtr.}$$

Sollte die Esse n gleichen solchen Kesselanlagen gemeinschaftlich dienen, so hätte das auf h keinen Einfluss, wenn nur $A = 0,25\, n$ Quadratm. gemacht wird. —

Man könnte fragen, bei welcher Temperatur T_1 der in eine gegebene Esse abziehenden Gase dieselbe eine grösstmögliche Wirkung hat, d. h. eine möglichst grosse Gasmenge $= \Sigma(B\, G)$ abführen kann. (Siehe G. Herrmann's Bearbeitung von Weisbach's Ingenieur- und Maschinenmechanik, 2. Theil, 2. Abtheilung, §. 262.) Indessen lässt sich die Frage nicht unbedingt beantworten. Wenn die Aenderungen der Temperatur und der Gasmenge unter solchen Umständen stattfänden, dass das erste Glied h' von h (Gl. 18) zum zweiten Gliede h'' beständig dasselbe Verhältniss behält, so wäre, falls hier von Temperaturverschiedenheiten in

der Esse abgesehen, also $T = T_2 = T_1$ gesetzt wird, $h' + h''$ ebenso wie h'' allein

$$\text{proportional } u^2 \frac{T'}{T_1 - T'}$$

$$\text{oder gemäss (7) proportional } \left(\Sigma(B\,G) \cdot \frac{T_1}{T'}\right)^2 \frac{T'}{T_1 - T'}.$$

Indem aber auch $h' + h''$ constant $= h$ ist, wäre

$$[\Sigma(B\,G)]^2 \text{ proportional } \left(\frac{T'}{T_1}\right)^2 \frac{T_1 - T'}{T'} = \frac{T'}{T_1}\left(1 - \frac{T'}{T_1}\right)$$

und folglich $\Sigma(B\,G)$ am grössten für

$$\frac{T'}{T_1} = \frac{1}{2} \text{ oder } T_1 = 2\,T'.$$

Obschon dieses Ergebniss den gewöhnlichen Verhältnissen der Kesselanlagen entspricht, beruht es doch auf einer ganz besonderen, kaum realisirbaren (auch bei Herrmann der betreffenden Formel stillschweigend zugrundeliegenden) Voraussetzung, welche noch dazu das Hauptglied h' betrifft zu Gunsten einer Folgerung aus der Form des untergeordneten Gliedes h''. Wenn die Praxis mit durchschnittlich $T_1 = 2\,T'$ ungefähr das Richtige getroffen hat, so ist das der Fall bezüglich bester Ausnutzung nicht der Esse allein, sondern der ganzen Anlage mit Esse und verfeuerter Kohle.

§. 70. Aussergewöhnliche Mittel zur Beförderung des Zuges.

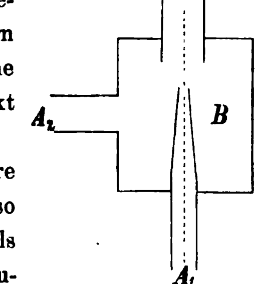
Bei nicht eingemauerten Dampfkesseln, insbesondere bei Schiffskesseln, sowie bei den Kesseln von Locomotiven und Locomobilen, kann der Esse in der Regel nur eine geringe Höhe gegeben werden, welche zur Zugerzeugung für die Feuerung nicht ausreicht, besonders wenn zugleich, wie hier gewöhnlich, zur Raumersparniss ein kleinerer Rost mit entsprechend grosser Schichtdicke des Brennstoffs verlangt wird. Die Beförderung des Zuges kann dann entweder durch künstliche Verminderung des Gasdruckes am Ende des Heizcanals oder durch Vergrösserung des Luftdruckes in einem abgeschlossenen Raume unter dem Roste bewirkt werden: ersteres insbesondere bei Locomotiven und Locomobilen durch den aus dem sogenannten Blasrohre ausblasenden Dampf der ohne Condensation arbeitenden Maschine, letzteres in Ermangelung verfügbaren Abdampfes bei Schiffskesseln.

Diese Druckvergrösserung unter dem Roste von Schiffskesseln geschieht meistens sehr einfach mit Hülfe eines verticalen weiten Rohrs,

welches unten in den Raum unter dem Roste mündet und oben, horizontal umgebogen, mit einer gegen den Wind zu richtenden Erweiterung versehen ist. Grössere Luftüberdrucke, bis 50 Millimeter Wassersäule entsprechend, sind in neuerer Zeit auf Kriegsschiffen mit Hülfe von Gebläsen zu fraglichem Zwecke und zwar mit grossem Erfolge erzielt worden.*

Näherer Prüfung werde die Wirkung des Blasrohres unterworfen, jenes Rohres, aus welchem man in der Rauchkammer zwischen Heizcanal und Esse etwas unter der Einmündung in letztere den Abdampf so ausströmen lässt, dass die Mittellinie des Dampfstroms mit der Essenaxe zusammenfällt. Indem dieser Dampfstrom sich kegelförmig erweiternd den Querschnitt der Esse ausfüllt, in diesem aber sein Druck dem atmosphärischen nahe gleich sein muss, wird dadurch in der Rauchkammer, wo seine Geschwindigkeit erheblich grösser ist, ein kleinerer Druck, ein verdünnter Raum verursacht, in welchen die äussere Luft durch den Rost, demnächst als Heizgasgemenge durch den Heizcanal nachströmt, um mit dem Dampfstrome gemischt durch die Esse abgeführt zu werden. Um diese Vorrichtung möglichst vortheilhaft einrichten zu können, müssen die Beziehungen bekannt sein, welche zwischen der saugenden Dampfmenge, der angesaugten Luftmenge, den Querschnitten der Esse, des Heizcanals und des Blasrohrs in seiner Mündung, dem in letzterem herrschenden Dampfdrucke und sonstigen etwa noch massgebenden Umständen stattfinden. Eine bezügliche eingehende experimentelle und theoretische Untersuchung, besonders mit Rücksicht auf die Verhältnisse von Locomotiven, ist von Zeuner angestellt worden, auf dessen betreffendes Werk (das Locomotivenblasrohr, Zürich 1863) hier verwiesen sei. Indem übrigens das zu Grunde liegende Princip der saugenden Wirkung von Flüssigkeitsstrahlen auch zu manchen anderen Zwecken technisch verwerthet worden ist, sei das Problem zunächst möglichst allgemein gefasst; die mathematischen Entwickelungen erfordern freilich stets gewisse Voraussetzungen, durch welche die hinreichend angenäherte Gültigkeit beschränkt wird.

Fig. 63.



In die Kammer B, Fig. 63, münde die Röhre A_1, aus welcher eine Flüssigkeit in B hinein so ausströmt, dass die Axe des ausfliessenden Strahls mit der Axe des weiteren Ansatzrohres A zu-

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1886, S. 917.

sammenfällt. Die Ausmündung von A_1 liege der Einmündung von A so nahe, dass letztere den aus A_1 kommenden und allmählich sich erweiternden Strahl vollständig aufnimmt, ohne zunächst ganz von ihm ausgefüllt zu werden; das Rohr A sei aber lang genug, dass in einiger Entfernung von seiner Mündung diese vollständige Ausfüllung durch die strömende Flüssigkeit stattfindet. In das Gehäuse B münde noch ein zweites Rohr A_2 (ev. durch mehrere dergleichen zu ersetzen), durch welches, wenn der Druck in B hinlänglich klein ist, eine andere Flüssigkeit zufliesst (angesaugt wird), welche dann mit der ersteren (saugenden) Flüssigkeit gemischt durch A zum Abfluss gelangt. Insbesondere bei der Blasrohrvorrichtung ist A_1 das Blasrohr, aus welchem der abgehende Dampf zuströmt, A_2 der Heizcanal, bezw. das System von Heizröhren, wodurch die Heizgase in die Rauchkammer einströmen, A die Esse. Der Untersuchung mögen die folgenden Voraussetzungen zugrunde gelegt werden.

1) Die Kammer sei hinlänglich gross, um annehmen zu dürfen, dass die angesaugte Flüssigkeit in ihr zur Ruhe kommt, bevor sie durch die saugende Flüssigkeit wieder in Bewegung gesetzt wird.

2) Mit der Mischung der Flüssigkeiten sei keine Aenderung des Gesammtvolumens verbunden. Volumenänderungen der einzelnen Flüssigkeiten sind nicht ausgeschlossen, aber sie seien bei der Mischung entgegengesetzt gleich. Freilich ist diese Voraussetzung selbst nicht angenähert in solchen Fällen zutreffend, in welchen es sich um Mischung tropfbarer Flüssigkeit mit Dampf handelt, welcher dabei condensirt wird, wie es z. B. bei der Dampfstrahlpumpe der Fall ist; am vollkommensten trifft sie bei einer Wasserstrahlpumpe zu (Förderung von Wasser durch einen Wasserstrahl). In welchem Grade es insbesondere bei der Blasrohrvorrichtung der Fall ist, lässt sich von vorn herein nicht sagen; es wird um so mehr der Fall sein, je mehr der Wasserdampf und die Luft (das Heizgasgemenge) in einem solchen Massenverhältnisse und in solchen Zuständen, die Heizgase insbesondere so heiss in die Kammer einströmen, dass die Temperaturausgleichung, insoweit sie während der kurzen Mischungszeit erfolgt, in Verbindung mit den gleichen Druckzunahmen beider Theile beim Uebergange aus der Kammer zur Esse einer ebenso grossen Zunahme des Dampfvolumens wie Abnahme des Luftvolumens entspricht.

3) Die Mischung werde zwar als eine beliebig innige, aber doch nicht als eine molekulare betrachtet, eine Vorstellung, welche übrigens weniger das Wesen der Sache betrifft, als die Darstellungsweise im Falle von luftförmigen Flüssigkeiten. Bei molekularer Mischung von solchen

erfüllt jede den ganzen Raum des Gemisches, dessen Druck sich als Summe der Drucke der Mischungsbestandtheile darstellt; bei nur mechanischer Mischung hat umgekehrt jeder Theil den ganzen Druck, während das Gesammtvolumen sich als Summe der Theilvolumina darstellt. Einigermassen hängt diese dritte Voraussetzung mit der vorigen zusammen, insofern nämlich, als die molekulare Mischung eine vollkommene Temperaturausgleichung einschliessen würde, wogegen im anderen Falle nicht ausgeschlossen ist, dass in der kurzen Zeit des Mischungsvorganges solche Ausgleichung nur unvollkommen zustandekommt, beide Theile vielmehr merklich verschiedene Temperaturen selbst in der Mischung zunächst behalten.

Bei Voraussetzung eines Beharrungszustandes, sowie von Meter (bezw. Quadratmeter oder Cubikmeter), Kilogramm und Sekunde als Einheiten sei nun:

x der Druck in der Kammer B, Fig. 63,

F_1 die Grösse der Mündung des Rohrs A_1, ev. des kleinsten Querschnittes des mit Contraction aus ihr ausfliessenden saugenden Strahls,

p_1 der Druck in dem Raume, aus welchem das Rohr A_1 herkommt, bezogen auf eine Stelle (nöthigenfalls durch Rechnung), welche mit F_1 in gleicher Höhe liegt und woselbst die Geschwindigkeit verschwindend klein ist,

m_1 das Gewicht der pro Sekunde zufliessenden saugenden Flüssigkeit,

u_1 ihre Geschwindigkeit in F_1,

γ_1 ihr specifisches Gewicht daselbst,

σ_1 ihr specifisches Gewicht in der Mischung,

ς_1 der auf u_1 bezogene Widerstandscoefficient des Rohrs A_1;

F_2 die Grösse der Mündung des Rohrs A_2, ev. des betreffenden kleinsten Querschnitts bei stattfindender Contraction,

p_2 der Druck in dem Raume, aus welchem A_2 herkommt, verstanden analog wie p_1,

m_2 das Gewicht der pro Sekunde angesaugten Flüssigkeit,

u_2 ihre Geschwindigkeit in F_2,

γ_2 ihr specifisches Gewicht daselbst,

σ_2 ihr specifisches Gewicht in der Mischung,

ς_2 der auf u_2 bezogene Widerstandscoefficient des Rohrs A_2;

F die als constant vorausgesetzte Querschnittsgrösse des Rohrs A,

p der Druck, welchem entgegen der Abfluss durch A stattfindet, bei grösserer Länge und verticaler Lage reducirt auf den Anfang dieser Röhre,

ς der Widerstandscoefficient derselben.

Gemäss den obigen Voraussetzungen unter 3) und 2) ist das specifische Gewicht des Flüssigkeitsgemisches in A:

$$\gamma = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\sigma_1} + \frac{m_2}{\sigma_2}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{m_2}{\gamma_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

und somit seine Geschwindigkeit:

$$u = \frac{m_1 + m_2}{\gamma F} = \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{m_2}{\gamma_2}\right) \frac{1}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Ausserdem ist natürlich:

$$u_1 = \frac{m_1}{\gamma_1} \frac{1}{F_1} \text{ und } u_2 = \frac{m_2}{\gamma_2} \frac{1}{F_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Bezüglich dieser Ausflussgeschwindigkeiten u_1 und u_2 aus A_1 bezw. A_2 finden gemäss der Gleichung der lebendigen Kraft, nämlich gemäss der auch im vorigen Paragraph benutzten Gleichung (Bd. I, §. 75, Gl. 2):

$$\frac{u\,du}{g} + v\,dp = dM - dB \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

stets Beziehungen statt von den Formen:

$$(1 + \varsigma_1) \frac{u_1^2}{2g} = \frac{p_1 - x}{\gamma'}; \quad (1 + \varsigma_2) \frac{u_2^2}{2g} = \frac{p_2 - x}{\gamma''} \quad \ldots \ldots (5),$$

wobei im Falle von tropfbaren Flüssigkeiten $\gamma' = \gamma_1$ und $\gamma'' = \gamma_2$ ist, während anderenfalls γ' und γ'' streng genommen nur zugleich mit Hülfe einer anderen Gleichung (der früher so genannten Gleichung des Arbeitsvermögens oder der Wärmegleichung) entsprechend zu bestimmen sind. Z. B. für Wasserdampf als saugende Flüssigkeit ergiebt sich γ' aus den Formeln in §. 111, Bd. I; nach Zeuner kann in diesem bei der Blasrohrvorrichtung vorliegenden Falle, sofern x nicht viel vom Atmosphärendrucke verschieden und p_1 nicht erheblich grösser ist,

$$\gamma' = 0{,}258\,(1{,}391 + p_1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

gesetzt werden, falls p_1 in Atmosphären ausgedrückt ist.

Was γ'' im Falle der Blasrohrvorrichtung betrifft, so lässt sich ohne näheres Eingehen auf die Gesetzmässigkeit der Temperaturänderungen im Herde und im Heizcanale nur sagen, dass γ'' zwischen γ_2 und dem specifischen Gewichte γ_0 der äusseren Luft enthalten ist. Aus Gl. (4), worin hier $M = 0$ zu setzen ist, folgt nämlich durch Integration bezüglich der Luftströmung bis zur Rauchkammer:

$$\frac{u_2^2}{2g} + \int v\,dp = -B = -\varsigma_2 \frac{u_2^2}{2g}$$

oder mit $v = \frac{1}{\gamma}$ (unter γ hier das specifische Gewicht des Heizgasgemenges an irgend einer Stelle verstanden), also mit

$$v\,dp = \frac{dp}{\gamma} = d\left(\frac{p}{\gamma}\right) - p\,d\frac{1}{\gamma}$$

$$(1+\varsigma_2)\frac{u_2^2}{2g} = -\int v\,dp$$

$$= \frac{p_2}{\gamma_0} - \frac{x}{\gamma_2} + \int p\,d\frac{1}{\gamma}$$

oder wegen $\int p\,d\frac{1}{\gamma}\begin{cases} < p_2\left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_0}\right) \\ > x\left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_0}\right)\end{cases}$

$$(1+\varsigma_2)\frac{u_2^2}{2g}\begin{cases} < \frac{p_2}{\gamma_0} - \frac{x}{\gamma_2} + p_2\left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_0}\right) = \frac{p_2 - x}{\gamma_2} \\ > \frac{p_2}{\gamma_0} - \frac{x}{\gamma_2} + x\left(\frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_0}\right) = \frac{p_2 - x}{\gamma_0}.\end{cases}$$

In der That folgt daraus durch Vergleichung mit (5):

$$\gamma_0 > \gamma'' > \gamma_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7).$$

Was endlich die Mischung beider Flüssigkeiten und ihren gemeinsamen Ausfluss aus der Röhre A betrifft, so ergiebt sich aus der Gleichung (4), wenn sie auf beide Flüssigkeiten zusammen bezogen, nämlich mit $m_1 + m_2$ multiplicirt und dann bezüglich der saugenden Flüssigkeit von der Mündung F_1 des Zuflussrohres A_1 an, bezüglich der angesaugten Flüssigkeit von ihrem Ruhezustande in der Kammer an integrirt wird, mit der Bezeichnung $v = \frac{1}{\gamma}$ (unter γ vorläufig wieder irgend ein specifisches Gewicht verstanden):

$$(m_1 + m_2)\frac{u^2}{2g} - m_1\frac{u_1^2}{2g} + (m_1 + m_2)\int\frac{dp}{\gamma} + (m_1 + m_2)B = 0 \quad . \ (8),$$

indem wieder die Arbeit M der Schwere oder anderer Massenkräfte = Null zu setzen ist. In dieser Gleichung ist mit Rücksicht auf die Voraussetzung unter 2) sowie auf Gl. (1):

$$(m_1 + m_2)\int\frac{dp}{\gamma} = (m_1 + m_2)\int d\frac{p}{\gamma}$$

$$= m_1\left(\frac{p}{\sigma_1} - \frac{x}{\gamma_1}\right) + m_2\left(\frac{p}{\sigma_2} - \frac{x}{\gamma_2}\right)$$

$$= \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{m_2}{\gamma_2}\right)(p - x) = (m_1 + m_2)\frac{p - x}{\gamma};$$

ferner mit Rücksicht darauf, dass das letzte Glied von Gleichung (8) nicht nur die Widerstandsarbeit des Abflussrohres A, sondern auch die Stosswiderstandsarbeit infolge des plötzlichen Ueberganges der Geschwindigkeiten u_1 und 0 der beiden Flüssigkeiten in die gemeinsame Geschwindigkeit u in sich begreift,

$$(m_1 + m_2) B = \varsigma (m_1 + m_2) \frac{u^2}{2g} + m_1 \frac{(u - u_1)^2}{2g} + m_2 \frac{u^2}{2g}.$$

Die Gleichung (8) erhält dadurch, wenn sie ausserdem mit $2g$ multiplicirt wird, die Form:

$$(1 + \varsigma)(m_1 + m_2) u^2 - m_1 u_1^2 + m_1 (u - u_1)^2 + m_2 u^2 + (m_1 + m_2) . 2g \frac{p - x}{\gamma} = 0.$$

Indem die Summe der 3 mittleren Glieder mit Rücksicht auf (2)

$$= m_1 (u^2 - 2 u u_1) + m_2 u^2 = (m_1 + m_2) u^2 - 2 m_1 u_1 u$$

$$= (m_1 + m_2) \left(u^2 - \frac{2 m_1 u_1}{\gamma F} \right)$$

ist, folgt daraus:

$$2g(p - x) = \frac{2 m_1 u_1}{F} - (2 + \varsigma) \gamma u^2 \quad \ldots \ldots \ldots (9).$$

Den Gleichungen (5) und (9) mögen schliesslich durch Eliminirung von u_1, u_2, u und γ vermittels (1) bis (3) die Formen gegeben werden:

$$2g(p_1 - x) = (1 + \varsigma_1) \gamma' \left(\frac{m_1}{\gamma_1 F_1} \right)^2 \ldots \ldots \ldots (10)$$

$$2g(p_2 - x) = (1 + \varsigma_2) \gamma'' \left(\frac{m_2}{\gamma_2 F_2} \right)^2 \ldots \ldots \ldots (11)$$

$$2g(p - x) = \frac{2 m_1^2}{\gamma_1 F_1 F} - (2 + \varsigma)(m_1 + m_2) \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{m_2}{\gamma_2} \right) \frac{1}{F^2} \ldots (12).$$

Diese Gleichungen (10) — (12) bestimmen 3 der darin vorkommenden Grössen, wenn die übrigen bekannt sind, z. B. m_1, m_2 und x. Im Falle der **Blasrohrvorrichtung** ist zur Eliminirung von x und zur Bestimmung des Verhältnisses $m_1 : m_2$ die Gleichung (12) mit einer der Gleichungen (10), (11) ausreichend. In diesem Falle kann nämlich gesetzt werden:

$$\varsigma = 0 \text{ und } p_2 = p = \text{ dem Atmosphärendrucke;}$$

aus (11) und (12) folgt dann:

$$(1 + \varsigma_2) \frac{\gamma''}{\gamma_2^2} \frac{m_2^2}{F_2^2} = \frac{2 m_1^2}{\gamma_1 F_1 F} - 2 (m_1 + m_2) \left(\frac{m_1}{\gamma_1} + \frac{m_2}{\gamma_2} \right) \frac{1}{F^2}$$

oder mit den Bezeichnungen:

$$y_1 = \frac{F}{F_1},\ y_2 = \frac{F}{F_2} \text{ und } z = \frac{m_2}{m_1} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

und durch Multiplication mit $\frac{\gamma_2}{2}\frac{F^2}{m_1^2}$:

$$\frac{1+\varsigma_2}{2}\frac{\gamma''}{\gamma_2} y_2^2 z^2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} y_1 - (1+z)\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}+z\right)$$

$$= \frac{\gamma_2}{\gamma_1} y_1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} - \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}+1\right) z - z^2$$

oder endlich mit der Bezeichnung

$$\mu = \frac{1+\varsigma_2}{2}\frac{\gamma''}{\gamma_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

$$(\mu y_2^2 + 1) z^2 + \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}+1\right) z = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}(y_1 - 1). \quad \ldots\ldots (15).$$

Sofern es der gesammte Abdampf der Maschine ist, welcher durch das Blasrohr abgeführt wird, hat das hier mit z bezeichnete Verhältniss bei Benutzung bisheriger Buchstabenbezeichnungen (§. 65) die Bedeutung:

$$z = \frac{m_2}{m_1} = \frac{BG}{D}.$$

Bei Locomotiven ist es nur wenig veränderlich, durchschnittlich etwa

$$z = 2^1/_3, \text{ entsprechend } \frac{D}{B} = 6 \text{ und } G = 14,$$

indem die genügende Verbrennung bei grosser Schichtdicke auf dem Roste einen nur mässigen Luftüberschuss erfordert. Damit aber das Blasrohr ein solches oder ein anderes Verhältniss z zur Folge habe, müssten zu ihm die Querschnittsverhältnisse y_1 und y_2 in der durch (15) dargestellten Beziehung stehen. In derselben kann für das Dichtigkeitsverhältniss $\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ ein angenäherter Werth eingesetzt werden, welcher der Temperatur entspricht, womit die Heizgase in die Rauchkammer strömen; der Coefficient μ ist aber zuverlässig nur der Gleichung (15) selbst zu entnehmen nach der Einsetzung praktisch erprobter Werthe von y_1 und y_2 für Anlagen der betreffenden Art. Das ist um so nöthiger, als die Voraussetzungen, welche den Gleichungen (10) — (12) zugrunde liegen, von theilweise zweifelhafter Berechtigung sind, sodass auch die schliessliche Beziehung zwischen z, y_1 und y_2 in anderer, als der obigen Form (15) gefunden wird, wenn die Gleichungen (10) — (12) auf andere Weise combinirt werden, wenn z. B. aus (10) und (11) durch Division das

Verhältniss $\frac{m_2}{m_1} = z$ als Function von x, dann x mit Hülfe von (12) bestimmt wird. So ist es zu erklären, dass die Hauptformel Zeuner's aus (15) dadurch noch nicht erhalten wird, dass darin seiner Annahme entsprechend $\gamma_1 = \gamma_2$ ($= \gamma$, gemäss der auch bei ihm zugrunde liegenden Annahme unveränderlichen Gesammtvolumens bei der Mischung) gesetzt wird, dass vielmehr ausserdem das Glied mit der ersten Potenz von z gestrichen werden müsste. Dadurch erst ergäbe sich:

$$z = \sqrt{\frac{y_1 - 1}{\mu y_2^2 + 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16).$$

Diese Erwägungen, und weil auch in (16) der Coefficient μ nur auf Grund von Erfahrungen mit Locomotiven verschiedenen Systems bei Verwendung verschiedener Brennstoffe angemessen zu bestimmen ist (nach Zeuner $\mu = 3$ bis 5), hatten den Verfasser bei einer früheren Veranlassung* dazu bestimmt, obige Gleichung (15) nur bezüglich ihrer allgemeinen Form

$$y_1 = a + b y_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

zu verwerthen, nämlich die Coefficienten a und b, von welchen a gemäss (15) nur von z und $\frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, dagegen b zugleich von μ, also von ς_2 und $\frac{\gamma''}{\gamma_2}$ abhängen würde, unmittelbar bewährten Verhältnissen der Praxis zu entnehmen. Die Einsetzung durchschnittlicher Werthe, insbesondere von

$$y_1 = 16 \text{ und } y_2 = 0{,}48 = 0{,}03\, y_1$$

im Mittel aus 53 Fällen** unveränderlicher Grösse der Blasrohrmündung F_1 konnte freilich allein die zwei Coefficienten a, b noch nicht bestimmen. Es wurde deshalb ausserdem ein gewisses vortheilhaftestes Verhältniss zugrunde gelegt, welches als darin bestehend betrachtet wurde, dass z als Function von F betrachtet ein Maximum ist. Nun lässt die Vergleichung von (17) mit (15) erkennen, dass a und b Functionen von z sind von folgenden Formen:

$$a = \alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2, \quad b = \beta z^2,$$

* Siehe die von ihm mit Zusätzen versehene 5. Auflage (1869) von Redtenbacher's Resultaten für den Maschinenbau, Nr. 335.

** Siehe die Skizzen und Hauptdimensionen der Locomotiven von verschiedenen Systemen, welche nach den Ergebnissen der im Jahre 1868 in München abgehaltenen Techniker-Versammlung der deutschen Eisenbahnverwaltungen im Auftrage der technischen Commission des Vereins von Heusinger von Waldegg herausgegeben wurden.

so dass Gl. (17) auch geschrieben werden kann:

$$\frac{F}{F_1} = \alpha_0 + \alpha_1 z + \alpha_2 z^2 + \beta z^2 \frac{F^2}{F_2^2}.$$

Werden in dieser Gleichung nur F und z als veränderlich betrachtet, so ergiebt ihre Differenzirung mit $\frac{dz}{dF} = 0$, entsprechend dem Maximum von z als Function von F:

$$\frac{1}{F_1} = \beta z^2 \frac{2F}{F_2^2}, \text{ also } y_1 = 2 b y_2^2$$

und somit nach (17):

$$a = y_1 - b y_2^2 = \frac{y_1}{2}.$$

Dürften also obige Durchschnittswerthe $y_1 = 16$ und $y_2 = 0{,}48$ als vortheilhafteste im Sinne dieser Bestimmung von a betrachtet werden, so wäre $a = 8$ und ergäbe sich damit jenen Durchschnittswerthen entsprechend auch b, nämlich:

$$y_1 = 8 + 35 y_2^2 = 70 y_2^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18).$$

Solche Bestimmung der Coefficienten a und b müsste freilich nicht nur, wie es hier beispielsweise geschehen ist, für eine Gesammtheit von Fällen im Durchschnitt, sondern für gewisse Constructionssysteme und Arten von Brennstoffen besonders ausgeführt werden, um hinlänglich brauchbare Constructionsregeln erwarten zu können. Bei der Unsicherheit der Grundlagen dieser ganzen Untersuchung lässt sich übrigens der verhältnissmässige Werth verschiedener Auffassungen und entsprechender Formeln für den technischen Gebrauch nur auf Grund vielseitiger Betriebserfahrungen genügend beurtheilen.

Der Gleichung (15) zufolge ist $z = \frac{m_2}{m_1}$ vom Blasrohrdrucke p_1 so gut wie unabhängig, indem nur allenfalls γ_1, jedoch in verschwindend kleinem Betrage, mit p_1 sich ändern könnte. Indem ferner trotz etwa veränderlichen Dampfverbrauches m_1 der Maschine doch z unter übrigens gleich bleibenden Umständen constant, d. h. m_2 proportional m_1 bleibt, ist der Blasrohrvorrichtung dadurch eine vortheilhafte Art von Selbstregulirung eigen. Zu weiterer Regulirung des Zuges, d. h. von z, ist nur ausnahmsweise und in mässigem Betrage ein Bedürfniss vorhanden. Sie könnte gemäss (15) durch Aenderung von y_1 (F oder F_1), y_2 (F oder F_2) oder von μ (nämlich von ς_2) geschehen, erfolgt aber gewöhnlich durch Grössenänderung der Blasrohrmündung F_1 oder durch Aenderung von ς_2, z. B. mit Hülfe einer stellbaren Klappe am Aschenfall,

wodurch der Zutritt der Luft zum Roste mehr oder weniger zu erschweren ist. Die Gleichung lässt erkennen, dass z vergrössert wird durch Verkleinerung von F_1 (Vergrösserung von y_1) sowie durch weitere Oeffnung der Klappe (Verkleinerung von ς_2 und μ). Vermittels eines Röhrchens, aus welchem Kesseldampf unmittelbar in die Esse ausgeblasen werden kann, lässt sich die Anfachung des Feuers unterstützen, insbesondere auch beim Stillstande, somit ohne Dampfverbrauch der Maschine bewirken.

Bei dem Entwurfe einer Blasrohrvorrichtung ist F_2 = der Querschnittssumme aller Heizröhren (etwa $= {}^1/_5$ der Rostfläche) gegeben. Durch Annahme von F ist dann y_2 bestimmt, und es kann y_1, somit F_1 aus (16) oder (17) mit Hülfe erfahrungsmässiger Coefficienten gefunden werden. Bei veränderlicher Blasrohrmündung ist dieses F_1 ein Mittelwerth.

§. 71. Kesselspeisung.

Bei den früher üblichen Niederdruckdampfmaschinen, bei welchen der Dampfdruck im Kessel den atmosphärischen Luftdruck nur um etwa bis ${}^1/_3$ Atm. übertraf, konnte die Speisung des Kessels mit Wasser durch hydrostatischen Druck von einem entsprechend höher gelegenen Behälter aus vermittels eines Speiserohres geschehen, welches, in den Wasserraum des Kessels hinabreichend, bis zu einer gewissen dem Dampfdrucke entsprechenden Höhe mit Wasser gefüllt blieb. Die Regulirung der Kesselspeisung, nämlich des Zuflusses aus dem Behälter in das Speiserohr, pflegte dabei durch ein Ventil am oberen Ende des letzteren vermittelt zu werden, welches durch einen dem Wasserstande im Kessel folgenden Schwimmer selbstthätig beim Steigen des Wassers über ein gewisses Niveau geschlossen, beim Sinken unter dasselbe mehr oder weniger geöffnet wurde.

Bei grösserer Dampfspannung pflegt das Wasser durch eine Speisepumpe in den Kessel gedrückt zu werden, deren Dimensionen entsprechend der üblichen periodisch unterbrochenen Speisung so bemessen sind, dass sie das in einer Periode p (§. 68) zu verdampfende Wasser schon in einem gewissen aliquoten Theile (${}^1/_3$ bis ${}^1/_6$) dieser Zeit zu fördern vermag. Ein gegen den Kessel hin sich öffnendes Ventil (Speiseventil) an der Einmündungsstelle des Druckrohrs (Speiserohrs) in den Kessel vermittelt dessen Absperrung von der Pumpe bei ihrem Stillstande. Ihre In- und Ausserbetriebsetzung geschieht in der Regel von Hand je nach Bedürfniss. Nur selten ist auch in diesem Falle die Speisung mit

Hülfe eines Schwimmers selbstthätig entsprechend dem Wasserstande im Kessel regulirbar eingerichtet, sei es durch Hemmung oder Freigebung des Spieles des Saugeventils der Speisepumpe, sei es durch Schliessung oder Oeffnung des Speiseventils und zwar mittelbar in der Weise, dass der Schwimmer unmittelbar eine Umsteuerung bewirkt, durch welche dem Dampfdrucke auf einen Kolben die Aufgabe entsprechender Bewegung des Ventils zugewiesen wird.

Während übrigens die Einrichtung, die Abmessungen und der Betrieb einer Speisepumpe auf denselben Erwägungen beruhen, wie bei Pumpen zu mancherlei anderen Zwecken, welche dem Plane dieses Werkes gemäss an anderer Stelle zu besprechen sind, werde näherer Erörterung hier nur ein Apparat unterzogen, welcher speciell zum Zwecke der Kesselspeisung seit dem Jahre 1858 mehr und mehr die Pumpe mit Erfolg ersetzt hat: der Injector von Giffard oder die Dampfstrahlpumpe. Die Förderung des Wassers wird dabei durch die lebendige Kraft eines unmittelbar aus dem zu speisenden Kessel stammenden Dampfstrahls bewirkt, ähnlich wie bei der Blasrohrvorrichtung (§. 70) die Förderung der Verbrennungsluft und der Heizgase durch den Abdampf der Maschine; doch ist die saugende Wirkung des Injectors nur nebensächlich, indem es sich vorzugsweise um die Ueberwindung des Kesseldrucks durch das Wasser handelt, welches mit dem durch Condensation des benutzten Dampfes entstehenden Wasser gemischt ist. Indem diese Mischung mit entsprechender Erwärmung verbunden ist, hat der Injector den principiellen Vorzug, dass abgesehen von nebensächlichen Verlusten das ganze Arbeitsvermögen des benutzten Dampfes dem Kessel erhalten bleibt, bezw. zurückgegeben wird. Seine Unabhängigkeit vom Betriebe der Maschine gewährt den besonders bei Locomotiven und Dampfschiffen wesentlichen Vortheil, auch beim Stillstande die Kesselspeisung beliebig bewirken zu können, wozu im Falle von Pumpen dergleichen mit selbständigem Dampfbetriebe nöthig wären.

Die ursprüngliche Einrichtung des Injectors und seine Wirkungsweise sind im Princip folgende. Das vom Dampfraume des Kessels ausgehende Dampfzuleitungsrohr endigt mit einem düsenförmigen, conisch convergenten Mundstücke A_1 in einer Kammer, der Condensationskammer, welche in ein gleichfalls nach aussen convergirendes, die damit coaxiale Dampfdüse A_1 rings umgebendes Mundstück A_2 ausläuft. In dieser Kammer, bezw. in ihrem Mundstücke A_2 wird der Dampf durch Mischung mit dem kälteren Wasser condensirt und seine lebendige Kraft auf das aus der Mischung hervorgehende warme Wasser übertragen, insoweit sie

nicht durch den Stoss infolge der plötzlichen Geschwindigkeitsabnahme des Dampfes und der plötzlichen Geschwindigkeitszunahme des zufliessenden Wassers in Wärme umgesetzt wird; sowohl die letztere, als auch die innere und äussere Verdampfungswärme des condensirten Dampfes findet sich als freie Wärme in dem Wasser, welches mit entsprechend grosser Geschwindigkeit und Temperatur aus der düsenförmigen Mündung A_2 des Condensationsraumes ausfliesst. Dieser Wasserstrahl wird von der in kleiner Entfernung gegenüberliegenden Einmündung des Druckrohres A aufgefangen, welche zwar, um dieses Auffangen zu sichern und eine Verspritzung am Rande zu vermeiden, gegen A_2 hin sich trichterförmig etwas erweitert, deren kleinster Querschnitt aber nicht grösser sein darf, eher etwas kleiner sein muss, als der Ausmündungsquerschnitt von A_2, zur Vermeidung des Ansaugens von Luft aus der Kammer, in welcher der Uebertritt des Wassers aus A_2 in A stattfindet. Von dieser Uebertrittskammer ist ein Rohr abgezweigt zur Ableitung des Wassers, welches etwa von dem Aufsaugetrichter des Druckrohrs A (vorübergehend beim Ingangsetzen des Apparates oder überhaupt unter aussergewöhnlichen Umständen) nicht aufgenommen wird. Indem endlich das Druckrohr sich von der Einmündung aus conisch erweitert, die Geschwindigkeit des Wassers in ihm also abnimmt, wird der Druck entsprechend grösser und somit geeignet, das Wasser in einen Raum zu pressen, in welchem ein gewisser höherer Druck herrscht, z. B. durch das sich öffnende Speiseventil in den Kessel, welchem der Betriebsdampf des Apparates entstammt.

Um die Wirkung des Injectors verschiedenen Umständen anzupassen, insbesondere auch behufs sicherer Ingangsetzung, falls das Wasser nicht aus einem höher gelegenen Behälter zufliesst, sondern auf eine gewisse Höhe anzusaugen ist, sind bei der ursprünglichen Einrichtung der Ausflussquerschnitt F_1 der Dampfdüse A_1 und die Grösse F_2 der Oeffnung regulirbar, durch welche das Wasser in die Condensationskammer A_2 einfliesst, d. i. des kleinsten ringförmigen Querschnittes zwischen der Aussenwand von A_1 und der Innenwand von A_2. Ersteres geschieht dadurch, dass ein zugespitzter Dorn in der Düse A_1 im Sinne seiner Axe vor- und zurückgeschraubt wird, letzteres durch axiale Bewegung der ganzen Düse A_1 sammt Dorn vermittels einer anderen Schraube. Zur Vereinfachung des Apparates, insbesondere dann, wenn er stets unter ganz ähnlichen Umständen benutzt werden soll und eine saugende Wirkung nicht verlangt wird, sind indessen bei späteren Constructionen jene Querschnitte F_1 und F_2 unveränderlich gemacht worden, vorbehaltlich

entsprechender Regulirung der Dampf- und Wassermenge durch Ventile in der Dampf-, bezw. Wasserzuleitungsröhre. Auch finden sich Abweichungen von der ursprünglichen Einrichtung insofern, als die Ueber trittskammer nicht mit der Atmosphäre (durch das Abfluss- oder Sabberrohr), sondern mit der Condensationskammer communicirt, oder auch die conisch convergente Düse A_2 ohne Unterbrechung in das conisch divergente Druckrohr A übergeht, eine Uebertrittskammer somit fehlt; unter solchen Umständen ist der Druck im kleinsten, nämlich im Anfangsquerschnitte des Druckrohrs nicht, wie bei der ursprünglichen Einrichtung, = dem Atmosphärendruck, sondern = dem Druck am Anfange bezw. am Ende der Düse A_2.

Die wesentlichste Ausgestaltung der ursprünglichen Idee zeigt der doppeltwirkende Injector von Körting, welcher bei grösserer Saughöhe insbesondere auch wärmeres (gemäss §. 68 vorgewärmtes) Wasser in den Kessel zu fördern gestattet. Derselbe besitzt zwei Dampfdüsen A_1 neben einander, eine kleinere und eine grössere, mit zugehörigen Condensations- und Wasserdüsen A_2, welche ohne Unterbrechung in conisch sich erweiternde Druckröhren A übergehen; beide Querschnittspaare F_1 und F_2 sind unveränderlich. Zur sicheren Ingangsetzung sind die zwangläufigen Bewegungen von Dampfeinlassventilen der Düsen A_1 und die Drehung eines Hahnes H, welcher den vorläufigen Abfluss des zum Eintritt in den Kessel (zur Oeffnung des Speiseventils) noch nicht hinlänglich gepressten Wassers vermittelt, in eigenthümlicher Weise von einander abhängig gemacht. Bei der langsamen Drehung eines betreffenden Handgriffes wird nämlich von den beiden geschlossenen Dampfeinlassventilen des ausser Betrieb befindlichen Apparates zunächst nur das kleinere geöffnet; der dadurch zugelassene Dampf hat nur die Ansaugung von Wasser zu bewirken, welchem nämlich nach dem Durchflusse durch das zugehörige erste Druckrohr A der Abfluss durch einen Canal C und durch den Hahn H noch offen ist. Erst bei allmählicher Weiterdrehung des Handgriffes wird dieser Canal C abgesperrt und das angesaugte Wasser in die zweite Düse A_2 weiter zu fliessen genöthigt. Indem aber gleichzeitig auch das Einlassventil des Dampfes zur zweiten Dampfdüse A_1 sich zu öffnen angefangen hat, wird das in A_2 einfliessende Wasser in das zweite Druckrohr A gepresst, kann freilich am Ende desselben zunächst noch durch einen Canal, welcher vom vorgenannten Canal C durch eine Scheidewand getrennt ist, und durch den Hahn H entweichen. Erst wenn zu Ende der überhaupt gestatteten Drehung des Handgriffes auch das grössere Dampfeinlassventil ganz geöffnet ist, hat zugleich der

Hahn eine solche Drehung erfahren, dass durch ihn das Wasser nach dem Durchfliessen weder des ersten noch des zweiten Druckrohrs entweichen kann; die Pressung desselben ist aber dann gross genug geworden, um behufs seines Eintritts in den Kessel das Speiseventil zu öffnen.

Um die Wirkungen der besprochenen Einrichtungen zu erklären und um die wesentlichen Abmessungen des Apparates unter gegebenen Umständen passend wählen zu können, ist eine mathematisch-wissenschaftliche Untersuchung, ergänzt durch Versuche und durch Erfahrungen im Betriebe, dienlich.

§. 72. Theorie des Injectors.

Bei Voraussetzung zunächst eines einfachwirkenden (mit nur einer Dampfdüse versehenen) Injectors, ferner von Meter, Kilogramm und Sekunde als Einheiten sei:

p_1 der Druck, t_1 die entsprechende Temperatur in dem Behälter (in der Regel dem zu speisenden Kessel), aus welchem der Dampf zuströmt, gemessen an einer Stelle, welche um

h_1 höher liegt, als der Condensationsraum des Injectors,

y_1 der verhältnissmässige Dampfgehalt dieses Dampfes, also $(1-y_1)$ Kgr. der Wassergehalt von 1 Kgr. desselben,

γ_1 sein specifisches Gewicht, welches mit Abstraction von dem kleinen Wasservolumen genau genug $=\dfrac{1}{y_1 v_1}$ gesetzt werden kann, unter

v_1 das specifische Volumen trockenen gesättigten Dampfes vom Drucke p_1 verstanden,

q_1, r_1, ϱ_1 bezw. die entsprechende Flüssigkeitswärme, gesammte und innere Verdampfungswärme,

m_1 das Gewicht des pro Sekunde mit der Geschwindigkeit

u_1 aus der Mündung $=$

F_1 der Dampfdüse ausfliessenden Dampfes;

p_2 der Druck (in der Regel der Atmosphärendruck) an der Oberfläche des Wassers in dem Behälter, aus welchem es zufliesst, bezw. angesaugt wird,

h_2 die Höhe dieser Wasseroberfläche über dem Condensationsraume des Apparates (negativ, wenn das Wasser zugleich angesaugt wird),

t_2 die Temperatur, q_2 die entsprechende Flüssigkeitswärme, γ_2 das specifische Gewicht dieses Wassers,

m_2 das Gewicht desselben, welches pro Sekunde mit der Geschwindigkeit

u_2 durch die Oeffnung =

F_2 in den Condensationsraum des Apparates einfliesst,

p' der Druck in diesem Raume,

t' die entsprechende Sättigungstemperatur von Wasserdampf;

u_0 die Geschwindigkeit des Wassers im kleinsten Querschnitte =

F_0 an der Einmündung in die Druckröhre,

p_0 der Druck in demselben, bei der ursprünglichen Einrichtung des Apparates = dem in der Uebertrittskammer (§. 71) herrschenden Atmosphärendruck, dagegen $p_0 = p'$, wenn diese Kammer mit dem Condensationsraume communicirt oder ganz fehlt, indem die Condensationsdüse ohne Unterbrechung in das Druckrohr übergeht,

γ_0 das specifische Gewicht des in das Druckrohr eintretenden Wassers im Querschnitte F_0, welches von γ_2 etwas verschieden und zwar $< \gamma_2$ ist, weniger der durch die Zumischung des Dampfes erhöhten Temperatur wegen, als weil das in das Druckrohr gelangende Wasser zunächst noch uncondensirte Dampftheilchen beigemischt enthalten mag,

γ das specifische Gewicht des Wassers im Druckrohre nach erfolgter Condensation dieser Dampftheilchen, somit nur noch infolge der Temperaturverschiedenheit γ etwas $< \gamma_2$,

t die Temperatur des Wassers im Druckrohre,

q die derselben entsprechende Flüssigkeitswärme,

p der Druck in dem Raume, in welchen das Wasser gefördert wird (in der Regel der Kessel, welchem der wirksame Dampf entnommen ist, also $p = p_1$), gemessen an einer Stelle, welche um

h höher liegt, als der Condensationsraum des Injectors,

u die Ausflussgeschwindigkeit des Wassers aus der Druckröhre.*

1) Um zunächst den Zustand des Wassers im Druckrohre zu erörtern, sei an irgend einer Stelle desselben in der Höhe h über dem Condensationsraume des Apparates: u die Geschwindigkeit, p der Druck, t die Temperatur, Q der bis zu dieser Stelle pro Sekunde stattfindende Wärmeverlust; im Gegensatz zu den oben erklärten Buchstabenbezeichnungen seien somit h, u, p vorläufig allgemeiner verstanden. Auf die Bewegungen des Dampfes und des Wassers von ihren betreffenden Zu-

---

* Durch die folgenden Entwickelungen werden die Angaben erläutert und ergänzt, welche vom Verfasser vor Jahren bezüglich der Dampfstrahlpumpe im Anhange der von ihm besorgten Ausgabe von „Redtenbacher's Resultaten für den Maschinenbau“ gemacht wurden.

flussbehältern, woselbst sie als in Ruhe befindlich vorausgesetzt werden, bis zur fraglichen Stelle im Druckrohre, woselbst in ihrer Mischung die Condensation des Dampfes vollendet sei, werde die Gleichung des Arbeitsvermögens angewendet, welche ausdrückt, dass der Zuwachs an Wärmewerth des Arbeitsvermögens gleich ist der Summe aus dem Wärmewerthe der Arbeiten äusserer Kräfte und aus der von aussen mitgetheilten Wärme. Gemäss den erklärten Buchstabenbezeichnungen, und wenn ausserdem mit A der Wärmewerth der Arbeitseinheit, mit w das (als constant zu betrachtende) specifische Volumen des Wassers, mit $w + \Delta$ das specifische Volumen gesättigten Dampfes bezeichnet wird, ist fraglicher Gleichung zufolge:

$$(m_1 + m_2)\left(q + A\frac{u^2}{2g}\right) - m_1(q_1 + y_1 \varrho_1) - m_2 q_2 = m_1 A[p_1(w + y_1 \Delta_1) + h_1] + \\ + m_2 A(p_2 w + h_2) - (m_1 + m_2) A(p w + h) - Q$$

mit Rücksicht darauf, dass das Arbeitsvermögen aus innerem und äusserem (lebendiger Kraft) zusammengesetzt ist, dass als äussere Kräfte die Pressungen auf die Endquerschnitte ausser der Schwere in Betracht kommen, und dass für ein Wasser- und Dampfgemisch (siehe Bd. I, §. 30, Gl. 1 und 2) das specifische Volumen

$$= w + y \Delta,$$

der Wärmewerth des specifischen inneren Arbeitsvermögens

$$= q + y \varrho$$

ist. Wegen $r = \varrho + A p \Delta$ kann die Gleichung auch geschrieben werden:

$$(m_1 + m_2)\left(q + A\frac{u^2}{2g}\right) + Q = m_1[q_1 + y_1 r_1 + A(p_1 - p) w + A(h_1 - h)] \\ + m_2[q_2 + A(p_2 - p) w + A(h_2 - h)] \quad . \; . \; (1).$$

Sie bestimmt die Temperatur t unter übrigens gegebenen Umständen. Indem aber mit Rücksicht auf die nur unsicher zu schätzende Wärme Q diese Temperatur t oder der wenig davon verschiedene Zahlenwerth der Flüssigkeitswärme q kaum bis auf eine Einheit zuverlässig berechnet werden kann, dürfen in Gl. (1) die Glieder mit dem Factor A unbedenklich vernachlässigt werden, weil ihr Einfluss stets innerhalb solcher Fehlergrenze liegt. Es wäre nämlich erst dann

$$A\frac{u^2}{2g} = 1, \text{ wenn } u = \sqrt{424 \,.\, 2 \,.\, 9{,}81} = 91{,}2 \text{ Mtr.},$$

$$A w \,.\, \Delta p = 1, \text{ wenn } \Delta p = 424\,000 \text{ Kgr. pro Quadratm.} = 41 \text{ Atm.},$$

$$A \,.\, \Delta h = 1, \text{ wenn } \Delta h = 424 \text{ Mtr.}$$

wäre. Somit ist einfacher gemäss (1):

$$(m_1 + m_2) q + Q = m_1 (q_1 + y_1 r_1) + m_2 q_2 \quad \ldots\ldots (2).$$

Setzt man auch noch $Q = 0$, indem man zur Ausgleichung y_1 nach Schätzung etwas verkleinert, ferner $q = t$ und $q_2 = t_2$, so folgt:

$$t = \frac{m_1 (q_1 + y_1 r_1) + m_2 t_2}{m_1 + m_2} \quad \ldots\ldots (3).$$

Die erwähnte verhältnissmässige Kleinheit der Glieder mit A in Gl. (1) lässt erkennen, dass von dem Arbeitsvermögen des verwendeten Dampfes ein nur sehr kleiner Theil zur Speisung des Kessels an und für sich, der weitaus grösste Theil vielmehr zur Erwärmung des Speisewassers verbraucht wird, so dass der Injector zur Förderung von Wasser nur in solchen Fällen vortheilhaft sein kann, in welchen der Wärmegehalt dieses Wassers nützliche Verwendung findet, wie es bei der Kesselspeisung der Fall ist, einigermassen auch bei der Füllung der Behälter von Eisenbahn-Wasserstationen, falls das erwärmte Wasser vor erheblicher Abkühlung weiter zur Tenderfüllung benutzt wird.

Die Grössen h, u, p, welche in Gl. (1) vorläufig auf eine beliebige Stelle des Druckrohrs bezogen worden waren, mögen jetzt, nachdem sie in der endgültigen Gleichung (3) ausgefallen sind, wieder im ursprünglich erklärten Sinne verstanden, nämlich auf das Ende der Druckröhre bezogen werden, so dass insbesondere im Falle der Kesselspeisung u die Einflussgeschwindigkeit des Wassers in den Kessel, p den Druck in demselben bedeutet. Sie stehen mit u_0, p_0 durch die Gleichung der lebendigen Kraft in Beziehung, welche ausdrückt, dass die der Geschwindigkeit u_0 entsprechende Geschwindigkeitshöhe, insoweit sie nicht zur Bewältigung der Widerstände im Druckrohre verbraucht wird und schliesslich als kleinere, u entsprechende Geschwindigkeitshöhe übrig bleibt, der Summe aus h und dem Ueberschusse der dem Drucke p über die dem Drucke p_0 entsprechende Druckhöhe gleich sein muss. Diese Gleichung ist, unter ς den auf den Anfangsquerschnitt F_0 bezogenen Widerstandscoefficienten des ganzen Druckrohrs verstanden,

$$(1 - \varsigma) \frac{u_0^2}{2g} - \frac{u^2}{2g} = h + \frac{p - p_0}{\gamma} \quad \ldots\ldots (4)$$

mit Rücksicht darauf, dass die Arbeit, welche der Condensation des im Querschnitte F_0 etwa noch beigemischten Dampfes entspricht, sich in Wärme umsetzt, und dass deshalb die Arbeit des daselbst herrschenden Druckes p_0 pro Gewichtseinheit Flüssigkeit = der entsprechenden Druckhöhe nicht $= \frac{p_0}{\gamma_0}$, sondern richtiger nur $= \frac{p_0}{\gamma}$ zu setzen ist.

Wegen der zunehmenden Weite des Druckrohrs ist übrigens u stets so klein im Vergleiche mit u_0, dass u^2 in (4) gegen $u_0{}^2$ vernachlässigt werden kann, und indem ferner γ selbst bei sehr verschiedenen Temperaturen t so wenig verschieden ist, dass dafür stets derselbe Werth. etwa

$$\gamma = 981 = 100\,g$$

gesetzt werden darf (streng genommen einer Temperatur von etwa 55° entsprechend), so folgt aus (4):

$$u_0 = \sqrt{\frac{2g}{\gamma}\frac{\gamma h + p - p_0}{1-\varsigma}} = \sqrt{\frac{0{,}02}{1-\varsigma}(p + \gamma h - p_0)} \quad \ldots . (5).$$

Das specifische Gewicht γ_0 des mit Dampftheilchen vermischten Wassers im Querschnitte F_0 kann nur durch Vergleichung der Ergebnisse von Versuchen mit der selbstverständlichen Gleichung

$$m_1 + m_2 = \gamma_0 F_0 u_0 \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

ermittelt werden, in welcher u_0 durch Gl. (5) bestimmt ist. Auf solche Weise* wurde vom Verfasser die Beziehung:

$$\gamma_0 = 1100 - 5\,t \text{ für } t = 25^0 \text{ bis } 85^0 \ldots \ldots (7)$$

als wahrscheinlich ungefähr zutreffend gefunden**, vorausgesetzt, dass m_1 und somit t nicht wesentlich grösser ist, als es die regelrechte Wirkung des Apparates unter den betreffenden Umständen erfordert, und dass ein Ansaugen von Luft durch den in das Druckrohr einfliessenden Strahl, wodurch γ_0 wesentlich kleiner würde, nicht stattfindet. Letzteres ist natürlich ausgeschlossen, wenn die Condensationsdüse ohne Unterbrechung in das Druckrohr übergeht, oder wenn wenigstens die Uebertrittskammer von der äusseren Luft abgesperrt ist; anderenfalls setzt es voraus, dass F_0 nicht grösser ist, als F_1.

2) Der Vorgang im Condensationsraume umfasst den Einfluss von Dampf und Wasser in denselben, sowie die Mischung beider Theile.

Die Ausflussgeschwindigkeit u_1 des Dampfes aus der Mündung F_1 ist nach Bd. I, §. 111, indem hier

---

* Benutzt wurden insbesondere Versuche von Villiers (Civilingenieur, 1860, S. 315) und Versuche von E. Beuther auf der Wasserstation der Aachen-Düsseldorfer Eisenbahn zu Aachen (Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1862, S. 333).

** Die Condensation bis zum Querschnitte F_0 ist natürlich um so vollständiger, somit γ_0 um so grösser, je mehr die dem Druck p' im Condensationsraume entsprechende Sättigungstemperatur $t' > t$ ist, so dass allgemeiner etwa zu setzen wäre:

$$\gamma_0 = a + b\,(t' - t).$$

Hier war p' wenig vom Atmosphärendrucke, t' wenig von 100° verschieden.

$$p' < p_1 \left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m}{m-1}} \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

zu sein pflegt, wenn

$$m = \frac{n(1+\varsigma_1)}{1+n\varsigma_1} \text{ mit } n = 1{,}035 + 0{,}1\,y_1 \ldots \ldots \ldots (9)$$

gesetzt wird, unter ς_1 den Widerstandscoefficienten der Dampfzuflussröhre verstanden,

$$u_1 = \sqrt{\frac{2g}{1+\varsigma_1}\frac{m}{m+1}\frac{p_1}{\gamma_1}} \ldots \ldots \ldots \ldots (10).$$

Der mittlere Druck in der Düsenmündung F_1 ist = dem durch (8) bestimmten Grenzwerthe von p' (nahe $= 0{,}58\,p_1$ für kleine Werthe von ς_1 und für y_1 nahe $= 1$), wie sehr auch der Druck im Condensationsraume kleiner sein mag. Infolge dessen dehnt sich der Dampfstrahl ausserhalb F_1 mit abnehmender mittlerer Pressung und zunehmender Geschwindigkeit aus; ist jene $= p'$ geworden, so ist die Geschwindigkeit:

$$u' = \sqrt{2g\frac{n}{n-1}\frac{p_1}{\gamma_1}\left[1-\left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} \ldots \ldots \ldots (11).$$

Die Annahme, dass solche Strahlerweiterung in dem engen Condensationsraume wirklich zustandekommt, bevor durch das zufliessende Wasser der Dampf condensirt zu werden beginnt, ist allerdings zweifelhaft, erleichtert aber die Vorstellung und rechnerische Darstellung des Mischungsvorganges, bei welchem dann ein ringsum gleicher Druck p' stattfindet, somit die Condensationsarbeit nicht theilweise in lebendige Kraft, sondern lediglich in freie Wärme übergeht. Uebrigens macht es bei der kleinen Grösse von ς_1 wenig Unterschied, wenn statt (11) gesetzt wird:

$$u' = \sqrt{\frac{2g}{1+\varsigma_1}\frac{n}{n-1}\frac{p_1}{\gamma_1}\left[1-\left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} \ldots \ldots \ldots (12),$$

entsprechend der Vorstellung, dass die Widerstände der Dampfzuflussröhre nicht längs derselben stetig vertheilt, sondern am Ende gehäuft sich geltend machen.

Was die Geschwindigkeit u_2 betrifft, mit welcher das Wasser durch den Querschnitt F_2 in den Condensationsraum fliesst, so rührt die entsprechende Geschwindigkeitshöhe, vergrössert um die betreffende Widerstandshöhe, von h_2 her und von der Druckhöhe, welche dem Drucküberschuss $p_2 - p'$ entspricht, gemäss der Gleichung:

$$(1+\varsigma_2)\frac{u_2^2}{2g} = h_2 + \frac{p_2 - p'}{\gamma_2}$$

Dieselbe bestimmt:

$$p' = p_2 + \gamma_2 h_2 - \gamma_2 (1 + \varsigma_2) \frac{u_2^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (13),$$

nachdem mit Rücksicht auf (6):

$$u_2 = \frac{m_2}{\gamma_2 F_2} = \frac{u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \frac{\gamma_0}{\gamma_2} \frac{F_0}{F_2} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

mit Hülfe von (5) und (7) gefunden worden ist.

Das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$ ist bedingt durch die Gleichung der lebendigen Kraft für die mit Stoss (plötzlicher Geschwindigkeitsänderung) und entsprechendem Arbeitsverluste stattfindende Mischung von Wasser und Dampf. Diese Gleichung ist unter der Voraussetzung, dass der Mischungsvorgang erst dann beginnt, wenn der Dampfstrahl die Geschwindigkeit u' und die Pressung p' angenommen hat, so dass die Condensationsarbeit dieses ringsum gleich grossen Druckes p' auf das äussere Arbeitsvermögen (die lebendige Kraft) ohne Einfluss ist,

$$(m_1 + m_2)\frac{u_0^2}{2g} = m_1 \frac{u'^2}{2g} + m_2 \frac{u_2^2}{2g} - m_1 \frac{(u' - u_0)^2}{2g} - m_2 \frac{(u_2 - u_0)^2}{2g} + \frac{m_1 + m_2}{\gamma_0}(p' - p_0)$$

und es folgt daraus:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\frac{u_0 (u_0 - u_2)}{g} + \frac{p_0 - p'}{\gamma_0}}{\frac{u_0 (u' - u_0)}{g} - \frac{p_0 - p'}{\gamma_0}} \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

Im Falle $p_0 = p'$ wird

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{u_0 - u_2}{u' - u_0} \quad \ldots\ldots\ldots (16),$$

welche Gleichung oder auch, indem u_2 klein gegen u_0, u_0 klein gegen u' ist, die Gleichung

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{u_0}{u'} \quad \ldots\ldots\ldots (16, a)$$

in anderen Fällen als Näherungsformel benutzt werden kann.

3) Die Beziehungen zwischen der Leistungsfähigkeit und den Dimensionen eines Injectors unter gegebenen Umständen betreffen hauptsächlich die Beziehungen zwischen dem pro Sekunde zu fördernden Wassergewichte m_2, dem dazu gebrauchten Dampfgewichte m_1,

und den Grössen der Dampfdüsenmündung F_1 sowie des kleinsten Querschnittes F_0 des Druckrohrs. Es seien etwa

$$F_1 \quad m_1 \quad m_2$$

zu bestimmen, wenn F_0 als vorzugsweise massgebend für die Grösse des Apparates gegeben ist, und wenn ferner gegeben sind:

$$t_2 \quad h_2 \quad h \quad y_1 \quad p_1 \quad p_2 \quad p$$

ausser den Abmessungen und Dimensionsverhältnissen, welche zur Beurtheilung der Widerstandscoefficienten ς, ς_1, ς_2 nach bekannten hydraulischen Gesetzen und Erfahrungen gegeben sein müssen. Die Höhe h_1 pflegt zwar auch gegeben zu sein, kommt aber als unwesentlich in den zu benutzenden, auf gewissen Vernachlässigungen beruhenden Gleichungen nicht vor. Von den verschiedenen Drucken pflegt $p_1 = p =$ dem Drucke im Kessel, $p_2 =$ dem Atmosphärendrucke zu sein; p_0 ist bei der ursprünglichen Einrichtung des Apparates auch, und zwar = dem Atmosphärendrucke gegeben. Im Falle $p_0 = p'$ lässt sich vorläufig gemäss (13) nach Schätzung

$$p_0 \text{ etwas } < p_2 + \gamma_2 h_2 \text{ mit } \gamma_2 = 1000$$

annehmen und damit in die Rechnung eintreten, bis sich ein corrigirter Werth von $p' = p_0$ ergiebt.

Durch y_1 und p_1 sind auch γ_1 und t_1 in bekannter Weise bestimmt. Die Mündungsgrösse F_2 der Wasserzuflussröhre, verstanden als Maximalwerth (der grössten Leistung des Apparates entsprechend), falls sie regulirbar ist, werde im Verhältnisse zu F_0 angenommen, etwa $= 15\,F_0$ bis $20\,F_0$, wachsend mit $p_1 = p$.

Nach (5) findet man jetzt u_0, alsdann, wenn für das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$ ein vorläufiger Werth angenommen wird — wobei die Beispiele unter 4) als Anhalt dienen können — t und γ_0 aus (3) und (7). Weiter folgt u_2 aus (14) und p' aus (13), wonach, wenn im Falle $p_0 = p'$ der gefundene Werth von p' mit der Annahme bezüglich p_0 nicht hinlänglich übereinstimmen sollte, u_0, u_2 und p' zu corrigiren sind. Durch (12) ist jetzt u' bestimmt, dann $\frac{m_1}{m_2}$ durch (15), bezw. (16). Wenn der so gefundene Werth dieses Verhältnisses mit dem vorläufig angenommenen Werthe desselben nicht schon genügend übereinstimmt, sind damit durch Wiederholung der Rechnung corrigirte Werthe von

$$t \quad \gamma_0 \quad u_2 \quad p' \quad u' \quad \frac{m_1}{m_2}$$

zu ermitteln, bis die genügende Uebereinstimmung erzielt ist, was in der Regel eine nochmalige Wiederholung der Rechnung nicht erfordern wird. Schliesslich ergeben sich dann m_1 und m_2 einzeln aus ihrem gefundenen Verhältnisse und aus ihrer Summe gemäss (6).

Durch m_1 ist auch F_1 bestimmt, nämlich nach Bd. I, §. 111 bei Voraussetzung obiger Ungleichung (8) durch die Gleichung:

$$m_1 = \alpha F_1 \sqrt{\frac{g\,m}{1+\varsigma_1}\left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m-1}} \cdot p_1 \gamma_1},$$

in welcher m durch (9) bestimmt ist und α einen Contractionscoefficienten bedeutet. Ihre Verbindung mit der Gleichung

$$m_1 + m_2 = \gamma_0 F_0 u_0$$

ergiebt auch:

$$\alpha \frac{F_1}{F_0} \sqrt{\frac{g\,m}{1+\varsigma_1}\left(\frac{2}{m+1}\right)^{\frac{m+1}{m-1}} \cdot p_1 \gamma_1} = \frac{\gamma_0 u_0}{1+\frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{m_1}{m_2} \quad \ldots . \quad (17)$$

zur Bestimmung des Querschnittsverhältnisses $\frac{F_1}{F_0}$ oder des entsprechenden Durchmesserverhältnisses

$$\frac{d_1}{d_0} = \sqrt{\frac{F_1}{F_0}}.$$

Sofern man übrigens im gewöhnlichen Betriebe auf eine etwas grössere, als die gerade nöthige Dampfmenge, sowie auch auf zeitweilig aussergewöhnliche Umstände zu rechnen hat, ist es rathsam, die Dampfdüsenmündung etwas grösser zu machen, als dieses F_1, vorbehaltlich der Anpassung an die jeweiligen Umstände unmittelbar durch einen die Düse mehr oder weniger verengenden Dorn, oder mittelbar durch ein Regulirungsventil in der Dampfzuflussröhre, wodurch ς_1 nach Bedürfniss zu vergrössern, dadurch m_1 zu verkleinern ist.

Auch der Querschnitt $= F'$ des Dampfstrahls an der Stelle, wo seine Geschwindigkeit $= u'$, die Pressung $= p'$ und das specifische Gewicht, entsprechend dem der Gleichung (12) zugrunde liegenden Aenderungsgesetze des Dampfzustandes,

$$\gamma' = \gamma_1 \left(\frac{p'}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

geworden ist, hat ein gewisses Interesse, indem er die Weite des Condensationsraumes erkennen lässt, durch welche die vorausgesetzte Ausbreitung des Dampfstrahls ermöglicht wird. Weil aber die Querschnitte

F' und F_0 sich verhalten müssen, wie die gleichzeitig hindurchströmenden Flüssigkeitsgewichte, umgekehrt wie die betreffenden specifischen Gewichte und Geschwindigkeiten, ist

$$\frac{F'}{F_1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \frac{\gamma_0 u_0}{\gamma' u'}$$

$$\frac{F'}{F_0} \gamma' u' = \frac{\gamma_0 u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \cdot \frac{m_1}{m_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (19).$$

Man kann sich übrigens auch vorstellen, dass der Druck und die Geschwindigkeit des Dampfstrahls nach dem Austritt aus der Düsenmündung allmählich von aussen nach innen in p' und u' übergeht, und dass der Dampf ebenso von aussen nach innen durch Mischung mit dem Wasser condensirt wird; die der obigen Gleichung (15) zugrunde liegende Vorstellung würde dann nicht unbedingt erfordern, dass die Weite des Condensationsraumes $\lesseqgtr F'$ ist.

4) Für einen Injector von der ursprünglichen Einrichtung werde beispielsweise angenommen:

$$h = 0,\ n = 1{,}125 = 1^1/_8,\ \text{nämlich}\ y_1 = 0{,}9$$

$$p_1 = p = 10333\,a,\ p_2 = p_0 = 10333,$$

bezw. a Atm. und 1 Atm. entsprechend,

$$\varsigma = \varsigma_1 = 0{,}04 \text{ und } \varsigma_2 = 4.$$

Durch a sind t_1 und $\gamma_1 = \dfrac{1}{0{,}9\,v_1}$ bestimmt. Bezüglich des Speisewassers sei ausser t_2 hier nicht auch h_2 gegeben; vielmehr werde

$$p' = 10333\,a'$$

angenommen und h_2 entsprechend berechnet. Für gewisse Werthe von a und a' findet man nach (5), (12) und (18)

$$u_0 = 14{,}67\sqrt{a-1}$$

$$u' = 1324{,}5\sqrt{\frac{a}{\gamma_1}\left[1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{1}{9}}\right]};\ \gamma' = \gamma_1\left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{8}{9}}.$$

Entsprechend der gegebenen Temperatur t_2 und einem vorläufig angenommenen Werthe von

$$\frac{m_1}{m_2} \text{ ungefähr } = \frac{u_0}{u'} (16, \text{a})$$

findet man dann nach (3) und (7), wenn zu grösserer Sicherheit hier $y_1 = 1$, also

$$q_1 + y_1 r_1 = 606{,}5 + 0{,}305\,t_1 = Q_1$$

gesetzt wird,

$$t = \frac{t_2 + \frac{m_1}{m_2} Q_1}{1 + \frac{m_1}{m_2}}; \quad \gamma_0 = 1100 - 5\,t$$

sowie, wenn ferner

$$F_2 = 20\,F_0$$

angenommen wird, gemäss (14) mit $\gamma_2 = 1000$:

$$u_2 = \frac{\gamma_0 u_0}{20\,000\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)}.$$

Das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$ kann jetzt nach (15) genauer berechnet und damit nöthigenfalls die Berechnung von t, γ_0, u_2 und von $\frac{m_1}{m_2}$ selbst wiederholt werden. Aus (13) ergiebt sich endlich

$$h_2 = 10{,}33\,(a' - 1) + 0{,}255\,u_2^2.$$

Die Grösse des Querschnitts F_0, bezw. seines Durchmessers d_0 ist bestimmt durch die stündlich zu fördernde Wassermenge; ist diese $= M_2$ Kgr. oder Liter, so ist

$$M_2 = 3600\,m_2 = \frac{3600}{1 + \frac{m_1}{m_2}}(m_1 + m_2) = \frac{3600}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\gamma_0 F_0 u_0,$$

somit, wenn d_0 in Millim. ausgedrückt wird,

$$\left.\begin{aligned} M_2 &= \frac{1}{10^6}\,\frac{3600}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\,\gamma_0\,\frac{\pi d_0^2}{4}\,.\,14{,}67\,\sqrt{a - 1} = A\,d_0^2\sqrt{a - 1} \\ &\text{mit } A = \frac{0{,}04148\,\gamma_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \;\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right\} \;.\;(20).$$

Die Querschnittsverhältnisse $\frac{F_1}{F_0}$ und $\frac{F'}{F_0}$ ergeben sich aus (17) und (19), von welchen Gleichungen hier die erstere mit

$$m = \frac{\frac{9}{8}\,.\,1{,}04}{1 + \frac{9}{8}\,.\,0{,}04} = 1{,}12 \text{ nach (9)}$$

und mit $p_1 = 10\,333\,a$, wenn ausserdem $\alpha = 0{,}9$ angenommen übergeht in:

Inhaltsverzeichniss der dritten Lieferung.

B. Wassermotoren.

IV. Wassersäulenmaschinen.

C. Windmotoren.

D. Wärmemotoren.

I. Dampfmaschinen.

a. Dampfkessel.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



THEORETISCHE

MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,
PROFESSOR AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN VIER BÄNDEN.

DRITTER BAND.

THEORIE DER KRAFTMASCHINEN.

MIT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

VIERTE LIEFERUNG.

HAMBURG UND LEIPZIG,
VERLAG VON LEOPOLD VOSS.
1888.

Preis 4 Mark.



$$178 \quad \frac{F_1}{F_0} \sqrt{a \gamma_1} = \frac{\gamma_0 u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \frac{m_1}{m_2}.$$

Folgende Tabelle enthält die verschiedenen Werthen von a, a' und t_2 entsprechenden Werthe von h_2, $\frac{m_1}{m_2}$, t, A,

Berichtigungen.

Seite 187, Zeile 4 lies: $\frac{2\pi}{z}$ statt $\frac{2\pi R}{z}$.

Seite 188, Zeile 6 v. u. lies: ihre statt seine.

Seite 333, Zeile 6 v. u. lies: $(\sqrt{2} - 1)$ statt $(\sqrt{2 - 1})$.

Seite 341, Zeile 16 lies: $x_2 = w'' - w_2$.

Seite 343, Zeile 9 lies: E statt e.

Seite 403, Zeile 18 lies: mitgetheilte Wärmemenge statt gesammte Volumenänderung.

Seite 417, Zeile 7 v. u. lies: Wandfläche des Heizcanals statt Heizfläche des Heizcanals.

Seite 418, Zeilen 4 und 5 lies: $t_0 - t_1$, $t_1 - t_2$, $t_2 - t_3$ statt $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$.

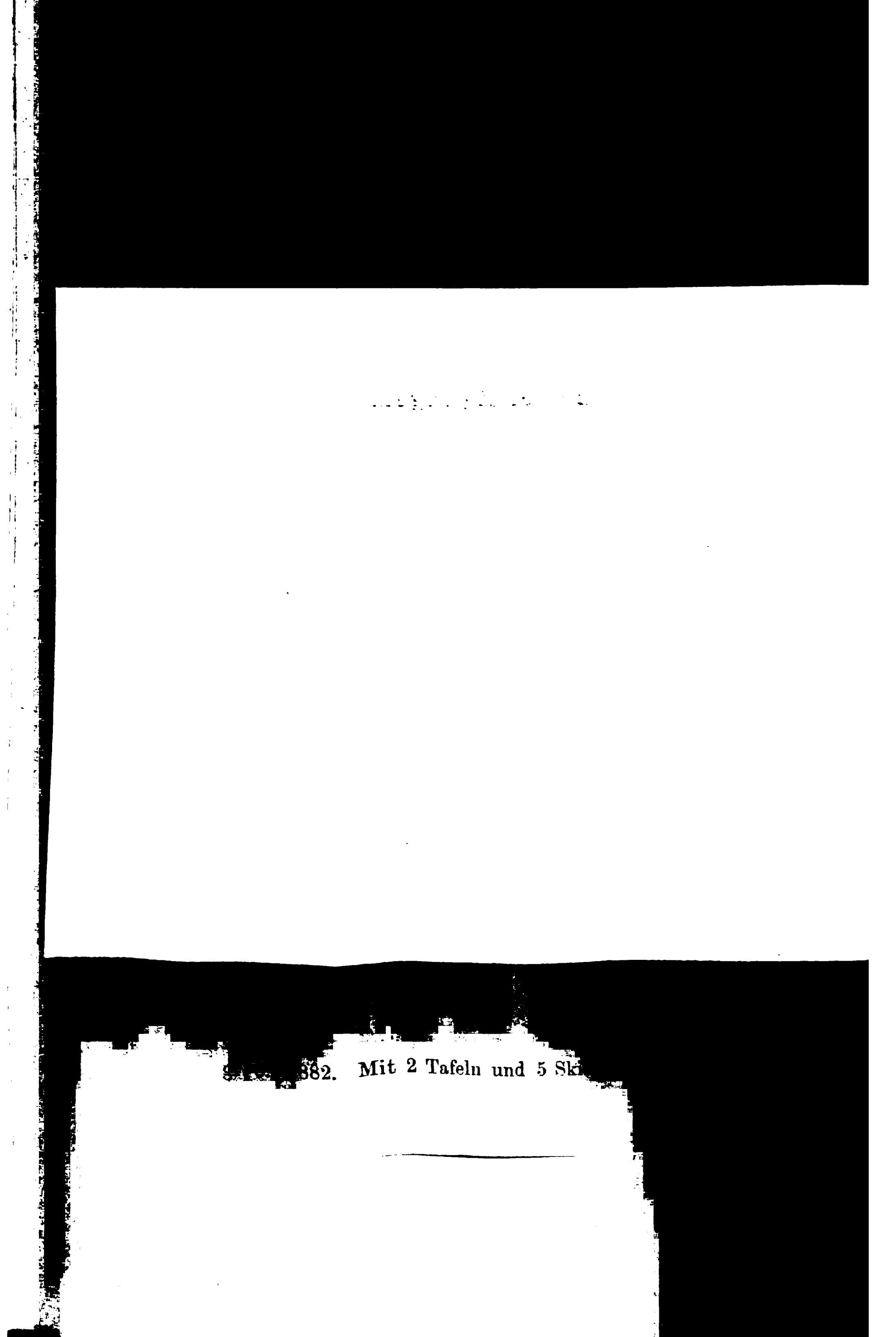
Seite 451, Zeile 7 ist zu streichen: $= \frac{k A_2 h}{c \Sigma (B G)}$.

Seite 451, Zeile 8 lies: abnehmender Wanddicke statt der Wanddicke.

Seite 488, Zeile 6 v. u. lies: Wasseräquivalent statt Wärmeäquivalent.

4	0,8	15	— 1,75	0,0385	38,6	1,23	1,46	36,2
6	0,8	15	— 1,57	0,0439	41,9	1,22	1,63	35,4
8	0,8	15	— 1,40	0,0486	44,8	1,20	1,77	34,7
10	0,8	15	— 1,23	0,0527	47,4	1,18	1,89	34,0

Dass sich in den Fällen $a = 2$, in welchen der Druck in der Düsenmündung (im kleinsten Querschnitt αF_1 des Dampfstrahls) nur wenig $> a'$ und somit F' nur wenig $> \alpha F_1$ ist, d' sogar etwas $< d_1$ ergeben hat, liegt theils an der kleinen Verschiedenheit der Gleichung (11) von der dafür gesetzten Gleichung (12), theils daran, dass der Contractionscoefficient mit $\alpha = 0,9$ vermuthlich etwas zu klein angenommen wurde.



382. Mit 2 Tafeln und 5 Sk

$$178 \frac{F_1}{F_0} \sqrt{a}\, \gamma_1 = \frac{\gamma_0 u_0}{1 + \frac{m_1}{m_2}} \frac{m_1}{m_2}.$$

Folgende Tabelle enthält die verschiedenen Werthen von a, a' und t_2 entsprechenden Werthe von h_2, $\frac{m_1}{m_2}$, t, A,

$$\frac{d_1}{d_0} = \sqrt{\frac{F_1}{F_0}} \text{ und } \frac{d'}{d_0} = \sqrt{\frac{F'}{F_0}}.$$

a	a'	t_2	h_2	$\frac{m_1}{m_2}$	t	$\frac{d_1}{d_0}$	$\frac{d'}{d_0}$	A
2	1	15	0,11	0,0323	34,7	1,22	1,17	37,2
4	1	15	0,31	0,0398	39,3	1,25	1,38	36,0
6	1	15	0,49	0,0454	42,8	1,23	1,54	35,2
8	1	15	0,66	0,0501	45,7	1,21	1,66	34,4
10	1	15	0,82	0,0543	48,3	1,20	1,77	33,8
2	1	30	0,09	0,0324	49,2	1,17	1,12	34,3
4	1	30	0,26	0,0400	53,9	1,20	1,33	33,1
6	1	30	0,41	0,0455	57,2	1,18	1,47	32,3
8	1	30	0,56	0,0503	60,1	1,16	1,59	31,6
10	1	30	0,69	0,0545	62,6	1,15	1,70	30,9
2	1	45	0,08	0,0325	63,8	1,12	1,07	31,4
4	1	45	0,22	0,0401	68,3	1,15	1,27	30,2
6	1	45	0,34	0,0457	71,7	1,13	1,41	29,4
8	1	45	0,46	0,0505	74,5	1,11	1,52	28,7
10	1	45	0,57	0,0546	76,9	1,09	1,62	28,1
2	0,9	15	− 0,92	0,0318	34,4	1,21	1,18	37,3
4	0,9	15	− 0,72	0,0391	38,9	1,24	1,41	36,1
6	0,9	15	− 0,54	0,0447	42,4	1,23	1,58	35,3
8	0,9	15	− 0,37	0,0494	45,3	1,21	1,71	34,5
10	0,9	15	− 0,21	0,0534	47,8	1,19	1,82	33,9
2	0,8	15	− 1,96	0,0312	34,0	1,20	1,19	37,4
4	0,8	15	− 1,75	0,0385	38,6	1,23	1,46	36,2
6	0,8	15	− 1,57	0,0439	41,9	1,22	1,63	35,4
8	0,8	15	− 1,40	0,0486	44,8	1,20	1,77	34,7
10	0,8	15	− 1,23	0,0527	47,4	1,18	1,89	34,0

Dass sich in den Fällen $a = 2$, in welchen der Druck in der Düsenmündung (im kleinsten Querschnitt αF_1 des Dampfstrahls) nur wenig $> a'$ und somit F' nur wenig $> \alpha F_1$ ist, d' sogar etwas $< d_1$ ergeben hat, liegt theils an der kleinen Verschiedenheit der Gleichung (11) von der dafür gesetzten Gleichung (12), theils daran, dass der Contractionscoefficient mit $\alpha = 0,9$ vermuthlich etwas zu klein angenommen wurde.

Die Werthe von $\frac{m_1}{m_2}$, t und $\frac{d_1}{d_0}$ in der Tabelle sind als Minimalwerthe zu betrachten. Lässt man mehr Dampf zuströmen, so tritt der Strahl mit grösserer Geschwindigkeit in das Druckrohr ein, als zur Ueberwindung des Gegendruckes nöthig ist; indem aber dann die Condensation weniger schnell und vollkommen stattfindet, γ_0 kleiner ausfällt, ist eine erhebliche Steigerung der geförderten Wassermenge auf diese Weise nicht zu erreichen. Unnöthig viel Dampf zuzulassen, ist auch deshalb nicht zu empfehlen, weil damit die Wärmeverluste wachsen und weil der Apparat um so besser und sicherer arbeitet, je schneller und vollständiger der Dampf condensirt wird.

Obige Rechnungsergebnisse gestatten bezüglich der Kesselspeisung bei Verwendung von Dampf des zu speisenden Kessels selbst und zunächst bei Voraussetzung eines Injectors von der ursprünglichen Einrichtung (p_0 = Atmosphärendruck) die Folgerungen,

dass vermittels desselben Apparates um so mehr Wasser in einen Kessel gefördert werden kann, je höher die Dampfspannung desselben ist, indem diese Wassermenge in etwas geringerem Grade, als die Quadratwurzel aus dem Ueberdrucke des Kesseldampfes wächst,

dass das Förderquantum mit steigender Temperatur t_2 des Wassers abnimmt,

dass es aber durch eine Saughöhe $(-h_2)$, so lange dieselbe eine gewisse Grenze nicht überschreitet, nur wenig beeinflusst wird,

dass endlich das passende Verhältniss der Dampfdüsenweite zur kleinsten Weite des Druckrohrs nur wenig unter verschiedenen Umständen verschieden ist.

5) Im Falle $p_0 = p'$, entsprechend den später üblich gewordenen einfacheren Einrichtungen des Injectors (§ 71), ist unter sonst gleichen Umständen zwar u_0 nach (5) etwas grösser, wenn bei einer gewissen Saughöhe p' kleiner, als der Atmosphärendruck ist, so dass $u_0 - u_2$ grösser, $u' - u_0$ kleiner, aus beiden Gründen $\frac{m_1}{m_2}$ nach (15) grösser ist; diese Vergrösserung wird aber dadurch vermindert oder aufgewogen, dass $p_0 - p'$ jetzt gleich Null ist statt des positiven Werthes bei der ursprünglichen Einrichtung des Apparates. Unter solchen Umständen behält auch t nach (3) nahe dieselbe Grösse, und können überhaupt die Zahlenwerthe der obigen Tabelle auch als dem Falle $p_0 = p'$ bei einfach wirkenden Injectoren nahe entsprechend betrachtet werden, sofern nicht p' ungewöhnlich klein, weil die Saughöhe $(-h_2)$ sehr erheb-

lich ist, was aber bei solchen Apparaten nicht vorkommt; nur die bei gegebener kleinster Weite d_0 des Druckrohrs und bei gegebener Dampfspannung = a Atm. stündlich zu fördernde Wassermenge M_2 wird etwas grösser, und zwar nach (20) ungefähr im Verhältnisse

$$\sqrt{a-a'} : \sqrt{a-1}.$$

Erheblich ist dagegen der Einflusss eines kleineren zu überwindenden Gegendruckes p unter übrigens gleichen Umständen, insbesondere bei gegebenem Kesseldrucke p_1. Dadurch können u_0 und $\frac{m_1}{m_2}$ erheblich kleiner werden, somit auch t, selbst wenn t_2 einen grösseren Werth hat; und diese Temperatur t kann selbst bei grösserer Saughöhe, also kleinerem Drucke p' im Condensationsraume noch kleiner bleiben, als die diesem Drucke p' entsprechende Sättigungstemperatur von Wasserdampf, wie es natürlich der Fall sein muss, damit die Condensation möglich sei. Vorzugsweise hierdurch ist es zu erklären, dass der doppeltwirkende Injector von Körting (§. 71) wärmeres Wasser auf grössere Höhen anzusaugen gestattet, als ein gewöhnlicher einfachwirkender Injector. Bei jenem hat die erste Dampfdüse mit zugehöriger Druckröhre das Wasser nach seiner Ansaugung nur unter einen Druck p zu versetzen, welcher wenig grösser, als der Atmosphärendruck, jedenfalls viel kleiner, als der Kesseldruck p_1 ist, und wenn auch durch den zweiten Theil des Apparates die Ueberwindung dieses Druckes p_1 bewirkt werden muss, so strömt doch das Wasser der zweiten Dampfdüse mit einer gewissen schon vorhandenen Geschwindigkeit zu, ohne erst angesaugt werden zu müssen, vielmehr unter einem Drucke, welcher einem gewissen positiven Werth von h_2 in der Wirkung gleich kommt.

6) Die Möglichkeit der Wirkung eines Injectors ist an die Bedingung geknüpft, dass die Temperatur t_2 des zu fördernden Wassers und die Höhe = $-h_2$, bis zu welcher dasselbe angesaugt werden soll, gewisse Grenzen nicht überschreiten. Jedenfalls muss offenbar die Temperatur t des aus der Mischung mit dem Dampfe resultirenden Wassers kleiner sein, als die Siedetemperatur t' unter dem im Condensationsraume herrschenden Drucke = a' Atm., d. h. als die Temperatur gesättigten Wasserdampfes von diesem Drucke. Indem aber t ausser von t_2 besonders vom Kesseldrucke = a Atm., a' von $-h_2$ abhängt, ergeben sich so die Maximalwerthe der Temperatur des angesaugten Wassers und seiner Saughöhe als abhängig von einander und vom Kesseldrucke, und zwar für einen einfachwirkenden Injector ungefähr wie folgt.

Indem die Geschwindigkeit u_2 des zufliessenden Wassers höchstens etwa = 2 Mtr., mit $\varsigma_2 = 4$ also in Gl. (13) das untergeordnete Glied mit u_2:

$$(1+\varsigma_2)\frac{u_2^2}{2g} < 1$$

ist, folgt aus dieser Gleichung mit

$$p' = 10333\, a',\ p_2 = 10333,\ \gamma_2 = 1000:$$

$$a' \text{ etwas} > 1 + \frac{h_2 - 1}{10{,}33},$$

ungefähr:

$$a' = 1 + \frac{h_2 - 1}{10} = 0{,}9 + 0{,}1\, h_2 \ldots\ldots\ldots (21).$$

Andrerseits ist der Tabelle unter 4) zu entnehmen, dass in dem hier in Rede stehenden Falle der Kesselspeisung mit Hülfe von Dampf dieses Kessels selbst ($p_1 = p$) die Werthe von $\varDelta = t - t_2$ im Wesentlichen nur von a abhängen, und zwar ist im Mittel

für $a =$	4	6	8	10	Atm.
$\varDelta =$	23,8	27,2	30,1	32,6	Grad C.

Indem aber diese Temperaturerhöhungen als Minimalwerthe zu betrachten sind, entsprechend der Zulassung von nur gerade so viel Dampf, wie unbedingt nöthig ist, werde $\varDelta$ für den durchschnittlichen Betrieb in allen Fällen um 20 % grösser angenommen, nämlich

$\varDelta = t - t_2 =$	28,5	32,5	36	39
für $a =$	4	6	8	10

. . . . (22).

Indem nun nach (21)

für $-h_2 =$	0	1	2	3	4	5
$a' =$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4
$t' =$	97,1	93,9	90,3	86,3	81,7	76,2

ist, ergeben sich beispielsweise die folgenden Maximalwerthe von t_2:

$$\text{max. } t_2 = t' - \varDelta$$

für verschiedene Werthe von $-h_2$ und a.

$-h_2 =$	0	1	2	3	4	5
$a = 4$	68,5	65,5	62	58	53	47,5
$a = 6$	64,5	61,5	58	54	49	43,5
$a = 8$	61	58	54,5	50,5	45,5	40
$a = 10$	58	55	51,5	47,5	42,5	37

Thatsächlich hört schon bei kleinerer Wassertemperatur oder kleinerer Saughöhe die regelrechte und sichere Function des Apparates auf, indem

t **erheblich** $< t'$ sein muss, wenn die Condensation hinlänglich schnell und vollständig vonstatten gehen soll. —

Bei einem doppeltwirkenden Injector seien Δ_1 und Δ_2 bezw. die durch die erste und zweite Dampfdüse bewirkten Erwärmungen des Wassers, a' und a'' Atm. die Pressungen in den betreffenden Condensationsräumen, t' und t'' die entsprechenden Siedetemperaturen, x Atm. der Druck zwischen dem ersten Druckrohre und der zweiten Dampfdüse. Die Wirksamkeit des Apparates erfordert dann, dass

$$t_2 + \Delta_1 < t' \text{ und } t_2 + \Delta_1 + \Delta_2 < t''$$

sei; äusserstenfalls könnte

$$\Delta_1 = t' - t_2 \text{ und } \Delta_2 = t'' - t' \qquad (23)$$

sein. Dabei kann nach (21)

$$a' = 0,9 + 0,1\,h_2$$

gesetzt werden, wogegen a'' nach (13) mit

$$p' = 10333\,a'', \; p_2 = 10333\,x, \; h_2 = 0$$

und bei den obigen Annahmen in Betreff u_2 und ς_2 näherungsweise:

$$a'' = x - 0,1$$

ist. Gemäss (3) ist, wenn hier wieder $y_1 = 1$ gesetzt und die Erwärmung im durchschnittlichen Betriebe um 20 % grösser angenommen wird, als sie infolge der gerade nöthigen Dampfmenge sein würde,

$$\Delta_1 = t - t_2 = 1,2\,\frac{m_1 Q_1 - m_1 t_2}{m_1 + m_2} = 1,2\,\frac{Q_1 - t_2}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\,\frac{m_1}{m_2}.$$

Daraus folgt Δ_2, indem t_2 durch $t_2 + \Delta_1 = t'$ ersetzt wird, also

$$\Delta_2 = 1,2\,\frac{Q_1 - t'}{1 + \frac{m_1}{m_2}}\,\frac{m_1}{m_2}.$$

Was endlich das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$ betrifft, so ist nach (16) mit $u_2 = 2$:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{u_0 - 2}{u' - u_0},$$

worin bei den oben unter 4) zugrunde liegenden Annahmen

$$h = 0, \; n = 1^1/_8 \; (y_1 = 0,9), \; \varsigma = \varsigma_1 = 0,04$$

und analog den dort angeführten Ausdrücken von u_0 und u' zu setzen ist:

$$u_0 = 14,67\,\sqrt{x - a'} \text{ für das erste,}$$

$$u_0 = 14,67\,\sqrt{a - a''} \text{ für das zweite Druckrohr,}$$

$$u' = C\sqrt{1 - \left(\frac{a'}{a}\right)^{\frac{1}{9}}} \text{ für die erste,}$$

$$u' = C\sqrt{1 - \left(\frac{a''}{a}\right)^{\frac{1}{9}}} \text{ für die zweite Dampfdüse}$$

$$\text{mit } C = 1324{,}5\sqrt{\frac{a}{\gamma_1}} = 1324{,}5\sqrt{0{,}9\, v_1 a}.$$

Die Grössen t', t'', Δ_1, Δ_2 in den Gleichungen (23) sind hiernach Functionen von a, h_2, t_2 und x, so dass durch Eliminirung von x sich eine Beziehung ergiebt, welche wieder dazu dienen kann, die Wassertemperaturen t_2 zu bestimmen, welche an der Wirkungsgrenze des Apparates gewissen Dampfspannungen a und Saughöhen $-h_2$ entsprechen. Die Formen der betreffenden Ausdrücke gestatten freilich nicht eine directe Entwicklung, vielmehr ist bei gegebenen Werthen von a und h_2 durch Probiren x so anzunehmen, dass, wenn man nach Obigem die entsprechenden Werthe von a', a'', t', t'' berechnet, damit u_0 und u' für das zweite Druckrohr, bezw. für die zweite Dampfdüse, sowie das Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$ berechnet, der entsprechende Werth von Δ_2 mit genügender Annäherung die zweite Gleichung (23) erfüllt. Ist ein solcher Werth von x gefunden, so sind auch u_0 und u' für das erste Druckrohr, bezw. für die erste Dampfdüse zu berechnen, damit das zugehörige Verhältniss $\frac{m_1}{m_2}$. Mit diesem ergiebt sich endlich die Temperatur t_2 durch Gleichsetzung des obigen Ausdruckes von Δ_1 mit $t' - t_2$ gemäss der ersten Gleichung (23), nämlich aus der Gleichung:

$$(t' - t_2)\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) = 1{,}2\,(Q_1 - t_2)\frac{m_1}{m_2}$$

$$\left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right)t' - 1{,}2\frac{m_1}{m_2}Q_1 = \left(1 - 0{,}2\frac{m_1}{m_2}\right)t_2$$

$$t_2 = \frac{t' - (1{,}2\,Q_1 - t')\frac{m_1}{m_2}}{1 - 0{,}2\frac{m_1}{m_2}},$$

unter $\frac{m_1}{m_2}$ das Gewichtsverhältniss von Dampf und Wasser für die erste Düse verstanden.

Wird z. B. $a = 8$ Atm. und $-h_2 = 5$ Mtr. angenommen, womit sich für den einfachwirkenden Injector die grösstmögliche Wassertemperatur $t_2 = 40^0$ ergab, so findet man hier

$$x = 1{,}57 \text{ Atm. und } t_2 = 65{,}4 \text{ Grad},$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \begin{cases} 0{,}0154 \text{ für die erste,} \\ 0{,}0526 \text{ für die zweite Düse.} \end{cases}$$

Da m_2 für beide gleich ist, haben die Dampfmengen m_1 dasselbe Verhältniss:

$$154 : 526 = 1 : 3{,}4.$$

Dasselbe ist auch den Mündungsgrössen der Düsen zu geben; die durch sie bewirkten Erwärmungen sind: $\Delta_1 = 10{,}8$ Grad und $\Delta_2 = 34{,}9$ Grad.

§. 73. Feuchtigkeit des Kesseldampfes.

Nachdem in den vorhergehenden Paragraphen die Einrichtung und der Betrieb von Dampfkesselanlagen in wesentlichen Beziehungen untersucht worden sind, bleibt schliesslich noch das Product solchen Betriebes, der entwickelte und dem Kessel entströmende Dampf, in einer Beziehung, nämlich in Betreff seines stets unerwünschten Gehaltes an mitgerissenem Wasser zu besprechen. Derselbe kommt wesentlich mit in Betracht, wenn es sich um ein Urtheil über die Güte einer Kesselanlage handelt; auch bei der Prüfung von Dampfmaschinen, besonders in Betreff ihres Dampfverbrauches, ist die Kenntniss der Feuchtigkeit des in die Maschine einströmenden Dampfes natürlich nöthig. Die zweckmässigsten Bestimmungsmethoden des Wassergehaltes sind von diesen Zwecken, überhaupt von den Umständen einigermassen abhängig; auch kann die Feuchtigkeit des in die Maschine einströmenden von derjenigen des unmittelbar aus dem Kessel hervorgehenden Dampfes sehr verschieden, insbesondere kleiner sein, wenn der letztere in der betreffenden Leitung reichlich Gelegenheit findet, in ihm schwebende Wassertheilchen an der Wand des Leitungsrohres, ev. auch an absichtlich eingefügten, mehr senkrecht vom Dampfstrome getroffenen und ihn zu Richtungsänderungen zwingenden Wänden abzusetzen, und wenn dieses Wasser zusammen mit dem durch Abkühlung an der Rohrwand entstehenden Condensationswasser durch geeignete Einrichtungen von der Maschine fern gehalten wird. In sogenannten Condensirtöpfen kann es durch entsprechende Abflussröhren gesammelt und durch die Wirkung des Dampfdruckes selbstthätig ohne gleichzeitigen Dampfverlust entfernt werden.

Die vorgeschlagenen Methoden zur Bestimmung der Feuchtigkeit des Wasserdampfes lassen viel zu wünschen übrig. Ihre Anwendung hat übrigens mit zunehmender Wahrscheinlichkeit den Schluss gestattet, dass aus einem angemessen beschaffenen und nicht übermässig angestrengten Kessel der Dampf fast trocken, jedenfalls mit viel weniger flüssigem Wasser entweicht, als früher vielfach angenommen wurde.*

1) Von physikalischen Methoden ist vor Allem das Hirn'sche calorimetrische Verfahren hervorzuheben, darin bestehend, dass eine Probe des zu prüfenden Dampfes von bekannter Pressung p in eine gewogene Wassermenge $= W$ Kgr. von kurz vorher gemessener möglichst niedriger Temperatur t_1, welche sich in einem Gefässe von bekanntem Gewicht $= G$ Kgr. befinde, hineingeleitet und dadurch condensirt wird. Die Gewichtszunahme des Gefässes mit Wasserinhalt ergiebt unmittelbar das Gewicht $= D$ Kgr. des hineingeleiteten Dampfes, während sein gesuchter Wassergehalt ($1 - y$ Kgr. in 1 Kgr. feuchten Dampfes) aus der gemessenen Temperaturerhöhung $= t_2 - t_1$ des Wassers gefolgert werden kann. Sind nämlich q, q_1, q_2, die den Temperaturen t, t_1, t_2 entsprechenden Flüssigkeitswärmen des Wassers, und ist $r = \varrho + Ap\Delta$ die der Temperatur t oder zugehörigen Pressung p entsprechende Verdampfungswärme (ϱ die innere, $Ap\Delta$ die äussere), so ist die von 1 Kgr. Dampf abgegebene Wärme einschliesslich der aus Condensationsarbeit entstandenen, vorausgesetzt, dass diese Condensation unter dem Drucke p erfolgt,

$$= q + yr - q_2,$$

so dass durch die Gleichung

$$D(q + yr - q_2) = W(q_2 - q_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

aus welcher y gefunden werden kann, die vom Dampfe abgegebene der vom Wasser aufgenommenen Wärme gleich gesetzt wird. Hierbei ist jedoch W, weil das Gefäss stets nahe die Temperatur des Wassers annimmt, um das Wärmeäquivalent des Gefässes $= Gc =$ dem Product aus Gewicht und specifischer Wärme des Gefässes zu vergrössern, sowie die Temperatur t_2 um eine gewisse Grösse $m\,\Delta t$, wenn m die Zeit des Versuches (in Minuten) zwischen den Beobachtungen von t_1 und von t_2, Δt den Temperaturverlust bedeutet, welchen das Gefäss mit Wasser in einer Minute durch Abkühlung erleidet. Letzterer ist durch einen Hülfsversuch

* Eine Besprechung dieser Methoden mit Literaturnachweisen von Prof. Alfr. Seemann enthält die Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1885, S. 340.

zu ermitteln, indem das Gefäss mit ungefähr $W + \frac{1}{2} D$ Kgr. Wasser gefüllt, demselben eine Temperatur etwas $> \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ ertheilt, und dann die Abkühlung während einiger (ungefähr m) Minuten beobachtet wird.

Ist mit Rücksicht auf die Unsicherheit dieser Correctionen, sowie auch der Thermometerangaben an und für sich, die Temperatur t_2, nahezu somit auch q_2 mit einem wahrscheinlichen Fehler $= \delta t$ behaftet, während die übrigen Grössen in Gl. (1) ausser y als fehlerlos betrachtet werden, so ist der entsprechende Fehler von y dieser Gleichung zufolge:

$$\delta y = \frac{W + D}{D r} \delta t \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2),$$

also um so kleiner, je kleiner $\frac{W}{D}$. Die Verkleinerung dieses Verhältnisses wird aber dadurch beschränkt, dass t_2 erheblich $< 100^0$ bleiben muss, um der vollständigen Condensation des Dampfes sicher sein zu können, wenn sie auch dadurch wesentlich unterstützt werden kann, dass die Dampfprobe in fein vertheiltem Zustande in das Wasser eingeleitet wird vermittels einer Brause, mit welcher die von der Hauptleitung abgezweigte Zuleitungsröhre endigt. Wäre z. B.

$$q_1 = 10, \; q_2 = 50, \; y = 0{,}9$$

sowie, entsprechend 5 Atm. Dampfspannung,

$$q = 153{,}7 \text{ und } r = 499{,}2,$$

so wäre nach (1) nahe $W = 14 D$ und damit nach (2):

$$\delta y = 0{,}03\,\delta t, \text{ z. B. } = 0{,}015 \text{ für } \delta t = 0{,}5.$$

Ein kleineres δt ist kaum anzunehmen, wenn alle Messungsfehler als ein solcher von t_2 gerechnet werden, wie hier geschehen, wenn auch zur Verkleinerung des Einflusses der Abkühlung und der Miterwärmung des Gefässes die Wassermenge darin hinlänglich gross genommen wird. Dazu kommt die Zweifelhaftigkeit der zugrunde liegenden Annahme, die Condensation erfolge durchaus unter dem Dampfdrucke p. Wenn freilich die Dampfzuleitungsröhre nach Hirn mit einer in das Wasser eintauchenden Spirale endigt, so dass in ihr schon ein erheblicher Theil des Dampfes condensirt und als Wasser durch die Löcher der Brause getrieben wird, so erfolgt diese Condensation unter dem Drucke p; der dampfförmig hindurchströmende Theil wird aber ausserhalb der Brause unter einem Drucke p' condensirt, welcher nur wenig grösser ist, als der Atmosphärendruck.

Bei dieser Hirn'schen wie bei allen auf Probenahme beruhenden Bestimmungsmethoden ist es ungewiss, ob die Feuchtigkeit der Probe mit der mittleren Feuchtigkeit des gleichzeitig oder gar des während einer längeren Zeit in der Leitung an betreffender Stelle strömenden Dampfes übereinstimmt. Um die im letzteren Falle unerlässliche öftere Wiederholung des Versuches während fraglicher Zeit (z. B. während mehrstündiger Bremsung und Indicirung einer Dampfmaschine) zu vermeiden, wandte Linde einen continuirlich functionirenden Messapparat an, indem in einem verticalen Rohr, welches die spiralförmig gewundene Dampfzuflussröhre umgab, das Wasser aufwärts dem abwärts strömenden Dampfe continuirlich entgegengeführt und so letzterer vollständig condensirt wurde. Aus Menge und Temperatur einerseits des in einem untergestellten Gefässe aufgefangenen Condensationswassers, andrerseits des Kühlwassers ergiebt sich der gesuchte Wassergehalt des Dampfes nach denselben Principien, wie oben. Die wahrscheinlichen Fehler dürften übrigens nicht kleiner, eher grösser sein; die Condensation in der unten offenen Spirale findet hier unter einem von p bis zu atmosphärischer Pressung nach unbekanntem Gesetze stetig abnehmenden Drucke statt. —

Sonstige physikalische Verfahrungsweisen zu dem in Rede stehenden Zweck fasst Seemann in zwei Gruppen als Wägungs- und als Ueberhitzungsmethoden zusammen.

Die Wägungsmethode beruht auf einem einfachen Gedanken. Ist v das specifische Volumen eines Gemisches, welches in 1 Kgr. aus y Kgr. trockenem Dampf und aus $1-y$ Kgr. Wasser besteht, ist w das specifische Volumen des letzteren, $w+\varDelta$ dasjenige des ersteren, so ist

$$v = w + y\varDelta.$$

Dabei ist w constant $=$ 0,001 (Cubikm. pro Kgr.) zu setzen, $\varDelta$ auf bekannte Weise durch die Pressung des Dampfes bestimmt, während $v=\frac{V}{D}$ durch Wägung eines bekannten Volumens V des Gemisches, wobei es D Kgr. schwer ermittelt sei, gefunden werden kann. Die betreffenden Apparate von Guzzi, von Knight und von Cario unterscheiden sich bezüglich auf Einrichtung und Handhabung durch die besondere Art der Verwirklichung dieses Gedankens. Die Schwierigkeiten der Füllung eines Ballons oder sonstigen Gefässes mit Dampf von ganz derselben Beschaffenheit, welche er in der betreffenden Leitung besitzt, sowie auch der Wägung dieses Gefässes mit solcher Genauigkeit, dass der Einfluss kleiner Feuchtigkeitsänderungen des eingeschlossenen Dampfes sehr gross ist im

Vergleich mit den Wägungsfehlern des viel grösseren Eigengewichts des Gefässes, dürften dieses Verfahren zu technischen Bestimmungen weniger geeignet machen.

Die Ueberhitzungsmethode oder, wie sie auch genannt werden könnte, die Verdampfungs- oder Trocknungsmethode, indem sie auf Verdampfung des beigemischten Wassers, also auf Trocknung des feuchten Dampfes beruht, liegt einem von Brocq angegebenen Apparate zugrunde. In die Dampfleitung wird ein Gehäuse mit einem darin befindlichen Bronzecylinder eingeschaltet, welcher letztere mit einem empfindlichen Manometer verbunden ist, und in welchen ein Plungerkolben eintaucht, durch eine Stopfbüchse abgedichtet und vermittels einer feingängigen Schraube sehr allmählich im Sinne der Cylinderaxe beweglich. Schieber am einen und anderen Ende des Cylinders, durch einen Handgriff von aussen gleichzeitig bewegbar, werden bei Beginn eines Versuches so gestellt, dass der Dampf durch den Cylinder hindurchströmt und seine Wand bis zur Dampftemperatur t anwärmt. Sobald dies angenommen werden kann, wird durch gleichzeitigen Schluss beider Schieber ein gewisses Dampfvolumen V_1 im Cylinder abgesperrt, welches durch dessen Querschnitt und durch die Stellung des Plungers bestimmt ist. Wird nun der letztere langsam aus dem Cylinder herausgeschraubt, der beständig vom strömenden Dampfe umgeben bleibt, so bleibt auch im Innern die Temperatur nahe $= t$, die Pressung jedoch nur so lange = dem entsprechenden Drucke p, als noch zu verdampfendes Wasser im Cylinder vorhanden ist. Zeigt aber bei einer gewissen Vergrösserung $= V - V_1$ des Dampfvolumens, welche durch Ganghöhe und Umdrehungszahl der zur Plungerbewegung dienenden Schraube bestimmbar ist, das Manometer eine beginnende Druckabnahme, so ist bei dem Volumen V der abgesperrte Dampf, dessen unbekanntes Gewicht $= D$ sei, gerade trocken; und aus den Gleichungen:

$$V_1 = D(w + y\Delta)$$
$$V = D(w + \Delta),$$

worin w, y, Δ die vorigen Bedeutungen haben, folgt:

$$\frac{V_1}{V} = \frac{w + y\Delta}{w + \Delta} \text{ sehr nahe } = y,$$

oder der verhältnissmässige Wassergehalt:

$$1 - y = \frac{V - V_1}{V}.$$

Die Methode empfiehlt sich dadurch, dass die gesuchte Grösse $1 - y$ einer Grösse $V - V_1$ proportional ist, welche unmittelbar gemessen werden kann, nicht erst aus einer anderen grösseren und möglicher Weise mit entsprechend grossen Fehlern behafteten abgeleitet zu werden braucht. Zweifelhaft ist es freilich, ob der Augenblick der Sättigung des Dampfes mit genügender Sicherheit erkannt werden kann, und ob die Annahme der beständigen Temperaturgleichheit innen und aussen nicht zu fehlerhaft ist; jedenfalls erfordert die Zulässigkeit dieser Annahme eine sehr langsame Bewegung des Plungers, entsprechend dem bei sehr kleiner Temperaturdifferenz sehr langsamen Wärmedurchgang durch die Cylinderwand. —

Einfacher in der Anwendung sind

2) die chemischen Methoden. Bei der am häufigsten bisher angewendeten wird in dem Wasser des Dampfkessels, welchem der auf seinen Wassergehalt zu prüfende Dampf entstammt, ein leicht und sicher chemisch nachweisbares Salz (z. B. Kochsalz) aufgelöst. Ergiebt die Analyse einer dem Kesselwasser (aus den oberen Schichten) entnommenen Probe s Gewichtstheile dieses Salzes in 1 Kgr. der Lösung, und enthielte der dem Kessel entströmende Dampf $x = 1 - y$ Kgr. flüssiges Wasser in 1 Kgr., so müsste die Analyse einer Probe dieses Dampfes, bezw. des daraus durch Condensation in einer Vorlage entstandenen Wassers sx Kgr. Salz in 1 Kgr. nachweisen, und wenn sie thatsächlich σ Kgr. ergiebt, so ist $x = \frac{\sigma}{s}$. Das Verfahren beruht auf der anderweitig begründeten Voraussetzung, dass bei der Verdampfung einer Salzlösung nur in mitgerissener tropfbarer Flüssigkeit Salz gelöst enthalten ist, und zwar in demselben Verhältnisse, wie in der ursprünglichen Lösung zur Zeit ihrer Verdampfung.

Während das Verfahren ebenso, wie die oben besprochenen physikalischen Methoden, die Feuchtigkeit des Dampfes an beliebiger Stelle einer Leitung zu bestimmen gestattet, freilich behaftet mit den Mängeln aller auf Probenahme beruhenden Verfahrungsweisen, giebt es andere chemische Methoden, welche ohne solche Mängel die mittlere Feuchtigkeit für eine längere Zeit ermitteln lassen, freilich besckränkt auf den Dampf, wie er unmittelbar dem Kessel während dieser Zeit entströmt, so dass sie zur Kesselprüfung im Princip die geeignetsten sind. Insbesondere gehört hierher das von Brauer angegebene Verfahren, dessen Grundgedanke schon früher von den Elsässer Ingenieuren der Hirn'schen Richtung ausgesprochen worden ist. Dabei wird der Gehalt einer im Kessel hergestellten Salzlösung zu Anfang und zu Ende der längeren Versuchszeit

bezw. $= s_1$ und $= s_2$ Kgr. Salz in 1 Kgr. Lösung bestimmt, und dafür gesorgt, dass der Wasserstand des Kessels während des Versuches fast constant bleibt, dass insbesondere zu Anfang und zu Ende das Gewicht des Kesselwassers gleich gross $= K$ ist. Ist nun dD das Gewicht des Dampfes, welcher in einem Zeitelement aus dem continuirlich der Dampfentnahme entsprechend gespeisten Kessel entweicht, während gleichzeitig in ihm der augenblickliche Salzgehalt s pro 1 Kgr. um $-ds$ abnimmt, und ist x der verhältnissmässige Wassergehalt jenes Dampfes, so nehmen die dD Kgr. Dampf $sx.dD$ Kgr. Salz aus dem Kessel mit sich fort; aus der entsprechenden Gleichung

$$-K ds = sx\,dD \text{ oder } -\frac{ds}{s} = \frac{dD}{K}x$$

folgt durch Integration:

$$x = \frac{K}{D} \ln \frac{s_1}{s_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3),$$

unter D das Gewicht des während der ganzen Versuchsdauer entweichenden Dampfes verstanden. Dasselbe ist $=$ dem Gewichte des gleichzeitig eingeführten Speisewassers, während K aus den Dimensionen des Kessels berechnet werden kann. Vorausgesetzt ist, dass von dem Salz, welches in der anfänglichen Kesselfüllung aufgelöst wurde, im Speisewasser keine in Betracht kommende Menge enthalten ist.

Ein von Escher schon etwas vor Brauer angegebenes ähnliches, nur gewissermassen umgekehrtes Verfahren besteht darin, dass der Kessel mit einer Salzlösung von derselben Art und Concentration gespeist wird, wie sie zu Anfang einer längeren Versuchsdauer in ihm enthalten ist. Indem dann im Kessel die Concentration um so schneller zunimmt, je weniger salzig, weil je weniger feucht der Dampf aus ihm entweicht, kann das Gesetz jener Zunahme zur Bestimmung dieser Feuchtigkeit dienen. Wenn nämlich der unveränderliche specifische Salzgehalt des Speisewassers vorläufig mit s_0 bezeichnet wird, so ist bei übrigens den früheren Bedeutungen der Buchstaben und unter der früheren Voraussetzung constanten Wasserstandes im Kessel infolge continuirlicher, der Dampfentnahme entsprechender Speisung:

$$K ds = s_0 dD - sx\,dD$$

$$\frac{x\,ds}{s_0 - xs} = \frac{dD}{K}x$$

$$x = \frac{K}{D} \ln \frac{s_0 - xs_1}{s_0 - xs_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (4).$$

Mit $s_0 = 0$ erhält man die Gleichung (3) wieder; mit $s_0 = s_1$ dagegen. dem Verfahren von **Escher** entsprechend, wird:

$$x = \frac{K}{D} \, ln \frac{(1-x)s_1}{s_1 - x s_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Mit Hülfe einer leicht zu berechnenden Tabelle der Werthe von:

$$\frac{D}{K} = \frac{1}{x} \, ln \frac{(1-x)s_1}{s_1 - x s_2}$$

für verschiedene Werthe von $\frac{s_2}{s_1}$ und x lässt sich x durch Interpolation in einem gegebenen Falle mit genügender Annäherung finden.

Die **Genauigkeit der Bestimmung** von x, welche die beiden zuletzt besprochenen Methoden von **Brauer** und von **Escher** (bei ihrer Vergleichung im Folgenden bezw. als erste und zweite unterschieden) gewähren, kann im Princip beurtheilt werden nach der Grösse des Differentialquotienten $\frac{ds_2}{dx}$ bei gegebenen Werthen der übrigen Grössen ausser x und s_2; je grösser dieser Quotient ist, desto grösser und somit desto sicherer erkennbar ist der Unterschied der specifischen Salzgehalte des Wassers am Ende des Versuchs, welcher einer gewissen kleinen Verschiedenheit der verhältnissmässigen Wassergehalte des Dampfes entspricht. In beiden Fällen ist der fragliche Differentialquotient negativ, indem die Salzigkeit des Kesselwassers im ersten Falle um so schneller abnimmt, im zweiten um so langsamer zunimmt, je feuchter der entweichende Dampf ist; der Absolutwerth desselben sei im ersten Falle $= q_1$, im zweiten $= q_2$. Mit

$$m = \frac{D}{K}$$

folgt nun durch Differenzirung nach x, wenn s_2 als Function von x betrachtet wird, während die übrigen Grössen constant sind, aus (3) für das erste Verfahren:

$$m = -\frac{1}{s_2}\frac{ds_2}{dx}; \quad q_1 = -\frac{ds_2}{dx} = m s_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Für das zweite Verfahren folgt gleicher Weise aus (5):

$$m = \frac{-1}{1-x} - \frac{1}{s_1 - x s_2}\left(-s_2 - x\frac{ds_2}{dx}\right)$$

$$(s_1 - x s_2)\left(m + \frac{1}{1-x}\right) = s_2 + x\frac{ds_2}{dx}$$

$$q_2 = -\frac{ds_2}{dx} = \frac{1}{x}\left[s_2 - (s_1 - xs_2)\left(m + \frac{1}{1-x}\right)\right]$$

$$= ms_1\left[\frac{1}{mx}\frac{s_2}{s_1} - \left(\frac{1}{x} - \frac{s_2}{s_1}\right)\left(1 + \frac{1}{m}\frac{1}{1-x}\right)\right] \quad . . (7).$$

Darin ist $\frac{s_2}{s_1}$ eine Function von m und x, nämlich nach (5), unter e die Basis der natürlichen Logarithmen verstanden,

$$1 - x = \left(1 - x\frac{s_2}{s_1}\right)e^{mx}$$

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{x} - \frac{1-x}{x}e^{-mx} \quad . . . . (8).$$

Ist der kleinste Salzgehalt des Kesselwassers in beiden Fällen gleich gross, ist also

s_2 im ersten $= s_1$ im zweiten Falle,

so folgt aus (6) und (7) das Verhältniss der Genauigkeitsmasse beider Methoden bei gleichen Werthen von m und x:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{1}{mx}\frac{s_2}{s_1} - \left(\frac{1}{x} - \frac{s_2}{s_1}\right)\left(1 + \frac{1}{m}\frac{1}{1-x}\right)$$

$$= \left[\frac{1}{m}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right) + 1\right]\frac{s_2}{s_1} - \frac{1}{x}\left(1 + \frac{1}{m}\frac{1}{1-x}\right) \quad . (9),$$

worin $\frac{s_2}{s_1}$ durch (8) bestimmt ist.

Praktisches Interesse haben nur solche Fälle, in welchen x ein kleiner Bruch ist. Setzt man dann

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$$

und nach (8):

$$\frac{s_2}{s_1} = \frac{1}{x}\left[1 - (1-x)\left(1 - mx + \frac{m^2}{2}x^2 - \frac{m^3}{6}x^3 + \ldots\right)\right]$$

$$= 1 + m - m\left(1 + \frac{m}{2}\right)x + \frac{m^2}{2}\left(1 + \frac{m}{3}\right)x^2 - \ldots$$

und fasst man in Gl. (9) die Glieder mit gleichen Potenzen von x zusammen, so heben sich diejenigen mit $\frac{1}{x} = x^{-1}$ gegenseitig auf, und man findet bei Vernachlässigung der Glieder mit x^2 und mit den höheren Potenzen von x:

$$\frac{q_2}{q_1} = 1 + \frac{m}{2} - m\left(1 + \frac{m}{3}\right)x \quad . . . . (10),$$

welcher Gleichung z. B. die Zahlenwerthe der folgenden Tabelle entsprechen:

$m =$	0,5	1	2	4
$x = 0,01$	1,24	1,49	1,97	2,91
$x = 0,05$	1,22	1,43	1,83	2,53
$x = 0,1$	1,19	1,37	1,67	2,07

Man sieht daraus, dass bei kleinen Werthen von x die zweite Methode bezüglich des Genauigkeitsgrades der ersten um so mehr überlegen ist, je kleiner x und je grösser m, je grösser also die Versuchsdauer ist; letzteres wenigstens bis zu einer gewissen Grenze. Nach (10) ist nämlich

$$\frac{q_2}{q_1} = 1 \text{ für } 1 + \frac{m}{3} = \frac{1}{2x} \text{ oder } m = 3\left(\frac{1}{2x} - 1\right) \quad \ldots \quad (11),$$

z. B. bei $x = 0,01 \quad 0,05 \quad 0,1$

für $m = 147 \quad 27 \quad 12.$

Das Maximum von $\frac{q_2}{q_1}$, insoweit es von m abhängt, entspricht nach (10) der Gleichung:

$$\frac{1}{2} - x - \frac{2}{3} xm = 0,$$

woraus sich $m =$ der Hälfte des Werthes nach (11) ergiebt, also

$m = 73,5 \quad 13,5 \quad 6$

für $x = 0,01 \quad 0,05 \quad 0,1$

Entsprechend ist $\max \frac{q_2}{q_1} = 18,7 \quad 4,0 \quad 2,2.$

Wenn, wie gewöhnlich, die während des Versuches in den Kessel eingeführte Wassermenge ein nur mässiges Vielfache der beständig darin bleibenden Wassermenge, also m eine ziemlich kleine Zahl ist, so tritt die principielle Ueberlegenheit des Escher'schen Verfahrens nicht in solchem Grade hervor, als dass nicht das einfachere Verfahren von Brauer in der Praxis vorzuziehen sein möchte. Bei diesem ist nach (6) das Genauigkeitsmass q_1 proportional m, also proportional der Dauer des Versuches; ausserdem wächst es (ebenso wie q_2 bei dem andern Verfahren) mit der Salzigkeit des Wassers. In beiden Beziehungen muss bei der Anwendung des Verfahrens möglichst weit gegangen werden, um ein brauchbares Ergebniss erwarten zu dürfen; wäre $m = 1$ und $s_2 = 0,01$, so müsste gemäss (6) dieser specifische Salzgehalt bis auf 0,0001 sicher bestimmt werden, um x bis auf 0,01 zuverlässig zu finden.

b. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Dampfmaschinen.

§. 74. Uebersicht üblicher Arten und ihrer wesentlichen Einrichtungen.

Abgesehen von Bestrebungen bezüglich direct rotirender Dampfmaschinen, welche zu praktischer Bedeutung bisher nicht gelangt sind, wirkt der Dampf in der Maschine unmittelbar durch seinen Druck auf einen Kolben, der in einem Cylinder dicht anschliessend zwischen gewissen Grenzen hin und her beweglich ist; jede solche Hin- oder Herbewegung heisst ein Hub, eine Hin- und Herbewegung zusammen ein Doppelhub des Kolbens. Der aus Gusseisen bestehende (zunächst als nur einfach vorhanden vorausgesetzte) Dampfcylinder ist an den Enden durch aufgeschraubte Cylinderdeckel geschlossen, von welchen aber wenigstens der eine die Kolbenstange (dampfdicht mit Hülfe einer Stopfbüchse) hindurchlässt, mit welcher der Kolben in seiner Mitte fest verbunden ist.

Wenn der den Nutzwiderstand leistende Maschinentheil eine der Kolbenbewegung gleiche oder ähnliche Bewegung hat, wie z. B. ein Hammer- oder Rammklotz, ein Pumpengestänge oder dergleichen, so kann er unmittelbar oder vermittels eines eingeschalteten Hebels mit der Kolbenstange verbunden sein. Häufiger wird vom hin- und hergehenden Kolben zunächst eine Welle in Rotation um ihre Axe versetzt, indem diese fest mit einer Kurbel, letztere mit der Kolbenstange gelenkig durch eine Kurbelstange verbunden ist; der betreffende Mechanismus ist der gewöhnliche Schubkurbelmechanismus, hier auch als Schubkurbelgetriebe wirkend, mit dem Cylinder als festliegeudem Gliede, dem Kolben nebst Kolbenstange als Schieber (Bd. II, §. 39, 1). Nur ausnahmsweise schwingt der Cylinder um eine zu seiner geometrischen senkrechte Axe, so dass dann dieselbe kinematische Kette (ebene Schubkurbelkette) als schwingende Kurbelschleife (Bd. II, §. 39, 3) zur Verwendung kommt; festliegend ist dann das Glied der Kette, welches bei festliegendem Cylinder die Kurbelstange war. Solche Maschinen mit schwingendem Cylinder sind mit principiellen und praktischen Uebelständen behaftet, welche zuweilen jedoch (z. B. bei kleineren Schiffsmaschinen) aufgewogen werden können durch den Vorzug kleineren Raumbedürfnisses, bedingt durch den unmittelbaren Angriff der Kolbenstange am Kurbelzapfen, also ohne Vermittlung einer Kurbelstange.

Obschon somit Dampfmaschinen ohne oder mit rotirender Bewegung,

letztere als solche mit festliegendem oder mit schwingendem Cylinder unterschieden werden können, sollen doch im Folgenden unter Dampfmaschinen ohne weitere Artbezeichnung zunächst nur Rotationsmaschinen mit festliegendem Cylinder verstanden sein. Zu ihnen gehören insbesondere die Transmissionsdampfmaschinen nach von Reiche's Bezeichnung, welche zunächst eine an die Kurbelwelle sich anschliessende, u. U. mannigfach verzweigte Transmission zu betreiben haben, von welcher der Antrieb der Arbeitsmaschinen ausgeht. Letztere können bei bestimmter Art und Betriebsweise der Dampfmaschine sehr verschiedenartig sein, wogegen die zweckmässige Anordnung einer Dampfmaschine ohne Rotation von der Wirkungsweise des betreffenden Nutzwiderstandes in solchem Grade abhängig zu sein pflegt, Kraft- und Arbeitsmaschine oft so eng verbunden sind, dass sie besser als Ganzes in Betracht gezogen werden.

Behufs eines dauernd hinlänglich dampfdichten Anschlusses des Kolbens, bezw. seiner metallischen Liederungsringe an die Cylinderwand, der Kolbenstange an die Packung der Stopfbüchse, sowie zu sicherer und dauerhafter Geradführung des Kolbens, ist die Kolbenstange einer Rotationsmaschine mit festliegendem Cylinder an dem aus diesem hervorragenden Ende mit dem sogenannten Kreuzkopfe verbunden, der eine besondere Geradführung und zwar sogenannte Coulissenführung mit fester Gleitbahn besitzt. Diese Anordnung ist die Regel bei liegenden Dampfmaschinen, d. h. bei horizontaler Cylinderaxe, wogegen bei stehenden Dampfmaschinen, d. h. bei verticaler Cylinderaxe unter Umständen Vortheile mit der Einfügung eines Hebels (eines Balancier's) zwischen Kolben- und Kurbelstange verbunden sein können. Zur Führung der Kolbenstange an ihrem Ende dient bei solchen Balancierdampfmaschinen eine Geradführung durch Hebelcombination, insbesondere z. B. das sogenannte Watt'sche Parallelogramm.

Man unterscheidet ferner Auspuffmaschinen und Condensationsmaschinen, jenachdem der Abdampf, d. h. der nach seiner Wirkung auf den Kolben abgehende Dampf in die freie Luft oder in den Condensator entweicht, nämlich in einen abgeschlossenen Raum, in welchem er durch kaltes Wasser condensirt wird. In einem Mischungscondensator, bei stationären (bezüglich auf die Erde festgelagerten) Maschinen üblich, erfolgt diese Condensation durch Mischung des Dampfes mit dem Kühlwasser, in einem Oberflächencondensator durch oberflächliche Abkühlung. Die letztere Anordnung, obschon bei gleicher Wirksamkeit grössere Wassermengen und grosse Kühlflächen erfordernd, ist bei Schiffs-

maschinen gebräuchlich, sofern es hier bei überflüssig vorhandenem, jedoch salzigem Kühlwasser darauf ankommt, möglichst nur das salzfreie Condensationswasser zur Kesselspeisung wieder zu verwenden.

Wenn das Kühlwasser aus so grosser Tiefe gefördert werden muss, dass dazu nicht schon das Vacuum im Condensator (der Ueberschuss des Atmosphärendrucks über den im Condensator vorhandenen Druck) ausreicht, so dient dazu eine Pumpe, als Kaltwasserpumpe bezeichnet im Gegensatze zu der die Absaugung des Condensationswassers aus dem Condensator bewirkenden Warmwasserpumpe. In dem gewöhnlichen Falle des Mischungscondensators hat diese letztere Pumpe zugleich die Luft, welche sich im Condensator aus dem Kühlwasser entwickelt, in die Atmosphäre zu befördern, und diese Bestimmung ist so sehr massgebend für ihre Dimensionen und für ihre ganze Einrichtung, dass sie ausdrücklich als Warmwasser- und Luftpumpe oder auch nur als Luftpumpe bezeichnet wird.

Wie schon aus §. 62 hervorgeht (mit Rücksicht auf den Factor $1 - \frac{T_2}{T_1}$ des Wirkungsgrades), wird der Effect einer Dampfmaschine durch die Condensation des Abdampfes vergrössert. Freilich wird sie dadurch auch complicirter und theuerer, und kann eine Auspuffmaschine besonders dann vorzuziehen sein, wenn es bei kleiner Grösse, wobei die Kosten des Brennstoffes im Vergleich mit den übrigen Kosten weniger ins Gewicht fallen, den Umständen gemäss, z. B. bei schnellem Gange, auf möglichst einfache Einrichtung ankommt. Abgesehen davon, dass ausserdem die Condensationseinrichtung natürlich an das Vorhandensein hinreichenden Kühlwassers gebunden, bei Locomotiven z. B. aus diesem Grunde ausgeschlossen ist, kann übrigens auch der Abdampf von Auspuffmaschinen anderweitige nützliche Verwendung finden, z. B. zur Vorwärmung des Speisewassers (§. 68), zur Zugerzeugung durch das Blasrohr (§. 70) u. s. w. Balancier-Dampfmaschinen pflegen nur als langsam gehende Maschinen mit Condensation gebaut zu werden, ersteres, weil nur bei langsamem Gange die schwingende Masse des Balanciers genügend unschädlich ist, letzteres besonders deshalb, weil der Balancier zur Vermittlung des Betriebes von Hülfseinrichtungen, insbesondere zur Anhängung von Pumpenkolbenstangen besonders geeignet ist, solcher Vortheil aber nur bei Condensationsmaschinen in höherem Grade hervortritt.

Bezüglich der Art der Dampfwirkung unterscheidet man einfachwirkende und doppeltwirkende Dampfmaschinen, jenachdem der Dampf nur auf eine Seite des Kolbens oder abwechselnd auf beide Seiten

wirkt. Maschinen ohne Rotationsbewegung sind nicht selten einfachwirkend, Rotationsmaschinen nur ausnahmsweise, z. B. als Drillingsmaschinen, nämlich als Maschinen mit 3 Cylindern, deren Axen, unter Winkeln von 120° gegeneinander geneigt, die Axe der Kurbelwelle in demselben Punkte rechtwinklig schneiden. Während die Dampfcylinder nur aussen geschlossen sind, indem der Dampf nur auf die äussern Kolbenflächen wirkt, greifen die Kurbelstangen einen gemeinschaftlichen Kurbelzapfen an; die Kolbenstangen können ganz entbehrt werden, wenn die Kolben, unmittelbar mit den Kurbelstangen gelenkig verbunden, zugleich die Function von Kreuzköpfen zugewiesen erhalten. Uebrigens kann eine solche Anordnung nur allenfalls bei kleinen Dimensionen und sehr beschränktem Raume u. U. am Platze sein, sowie auch bei so schnellem Gange, dass der durch dauernd hier kaum vermeidliche Undichtigkeit der Kolbenliederungen verursachte Dampfverlust einen nicht zu grossen Theil des ganzen Dampfverbrauches ausmacht.

Wie später näher erörtert wird, werden die Einströmung des Dampfes in den Cylinder und seine Ausströmung aus demselben so geregelt, dass bei Beginn eines Hubes der Hinterdampf (hinter dem Kolben befindliche Dampf) schon eben in der Einströmung, der Vorderdampf (vor dem Kolben befindliche Dampf) schon eben in der Ausströmung begriffen ist, dass also jene Einströmung und diese Ausströmung schon etwas vor dem Ende des vorhergehenden Hubes, bezw. vor und hinter dem Kolben begonnen hatten oder dass, wie man sagt, eine gewisse Voreinströmung und Vorausströmung stattfindet. Die Einströmung hinter dem Kolben wird unterbrochen, sobald er einen gewissen vom Anfange des betreffenden Hubes an gemessenen Weg durchlaufen hat, dessen Verhältniss zur ganzen Hublänge der Füllungsgrad genannt wird; dann erfolgt Expansion des Hinterdampfes bis zum Beginn der Vorausströmung. Ebenso wird die Ausströmung des Vorderdampfes schon vor dem Ende des Hubes unterbrochen, worauf seine Compression erfolgt bis zum Beginn der Voreinströmung. Im Verlauf eines Hubes sind also 4 ausgezeichnete Kolbenstellungen zu unterscheiden, welche unter normalen Umständen folgendermassen aufeinander folgen:

1. Absperrung des Hinterdampfes und Beginn seiner Expansion.
2. Absperrung des Vorderdampfes und Beginn seiner Compression.
3. Ende der Expansion des Hinterdampfes und Beginn der Ausströmung.
4. Ende der Compression des Vorderdampfes und Beginn der Einströmung.

Während die 3 letzten dieser Kolbenstellungen seiner Stellung am Ende des Hubes im Allgemeinen nahe liegen, kann die erste zwischen weiten Grenzen veränderlich sein. Die Maschinentheile und Mechanismen, welche dazu dienen, den Ein- und Austritt des Dampfes in solcher Weise zu regeln, werden zusammengefasst als Steuerung bezeichnet.

Selbst dann, wenn während eines Hubes der Dampf hinter dem Kolben beständig ein-, vor ihm beständig ausströmte, somit dort wie hier fast constante Drucke stattfänden, würde trotz constanten Widerstandsmomentes der Kurbelwelle ihre Winkelgeschwindigkeit periodisch veränderlich sein wegen der Veränderlichkeit des Verhältnisses eines elementaren Kolbenweges und des gleichzeitigen elementaren Winkelweges der Kurbel. Um so mehr würde solche periodische Veränderlichkeit stattfinden wegen der Veränderlichkeit des Dampfdruckes auf den Kolben besonders infolge der mit der Expansion verbundenen Abnahme des Hinterdampfdruckes, wenn sie nicht in engere Grenzen eingeschlossen wird durch ein Schwungrad auf der Kurbelwelle, welches um so schwerer sein muss, je kleiner der Füllungsgrad ist.

Indessen kann der Ungleichförmigkeitsgrad (Verhältniss des Unterschiedes der grössten und kleinsten zur mittleren Winkelgeschwindigkeit) der Kurbelwelle wesentlich verkleinert, bezw. die einer gewissen Grösse desselben entsprechende Schwungradmasse verkleinert werden durch Verbindung von zwei gleichen Maschinen mit gemeinsamer Kurbelwelle zu einer sogenannten Zwillingsmaschine, wenn nur bei parallelen Axen beider Cylinder die zugehörigen Kurbeln rechtwinklig oder nahe rechtwinklig gegen einander gerichtet werden, oder allgemeiner die Summe des spitzen Winkels, unter welchem die Cylinderaxen, und desjenigen, unter welchem die Kurbeln gegen einander geneigt sind, nahe $= 90^0$ gemacht wird. Indem dann die Todtlagen der beiden Schubkurbelgetriebe (die Lagen, in welchen die Kurbeln die Richtungen der betreffenden Cylinderaxen haben) wechselsweise, nie gleichzeitig stattfinden, wird zugleich der Vortheil erreicht, dass die Maschine ohne Nachhülfe, nur durch die Wirkung des Dampfdruckes aus jeder Ruhelage in Bewegung gesetzt werden kann, was bei einfachen Eincylindermaschinen nicht der Fall ist. Aus diesem Grunde sind Zwillingsmaschinen oft fast unentbehrlich, so bei Locomotiven, Schiffsmaschinen, Bergwerksfördermaschinen und in anderen Fällen, in welchen sie aus jeder zufälligen Ruhelage im einen oder anderen Sinne sofort sollen in Bewegung gesetzt werden können. Der seltenere Fall einer Drillingsmaschine wurde schon oben erwähnt.

Im Gegensatze zu einer Zwillingsmaschine, in deren gleiche Cylinder

der Dampf unmittelbar vom Kessel aus einströmt, soll hier unter einer Zweicylindermaschine eine solche mit zwei verschieden grossen Cylindern und mit Eintritt des Kesseldampfes nur in den kleinern derselben verstanden werden; nachdem er hier als Hinterdampf schon eine gewisse Expansion erfahren hat, strömt er bei dem folgenden Hube aus dem kleinen Cylinder als Vorderdampf desselben in den grossen Cylinder als Hinterdampf, bei einem dritten Hube endlich als Vorderdampf des grossen Cylinders in den Condensator, mit welchem eine solche Zweicylindermaschine stets versehen ist. Bei ihrer ursprünglichen Ausführung als Woolf'sche Maschine bewegten sich die Kolben der parallel neben einander stehenden Cylinder stets in gleichem Sinne, so dass sie auf gleich gerichtete Kurbeln (ev. auf dieselbe Kurbel) derselben Welle wirken konnten; bei späteren Ausführungen liess man die Kolben mit Vortheil auf entgegengesetzt gerichtete Kurbeln wirken, so dass sie sich selbst stets in entgegengesetztem Sinne bewegten. Diese Anordnungen mögen als gleichläufige und als gegenläufige Zweicylindermaschine unterschieden werden. In beiden Fällen ist die hier stets erhebliche Expansion des Dampfes (abgesehen von Nebenumständen) dieselbe wie bei einer Eincylindermaschine, deren Füllungsgrad = ist dem Product aus dem Füllungsgrade des kleinen Cylinders und dem Verhältnisse seines Hubvolumens zum Hubvolumen des grossen Cylinders, unter Hubvolumen das von der wirksamen Kolbenfläche (Kolbenquerschnitt, ev. nach Abzug des Querschnitts der Kolbenstange) bei einem Hube durchlaufene Volumen verstanden. Indem aber der resultirende Dampfdruck auf die Kolben der Zweicylindermaschine zwischen engeren Grenzen veränderlich ist, als der Kolbendruck der gleichwerthigen Eincylindermaschine, entspricht bei jener auch die Rotation der Kurbelwelle einem kleineren Ungleichförmigkeitsgrade, besonders bei der gegenläufigen Zweicylindermaschine, bei welcher zudem die durch die beschränkte Kurbelstangenlänge bedingte Verschiedenheit der Verhältnisse für beide Todtlagen ausgeglichen wird. Zwar ist selbst in diesem Falle die Verkleinerung des Ungleichförmigkeitsgrades, bezw. die Ersparniss an erforderlicher Masse des Schwungrades weniger erheblich, als bei Zwillingsmaschinen unter sonst gleichen Umständen, doch hat die Zweicylindermaschine ausserdem den Vorzug, den (später näher zu besprechenden) schädlichen calorischen Einfluss der Cylinderwände zu vermindern, ein Vorzug, welcher auch um so mehr hervortritt, je grösser der Kesseldruck und je kleiner der Condensatordruck ist, je weiter somit die Expansion getrieben werden kann.

Der Zweicylindermaschine lassen sich übrigens vollständig auch die Vortheile der Zwillingsmaschine (grössere Ersparniss an Schwungradmasse und Möglichkeit der Ingangsetzung nur durch den Dampfdruck aus jeder Ruhelage) dadurch ertheilen, dass man die Kolben auf (gewöhnlich rechtwinklig) gegen einander geneigte Kurbeln der Schwungradwelle wirken lässt, so dass sie sich bei parallelen Cylinderaxen wechselsweise in ihren Endstellungen befinden. Solche sogenannte Compoundmaschinen (Verbundmaschinen) mögen hier als wechselläufige Zweicylindermaschinen bezeichnet werden; sie erfordern das Vorhandensein eines Zwischenbehälters (Receiver's) zwischen den beiden Cylindern zur vorläufigen Aufnahme des aus dem kleinen Cylinder ausströmenden Dampfes, weil derselbe hier nicht immer in derselben Menge gleichzeitig in den grossen Cylinder einströmt. In neuerer Zeit sind grosse Schiffsmaschinen mit Vortheil auch als wechselläufige Dreicylindermaschinen gebaut worden mit 3 Kurbeln, welche unter 120^0 gegeneinander geneigt sind, in letzterer Beziehung jedoch auch in anderen Anordnungen, indem der Vorzug dieser Dreicylinder- vor den bisher bei Dampfern gebräuchlichen Zweicylindermaschinen vor Allem in einer noch höheren Expansion bei Kesselspannungen bis zu 14 Atm. zu suchen ist, also in der besonders bei Seeschiffen so wichtigen noch weiteren Verkleinerung des Kohlenbedarfs.

Abgesehen wird hier von der constructiven Gesammtanordnung, verschieden vor Allem bei stationären und transportablen Dampfmaschinen oder Locomobilen, ferner von Anordnungen besonders des Kurbelmechanismus zum Zwecke möglichster Verkürzung der Maschine; von der Form des Gestelles, welches thunlichst so beschaffen sein soll, dass innere Kräfte sicher (ohne merkliche Deformationen und Erzitterungen) vom Gestellkörper aufgenommen werden können, was besonders bei stehenden Dampfmaschinen oft Schwierigkeit macht; abgesehen wird auch von der besonderen Construction einzelner Theile, z. B. von Kolben, Stopfbüchsen u. s. w., sowie von gewissen Hülfseinrichtungen (Schmierhähnen, Condensationswasserablasshähnen u. s. w.). Wegen grösseren Einflusses auf die Oekonomie der Dampfbenutzung, so dass im Folgenden noch weiter die Rede davon sein muss, seien hier nur noch vorläufig erwähnt die Dampfcanäle und die Einhüllung der Dampfcylinder. Die Dampfcanäle, welche sich von den Abschlussflächen der inneren Steuerungskörper (§. 75) bis zum einen oder andern Ende eines Cylinders erstrecken, sollen so kurz wie möglich gehalten werden, damit die Summe aus dem Raume eines solchen Canals und dem Raume zwischen dem in seiner

Endstellung befindlichen Dampfkolben und dem betreffenden Cylinderdeckel, d. i. der sogenannte schädliche Raum möglichst klein sei; auch ist es, wie demnächst näher erörtert werden wird, vortheilhaft, dass je zwei solche Canäle zu jedem Cylinderende führen, so dass durch den einen die Einströmung, durch den andern die Ausströmung des Dampfes an dieser Seite stattfindet. Eingehüllt wird ein Dampfcylinder entweder mit schlechten Wärmeleitern zur Verkleinerung von Wärmeverlusten durch Leitung und Strahlung, oder mit einer weiteren Gusseisenwand, zwischen welcher und der Cylinderwand ein Raum zur Aufnahme von Kesseldampf frei bleibt behufs Abgabe noch einer gewissen Wärmemenge an den Dampf im Cylinder; der Vortheil eines solchen sogenannten Dampfmantels bleibt auch späterer Untersuchung vorbehalten.

Erwähnung verdient schliesslich noch die Regulirung der Dampfmaschinen, d. h. ihre Anpassung an verschiedene Grössen des Nutzwiderstandes, bezw. des Widerstandsmomentes gegen die Rotation der Schwungradwelle bei unverändertem Gange, also constanter Winkelgeschwindigkeit jener Welle. Diese Regulirung geschieht durch stärkere oder schwächere Drosselung (durch Stellungsänderung einer Klappe, eines Schiebers oder Ventils in der Dampfzuleitung) oder durch Aenderung des Füllungsgrades, von Hand oder selbstthätig durch einen Regulator, und zwar allgemein durch die bei Geschwindigkeitsänderungen sich verschiebende Hülse eines Centrifugalregulators. Die Drosselung ist insofern unwirthschaftlich, als sie, um Zunahmen sowohl wie Abnahmen des Widerstandes Folge zu geben, in einem gewissen Grade beständig stattfinden muss, entsprechend einem beständigen Spannungsfall, einer plötzlich verkleinerten Spannung des gedrosselten Dampfes, also einer vermeidlichen principiellen Abweichung des zugrunde liegenden Kreisprocesses von dem idealen vollkommensten Verlaufe desselben (Fig. 61, §. 61); dazu kommt, dass die Materialstärken insbesondere des Kessels einem Dampfdrucke angepasst werden müssen, welcher nur ausnahmsweise voll zur Geltung kommt. Diese früher vorzugsweise übliche Regulirung durch Drosselung ist deshalb mehr und mehr durch die Einrichtung veränderlicher Füllung verdrängt worden.

§. 75. Die Steuerung.

Die Steuerung ist ein so wichtiger, die Dampfwirkung so vorzugsweise bestimmender Bestandtheil einer Dampfmaschine, dass auch als Grundlage der Theorie eine Erörterung ihrer mannichfaltigen Einrichtung (abgesehen von constructiven Einzelheiten) geboten ist.

Die sogenannten inneren Steuerungskörper, welche durch ihre Bewegung unmittelbar die Mündungen der Canäle für die Ein- und Ausströmung des Dampfes regelrecht öffnen und schliessen sollen, sind Schieber oder Ventile, jenachdem sie gegen die betreffenden Sitzflächen (Mündungsflächen der Dampfcanäle) nur gleitende (tangentiale) oder normale Bewegungen haben, mit diesen Flächen also immer in Berührung bleiben oder nicht. Ein Schieber hat gewöhnlich eine geradlinig hin- und hergehende, zuweilen eine drehende Bewegung, solcher Drehschieber eine schwingende oder rotirende Bewegung um seine Axe; bei kegelförmiger Sitzfläche von kleinem Oeffnungswinkel wird der Drehschieber zum Hahn. Die Ventile sind meistens Doppelventile (Glocken- oder Röhrenventile), welche bei hohem Grade der Entlastung zur Bewegung eine nur kleine Kraft, zu genügender Durchlassöffnung eine nur kleine Entfernung von der Sitzfläche erfordern.

Mannichfaltiger sind die äusseren Steuerungen, nämlich die Mechanismen, überhaupt die Hülfsmittel zur zweckentsprechenden Bewegung der inneren Steuerungskörper. Diese Bewegung ist bei Rotationsmaschinen entweder eine stets zwangläufige, durch einen zwangläufigen Mechanismus von einem durch den Dampfdruck bewegten Maschinentheile, insbesondere von der Schwungradwelle abgeleitete Bewegung, oder sie wird theilweise und zwar für den Abschluss des Dampfeintritts unabhängig von der Bewegung anderer Maschinentheile durch eine äussere Hülfskraft (Schwerkraft, Federkraft, Spannung einer elastischen Flüssigkeit) bewirkt, deren hierbei geleistete Arbeit durch die Maschine periodisch ersetzt wird, indem sie das betreffende Gewicht auf's Neue hebt, die Feder auf's Neue spannt, die elastische Flüssigkeit zu wiederholter Kraftäusserung comprimirt. Steuerungen der letzteren Art, gewöhnlich Ventilsteuerungen, was die inneren Steuerungskörper betrifft, pflegen im Ganzen als Präcisionssteuerungen bezeichnet zu werden, indem man es dabei unabhängig vom Gange der Maschine in der Hand hat, durch Regelung der äusseren Hülfskraft oder hemmender Widerstände den Abschluss des Dampfes mehr oder weniger schnell und genau in gewissen Augenblicken stattfinden zu lassen. Die Regulirung solcher Maschinen durch Füllungsänderung bewirkt der Regulator selbständig.

Die Zwangläufigkeit der Steuerung erfordert einen wenigstens so lange geschlossenen Mechanismus als äussere Steuerung, wie der innere Steuerungskörper überhaupt zu bewegen ist. Diese Geschlossenheit kann eine selbständige, nur durch die Starrheit der betreffenden Glieder und ihre Verkettung herbeigeführte, oder eine kraftschlüssige, nämlich an

und für sich unselbständige, vielmehr durch eine äussere Hülfskraft vermittelte sein. Letzteres ist nöthig bei Ventilsteuerungen bezüglich auf den Schluss der Ventile; indem nämlich solche Schlussbewegung nur gerade bis zur festen Berührung des Ventils mit seiner Sitzfläche zu geschehen, darauf eine Zeit der Ruhe desselben zu folgen hat, wird vom Augenblicke seines Aufsitzens an sein Zusammenhang mit den in Bewegung bleibenden Maschinentheilen unterbrochen und das Ventil durch dieselbe Hülfskraft auf seinem Sitze festgehalten, welche zusammen mit dem Widerstande eines starren Gliedes seine Schlussbewegung zwangläufig gemacht hatte. Als Hauptbestandtheil der äusseren Steuerung ist in diesem Falle z. B. eine Curvenscheibe (unrunde Scheibe, Höcker) geeignet und üblich, welche durch Druck auf einen Hebel, Rahmen oder dergleichen die Erhebung des Ventils entgegen dem Widerstande einer Feder zur Folge hat, während der Schluss durch den Druck dieser Feder entgegen dem Widerstande der Curvenscheibe bewirkt wird; im Gegensatze zur Präcisionssteuerung wird durch diesen Widerstand trotz der auch hier wirksamen Federkraft die Zwangläufigkeit vermittelt. Im Princip könnte zwar auch die Curvenscheibe zweiseitig wirkend so eingerichtet werden, dass sie ohne Hülfskraft das Ventil in einer bestimmten Lage zeitweilig festhält; doch wäre es praktisch nicht möglich, solche Lage dauernd so genau zu fixiren, dass darin das Ventil gerade die Sitzfläche berührt mit einem Drucke, der gerade zur Dichtung ausreichend ist.

Selbständig geschlossene Mechanismen vermitteln als äussere Steuerung die Bewegung von Schiebern als inneren Steuerungskörpern, und zwar insbesondere Schubkurbelmechanismen, als Kurbelschubgetriebe wirkend, deren kurze Kurbeln als excentrische Scheiben (Excentriks) ausgeführt sind; denn ein Schieber braucht nicht in Ruhe zu sein, um eine Canalmündung dauernd geöffnet oder geschlossen zu erhalten, indem er sich beliebig weit von dieser Mündung entfernen oder über dieselbe hinaus bewegen kann.

Steuerungen von besonderer Art, sogenannte Kataraktsteuerungen, finden sich schliesslich bei nicht rotirenden Maschinen, z. B. bei Wasserhaltungsmaschinen von Bergwerken. Indem es dabei Bedürfniss zu sein pflegt, kürzere oder längere Stillstandspausen zwischen die einzelnen Hübe einzuschalten, sind besondere Vorrichtungen (Katarakte) zu diesem Zwecke vorhanden, welche sowohl die Dauer der Pausen bestimmen, als auch am Ende derselben gewisse Auslösungen bewirken und dadurch das gebundene Arbeitsvermögen von Hülfskräften frei machen, um durch entsprechende Bewegung des Dampfeinlasskörpers (in der Regel durch Oeffnung eines

Ventils) den neuen Hub einzuleiten. Das Fehlen einer rotirenden Welle, von welcher die Bewegung der inneren Steuerungskörper ausgehen könnte, hat übrigens auch schon abgesehen von den erwähnten Hubpausen gewisse Besonderheiten der äusseren Steuerung einer nicht rotirenden Maschine zur Folge.

Die somit zu unterscheidenden Schiebersteuerungen (zwangläufig mit selbständig geschlossenen Steuerungsmechanismen), Ventilsteuerungen (zwangläufig mit kraftschlüssigen Mechanismen), Präcisionssteuerungen (nicht ganz zwangläufige Schieber- oder Ventilsteuerungen) und Kataraktsteuerungen, überhaupt Steuerungen nicht rotirender Maschinen mögen in den folgenden Paragraphen nur noch insoweit etwas eingehender besprochen werden, als es zum besseren Verständnisse ihres Wesens und zur Vorbereitung späterer Erörterungen wünschenswerth erscheint.*

§. 76. Schiebersteuerungen.

Die gewöhnlichste Form eines Steuerschiebers ist der Muschelschieber, von der Kurbelwelle aus durch ein Excenter bewegt, dessen Excentricität $= \varrho$ sei; kinematisch ist solche äussere Steuerung als ein Schubkurbelmechanismus zu betrachten mit der Excenterstange als Koppel und mit der Kurbellänge ϱ. Die Richtung dieser Steuerkurbel oder Excentricität bildet mit der Dampfkurbel (im Folgenden gewöhnlich schlechtweg als Kurbel bezeichnet), deren Länge $r = \frac{s}{2} =$ der halben Hublänge ist, im Sinne der Rotation dieser Dampfkurbel einen Winkel etwas $> 90^0$. Ist derselbe $= 90^0 + \alpha$, so heisst α der Voreilungswinkel des Schieberexcenters; um diesen Winkel geht es einem in gewissem Sinne idealen oder normalen Excenter voraus, welches der Kurbel um 90^0 vorgeht. Wenn nun vorläufig nicht nur die Excenterstange, was thatsächlich immer der Fall ist, als sehr lang im Vergleich mit ϱ, sondern, was freilich weniger der Fall zu sein pflegt, die Kurbelstangenlänge als ein sehr grosses Vielfache der Kurbellänge r angenommen wird, so entspricht dem von einer der beiden Todtlagen aus gerechneten Drehungswinkel φ der Kurbel der Kolbenweg:

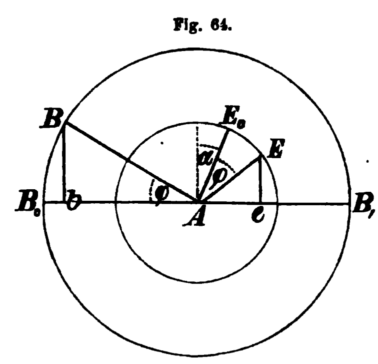
$$x = \frac{s}{2}(1 - \cos\varphi) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

* Verwiesen sei insbesondere auf: G. Zeuner, Die Schiebersteuerungen, E. Blaha, Die Steuerungen der Dampfmaschinen; G. Herrmann's Bearbeitung von Weisbach's Ingenieur- und Maschinen-Mechanik, II. Theil, 2. Abtheilung.

und die Entfernung des Schiebers von seiner Mittellage, positiv im Sinne der Kolbenbewegung:

$$\xi = \varrho \sin(\alpha + \varphi) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

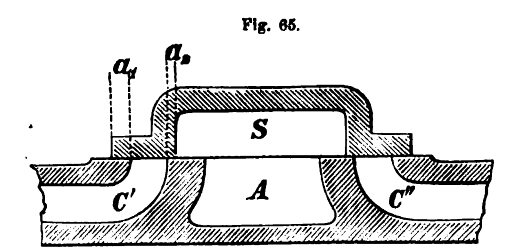
Fig. 64.



Diese Gleichungen, welche implicite auch die Beziehung zwischen x und ξ enthalten, ergeben sich durch einen Blick auf die Figur 64, in welcher AB_0 und AB die Kurbelrichtungen zu Anfang eines Kolbenhubes und nach der Drehung um den Winkel φ, AE_0 und AE die entsprechenden Excenterlagen bedeuten, so dass, wenn b und e die Projectionen von B und E auf den Durchmesser B_0B_1 $(= s = 2r)$ des Kurbelkreises sind, $B_0b = x$ und $Ae = \xi$ ist.

Fig. 65 stelle als Schnitt mit einer durch die Cylinderaxe gehenden Ebene einen (in geschlossenem, in der Zeichnung weggelassenem Gehäuse, dem Schieberkasten, befindlichen) Muschelschieber S in seiner Mittellage vor, in welcher er die Mündungen der nach den Enden des Cylinders führenden Dampfcanäle C', C'' auf gleiche Weise überdeckt, mit seinen Lappen nach aussen um die sogenannte äussere Ueberdeckung a_1, nach innen um die innere Ueberdeckung a_2 $(< a_1)$ übergreifend; bei A schliesst sich das (im Querschnitte erscheinende) Ausblaserohr an, durch welches der Dampf in die Atmosphäre oder in den Condensator entweicht, wenn es durch die Schieberhöhlung mit einem der Dampfcanäle communicirt. Wenn das Cylinderende, von welchem der Canal C' ausgeht, als linkes bezeichnet wird, so ist bei Beginn des Kolbenhubes von links nach rechts der Schieber um die sogenannte

Fig. 65.



$$\text{lineare Voreilung} = \varrho \sin\alpha \text{ (siehe Fig. 64)}$$

nach rechts, also im Sinne der beginnenden Kolbenbewegung von der Mittellage entfernt, entsprechend

$$\text{der Voreinströmungsweite} = \varrho \sin\alpha - a_1 \text{ in } C'$$
$$\text{und der Vorausströmungsweite} = \varrho \sin\alpha - a_2 \text{ aus } C''.$$

Während also hinter dem Kolben Einströmung, vor ihm Ausströmung stattfindet, stimmt mit seinem Bewegungssinne derjenige des Schiebers überein, bis sich die Kurbel um $90^0 - \alpha$ gedreht hat; erst wenn sie sich um gewisse stumpfe Winkel aus der Todtlage gedreht hat, kann es der Fall sein, dass der dem Kolben sich entgegen bewegende Schieber der Reihe nach

bei $\varphi = \varphi_1$, $x = s_1$ mit der äusseren Kante des linken Lappens den Canal C',

bei $\varphi = \varphi_2$, $x = s_2$ mit der inneren Kante des rechten Lappens den Canal C'' absperrt,

bei $\varphi = \varphi_3$, $x = s_3$ mit der inneren Kante des linken Lappens den Canal C',

bei $\varphi = \varphi_4$, $x = s_4$ mit der äusseren Kante des rechten Lappens den Canal C'' wieder öffnet. Diese besonderen Werthe von φ und x, entsprechend den im Paragraph 74 erwähnten 4 ausgezeichneten Kolbenstellungen, sind durch (1) und (2) mit Rücksicht darauf bestimmt, dass in ihnen bezw.

$$\xi = a_1 \qquad a_2 \qquad -a_2 \qquad -a_1$$

ist. Unter α_1 und α_2 zwei durch die Gleichungen

$$sin\,\alpha_1 = \frac{a_1}{\varrho} \text{ und } sin\,\alpha_2 = \frac{a_2}{\varrho} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

definirte Hülfswinkel verstanden, ergiebt sich nämlich aus (2) und (1):

$$sin(\alpha + \varphi_1) = \frac{a_1}{\varrho} = sin\,\alpha_1, \text{ also } \alpha + \varphi_1 = 180^0 - \alpha_1$$

$$\varphi_1 = 180^0 - (\alpha + \alpha_1);\ \frac{s_1}{s} = \frac{1 - cos\,\varphi_1}{2} = \frac{1 + cos(\alpha + \alpha_1)}{2} \quad . (4),$$

$$sin(\alpha + \varphi_2) = \frac{a_2}{\varrho} = sin\,\alpha_2, \text{ also } \alpha + \varphi_2 = 180^0 - \alpha_2$$

$$\varphi_2 = 180^0 - (\alpha + \alpha_2);\ \frac{s_2}{s} = \frac{1 - cos\,\varphi_2}{2} = \frac{1 + cos(\alpha + \alpha_2)}{2} \quad . (5),$$

$$sin(\alpha + \varphi_3) = -\frac{a_2}{\varrho} = -sin\,\alpha_2, \text{ also } \alpha + \varphi_3 = 180^0 + \alpha_2$$

$$\varphi_3 = 180^0 - (\alpha - \alpha_2);\ \frac{s_3}{s} = \frac{1 - cos\,\varphi_3}{2} = \frac{1 + cos(\alpha - \alpha_2)}{2} \quad . (6),$$

$$sin(\alpha + \varphi_4) = -\frac{a_1}{\varrho} = -sin\,\alpha_1, \text{ also } \alpha + \varphi_4 = 180^0 + \alpha_1$$

$$\varphi_4 = 180^0 - (\alpha - \alpha_1);\ \frac{s_4}{s} = \frac{1 - cos\,\varphi_4}{2} = \frac{1 + cos(\alpha - \alpha_1)}{2} \quad . (7).$$

Ist a die Mündungsweite der Dampfcanäle C', C'', so ist die Mündungsweite a_0 des Ausblasecanals A passend so zu bestimmen, dass seine Eröffnungsweite $> a$ ist, nämlich $= a$ bei grösster Verschiebung $= \varrho$ des Schiebers aus der mittleren Lage. Das ist, unter b die Stegbreite zwischen C' und A, A und C'' verstanden, dann der Fall, wenn

$$a_0 = a + \varrho + a_2 - b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8)$$

gemacht wird, wie Fig. 65 leicht erkennen lässt. Die Weite a ist bedingt durch die Rücksicht auf einen angemessenen, zur Kolbenfläche in passendem Verhältnisse stehenden Canalquerschnitt, während

$$\varrho = 1{,}25\,a \text{ bis } 1{,}5\,a, \quad \alpha = 15^0 \text{ bis } 30^0$$

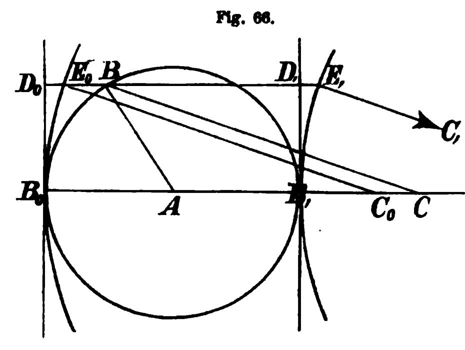
zu sein pflegt. Die Ueberdeckungen a_1 und a_2 sind von gewünschten Grössen der Voreinströmungs- und der Vorausströmungsweite abhängig zu machen, von welchen die erstere

$$\varrho \sin \alpha - a_1 = 0{,}1\,a \text{ bis } 0{,}15\,a$$

zu sein pflegt, letztere $= \varrho \sin \alpha - a_2$ wenigstens doppelt so gross; erstere ist passend um so grösser, je grösser der beim Hubwechsel mit frischem Kesseldampfe zunächst auszufüllende schädliche Raum ist, letztere um so grösser, je mehr die Hinterdampfspannung zu Ende eines Hubes die mittlere Spannung des beim folgenden Hube ausströmenden Vorderdampfes übertrifft.

Wenn das Längenverhältniss der Kurbelstange und der Kurbel (gewöhnlich = 5 bis 6) nicht gross genug ist, um die Gleichung (1) als hinlänglich zutreffend betrachten zu können, so ist sie durch die genaue oder eine mehr angenäherte Beziehung zwischen Kolbenweg und Winkelweg der Kurbel (gemäss Bd. II, §. 40) zu ersetzen. Einfacher führt die Zeichnung zum Ziel. Ist nämlich (Fig. 66) B_0BB_1 der mit dem Halbmesser $AB = r = \frac{s}{2}$ beschriebene Kurbelkreis, B_0 der äussere (obere), B_1 der innere (untere) Todtpunkt, sind die Geraden B_0D_0 und B_1D_1 in B_0 und B_1 normal zu B_0B_1, sind ferner B_0E_0 und B_1E_1 Kreisbögen, beschrieben aus den in der Geraden B_0B_1 über B_1 hinaus liegenden Grenzlagen C_0 und C_1 des Kreuzkopfes als Mittelpunkten mit der Kurbelstangenlänge als Halbmesser, und ist AB irgend eine Kurbellage, entsprechend der Lage C des Kreuzkopfes zwischen C_0 und C_1, die Gerade $D_0E_0BD_1E_1$ parallel B_0B_1, so wären gemäss (1)

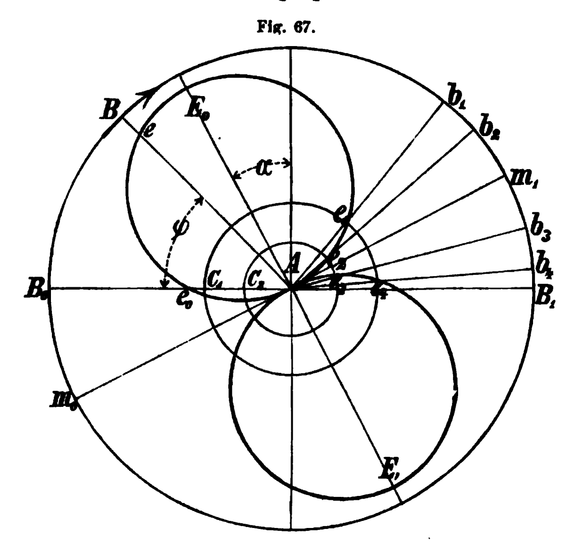
Fig. 66.



bei unendlich langer Kurbelstange die entsprechenden Entfernungen des Kolbens von seinen Grenzlagen $= BD_0$ und BD_1, während sie thatsächlich $= BE_0$ und BE_1, nämlich $= CC_0$ und CC_1, um gleiche Strecken $D_0E_0 = D_1E_1$ bezw. kleiner und grösser sind. Entsprechend z. B. dem Kurbelwinkel $B_1AB = \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ oder φ_4 wären also die nach (4), (5), (6) oder (7) berechneten Kolbenwege s_1, s_2, s_3 oder s_4 streng genommen durch Multiplication mit dem Verhältnisse $\frac{BE_1}{BD_1}$ zu corrigiren, welches um so mehr von 1 verschieden ist, je mehr der Winkel B_1AB von einem rechten verschieden und je kleiner das Längenverhältniss $\frac{BC}{BA}$ ist. Bei dem einfachen Muschelschieber pflegen übrigens die Winkel $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$, insbesondere die 3 letzten hinlänglich viel $> 90^0$ zu sein, um bei den üblichen Längenverhältnissen $\frac{BC}{BA}$ diesen Correctionsfactor $= 1$ setzen, also die Gleichungen (4)—(7), wenigstens die 3 letzten derselben ohne Correction lassen zu dürfen. —

Die besprochenen Beziehungen zwischen Kurbel-, Kolben- und Schieberbewegung lassen sich auf verschiedene Weise graphisch mit Hülfe sogenannter Schieberdiagramme darstellen, von welchen besonders dasjenige von Zeuner üblich geworden ist. Ist auch für den zunächst in Rede stehenden einfachen Schieber ein Bedürfniss zu solcher Darstellung bei der Einfachheit der obigen Gleichungen weniger vorhanden, so ist sie doch in der Ausdehnung auf andere Fälle, in welchen die analytischen betreffenden Ausdrücke weniger einfach und durchsichtig ausfallen, von grossem Werthe.

Fig. 67.



In Fig. 67 sei B_0B_1 der die beiden Todtpunkte verbindende Durchmesser des in verjüngtem Massstabe gezeichneten Kurbelkreises, ent-

sprechend einem Drehungssinne der Kurbel, welcher durch den Pfeil bei B angedeutet ist. Es seien ferner

die Winkel $B_0AE_0 = B_1AE_1 = 90^0 - \alpha$,
die Strecken $AE_0 = AE_1 = \varrho$

und über diesen als Durchmessern Kreise, die sogenannten **Schieberkreise** beschrieben. Ist dann AB irgend eine Kurbelrichtung, so ist die in dieselbe fallende Sehne des Schieberkreises:

$$Ae = \varrho \cos(90^0 - \alpha - \varphi) = \varrho \sin(\alpha + \varphi),$$

nach (2) = der entsprechenden Entfernung des Schiebers von seiner Mittellage im Sinne der Kolbenbewegung. Ist m_0m_1 die zu E_0E_1 senkrechte gemeinsame Tangente der Schieberkreise, so war bei der Kurbelrichtung Am_0 gegen Ende des vorigen Hubes der Schieber durch seine Mittellage hindurch gegangen; bei der Kurbelrichtung Am_1 kehrt er in diese Lage zurück, worauf die negativen Entfernungen ξ von derselben durch die in die Kurbelrichtungen fallenden Sehnen des Schieberkreises über AE_1 (oder auch als die den Kurbelrichtungen entgegengesetzten Sehnen des Kreises über AE_0) dargestellt werden.

Werden noch um A als Mittelpunkt mit Halbmessern = den Ueberdeckungen a_1 und a_2 Kreise — die sogenannten **Deckungskreise** nach **Zeuner** — beschrieben, welche von B_0B_1 bezw. in c_1 und c_2, von den Schieberkreisen zunächst der Kurbelrichtung Am_1 in e_1, e_2, e_3, e_4 geschnitten werden, so entsprechen offenbar die Kurbelrichtungen

$$Ae_1b_1 \qquad Ae_2b_2 \qquad Ae_3b_3 \qquad Ae_4b_4$$

den von AB_0 aus gerechneten Drehungswinkeln φ_1, φ_2, φ_3, φ_4 gemäss (4) bis (7). Während des Winkelweges b_1Ab_3 der Kurbel findet Expansion des Hinterdampfes, während des gleich grossen Winkelweges b_2Ab_4 Compression des Vorderdampfes statt; die entsprechenden Kolbenwege $s_3 - s_1$ und $s_4 - s_2$ sind verschieden, und zwar ist

$$s_4 - s_2 < s_3 - s_1.$$

Wenn der Schieberkreis über AE_0 von AB_0 in e_0 geschnitten wird, so ist

$$e_0c_1 = \text{der Voreinströmungsweite},$$
$$e_0c_2 = \text{der Vorausströmungsweite}.$$

Werden endlich noch Kreise um A mit den Halbmessern $a + a_1$ und $a + a_2$ beschrieben, so werden, falls letztere $< \varrho$ sind, fragliche Kreise folglich die Schieberkreise schneiden, durch die Schnittpunkte die Kurbelrichtungen bestimmt, zwischen welchen die Dampfcanäle ganz geöffnet sind; allgemein sind ihre jeweiligen Oeffnungsweiten = den Strecken der betreffenden Kurbelrichtungslinien, welche zwischen den Deckungskreisen

und entweder den Schieberkreisen oder den zuletzt erwähnten Kreisen enthalten sind, jenachdem jene oder diese näher bei A von der Kurbelrichtungslinie geschnitten werden. Das Diagramm lässt insbesondere auch die Schnelligkeit anschaulich erkennen, mit welcher die Eröffnung und der Schluss der Canalmündungen stattfinden. Die Bestimmung der betreffenden Kolbenstellungen kann in Verbindung mit dem Schieberdiagramm durch Zeichnung gemäss Fig. 66 geschehen. —

Gemäss Gl. (4) kann zwar durch Vergrösserung von α und α_1, also des Voreilungswinkels und der äusseren Ueberdeckung, der Füllungsgrad verkleinert werden, doch hat eine erhebliche solche Expansion auch eine erhebliche Compression zur Folge, indem diese einer ebenso grossen Kurbeldrehung entspricht wie jene. Zur Verkleinerung von s_1 ohne Aenderung von s_2, s_3, s_4 und bei derselben Anordnung der zwei sowohl zur Einströmung, als zur Ausströmung dienenden Dampfcanäle C', C'' (Fig. 65) muss dem Schieber ein besonderer Abschlusskörper hinzugefügt werden, in der Regel auch ein Schieber, der Expansionsschieber, im Gegensatze zu welchem dann der Muschelschieber, welcher abgesehen vom Abschlusse der Einströmung nach wie vor die Dampfvertheilung in der bisher besprochenen Weise besorgt, als Vertheilungsschieber bezeichnet sei. Ursprünglich wurde der durch ein besonderes Excenter nach derselben Richtung, wie der Vertheilungsschieber, hin- und herbewegte Expansionsschieber als einfache Platte in einem besonderen Schieberkasten angeordnet, aus welchem der in ihn einströmende Kesseldampf nur so lange in die benachbarte Kammer des Vertheilungsschiebers einströmen konnte, bis eine Oeffnung zwischen beiden vom Expansionsschieber abgeschlossen wurde. Indem aber hierbei der Uebelstand stattfindet, dass der Dampf im Vertheilungsschieberkasten an der Expansion des Dampfes theilnimmt (bis zur Absperrung auch durch den Vertheilungsschieber), entsprechend einer Vergrösserung des sogenannten schädlichen Raumes um diesen ganzen Kastenraum, liess man später den Expansionsschieber sich unmittelbar auf der Rückenfläche des Vertheilungsschiebers gleitend bewegen: siehe

Fig. 68.

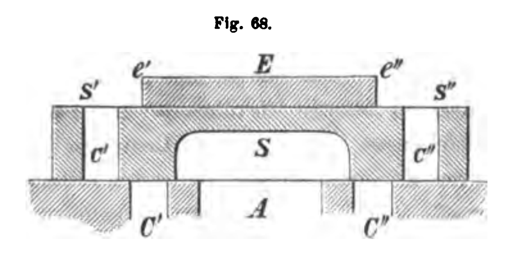
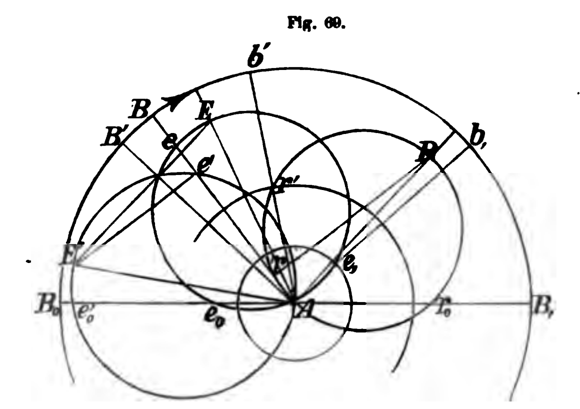


Fig. 68, in welcher Figur der ebene plattenförmige Expansionsschieber E und der Vertheilungsschieber S beide in ihren Mittellagen bezüglich auf die Dampfcanäle C', C'' gezeichnet sind, obgleich solche Lagen als gleich-

zeitige nicht vorkommen. Der Schieber S erhält jetzt eine ganz ebene Rückenfläche und Fortsätze an den Enden zur Anordnung der Canäle c', c'', welche bis zur Kurbelrichtung Ab_1 (Fig. 67) mit C', bezw. C'' communiciren, den Dampf aber schon vorher nicht mehr durchströmen lassen, nachdem in Folge relativer Verschiebung von E gegen S die Kanten e', e'' von E beziehungsweise an den Kanten s', s'' der Canäle c', c'' auswärts vorbei gegangen sind.

Die Bewegungen der Schieber und die relative Bewegung des einen gegen den andern lassen sich in Beziehung zur Kurbeldrehung am übersichtlichsten, hier auch am einfachsten mit Hülfe eines Schieberdiagrammes darstellen: Fig. 69. In dieser Figur beziehen sich die Schieberkreise über den Durchmessern AE, AE' und AR, welche analog Fig. 67 durch hier weggelassene gleiche, im Punkte A sie berührende Kreise zu ergänzen sind, der Reihe nach auf die Bewegungen des Vertheilungsschiebers (Voreilungswinkel des betreffenden Excenters $= \alpha$, Excentricität $AE = \varrho$), des Expansionsschiebers (Voreilungswinkel des betreffenden Excenters $= \alpha'$, Excentricität $AE' = \varrho'$) und auf ihre relative Bewegung gegen einander. Indem nämlich entsprechend der Kolbenbewegung von B_0 nach B_1 (von links nach rechts) und dem durch den Pfeil bei B angezeigten Drehungssinne der Kurbel

Fig. 69.



$$\text{die Winkel } B_0AE = 90^0 - \alpha,\ B_0AE' = 90^0 - \alpha',$$
$$\text{die Strecken } AE = \varrho,\ AE' = \varrho'$$

gemacht sind, bedeuten analog Fig. 67 die in eine Kurbelrichtung AB fallenden Sehnen Ae und Ae' der Kreise über AE und AE' die Verschiebungen bezw. des Vertheilungs- und des Expansionsschiebers aus ihren absoluten Mittellagen (ihren Mittellagen in Beziehung auf die Dampfcanäle C', C'') im Sinne der Kolbenbewegung (nach rechts). Die Strecke

$$ee' \text{ (Fig. 69)} = -(Ae' - Ae)$$

ist also die relative Verschiebung des Expansionsschiebers gegen den Vertheilungsschieber im Sinne nach links aus der fingirten Lage (Fig. 68), in welcher ihre Mitten unter sich, nämlich beide mit der Mitte zwischen

C' und C'' correspondiren. Indem die Geraden Ee und $E'e'$ normal zu AB sind, ist ee' die Projection von EE' auf AB und dann offenbar auch = der in die Richtung AB fallenden Sehne Ar eines dritten Schieberkreises über der gleich und parallel EE' gezogenen Strecke AR als Durchmesser.

Bei der Kurbelrichtung AB_0 zu Anfang des betreffenden Kolbenhubes ist der Expansionsschieber gegen den Vertheilungsschieber nach rechts verschoben und die Strecke $Ar_0 = e_0'e_0$ (Fig. 69); bei der Kurbelrichtung AB', welche, durch den zweiten Schnittpunkt der Schieberkreise über AE und AE' hindurch gehend, normal zu EE' und AR ist, und somit den relativen Schieberkreis in A berührt, fallen die Mitten beider Schieber zusammen; während der folgenden halben Kurbelumdrehung findet relative Verschiebung nach links statt, wodurch die Dampfeinströmung abgeschnitten wird bei der Kurbelrichtung Ab', deren Sehnenlänge Ar' im relativen Schieberkreise

$$= k = e's' = e''s'' \text{ (Fig. 68)}$$

für die relative Mittellage der Schieber ist. Ohne den Expansionsschieber würde der Dampfeintritt erst durch den Vertheilungsschieber abgeschnitten werden bei der Kurbelrichtung Ab_1 mit der Sehnenlänge $Ae_1 = a_1$ des betreffenden Schieberkreises über AE; jedenfalls müssen die Elemente α', ϱ', k des Expansionsschiebers so gewählt werden, dass er nicht vor dieser Kurbelrichtung Ab_1 den Dampfeintritt aufs Neue zulässt, dass also der mit dem Halbmesser $Ar' = k$ um den Mittelpunkt A beschriebene Kreis, welcher die Kurbelrichtung Ab' durch seinen im hohlen Winkel B_0Ab_1 gelegenen Schnittpunkt r' mit dem relativen Schieberkreise bestimmt, den letzteren nicht zweimal innerhalb jenes Winkels schneidet.

Unbeschadet der Erfüllung dieser Forderung können die Elemente α' und ϱ' des Expansionsschiebers so gewählt werden, dass, wenn der mit k bezeichnete Kantenabstand veränderlich eingerichtet wird, dadurch jede beliebige Füllung des Cylinders erzielt werden kann. Indem von der Expansionsschieberplatte nur die äusseren Theile in Betracht kommen, welche bei ihrer relativen Bewegung gegen den Vertheilungsschieber die Durchgangscanäle c', c'' (Fig. 68) desselben erreichen, lässt sich jene Veränderlichkeit von k dadurch herbeiführen, dass der Expansionsschieber getheilt wird, und dass beide Theile durch einen geeigneten Mechanismus in der Richtung der Schieberbewegung, jedoch unbeschadet derselben als Ganzes stets in entgegengesetztem Sinne um gleichviel beweglich gemacht werden. Bei der vielfach verbreiteten Meyer'schen Expansionssteuerung ist zu dem Ende die Expansionsschieberstange um ihre Axe

drehbar eingerichtet und neben einander mit entgegengesetzt gewundenen Schraubengängen versehen, durch welche sie mit den entsprechende Muttern an sich tragenden beiden Theilen des Expansionsschiebers gepaart ist; die Drehung jener Stange im einen oder anderen Sinne hat so eine Vergrösserung oder Verkleinerung von k zur Folge, während ihre Hin- und Herbewegung durch die gelenkig mit ihr verbundene Expansionsexcenterstange eine ebenso grosse Hin- und Herbewegung des getheilten Schiebers im Ganzen verursacht.

Wenn die Canäle c', c'' (Fig. 68) des Vertheilungsschiebers S der Breite nach schräg gegen die Bewegungsrichtung der Schieber (gegen die Schieberstangen) gerichtet werden, entsprechend dann auch die Kanten e', e'' des Expansionsschiebers E, welche den Canalkanten s', s'' parallel bleiben müssen, so kann eine Aenderung des Kantenabstandes k auch durch Verschiebung von E gegen S senkrecht gegen die Schieberstangenrichtung bewirkt werden. Das ist der Fall bei der Expansionssteuerung von Rider, wobei zudem der Expansionsschieber coaxial um seine Stange cylindrisch gekrümmt, entsprechend der Rücken des Vertheilungsschiebers hohlcylindrisch gestaltet ist, so dass behufs Aenderung von k die erwähnte Verschiebung des Expansionsschiebers normal zu seiner Stangenrichtung durch eine leichter ausführbare Drehung um diese Stange zu ersetzen ist.

Anstatt den Expansionsschieber durch ein besonderes Excenter zu bewegen, hat man ihn auch wohl als Schleppschieber angeordnet, nämlich ihn vom Vertheilungsschieber, gegen welchen er durch den Dampf angedrückt wird, mitschleppen lassen, bis er behufs Abschlusses des betreffenden Canals c', c'' von einem Anschlage aufgehalten, somit dem in Bewegung bleibenden Vertheilungsschieber S relativ entgegen bewegt wird. Indem dieser Vorgang nur stattfinden kann, so lange S im Sinne des Kolbenhubes in Bewegung ist, also während der vom Hubanfange gerechneten Kurbeldrehung um $90^0 - \alpha$, haftet übrigens solcher Schleppschiebersteuerung (Farcot'scher Steuerung) die Beschränkung an, dass ihr nur Füllungen $< 0{,}5$, durch Stellungänderung der Anschläge regulirt, entsprechen können. —

Von anderen Formen des Vertheilungsschiebers ausser dem Muschelschieber, besonders dann zuweilen vorkommend, wenn er bei dem Fehlen einer besonderen Expansionsvorrichtung der allein vorhandene Steuerschieber ist, kann hier abgesehen werden. Solche andere Formen können begründet sein durch den Vorzug möglichst kurzer Dampfcanäle (röhrenförmige und Kolbenschieber), oder kleineren Drucks auf die

Gleitfläche und entsprechend kleiner Reibungsarbeit (entlastete Schieber), oder einfacher Anordnung der äusseren Steuerung (Drehschieber, besonders mit rotirender statt oscillirender Bewegung); im Allgemeinen werden indessen diese Vortheile durch entsprechende Nachtheile aufgewogen, besonders durch mangelhaftere Dampfdichtigkeit. Die Reibungsarbeit des Muschelschiebers kann zuweilen auch einfacher durch Verästelung der Dampfcanäle an der Mündung in entsprechend schmalere Zweigcanäle, wie es bei grossen Maschinen wohl geschieht, insofern verkleinert werden, als dann der entsprechend gestaltete Schieber nur einer kleineren Hin- und Herbewegung bedarf.

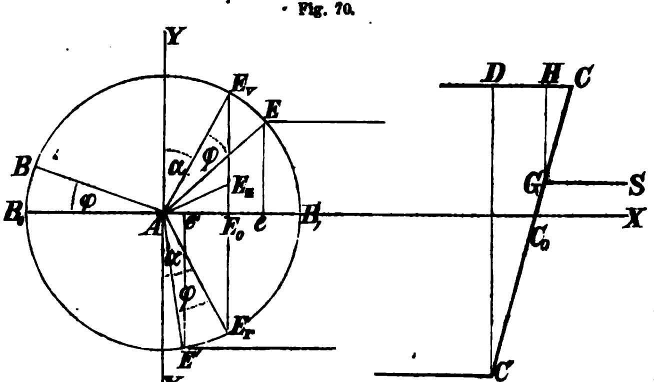
Bei Zweicylindermaschinen können durch Verbindung der Vertheilungsschieber beider Cylinder zu einem Körper besondere Formen entstehen, bei Gleichläufigkeit der Kolben z. B. der Hick'sche Muschelschieber mit einem darin vorhandenen Canal zur Ueberleitung des Dampfes aus dem kleinen in den grossen Cylinder, während die Einströmung in ersteren durch die äusseren, die Ausströmung aus letzterem durch die inneren Schieberlappen geregelt wird; bei Gegenläufigkeit der Kolben ein Schieber mit zwei Muscheln, von welchen abwechselnd die eine den kleinen mit dem grossen, die andere den letzteren mit dem Condensator verbindet, während die äusseren Lappen stets die Einströmung in den kleinen Cylinder regeln. Demselben Zwecke dient der eigenthümlich gestaltete Ehrhardt'sche Hahn, indem er, an jedem Ende der parallelen Cylinder quer gelagert, abwechselnd entweder die Einströmung in den kleinen und die Ausströmung aus dem grossen Cylinder, oder nach Drehung um 90° die Verbindung beider vermittelt.

Bemerkenswerth ist aber schliesslich noch die Bewegung des Muschelschiebers mit Hülfe einer Coulisse behufs leichter Veränderung des Füllungsgrades (freilich begleitet von entsprechender Aenderung des Compressionsgrades) und besonders zum Zwecke der Umsteuerung, d. h. um die Maschine je nach Bedürfniss im einen oder umgekehrten Sinne sich bewegen zu lassen, z. B. Locomotiven und Schiffsmaschinen, häufig auch Fördermaschinen in Bergwerken und andere. Meistens wird die Maschine in diesen Fällen als Zwillingsmaschine (§. 74) gebaut, um sie aus jeder Lage durch den Dampfdruck in Bewegung setzen zu können, und weil eine Umsteuerung während des Ganges möglichst leichte Schwungräder erfordert, um die Zeit bis zum Stillstande, also bis zum Beginne der umgekehrten Bewegung abzukürzen. Durch diese Umsteuerung während des Ganges wird der Schieber in solche Lage gebracht und in solche Bewegung versetzt, wie sie einem Excenter entspricht, welches der Kurbel

nicht vorgeht, sondern nachfolgt; bis zum Stillstande findet dann Bremsung durch Gegendampf statt, indem während des grössten Theils des Kolbenhubes der vordere Cylinderraum mit dem Kessel, der hintere mit der Atmosphäre bezw. mit dem Condensator communicirt.

Inwiefern die Coulissensteuerung als eine Excentersteuerung mit willkürlich veränderlichen Elementen ϱ und α (Excentricität und Voreilungswinkel) zu betrachten ist, ergiebt sich abgesehen von untergeordneten Besonderheiten durch folgende Ueberlegung mit Bezugnahme auf Fig. 70. Auf der Kurbelwelle sitzen 2 Excenter (Vertheilungsexcenter), deren Mittelpunkte bei der Todtlage AB_0 der Kurbel in E_v und E_r liegen, entsprechend den gleichen Excentricitäten AE_v und $AE_r = \varrho$ und den gleichen Voreilungswinkeln $YAE_v = Y_1AE_r = \alpha$ (YAY_1 senkrecht zu B_0AB_1X) bezw. für den Vorwärts- und Rückwärtsgang, nämlich für die Drehungsrichtung B_0YB_1 oder $B_0Y_1B_1$ der Kurbel. AE und AE' seien die Richtungen dieser Excenter, nachdem sich die Kurbel um den Winkel $B_0AB = \varphi$ gedreht hat. Die Länge l der betreffenden Excenterstangen EC und $E'C'$, welche mit der hier als gerade vorausgesetzten Coulisse CC' bei C und C' gelenkig verbunden sind, sei sehr gross im Vergleich mit ϱ und mit der halben Coulissenlänge $C_0C = C_0C' = c$; sofern der Mittelpunkt C_0 der Coulisse (mit welchem sie so aufgehängt ist, dass C_0 nach der Richtung AX etwas beweglich bleibt) stets höchstens die Entfernung c von AX besitzt, sind dann die Excenterstangen immer nur wenig gegen AX geneigt, so dass die Bewegungen der Punkte C, C' nach der Richtung AX denjenigen der Punkte E, E' nach derselben Richtung, d. h. den Bewegungen ihrer Projectionen e, e' auf AX näherungsweise gleich gesetzt werden können. Die Coulisse dient einem Gleitstücke G als Führung, mit welchem die in der Richtung AX sich erstreckende (höchstens einen sehr kleinen Winkel mit dieser Richtung bildende) Schieberstange GS gelenkig verbunden ist. Diesem Gleitstücke werden

Fig. 70.



verschiedene Lagen in der Coulisse, entsprechend $C_0G = z = 0$ bis c, angewiesen durch Bewegung senkrecht zu AX entweder des Coulissenmittels C_0 oder (im entgegengesetzten Sinne) des Gleitstückes G oder durch beide Bewegungen zugleich; in den letzten Fällen hat die Schieberstange noch ein Gelenk G' an einer mittleren Stelle, welche hinlänglich weit von G entfernt sei, um die Strecke GG' ihrer Projection in OX beständig gleich setzen zu können.

Indem unter diesen Umständen die Bewegungen der Punkte C und C' bezw. mit denjenigen von E und E' im Sinne AX übereinstimmen, sind bei der Kurbelrichtung AB die Abscissen x und x' bezw. von C und C' (die Entfernungen dieser Punkte von AY):

$$\left.\begin{aligned} x &= l + Ae = l + \varrho \sin(\alpha + \varphi) \\ x' &= l + Ae' = l + \varrho \sin(\alpha - \varphi) \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Die Abscisse X des Punktes G ist:

$$X = x - CH = x - \frac{CG}{CC'} CD = x - \frac{c - z}{2c}(x - x') = \frac{x + x'}{2} + \frac{z}{c}\frac{x - x'}{2}$$

oder mit Rücksicht auf (9):

$$X = l + \varrho \sin\alpha \cos\varphi + \frac{z}{c}\varrho \cos\alpha \sin\varphi \ldots\ldots (10).$$

Mit der Bewegung von G im Sinne AX stimmt diejenige des Schiebers überein, dessen Entfernung ξ von seiner Mittellage sich folglich zu

$$\xi = X - l = \varrho \sin\alpha \cos\varphi + \frac{z}{c}\varrho \cos\alpha \sin\varphi \ldots\ldots (11)$$

ergiebt, weil l = dem Mittelwerthe von x sowohl, wie von x' ist, somit auch = dem Mittelwerthe der Abscisse X jedes anderen Punktes G der Geraden CC'. Die dieser Gleichung (11) entsprechende Schieberbewegung könnte durch ein einziges Excenter mit den Elementen ϱ' und α' bewirkt werden, wenn die demselben entsprechende Gleichung:

$$\xi = \varrho' \sin(\alpha' + \varphi) = \varrho' \sin\alpha' \cos\varphi + \varrho' \cos\alpha' \sin\varphi$$

der Gleichung (11) identisch gleich ist, wenn also ϱ' und α' den Gleichungen entsprechen:

$$\left.\begin{aligned} \varrho' \sin\alpha' &= \varrho \sin\alpha \\ \varrho' \cos\alpha' &= \frac{z}{c}\varrho \cos\alpha \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Wie leicht ersichtlich, ist dieses $\varrho' = AE_z$ (Fig. 70), $\alpha' = \sphericalangle YAE_z$, falls die Gerade E_vE_r durch den Punkt E_z in demselben Verhältnisse getheilt wird, wie CC' durch G.

Liegt G in C oder in C', so verhält sich alles gerade so, als ob nur das Vorwärts- oder nur das Rückwärts-Excenter vorhanden wäre. Jeder Lage von G zwischen C und C_0 entspricht Vorwärtsgang, jeder Lage zwischen C' und C_0 Rückwärtsgang, und zwar mit um so kleinerer Füllung, freilich auch mit um so früher abgeschlossener Ausströmung des Vorderdampfes, je kleiner die Entfernung C_0G ist. Liegt G in C_0, entsprechend $z = 0$, so liegt E_z in E_0 und ist nach (12):

$$\alpha' = 90^0 \text{ und } \varrho' = \varrho \sin \alpha;$$

gemäss (3)—(7) ist dann:

$$\sin \alpha_1 = \frac{a_1}{\varrho \sin \alpha} \quad \Big| \quad \frac{s_1}{s} = \frac{1 - \sin \alpha_1}{2}; \quad \frac{s_2}{s} = \frac{1 - \sin \alpha_2}{2}$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{a_2}{\varrho \sin \alpha} \quad \Big| \quad \frac{s_3}{s} = \frac{1 + \sin \alpha_2}{2}; \quad \frac{s_4}{s} = \frac{1 + \sin \alpha_1}{2}.$$

Die Expansion hinter und die Compression vor dem Kolben entsprechen gleich grossen verhältnissmässigen Wegen desselben:

$$\frac{s_3 - s_1}{s} = \frac{s_4 - s_2}{s} = \frac{\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2}{2} = \frac{a_1 + a_2}{2 \varrho \sin \alpha}.$$

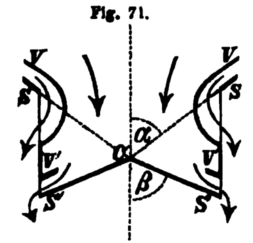
Besonders übersichtlich lässt das Schieberdiagramm diese und andere Verhältnisse erkennen.

§. 77. Ventilsteuerungen.

Während bei der üblichen Schiebersteuerung der Muschelschieber die Ein- und Ausströmung des Dampfes an jedem Ende des Cylinders einer doppeltwirkenden Maschine vermittelt, sind bei der Ventilsteuerung besondere Ventile hierzu nöthig, zwei Einlass- und zwei Auslassventile, welche dann aber ebenso leicht an den Cylinderenden, wie an irgend einer anderen Stelle, angeordnet werden können zu thunlichster Verkleinerung der Dampfcanäle und somit der schädlichen Räume; zudem kann von jedem dieser Ventile ein besonderer kurzer Canal in den Cylinder geführt werden, durch welchen somit vortheilhafter Weise nur heisser Dampf ein- oder nur abgekühlter Dampf ausströmt. Auch bedarf es zur Aenderung des Expansionsgrades keines besonderen Steuerungskörpers, wenn nur die Bewegung der Einlassventile durch einen entsprechend regulirbaren Mechanismus unabhängig von der äusseren Steuerung der Auslassventile bewirkt wird.

Die Ventile pflegen, wie schon im §. 75 bemerkt wurde, Glocken- oder Röhrenventile zu sein. Den skizzenhaften Axialschnitt eines Röhrenventils z. B. zeigt Fig. 71; ss und $s's'$ sind die beiden conischen Sitzflächen, welche man sich materiell verbunden (als demselben Metallkörper angehörig) zu denken hat, vv und $v'v'$ sind die entsprechenden Flächen des von der Sitzfläche erhoben gezeichneten Ventils. Durch die Pfeile sind die Strömungsrichtungen des Dampfes angedeutet.

Fig. 71.



Wenn der äussere und innere Halbmesser der oberen Sitzfläche bezw. mit a und r, der unteren mit r und b bezeichnet wird, der halbe Oeffnungswinkel der ersten mit α, der zweiten mit β, so ist bei der Hubhöhe h der kleinste vom Dampfe zu durchströmende Gesammtquerschnitt

$$= 2\pi\,(r \sin\alpha + b \sin\beta)\,h,$$

und wenn auch der Druck zwischen den bei geschlossenem Ventil sich berührenden Flächen $= 0$ wäre, würde zur Hebung desselben entgegen dem specifischen Dampfdrucke p doch nur eine Kraft

$$= \pi\,(a^2 - b^2)\,p$$

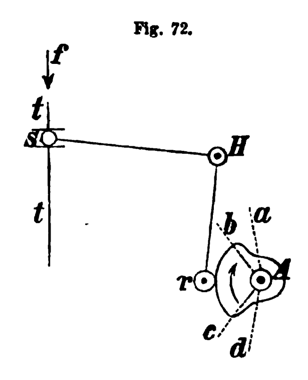
erforderlich sein.

Wenn ein doppelsitziges Ventil so hergestellt ist, dass es unter gewissen Umständen in beiden Sitzflächen dicht schliesst, so ist dadurch unter anderen Umständen, insbesondere bei anderen Temperaturen der dichte Abschluss noch nicht ohne weiteres gesichert, wenn das Ventil und der Sitz aus verschiedenem Material bestehen, oder wenn die Temperaturänderungen beider verschieden gross sind; vielmehr ist dann nach Collmann dazu erforderlich, dass die Spitzen (Mittelpunkte) O und O' bezw. der Kegelflächen ss und $s's'$ zusammenfallen. Sind nämlich die Durchschnittskreise dieser Sitzflächen ss und $s's'$ mit der Cylinderfläche zum Halbmesser r von O und O' bezw. um o und o', von einander um a entfernt, so würde in Folge einer verhältnissmässigen linearen relativen Ausdehnung $= \varepsilon$ des Ventils gegen den Sitz seine relative axiale Ausdehnung in jener Cylinderfläche von einer zur andern Sitzfläche $= a\varepsilon$ sein, wogegen sie, wenn in beiden die dichte Berührung (in Folge relativer Verschiebung längs den Kegelseiten) erhalten bleiben sollte, $= (o + o')\,\varepsilon$ sein müsste, falls o und o' in leicht erkennbarem Sinne algebraisch verstanden, insbesondere beide positiv gesetzt werden, wenn, wie in Fig. 71, die nach entgegengesetzten Drehungsrichtungen von der Axe aus gerechneten Winkel α, β beide spitz sind. Die daraus folgende Forderung $a = o + o'$ bedingt das (in Fig. 71 vorausgesetzte) Zusammen-

fallen von O und O'. Es würde dagegen Klaffen zwischen rv und ss oder zwischen $v'v'$ und $s's'$ eintreten, jenachdem, ε positiv vorausgesetzt, $a > o + o'$ oder $a < o + o'$ wäre. —

Dass hier die äussere Steuerung unbeschadet ihrer Zwangläufigkeit während der Bewegung eines Ventils ein kraftschlüssiger Mechanismus sein muss, und ohne Zusammenhang mit dem auf seinem Sitze ruhenden Ventile, ist schon im §. 75 erörtert worden. In einfacher Weise kann diesen Bedingungen entsprochen werden durch einen mit einer Steuerwelle A, Fig. 72, rotirenden Höcker, zwischen welchen und die Ventilstange tt ein um H drehbarer Winkelhebel rHs eingeschaltet ist. Die Figur entspricht dem Zustande grösster Erhebung des Ventils von seinem Sitze; der höhere Bogen des Höckers, dem Winkel bAc entsprechend, drückt gegen die kleine Rolle r oder gegen einen Stift am Ende des Hebelarmes Hr, während der andere Arm, bei s in einen Schlitz der Ventilstange eingreifend, dieselbe entgegen dem im Sinne des Pfeils f stattfindenden Druck einer Feder gehoben erhält.

Fig. 72.

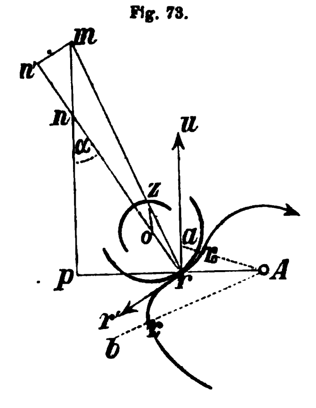


Während der Winkel aAb sich durch die Richtung Ar hindurchgedreht hatte, war das Ventil allmählich geöffnet worden; es schliesst sich ebenso allmählich wieder beim Durchgange des Winkels cAd durch die Richtung Ar. Dabei beginnt jedoch die Hebung erst etwas nach dem Durchgange von Aa, und ist die Schliessung des Ventils vollendet schon etwas vor dem Durchgange von Ad durch die Richtung Ar, weil das aufsitzende Ventil ausser Zusammenhang mit dem Höcker sein muss, sein niederer, dem (in Fig. 72 erhabenen) Winkel aAd entsprechender Bogen folglich die Rolle r nicht berühren darf. Ist im Falle eines Einlassventils der Höcker in der Weise conoidisch gestaltet, dass der Winkel bAc längs der Steuerwelle veränderlich ist in Folge verschiedener Richtungen Ac und Ad (bei gleichen Grössen der Winkel cAd), so kann durch Verschiebung des Höckers längs der Steuerwelle der Füllungsgrad geändert werden. Bei doppelt wirkenden Maschinen mit 4 Ventilen sind übrigens nur 2 solche Höcker nöthig, einer für die beiden Einlassventile, der andere für die Auslassventile, wenn für jeden die betreffenden zwei Rollen oder Stifte r an diametral gegenüberliegenden Stellen angeordnet werden.

Die Oeffnung und die Schliessung des Ventils erfolgen um so schneller, je kleiner die den Uebergangsflächen des Höckers entsprechenden Winkel

aAb und cAd (Fig. 72) gemacht werden. Die Verkleinerung dieser Winkel ist jedoch nur bis zu einer gewissen Grenze zulässig, wie die folgende Erwägung mit Bezugnahme auf Fig. 73 erkennen lässt. In dieser Figur sei $r_0 r r_1$ die Querschnittscurve der Uebergangsfläche, mit welcher der Höcker, im Sinne des Pfeils um A rotirend, die Oeffnung des Ventils bewirkt, indem er einen Stift des betreffenden Winkelhebels, und zwar augenblicklich an der Stelle r radial auswärts drückt, entgegen einem nach Grösse und Richtung durch die Strecke pr dargestellten Widerstande $= R$. In diesem Punkte r sei die Curve $r_0 r_1$ unter dem Winkel α gegen den Radius Ar geneigt, so dass, unter rn ihre Normale in r, unter ru und pn Normalen zu Arp verstanden, auch die Winkel urn und $rnp = \alpha$ sind. Ohne Reibung zwischen Stift und Höcker wäre nun zur Hebung des Ventils augenblicklich vom Höcker ein Normaldruck $= rn$ und im Sinne ru eine Kraft $P = pn = R \cot g\, \alpha$ auf den Stift auszuüben. Wegen der Reibung, welche der relativen Bewegung des Stifts längs der Curve $r_0 r_1$ entgegen, also im Sinne rr' normal zu rn gerichtet und $=$ dem mit dem Reibungscoefficienten μ multiplicirten Normaldrucke ist, hat jedoch der resultirende Druck des Höckers die Richtung rm, welche unter dem Reibungswinkel $\varrho = arctg\, \mu$ entgegengesetzt rr' gegen die Normale geneigt ist. Die Grösse dieses Druckes ist $= rm$, unter m den Schnittpunkt ihrer Richtungslinie mit der Geraden pn verstanden; und wenn n' die Projection von m auf rn ist, so ist jetzt der Normaldruck $= rn'$, die Reibung $= mn'$. Die bei r im Sinne ru auszuübende Umfangskraft P ist $= pm$, also

Fig. 73.



$$P = R \cot g\, (\alpha - \varrho).$$

Damit sie nicht unendlich gross werde, muss überall $\alpha > \varrho$ sein, z. B. $\alpha > 10^0$ bis 12^0, entsprechend $\mu = 0{,}18$ bis $0{,}21$.

Wenn der Höcker an Stelle des Stiftes auf eine Frictionsrolle wirkt, deren in der Normalen rn (Fig. 73) gelegener Mittelpunkt o, und deren Halbmesser $or = r$, Zapfenhalbmesser $oz = z$ $(< r)$ sei, so findet die gleitende Reibung nicht bei r, sondern an der Stelle z statt, wo die Richtungslinie rm des resultirenden Druckes die Zapfenoberfläche trifft, und zwar wird mit ihrer Normalen zo der Winkel $ozr = \varrho$ gebildet.

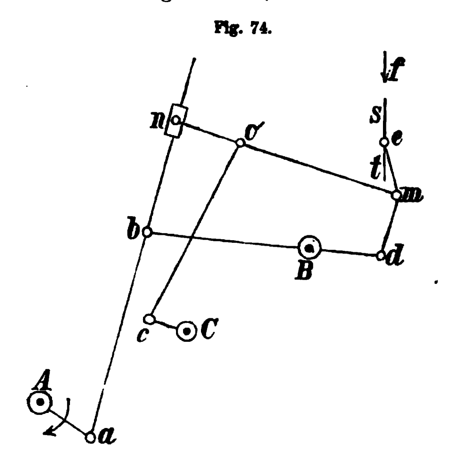
Die wenigstens nöthige Grösse von α, nämlich die Grösse des Winkels *orz.* bei welcher *rm* mit *ru* zusammenfiele, ist also jetzt nur:

$$min\,\alpha = arc\,sin\left(\frac{z}{r}\,sin\,\alpha\right) \text{ nahe } = \frac{z}{r}\,\alpha,$$

so dass die Anwendung der Frictionsrolle eine der radialen durchschnittlich mehr angenäherte Richtung der Uebergangscurve gestattet, einer schnelleren Oeffnung und Schliessung des Ventils entsprechend.

Mit der soeben besprochenen Beschränkung ist die Höckersteuerung vortheilhaft dadurch ausgezeichnet, dass im Wesentlichen die Oeffnungsweite des geöffneten Ventils constant ist, wogegen bei Benutzung anderer Mechanismen als äusserer Steuerungen, insbesondere von Drehkörpermechanismen, z. B. eines Excentermechanismus mit einem Excenter oder (behufs der Umsteuerung) mit zwei Excentern und Coulisse (§. 76) die Ventilbewegung eine vollkommen sogenannte schleichende, vom Beginn der Oeffnung bis zum Schluss stetige zu sein pflegt. Der in allen Fällen erforderliche todte Gang, um nach dem Ventilschluss die Weiterbewegung des fraglichen Mechanismus bis zur neuen Oeffnung des Ventils durch denselben zu gestatten, pflegt in diesen Fällen an der Angriffsstelle der Ventilstange angeordnet zu werden, z. B. als Verlängerung eines Schlitzes dieser Stange, in welchem ein Hebel jeweils nach dem Ventilschlusse frei weiterschwingen kann, nachdem er durch einseitigen Angriff entgegen der Hülfskraft die Oeffnung des Ventils bewirkt, darauf seine Schliessung gehemmt hatte.

Fig. 74.



Eine besonders bemerkenswerthe Ventilsteuerung mit Hebelmechanismus (ebenem Drehkörpermechanismus) als äusserer Steuerung, ausgezeichnet durch die Leichtigkeit, mit welcher durch den Regulator eine Aenderung des Füllungsgrades zwischen weiten Grenzen bei hinlänglich schneller Oeffnung und Schliessung insbesondere der Einlassventile bewirkt werden kann, ist die Collmann-Steuerung. Ihr Wesen ist aus Fig. 74 ersichtlich. *A* ist eine festgelagerte Steuerwelle von gleicher Umdrehungszahl mit der Kurbelwelle der Maschine. Mit *A* rotirt die Kurbel *Aa* des Kurbelschwingmechanismus

AabB, dessen um die festgelagerte Axe *B* drehbare Schwinge *bBd* unmittelbar zur Oeffnung des Auslassventils für die betreffende, hier allein in Betracht gezogene Cylinderseite entgegen dem Drucke einer Feder benutzt wird. Bei *d* wirkt die Schwinge zur Bewegung der Einlassventilstange *st* entgegen dem im Sinne des Pfeils *f* ausgeübten Drucke einer Feder wenigstens mit, indem sie nicht unmittelbar, sondern vermittels des Kniegelenkes *dme* mit der Ventilstange bei *e*, zugleich das Knie durch sein Mittelgelenk *m* und das Glied *mn* mit der über *b* hinaus verlängerten Koppelstange *ab* des Kurbelschwinggetriebes bei *n* gelenkig verbunden ist. Rotirte nun die Steuerkurbel *Aa* im Sinne des beigesetzten Pfeils, so wäre in der gezeichneten Lage *d* im Aufgange, *m* in Bewegung nach rechts begriffen, und die dieser letzteren Bewegung entsprechende Verkleinerung der Entfernung *de* kann trotz des Aufganges von *d* schon eine Abwärtsbewegung von *e*, folglich den Ventilschluss wesentlich früher zur Folge haben, als er durch die Schwinge *bBd* allein bewirkt worden wäre, und zwar um so mehr, je grösser die seitliche Bewegung von *m*, je weiter nämlich *n* von *b* entfernt ist. Sollte die Dampfeinströmung immer bei derselben Kolbenstellung, also derselben Richtung der Steuerkurbel *Aa* abgeschnitten werden, so dürfte sich das Gelenk an einer unveränderlichen Stelle der Koppel *ab* befinden; *bdmn* wäre dann eine viergliedrige Drehkörperkette, deren Glieder *dm* und *mn* zu bestimmten Bewegungen gezwungen sind durch die festen Verbindungen ihrer anderen Glieder mit je einem Gliede des zwangläufigen Mechanismus *AabB*. Thatsächlich ist aber bei der Collmann-Steuerung eine gewisse Stelle *o* des Gliedes *mn* zwangläufig gemacht durch ihre gelenkige Verbindung mit dem Bolzen *c*; dadurch ergab sich die Nothwendigkeit, den Zapfen *n* an einer Hülse anzuordnen, welche längs *bn* verschieblich ist. Durch Drehung der festgelagerten Welle *C*, an deren Arm *Cc* sich der Bolzen *c* befindet, ist es aber jetzt auf einfache Weise ermöglicht, die Stelle, an welcher sich die Hülse *n* bei der Rotation von *A* längs *bn* etwas hin- und herschiebt, folglich den Füllungsgrad zu ändern, und zwar kann das durch den Regulator bewirkt werden, indem seine Hülse mit der Welle *C* in geeignete Verbindung gesetzt wird. Damit die Verhinderung der Abwärtsbewegung von *e* durch den Schluss des Ventils nicht auch die Bewegungen von *d* und *m* behindere, musste wieder für entsprechend todten Gang an passender Stelle gesorgt werden, was dadurch geschehen ist, dass der Schenkel *em* des Kniegelenkes zusammengesetzt wurde aus einer um *e* drehbaren, gegen *m* hin offenen cylindrischen Röhre, und aus einer in ihr relativ verschieblichen, um *m* drehbaren entsprechenden Stange;

auf solche Weise kann die Schenkellänge *em* unbehindert grösser werden, kleiner aber nur so lange, bis ein Anschlagbund der einwärts gleitenden Stange gegen den Rand der Röhre trifft. Schliesslich mag nur noch bemerkt werden, dass an der anderen Seite des Dampfcylinders die parallel mit der Axe desselben verlaufende Steuerwelle *A* mit einer entgegengesetzt *Aa* gerichteten Kurbel ausgerüstet ist zur Bewegung der Ventile an dieser Seite mit Hülfe eines dem besprochenen ganz gleichen Mechanismus.

Genauere Einsicht in die Bewegungsverhältnisse des zusammengesetzten Mechanismus der Collmann-Steuerung gewährt seine Aufzeichnung (bezüglich der Mittellinien seiner stangenförmigen Glieder) für regelmässig aufeinander folgende Configurationen. Wenn man insbesondere die so für verschiedene Kolbenstellungen als Abscissen gefundenen Erhebungshöhen des Ventils als Ordinaten einer Curve aufträgt, lässt diese die Schnelligkeit anschaulich erkennen, mit welcher die Oeffnung und Schliessung des Ventils stattfinden. Namentlich erstere, der Summe von gleich gerichteten Antheilen entsprechend, welche die Bewegungen der Punkte *d* und *m* an der Verticalbewegung des Punktes *e* (Fig. 74) haben, zeigt sich erheblich, obschon eine recht grosse Schnelligkeit der bei grösserer Kolbengeschwindigkeit stattfindenden Schliessung erwünschter wäre. Thatsächlich findet man diese, als Differenz entgegengesetzter Antheile jener Einzelbewegungen, weniger erheblich; in dieser Beziehung gebührt Präcisionssteuerungen der Vorzug.

Die Collmann-Steuerung ist auch für Umsteuerungen ausgebildet worden. Die Stangen von zwei symmetrisch gegen die Kurbelrichtung angeordneten Excentern setzen dabei eine Coulisse in schwingende Bewegung, in welcher zwei Gleitstücke sich in veränderlichen, bezüglich auf die Mitte stets entgegengesetzten Lagen befinden. Von diesen Gleitstücken vermittelt durch entsprechenden kinematischen Zusammenhang das eine die erste, das andere die zweite der beiden Einzelbewegungen des Kniegelenks; durch gleichzeitige entgegengesetzte Verschiebung beider Gleitstücke je auf die andere Coulissenhälfte, in welcher sie je vom anderen Excenter regiert werden, ist so die Umsteuerung leicht zu bewirken.

§. 78. Präcisionssteuerungen.

Jede Drosselung des Dampfes auf seinem Wege vom Kessel bis zum Condensator (in welcher Bezeichnung hier mit Rücksicht auf Auspuffmaschinen die Atmosphäre einbegriffen werde), nämlich jede plötzliche

(auf sehr kurzer Strecke stattfindende) vorübergehende Querschnittsverkleinerung des Dampfstroms, veranlasst durch eine örtliche Verengung des Leitungsquerschnittes, hat einen nachtheiligen Spannungsfall zur Folge, einen der betreffenden Widerstandshöhe entsprechenden Ueberschuss der Druckhöhe vor über dieselbe hinter der Drosselungsstelle. Bei gegebenen Spannungen im Kessel und im Condensator bewirkt also die Drosselung des einströmenden Dampfes Verkleinerung des Hinterdampfdrucks im Cylinder, die Drosselung des ausströmenden Dampfes Vergrösserung des Vorderdampfdruckes. An den Mündungen der Dampfcanäle findet solche Drosselung statt während ihrer allmählichen Oeffnung und Schliessung durch die betreffenden Steuerungsorgane (Schieber, Ventile), deren Bewegungen somit vortheilhafter Weise schnell hierbei zu erfolgen haben. In Betreff der Oeffnung und Schliessung eines Ausströmungscanals, sowie auch der Oeffnung eines Einströmungscanals ist das freilich insofern weniger wichtig, als diese Vorgänge so nahe am Ende eines Kolbenhubes stattfinden, dass wegen der klein gewordenen Geschwindigkeit des Kolbens auch diejenige des ein- oder ausströmenden Dampfes, welcher die fragliche Widerstandshöhe im quadratischen Verhältnisse entspricht, von nur mässiger Grösse ist. Von Wichtigkeit ist dagegen der schnelle Abschluss eines Einlasscanals, zu einer Zeit erfolgend, in welcher die Kolbengeschwindigkeit erheblich zu sein pflegt; von dem hierbei durch die Drosselung verursachten (mit Umsetzung in Wärme verbundenen) Arbeitsverluste kann zwar ein Theil, aber doch immer nur ein kleiner Theil der Expansionsarbeit zugut kommen in Folge Verdampfung von Wasser, welches im einströmenden Dampfe enthalten ist oder bei seiner Expansion entsteht.

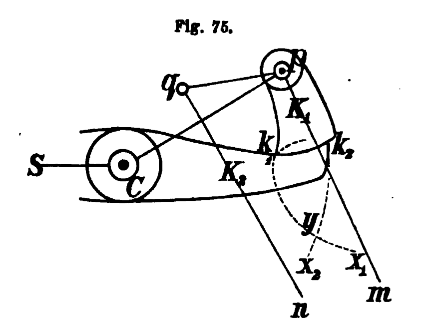
Bei Präcisionssteuerungen wird dieser schnelle Abschluss des Einlasscanals dadurch vermittelt, dass die Schlussbewegung des im entsprechenden Augenblicke von der äusseren Steuerung losgelösten betreffenden Steuerungskörpers lediglich durch eine äussere Hülfskraft bewirkt wird; durch die Verschiebung der Regulatorhülse bei zu- oder abnehmender Geschwindigkeit der Maschine wird die Auslösung bezw. früher oder später herbeigeführt. Bei den von Corliss herrührenden ersten solchen Maschinen waren die Steuerungskörper Drehschieber, und es wurden die Einlassschieber durch niedersinkende Gewichte geschlossen; später wurden meistens Ventile, und zur Schliessung der Einlassventile fast ausschliesslich Federkräfte verwendet. Bei solcher Präcisions-Ventilsteuerung sind nicht nur die Einlassventile während ihrer Schlussbewegung, sondern alle Ventile während ihres Aufsitzens ausser Zusammenhang mit dem Bewegungsmechanismus.

Der Mechanismus zur Oeffnung jedes Einlassorgans E besteht hier aus zwei Theilen, von welchen der eine M_1 dauernd mit der Maschine in Zusammenhang und Bewegung, der andere M_2 mit E zusammenhängend abwechselnd in Ruhe und Bewegung ist. In Zusammenhang unter sich treten beide Theile nur zur Oeffnung des Einlasscanals, indem ein Knaggen K_1 am letzten Gliede von M_1 etwas (der beabsichtigten Voreinströmung entsprechend) vor dem Ende eines Kolbenhubes gegen einen Knaggen K_2 am ersten Gliede von M_2 trifft und ihn zur entsprechenden Bewegung von E entgegen der auf E wirkenden Schliessungskraft (Schwerkraft, Federkraft) vor sich her treibt, bis in dem Augenblicke, in welchem nach dem Hubwechsel die Absperrung des Hinterdampfes stattfinden soll, K_2 von K_1 nach vorhergegangener relativer Verschiebung abschnappt, das Einlassorgan E zur Schlussbewegung durch die Schliessungskraft freigebend. Zu präciser Fixirung des Augenblickes des Abschnappens sind die Angriffsflächen von K_1 und K_2 scharfkantig an der betreffenden Seite begrenzt, und zur Erhaltung dieser Kanten k_1 und k_2 unter der Einwirkung des in vielmaliger Wiederholung vor dem Abschnappen auf eine verschwindend schmale Fläche concentrirten Druckes zwischen den Knaggen sind diese aus möglichst hartem Stahl verfertigt. Jenachdem die Bahnen der massgebenden Kanten k_1 und k_2 parallel sind oder sich schneiden, findet die relative Verschiebung von K_2 gegen K_1 erst kurz vor der Auslösung (vor dem Abschnappen) oder beständig während ihrer Berührung statt, ersteres z. B. dadurch, dass ein Arm der Klinke, an welcher sich K_1 oder K_2 befindet, gegen einen Anschlag trifft. Der Augenblick der Auslösung kann (vermittels des Regulators) im ersten Falle durch Verstellung jenes Anschlages, im zweiten durch Aenderung der Bahn von k_1 oder von k_2, somit durch Lagenänderung des massgebenden Schnittpunktes beider Bahnen verändert werden, z. B. durch Verlegung der Schwingungsaxe eines Hebels, durch welchen die Kreisbahn einer dieser beiden Kanten vermittelt wird.

Bei der Corliss-Maschine in ihrer ursprünglichen sowohl wie in späteren Ausführungen ist der Präcisionsmechanismus von der ersten der beiden erwähnten Arten; die massgebenden Kanten k_1, k_2 durchlaufen im Wesentlichen gleichgerichtete Bahnen. Wenn, wie gewöhnlich, die diesen Maschinen eigenthümlichen 4 Drehschieber von derselben Steuerscheibe aus bewegt werden, welche von der Kurbelwelle aus durch ein Excenter in schwingende Bewegung versetzt wird, so sind in der mittleren Lage dieser Steuerscheibe (ebenso wie bei mittlerer Lage eines Muschelschiebers) alle Canäle geschlossen, so dass sie während einer halben einfachen

Schwingung, entsprechend einer Vierteldrehung der Kurbel oder einem halben Kolbenhube geöffnet werden müssen; nur während dieser Oeffnung kann die Ausklinkung zur Schlussbewegung eines Einlassschiebers stattfinden, weshalb nur Füllungen $< 0{,}5$ bei solchen Maschinen erreicht werden können. Frei von dieser Beschränkung ist die Anordnung von Bede und Farcot mit besonderen Bewegungsmechanismen für die Einlass- und für die Auslassdrehschieber, einem Präcisionsmechanismus erster Art für erstere, einem zwangläufigen Mechanismus für letztere. Der Unterschied zwischen beiderlei Anordnungen ist analog demjenigen zwischen einer Farcot'schen Schleppschiebersteuerung (§. 76) und einer Meyer'schen oder Rider'schen Steuerung mit selbständig bewegtem Expansionsschieber.

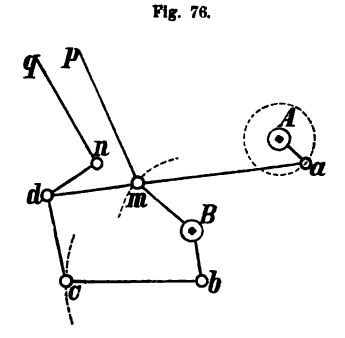
Als Beispiel einer Präcisionssteuerung zweiter Art ist die neuere Sulzer-Steuerung mit Ventilen bemerkenswerth. An jedem Ende des horizontalen Dampfcylinders ist zur Bewegung des oberhalb desselben befindlichen Einlassventils ein Hebel SCK_2 (Fig. 75) um eine horizontale feste Axe C drehbar, welcher, bei S die Ventilstange angreifend, entgegen dem Drucke einer Feder das Ventil hebt, wenn der andere Hebelarm CK_2, der am Ende K_2 den oben ebenso bezeichneten Knaggen bildet, niedergedrückt wird. Der dazu dienende Knaggen K_1 bildet hier einen Arm des Winkelhebels K_1pq, welcher um den Bolzen p des lose um C schwingenden Hebels Cp drehbar ist; die der Angriffsfläche von K_2 congruente Angriffsfläche von K_1 ist eine Kreiscylinderfläche um p als Axe. Der Winkelhebel K_1pq erhält nun eine zusammengesetzte Bewegung dadurch, dass bei jeder Kurbelumdrehung einmal p vermittels einer Stange mp in einem Kreisbogen um C hin- und her-, q vermittels einer anderen Stange nq in einer gewissen geschlossenen Bahn herumgeführt wird, unter m und n zwangläufig bewegte Punkte (Gelenke) verstanden. Auch die Kante k_1 von K_1 wird dadurch in einer geschlossenen Bahn bewegt, von welcher in Fig. 75 nur ein Theil k_1x_1 punktirt gezeichnet ist, welcher der Bewegung der Kante k_1 von etwas vor der Hebung des Ventils bis etwas nach dem Zurückfallen desselben entspricht; die Kante k_2 von K_2 bewegt sich in dem Kreisbogen k_2x_2 um C, und dessen Schnittpunkt y mit k_1x_1 ist der Ort der Kanten k_1, k_2 im Augenblicke der Auslösung. Regulirbar ist dieser Augenblick, also die Füllung des Cylinders durch Aenderung



der Bahn des Endpunktes n der Stange nq, wodurch auch die Bahnen von q und k_1 entsprechend geändert werden. Die Verhältnisse sind so zu wählen (mit Hülfe von Aufzeichnungen des ganzen Mechanismus in verschiedenen Configurationen), dass in dem Augenblicke, in welchem K_1 gegen K_2 trifft, der Kolben sich etwas vor dem Hubende befindet, entsprechend der verlangten Voreinströmung, möglichst auch so, dass die Bahn von k_1 vor jenem Augenblicke nur schwach, nachher aber stark gegen die Angriffsfläche von K_1 geneigt ist, wie es in Fig. 75 gezeichnet wurde, einem sanften Aufsetzen von K_1 auf K_2, dagegen einer schnellen Erhebung des Ventils entsprechend.

Wie die betreffenden Bewegungen der Punkte, bezw. der Gelenke m und n zustandekommen, und wie die Bahn von n behufs Regulirung der Füllung verändert werden kann, wird durch Fig. 76 angedeutet. A ist eine parallel neben dem Cylinder gelagerte Steuerwelle, welche, von der Kurbelwelle aus durch gleiche conische Räder angetrieben, ebenso rotirt wie diese. An den Enden des Cylinders besitzt sie entgegengesetzt gerichtete Kurbeln (Excenter) Aa zum Antriebe je eines Kurbelschwingmechanismus $AamB$; an das so in einem Kreisbogen um B hin- und herbewegliche Gelenk m ist die oben erwähnte Stange mp angeschlossen. Um den in geschlossener Bahn umlaufenden Bolzen d an der Verlängerung der Koppel am schwingt der Winkelhebel cdn, mit dessen einem Arme bei n die Stange nq gelenkig verbunden ist, während der andere bei c in einem Kreisbogen um den Bolzen b durch die Lenkstange bc geführt ist; dieser Bolzen befindet sich an dem Arme Bb der Welle B, um welche die Schwinge Bm lose drehbar ist. Inwiefern die Ortsveränderungen des Bolzens b (in Folge von Drehungen der Welle B durch die Wirkung des Regulators auf einen anderen Arm derselben) solche Aenderungen der geschlossenen Bahn des Gelenkes n zur Folge haben, welche bei passender Wahl der Verhältnisse Füllungsgraden von Null bis ungefähr 0,9 entsprechen, kann durch Zeichnung erkannt werden, auf welche auch jene Wahl der Verhältnisse selbst bei der Zusammengesetztheit des Mechanismus angewiesen ist. Die Steuerung des unter dem Cylinder befindlichen Auslassventils erfolgt auch von der Koppel am aus durch eine gelenkig angeschlossene Stange und einen zwischen dieser und der Ventilstange angeordneten Winkelhebel.

Fig. 76.

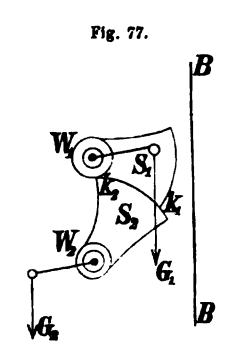


§. 79. Steuerungen für Maschinen ohne rotirende Bewegung.

Bei Maschinen ohne Rotation werden allgemein doppelsitzige Ventile als innere Steuerungskörper verwendet, deren Bethätigung von einem Steuerbaume ausgeht, welcher sich mit dem Kolben des verticalen Cylinders auf- und abbewegt; durch die Wirkung von Knaggen an diesem Steuerbaume auf entsprechende Hebel und durch äussere Steuerungen, welche im Allgemeinen als Sperrklinkensteuerungen charakterisirt werden können, werden die Ventile jeweils kurz vor dem Ende eines Hubes in die Lagen gebracht, welche sie beim folgenden Hube haben müssen, abgesehen zunächst von der früheren Schliessung der Einlassventile im Falle erheblicher Expansion und abgesehen von den ev. durch Katarakte zu regelnden Hubpausen.

Das Wesen einer solchen Steuerung (von übrigens verschiedenartiger Anordnung im Einzelnen) ist durch Fig. 77 angedeutet mit Bezug zunächst auf doppeltwirkende Maschinen ohne Expansion. In dieser Figur sind W_1 und W_2 zwei Steuerwellen mit den Sperrklinken (Sperrsegmenten) S_1, S_2; letztere sind nach gleichen Kreisbögen begrenzt, sowohl aussen (um W_1 und W_2 als Mittelpunkten), als auch an den Seitenflächen, welche abwechselnd mit der Aussenfläche des anderen Segments behufs der Sperrung sich berühren, und welche die Aussenfläche des eigenen Segments in der für die Auslösung massgebenden Kante k_1 bezw. k_2 schneiden. An den Wellen W_1, W_2 befinden sich ausserdem

Fig. 77.



je 4 Hebel; durch den einen H_1 bezw. H_2 erfolgt ihre Drehung im einen (für beide entgegengesetzten) Sinne, wenn er von einem Knaggen K_1 bezw. K_2 am Steuerbaume BB erreicht wird, am zweiten wirken Gewichte G_1, G_2 auf Drehung im umgekehrten Sinne, am dritten und vierten sind Stangen zur Bewegung der Ventilhebel angeschlossen, vermittels welcher abwechselnd die Ventile durch die niedersinkenden Gewichte G_1, G_2 geöffnet (gehoben), oder ihr Schluss der Wirkung des Eigengewichtes (und ev. eines Belastungsgewichtes oder einer Feder) frei gegeben wird in Folge der durch K_1, K_2 bewirkten umgekehrten (mit Hebung von G_1, G_2 verbundenen) Drehung der Steuerwellen. Von solchen Ventilen befinden sich oben und unten je ein Auslass- und ein Einlassventil; die oberen seien bezw. mit A_1 und E_1, die unteren mit A_2 und E_2 bezeichnet. A_1 und E_2 werden von der Welle W_1, A_2 und E_1 von W_2

gesteuert. Die Figur 77 entspricht dem Niedergange des Kolbens, wobei A_1 und E_2 geschlossen, A_2 und E_1 offen sind; G_1 ist gehoben, G_2 niedergesunken. Nähert sich der Kolben dem unteren Hubende, so trifft der Knaggen K_2 des Steuerbaumes auf den Hebel H_2 und dreht dadurch W_2 in solchem Sinne, dass G_2 gehoben wird, A_2 und E_1 sich schliessen, bis nach dem Vorbeigange der Kante k_2 an k_1 die Hemmung von W_1 gelöst und durch das niedersinkende Gewicht G_1 diese Welle in solchem Sinne gedreht wird, dass damit die Oeffnung von A_1 und E_2 verbunden ist, folglich der Aufgang des Kolbens beginnt. Nahe dem oberen Hubende trifft K_1 auf H_1 und dreht W_1 zurück unter Wiedererhebung von G_1 und Schliessung von A_1, E_2, bis nach dem Vorbeigange von k_1 an k_2 durch das Niedersinken von G_2 auch W_2 in die Lage der Figur zurückgedreht wird unter Oeffnung von A_2, E_1 u. s. f.

Wenn zum Zwecke der Expansion des Hinterdampfs ein Einlassventil E geschlossen werden sollte, nachdem der Kolben erst irgend eine mittlere Stelle bei dem betreffenden Hube erreicht hat, so kann das mit möglichst geringer Aenderung bezw. Ergänzung des erklärten Steuerungsmechanismus durch eine auslösbare Verbindung des zu E gehörigen Ventilhebels mit der Stange geschehen, wodurch er von der betreffenden Steuerwelle W aus bewegt wird, mit Hülfe einer solchen Vorrichtung, dass jene Verbindung durch den Druck eines weiteren (zur Regulirung des Füllungsgrades verstellbaren) Knaggens am Steuerbaume bei der betreffenden Kolbenstellung gelöst und durch die Drehung von W zu Ende des Hubes wiederhergestellt wird.

Soll die Maschine einfachwirkend sein, wie es insbesondere bei Wasserhaltungsmaschinen oft der Fall ist, früher ausschliesslich der Fall war, soll z. B. nur der Niedergang des Kolbens durch den Dampfdruck bewirkt werden, um den Arm eines Balanciers zur Hebung des am anderen Arme angehängten Gestänges niederzudrücken (indirecte Wirkung), so fehlen die Ventile A_1 und E_2, an deren Stelle ein durch die Welle W_1 (Fig. 77) gesteuertes Gleichgewichtsventil durch seine Oeffnung die Verbindung der Cylinderräume vor und hinter dem aufwärts gehenden Kolben herstellt, während es bei seinem Niedergange geschlossen ist. Wenn sein Schluss schon dann durch den Druck des Knaggens K_1 gegen den Hebel H_1 der Welle W_1 bewirkt wird, wenn der Kolben seinen Aufgang noch nicht vollendet hat, so dient der vor ihm abgesperrte Dampf als elastisches Kissen zu möglichst stossloser Beendigung des Gestängeniederganges. Wenn übrigens die Maschine ohne Condensation arbeitete, so könnte auch das Auslassventil A_2 fehlen, unter den vorausgesetzten

Umständen folglich der untere Cylinderraum beständig mit der Atmosphäre communiciren, weil dann dem beim Aufgange des Kolbens vor und hinter ihm herrschenden atmosphärischen Drucke eine für die erwähnte Bufferwirkung des Vorderdampfes noch genügende Dampfdichte entspräche. Bei Condensationsmaschinen mit unerheblicher Expansion kann man umgekehrt veranlasst sein, ausser dem Condensatorventile, d. h. dem unten befindlichen zum Condensator führenden Auslassventile noch oben ein besonderes Ausblaseventil in die Atmosphäre anzuordnen, welches beim Aufgange des Kolbens anfänglich geöffnet wird, um bei dem folgenden Niedergange desselben nur die kleinere, den Cylinder vor ihm erfüllende Dampfmasse von atmosphärischer Dichtigkeit condensiren zu müssen. —

Die Verhältnisse von Wasserhaltungsmaschinen ohne Rotationsbewegung bringen es mit sich, dass die Regulirung des geförderten Wasserquantums durch mehr oder weniger lange Stillstandspausen zwischen den Hüben erfolgen kann und passender Weise geschieht. Zu Ende eines Hubes werden dann nur die während desselben offen gewesenen Ventile durch den Steuerbaum geschlossen, wogegen die den neuen Hub vermittelnden Ventileröffnungen einer besonderen Hülfsvorrichtung, dem Katarakte, übertragen werden, welcher während der Hubpause in Bewegung bleibt, nachdem er früher vom Steuerbaume aus in entsprechende Lage gebracht (aufgezogen worden) war. Er ist im Wesentlichen eine Pumpe, dessen Kolben beim Aufzuge Wasser oder Oel ansaugt, welches er beim Niedersinken in Folge seines durch ein Belastungsgewicht unterstützten Eigengewichtes durch eine kleinere Oeffnung zurückpresst; die Verkleinerung dieser Oeffnung vergrössert die Zeit des Niedersinkens, also die Dauer der Hubpause.

Fig. 78.

Beispielsweise bei einer indirect- und einfachwirkenden Wasserhaltungsmaschine handle es sich um eine Stillstandspause vor dem Aufgange des Kolbens, wozu die Oeffnung des Gleichgewichtsventils durch einen Katarakt zu bewirken ist. Die Figur 78 entspricht der Lage, in welche der dazu dienende Mechanismus am Ende des vorhergegangenen Kolbenaufganges gekommen war durch den Druck des Knaggens K des Steuerbaumes BB gegen den Hebel H der Steuerwelle W, und des Knaggens K' gegen den um W' drehbaren Hebel, an welchen die Kataraktkolbenstange R gehängt ist.

Durch ersteres wurde W so gedreht, dass damit die Hebung des am Arme Wa hängenden Gewichtes G und die Schliessung des Gleichgewichtsventils durch die Ventilhebelstange bh verbunden war, darauf die Hemmung von W in dieser Lage durch den Zahn z des um c drehbaren, bei g beschwerten Sperrhebels gz. Durch den Druck von K' gegen den durch ein Gewicht G' beschwerten Hebel $W'G'$ war der Katarakt aufgezogen und in diesem Zustande durch den Zahn z' eines um c' drehbaren, bei g' beschwerten Sperrhebels gehemmt worden. Der Mechanismus verharrt so während der Stillstandspause, welche etwa bei höchster Lage des Kolbens durch einen anderen, das Einlassventil öffnenden Katarakt begrenzt wird, und während des folgenden Kolbenniederganges, bis kurz vor dem Ende desselben der Knaggen x des Steuerbaumes den Sperrhebel $g'c'$ an dem seinem Belastungsgewichte g' entgegengesetzten Ende niederdrückt und dadurch die Sperrung des Katarakthebels aufhebt. Indem dieser dann durch das Belastungsgewicht G' den allmählichen Niedergang des Kataraktkolbens bewirkt, wird der Aufgang des unterdessen in tiefster Lage ruhenden Dampfkolbens erst dadurch eingeleitet, dass der Anschlag y der bei s an den Katarakthebel angeschlossenen Auslösungsstange sy den Sperrhebel gz dreht, dadurch die Sperrung von W aufhebt, so dass das niedersinkende Gewicht G das Gleichgewichtsventil vermittels der Stange bh öffnet.

Fehlte der Sperrhebel $g'c'$ (Fig. 78), so würde der Niedergang des Kataraktkolbens zugleich mit demjenigen des Dampfkolbens beginnen; die Dauer des ersteren bis zur Auslösung von W wäre also = der Summe aus Niedergangszeit des Dampfkolbens und unterer Hubpause desselben. Wenn bei Vorhandensein von $g'c'$ der Sperrhebel gz fehlte, so könnten auch die Auslösungsstange sy und die Steuerwelle W mit ihren Hebeln fehlen, wenn gleichzeitig die Ventilhebelstange unmittelbar mit dem Katarakthebel gelenkig verbunden wird (in Fig. 78 links von W'); zu Ende des Kolbenaufganges wird dann die Schliessung des Gleichgewichtsventils durch den Knaggen K' bewirkt gleichzeitig mit der Hebung von G' und dem Aufzuge des Kataraktkolbens, dessen Niedergang unmittelbar die Ventileröffnung zur Folge hat. Diese einfachere unmittelbare anstatt der mittelbaren Steuerwirkung durch Auslösung ist aber mit schleichender statt plötzlicher Eröffnung des betreffenden Ventils (hier des Gleichgewichtsventils) verbunden, welche schon in dem Augenblicke beginnt, in welchem der Knaggen x zu Ende des Kolbenniederganges den Katarakthebel auslöst. Ein weiteres Eingehen auf die in diesen und in anderen Beziehungen mannichfachen Besonderheiten von Kataraktsteuerungen, sowie

auf ihre Anordnung bezüglich der verschiedenen Katarakte derselben Maschine, kann hier unterbleiben.

Nur mag schliesslich noch bemerkt werden, dass die Kataraktsteuerung nicht ganz auf Maschinen ohne Rotation, also ohne Schwungrad, beschränkt ist, wenn nur die Bethätigung der Katarakte und überhaupt der Steuerung nicht, wie sonst bei rotirenden Maschinen, von der Schwungradwelle aus, sondern von einem mit dem Kolben auf- und niedergehenden Steuerbaume aus erfolgt. Insbesondere ist das der Fall bei der Wasserhaltungsmaschine von Kley; bei doppelter und indirecter Wirkung ist der Balancier an der Seite, an welcher die Kolbenstange angreift, bezw. die beiden Kolbenstangen im Falle einer Zweicylindermaschine angreifen, durch Kurbelstange und Kurbel mit der Welle eines Schwungrades verbunden, welches somit bei jeder Hubpause mit der ganzen Maschine (ausser den vorher aufgezogenen Katarakten) zum Stillstande kommt, wobei es unwesentlich (durch Verkleinerung oder Vergrösserung der Füllung übrigens willkürlich herbeizuführen) ist, ob dieser Stillstand etwas vor oder hinter der Todtlage der Kurbel eintritt, der neue Hub folglich mit umgekehrtem oder gleichbleibendem Drehungssinne des Schwungrades erfolgt. Die fragliche Anordnung ist trotz grösserer zulässiger Kolbengeschwindigkeit insofern mit grösserer Betriebssicherheit verbunden, als der Hub durch die Kurbel genau und sanft begrenzt, sowie das Durchgehen der Maschine im Falle eines Gestängebruchs dadurch verhindert ist, dass die dann über die Todtlage sich hinaus bewegende Kurbel eine Bewegung des Steuerbaumes zur Folge hat, durch welche er den betreffenden Katarakt schon wieder aufzieht, bevor dieser eine neue Dampfeinströmung vermitteln konnte. Die in mehrfacher Hinsicht eigenthümliche Kley'sche Kataraktsteuerung selbst ist ohne speciellere, dem Zwecke dieses Buches fern liegende Zeichnung nicht verständlich.

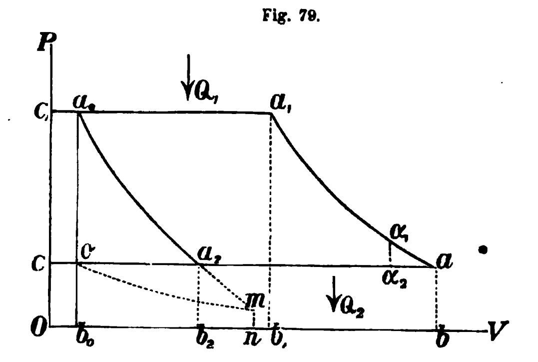
§. 80. Principielle Verwirklichung des idealen Kreisprocesses einer Dampfmaschine.

Die Besonderheit der Dampfmaschine als Wärmemotor besteht darin, dass die Zustandsänderungen der Arbeitsflüssigkeit (Wasser bezw. Wasserdampf) eine Aenderung der Aggregatform in sich schliessen. In Verbindung mit dem Umstande, dass der Druck gesättigter Dämpfe mit zunehmender Temperatur wesentlich schneller, als diese, zunimmt, wird dadurch der Vortheil gewährt, dass innerhalb eines gegebenen Temperaturintervalls eine besonders grosse Aenderung des Volumens und des Drucks, somit eine grosse Arbeit durch den dem Wärmemotor zugrundeliegenden

Kreisprocess der vermittelnden Flüssigkeit erzielt werden kann. Ein idealer solcher Kreisprocess, dessen Zustandscurve aus zwei isothermischen und zwei adiabatischen Curven besteht (Fig. 61, §. 61), und durch welchen bei gegebenen Grenztemperaturen t_1 und t_2 (absoluten Temperaturen T_1 und T_2) die grösstmögliche Arbeit gewonnen wird, könnte im Princip, nämlich abgesehen von allen thatsächlich stets vorhandenen Nebenumständen, insbesondere von dem beständigen Wärmeaustausch zwischen Dampf und Hülle (Canal- und Cylinderwand mit Kolben) auf folgende Weise verwirklicht werden. Vorausgesetzt ist Dampf, welcher stets gesättigt, im Allgemeinen feucht ist.

Aus dem Kessel, in welchem die Temperatur t_1 und der entsprechende Druck p_1 (specifischer, d. i. Druck pro Flächeneinheit) herrscht, ströme der Dampf in einen Cylinder (Expansionscylinder) im Zustande p_1, y_1, d. h. mit jenem Kesseldrucke und in solchem Grade feucht, dass er in einem Kilogramm $1-y_1$ Kgr. Wasser enthält. Ist G das Gewicht dieses einströmenden Dampfes, so war zu seiner Bildung aus Wasser vom Zustande p_1, t_1 im Kessel die Wärme

Fig. 79.



$$Q_1 = Gy_1r_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

erforderlich, unter r_1 die der Temperatur t_1 oder die dem Drucke p_1 entsprechende specifische Verdampfungswärme verstanden. In Figur 79 mit der Abscissenaxe OV und der dazu senkrechten Ordinatenaxe OP, in welcher die Abscissen die vom Kolben (von seiner dampfberührten Fläche) durchlaufenen Räume, die Ordinaten die entsprechenden Dampfdrucke p bedeuten, sei c_1a_1 die Zustandscurve des im Kessel entwickelten und in den Cylinder strömenden Dampfes; sie ist als Isotherme hier eine mit der Abscissenaxe parallele Gerade. Die Arbeit, welche dabei der Dampf auf den Kolben überträgt, ist dargestellt durch die rechteckige Fläche $Oc_1a_1b_1$, deren Theil $Oc_1a_0b_0 =$ der Arbeit ist, welche auf den Kolben übertragen worden wäre, wenn der Dampf ganz als Wasser vom Zustande p_1, t_1 und entsprechendem Volumen $= c_1a_0 = Ob_0$ eingeströmt wäre. Der im Cylinder jetzt abgesperrte Dampf expandirt hinter dem sich weiter bewegenden

Kolben gemäss der adiabatischen Zustandscurve $a_1 a$ bis zur Temperatur t_2 und zu entsprechendem Druck p_2, wobei die specifische Dampfmenge bis y abnehme; sie nimmt ab, sofern y_1 nur wenig < 1 war (siehe Bd. I, §. 33). Die Expansionsarbeit ist $= b_1 a_1 a b$. Indem dann der Dampf durch den zurückgehenden Kolben unter Aufwendung einer Arbeit $= bacO$, entsprechend der geraden isothermischen Zustandscurve ac parallel OV, aus dem Expansionscylinder heraus und in den Condensator geschafft wird, in welchem die Temperatur t_2 mit dem entsprechenden Drucke p_2 herrscht, wird die specifische Dampfmenge weiter auf einen gewissen kleinen Werth y_2 reducirt, indem die Wärme

$$Q_2 = G(y - y_2) r_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

entzogen wird, wenn r_2 die der Temperatur t_2 entsprechende specifische Verdampfungswärme bedeutet. Aus dem Condensator ströme der Dampf im Zustande p_2, y_2 in einen anderen Cylinder (Compressionscylinder), auf dessen Kolben während Durchlaufung des Volumens Ob_2 die Arbeit Oca_2b_2 übertragend. Dieses Volumen Ob_2 sei so bemessen, dass, wenn der zurückkehrende Kolben des Compressionscylinders den in ihm abgesperrten Dampf bis zum Anfangsdrucke p_1 und der entsprechenden Temperatur t_1 comprimirt gemäss der adiabatischen Zustandscurve $a_2 a_0$, derselbe gerade zu Wasser verdichtet ist. Ausser der betreffenden Compressionsarbeit $= b_2 a_2 a_0 b_0$ ist dann zur Herbeiführung des anfänglichen Zustandes nur schliesslich noch eine Arbeit $= b_0 a_0 c_1 O$ aufzuwenden, damit der vollends zurückkehrende Compressionskolben das Wasser vom Zustande p_1, t_1 in den Kessel zurückschaffe.

Indem nun im Expansionscylinder die Arbeit

$$Oc_1 a_1 b_1 + b_1 a_1 a b - bacO = cc_1 a_1 a$$

verrichtet und im Compressionscylinder die Arbeit

$$-Oca_2 b_2 + b_2 a_2 a_0 b_0 + b_0 a_0 c_1 O = ca_2 a_0 c_1$$

verbraucht wird, ist die gewonnene Arbeit

$$= cc_1 a_1 a - ca_2 a_0 c_1 = a_0 a_1 a a_2.$$

Wird sie mit E_0 bezeichnet, so ist, unter A den Wärmewerth der Arbeitseinheit verstanden,

$$AE_0 = Q_1 - Q_2$$

oder, weil sich $Q_1 : T_1 = Q_2 : T_2$ verhält (Bd. I, §. 14, Gl. 4),

$$AE_0 = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right).$$

Der Quotient

$$\frac{AE_0}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \dots \dots \dots \dots \dots \quad (3)$$

ist das Verhältniss des Wärmewerthes der gewonnenen Arbeit zur mitgetheilten (aufgewendeten) Wärme, und kann als Wirkungsgrad des idealen Kreisprocesses bezeichnet werden.

Dieser Wirkungsgrad ist um so grösser,

je grösser T_1 und je kleiner T_2,

also auch je grösser p_1 und je kleiner p_2

ist. Wären etwa $p_1 = 10$ Atm. $(t_1 = 180,3)$

und $p_2 = 0,1$ Atm. $(t_2 = 46,2)$

die praktisch äussersten betreffenden Grenzwerthe, so ergäbe sich der entsprechende grösstmögliche Wirkungsgrad

$$= 1 - \frac{273 + 46,2}{273 + 180,3} = 0,296.$$

Er wird durch eine kleine Vergrösserung von p_2 ebenso sehr vermindert, wie durch erhebliche Verkleinerung von p_1. Man findet ihn z. B.

für $p_1 = 10$ und $p_2 = 0,2$ $(t_2 = 60,45)$

ebenso wie für $p_1 = 6,2$ $(t_1 = 160,7)$ und $p_2 = 0,1$

nur $= 0,264 = (1 - 0,108)\ 0,296$.

Er wird also um 10,8 Procent verkleinert durch Vergrösserung von p_2 um 0,1 Atm., aber durch Verkleinerung von p_1 erst um 3,8 Atm., woraus zu schliessen ist, dass es bei Condensationsmaschinen in der hier in Rede stehenden Beziehung mehr auf möglichste Vollkommenheit des Vacuums im Condensator, als auf sehr grossen Kesseldruck ankommt.

Ist dagegen p_2 = einem grösseren Werthe gegeben, wie bei Auspuffmaschinen $(p_2 = 1)$, so kann nur durch sehr grosse Kesselspannungen p_1 der Wirkungsgrad des idealen Kreisprocesses demjenigen einer Condensationsmaschine nahe gebracht werden. Er ergiebt sich z. B.

$= 0,177$ für $p_1 = 10$ und $p_2 = 1$ $(t_2 = 100)$,

aber nur $= 0,140$ für $p_1 = 6,2$ und $p_2 = 1$,

somit um

$$\frac{0,177 - 0,14}{0,177}\,100 = 20,9 \text{ Proc.}$$

kleiner, während ihn dieselbe Verkleinerung von p_1 im Falle $p_2 = 0,1$ nur um 10,8 Procent verkleinerte.

Zugleich kann man bemerken, dass das Verhältniss der fraglichen Wirkungsgrade, welche $p_2 = 0{,}1$ und $p_2 = 1$ entsprechen,

$$\text{für } p_1 = 10 \text{ sich } = \frac{0{,}296}{0{,}177} = 1{,}67$$

$$\text{für } p_1 = 6{,}2 \text{ sich } = \frac{0{,}264}{0{,}140} = 1{,}89$$

ergiebt. Bezüglich des hier in Rede stehenden Wirkungsgrades ist somit die Condensation des Abdampfes mit erheblichem, und zwar mit um so grösserem Vortheile verbunden, je weniger gross der Kesseldruck ist.

§. 81. Verschiedenheit des idealen vom realen Kreisprocesse einer Dampfmaschine.

Der Kreisprocess unserer üblichen Dampfmaschinen weicht von dem im vorigen Paragraph besprochenen idealen Vorgange principiell insofern ab, als ein besonderer Compressionscylinder nicht vorhanden ist, vielmehr der Dampf schon im Condensator vollständig zu Wasser von der Temperatur t_2 condensirt und als solches durch die Speisevorrichtung in den Kessel geschafft wird, um daselbst zunächst durch eine zusätzliche Wärmemittheilung in Wasser von der höheren Temperatur t_1 zurückgeführt zu werden. Statt des Arbeitsdiagramms $a_0 a_1 a a_2$ (Fig. 79) ergiebt sich somit das Diagramm $a_0 a_1 a o$, abgesehen von der verhältnissmässig geringen Abhängigkeit des Wasservolumens vom Zustande des Wassers, mit Rücksicht worauf die Zustandscurve $o a_0$ nicht genau eine mit OP parallele gerade Linie ist. Die gewonnene Arbeit wird dadurch zwar vergrössert um den Betrag der Fläche $o a_0 a_2$, aber der Arbeitswerth der jetzt mehr mitzutheilenden Wärme ist noch grösser, nämlich (siehe Bd. I, §. 16) = der Fläche $b_0 a_0 m n$, wenn $a_2 m$ die Fortsetzung der Adiabate $a_0 a_2$, om die durch o gehende Isodyname (schwächer, als jene, gegen OV geneigt, siehe Bd. I, §. 35, Fig. 11) und mn die Ordinate des Durchschnittspunktes beider Curven ist. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses wird durch diese principielle Abweichung verkleinert.

Ob die Condensation auf oberflächlicher Abkühlung oder auf Wärmeentziehung durch Mischung mit kaltem Wasser beruht, macht im Princip keinen Unterschied; auch im letzteren Falle kann man sich vorstellen, dass es eben das durch Condensation entstandene Wasser von der Temperatur t_2 ist, welches durch den Speiseapparat in den Kessel zurückgeschafft wird, so dass es sich auch hier um einen wirklichen Kreisprocess

derselben Wassermenge zwischen den Grenztemperaturen t_1 und t_2 handelt. Bei einer Auspuffmaschine kann die Atmosphäre als Condensator betrachtet, im Princip also $p_2 = 1$ Atm., $t_2 = 100$ gesetzt werden; nur hat man sich vorzustellen, dass in diesem atmosphärischen Condensator eine Verdichtung zu Wasser von der Temperatur $t_0\,(< t_2)$ des Speisewassers bei constanter Pressung p_2 stattfindet, so dass t_2 nicht mehr eigentlich die Minimaltemperatur des gedachten Kreisprocesses ist. Uebrigens braucht letztere nur wenig $< t_2$ (t_0 nur wenig $< 100^0$) zu sein, indem der Abdampf zur Vorwärmung des Speisewassers (§. 68, 3) benutzt werden kann.

Die Arbeit, welche mit $G = 1$ Kgr. Dampf durch einen Kreisprocess gewonnen werden kann, welchem die Zustandscurve $a_0 a_1 a o$ (Fig. 79) entspricht, ist

$$\begin{aligned} E &= O c_1 a_1 b_1 + b_1 a_1 a b - b a c O - c o a_0 c_1 \\ &= L_1 + L - L_2 - L_0. \end{aligned}$$

Nun ist, übrigens mit Beibehaltung der im vorigen Paragraph gebrauchten Buchstabenbezeichnungen, wenn w das als constant zu betrachtende specifische Volumen des Wassers und

$$w + \varDelta, \quad w + \varDelta_1, \quad w + \varDelta_2 \; \ldots$$

das der Temperatur $\quad t \quad t_1 \quad t_2 \quad \ldots$

entsprechende specifische Volumen gesättigten Wasserdampfs bedeutet, das Volumen des einströmenden Kilogramms feuchten Dampfes:

$$V_1 = w + y_1 \varDelta_1, \text{ also } L_1 = V_1 p_1 = p_1 (w + y_1 \varDelta_1) \quad \ldots \ldots (1).$$

Der Wärmewerth der bei adiabatischer Expansion (längs $a_1 a$) geleisteten Arbeit ist, unter ϱ (ev. mit dem betreffenden Index) die innere specifische Verdampfungswärme verstanden, gemäss Bd. I, §. 35, Gl. (6):

$$A L = q_1 - q_2 + y_1 \varrho_1 - y \varrho_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

und am Ende dieser Expansion ist das Volumen:

$$V = w + y \varDelta_2, \text{ somit } L_2 = V p_2 = p_2 (w + y \varDelta_2) \quad \ldots \ldots (3).$$

Endlich muss das Wasser aus einem Raume, in welchem der Druck p_2 herrscht, in den Kessel, worin der Druck p_1 vorhanden ist, gefördert werden, entsprechend der aufzuwendenden Arbeit:

$$L_0 = (p_1 - p_2) w \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (4).$$

Aus (1) bis (4) folgt:

$$\begin{aligned} A E &= A (L_1 + L - L_2 - L_0) \\ &= q_1 - q_2 + y_1 (\varrho_1 + A p_1 \varDelta_1) - y (\varrho_2 + A p_2 \varDelta_2) \\ &= q_1 - q_2 + y_1 r_1 - y r_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5). \end{aligned}$$

Dabei ist y durch y_1 mit t_1 und t_2 (bezw. p_1 und p_2) bestimmt. Nach Bd. I, §. 35, Gl. (2) ist nämlich, unter a_1 und a_2 die Werthe von

$$a = \int_0^t \frac{dq}{T}$$

bezw. für $t = t_1$ und $t = t_2$, und unter q die der Temperatur t entsprechende specifische Flüssigkeitswärme des Wassers verstanden (Bd. I, §. 27),

$$a_2 + y \frac{r_2}{T_2} = a_1 + y_1 \frac{r_1}{T_1}$$

$$y r_2 = (a_1 - a_2) T_2 + y_1 r_1 \frac{T_2}{T_1}$$

und somit nach Gl. (5) auch:

$$AE = q_1 - q_2 + y_1 r_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) - (a_1 - a_2) T_2 \; \ldots\ldots \; (6).$$

Die bei dem Kreisprocesse mitzutheilende Wärme ist hier

$$= q_1 - q_0 + y_1 r_1,$$

wenn q_0 die der Temperatur t_0 des Speisewassers entsprechende Flüssigkeitswärme bedeutet; und der Wärmewerth der Arbeit, welche mit derselben Wärmemenge durch den idealen Kreisprocess gewonnen würde, ist nach (3) im vorigen Paragraph:

$$AE_0 = (q_1 - q_0 + y_1 r_1)\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \; \ldots\ldots\ldots \; (7).$$

Im Verhältnisse $\frac{E}{E_0}$ ist der Wirkungsgrad des realen Kreisprocesses im Princip kleiner, als der des idealen, nämlich

$$= \frac{E}{E_0}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{q_1 - q_2 + y_1 r_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) - (a_1 - a_2) T_2}{q_1 - q_0 + y_1 r_1} \; \ldots \; (8).$$

Beispielsweise findet man im Falle $q_0 = q_2$ ($t_0 = t_2$) und $y_1 = 1$ die folgenden Werthe nach Rechnungen von Zeuner:*

p_1	t_1	p_2	t_2	$\frac{E}{E_0}$	$1 - \frac{T_2}{T_1}$	$\frac{E}{E_0}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$
3	133,9	1	100	0,969	0,083	0,080
5	152,2	1	100	0,954	0,123	0,117
10	180,3	1	100	0,931	0,177	0,165
3	133,9	0,1	46,2	0,933	0,216	0,201
5	152,2	0,1	46,2	0,921	0,249	0,229
10	180,3	0,1	46,2	0,903	0,296	0,267

* Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie, 2. Aufl.

Indem das Verhältniss $\frac{E}{E_0}$ um so kleiner gefunden wird, je grösser p_1 und je kleiner p_2 ist, wird die Vortheilhaftigkeit eines möglichst grossen Maximal- und möglichst kleinen Minimaldrucks durch die principielle Unvollkommenheit des realen Kreisprocesses etwas vermindert; die bezüglich des idealen Kreisprocesses im vorigen Paragraph bemerkten allgemeinen Folgerungen bleiben aber auch für den realen Kreisprocess gültig. Uebrigens ist der verhältnissmässige Effectverlust durch die principielle Unvollkommenheit desselben

$$= \frac{E_0 - E}{E_0} = 1 - \frac{E}{E_0},$$

für obige Beispiele = 3 bis 10%, klein genug, um aufgewogen zu werden durch den Vortheil grösserer Einfachheit und Billigkeit der Maschine in Folge der Ersparung des Compressionscylinders und wegen grösserer Völligkeit des Arbeitsdiagramms, entsprechend einer in gegebenem Cylinder erzielbaren grösseren Arbeit.

Dass $\frac{E}{E_0}$ um so grösser ist, je weniger $t_0 < t_2$, ist ohne Weiteres ersichtlich und auch selbstverständlich. Was aber den Einfluss der Feuchtigkeit des in den Cylinder strömenden Dampfes (des Werthes von y_1) betrifft, so kann man bemerken, dass $E_0 - E$ nach (6) und (7) unabhängig von y_1, und dass folglich, weil E_0 nach (7) durch $y_1 < 1$ im Verhältnisse

$$\frac{q_1 - q_0 + y_1 r_1}{q_1 - q_0 + r_1}$$

kleiner wird, als für $y_1 = 1$ (für trockenen gesättigten Dampf), ebendadurch $\frac{E_0 - E}{E_0}$ im umgekehrten Verhältnisse grösser wird, z. B.

mit $t_0 = t_2 = 46{,}2$ ($p_2 = 0{,}1$) und $p_1 = 3$ bis 10 Atm.
für $y_1 = 0{,}9$ im Verhältnisse 1,09 bis 1,08
für $y_1 = 0{,}8$ im Verhältnisse 1,20 bis 1,18.

Mit Rücksicht auf den verhältnissmässigen Effectverlust wegen der principiellen Unvollkommenheit des Kreisprocesses ist es also *vortheilhaft, möglichst trockenen Dampf in den Cylinder gelangen zu lassen.* —

Ausser der vorbesprochenen, durch die principielle Einrichtung der üblichen Dampfmaschinen bedingten Abweichung des Kreisprocesses vom idealen Verlaufe desselben giebt es noch manche andere, im Folgenden

näher zu besprechende Ursachen, welche solche Abweichungen und namentlich auch eine Verkleinerung des Wirkungsgrades zur Folge haben. Dahin gehören ausser Wärmeverlusten durch Leitung und Strahlung, Reibungen und Betriebsarbeiten von Hülfseinrichtungen insbesondere die folgenden.

1. Thermische Wechselwirkung zwischen dem Dampf im Cylinder und der Cylinderwand.

2. Widerstände gegen die Bewegung des Dampfes vom Kessel in den Cylinder und aus diesem in den Condensator, bezw. in die Atmosphäre, bedingt durch Länge und Weite der betreffenden Canäle, durch örtliche und zeitliche Verengung derselben (Drosselung) und durch die Geschwindigkeit des Kolbens.

3. Unvollständigkeit der Expansion, gemäss welcher im Princip durch Abstumpfung der Spitze bei a (Fig. 79) das Arbeitsdiagramm die Form $a_0 a_1 \alpha_1 \alpha_2 o$ erhält; der Verlust an Arbeit, entsprechend der kleinen Fläche $\alpha_1 a \alpha_2$, kann durch die Ersparung an erforderlichem Cylinderraum (um $a \alpha_2$) mehr als aufgewogen werden.

4. Einfluss der schädlichen Räume (§. 74) und im Zusammenhange damit der Compression des jeweils vor dem Kolben im Cylinder bleibenden Dampfes.

5. Voreinströmung und Vorausströmung, gemäss welcher schon vor dem Ende eines Kolbenhubes der frische Dampf vor ihm einzuströmen und besonders der Hinterdampf auszuströmen beginnt.

6. Dampflässigkeit von Kolben und innerer Steuerung, beruhend auf unvollkommener Dichtung des Kolbens im Cylinder, bezw. der Schieber auf ihren Gleitbahnen, der Ventile auf ihren Sitzen.

§. 82. Anwendung überhitzten Dampfes.

Vor Besprechung der zuletzt hervorgehobenen Umstände werde die Frage erörtert, ob es bezüglich des Wirkungsgrades im Princip von Vortheil ist, den im Kessel entwickelten gesättigten Dampf von der Temperatur t_1 durch weitere Wärmemittheilung bei constantem Drucke p_1 zu überhitzen, bevor er mit diesem Drucke p_1, aber mit höherer Temperatur t in den Cylinder einströmt. Wären nur t und t_2 als die Grenztemperaturen gegeben, zwischen welchen der Kreisprocess stattfinden soll, so wäre solche Verwendung überhitzten Dampfes im Princip unvortheilhaft, weil die Mittheilung der Wärme nicht bei constanter Maximaltemperatur stattfände. Indessen kann bezüglich der Anforderungen des praktischen

Dampfmaschinenbetriebes auch der Maximaldruck $= p_1$ gegeben sein und dadurch nur mittelbar bei Verwendung gesättigten Dampfes die entsprechende Temperatur t_1 als Maximaltemperatur, während ihre Steigerung etwa bis t an und für sich nicht unzulässig erscheint. Nur unter dieser Voraussetzung handelt es sich darum, den Wirkungsgrad eines Kreisprocesses mit dem Arbeitsdiagramme $a_0 a_1 a o$ (Fig. 79) für den Fall fraglicher Verwendung überhitzten Dampfes mit seinem Werthe $= \frac{E}{E_0}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$ für den üblichen Fall gesättigten Dampfes (§. 81) zu vergleichen, vorausgesetzt dass t_1 und t_2, bezw. T_1 und T_2 in beiden Fällen gleich gross sind, dass aber im ersten Falle der Dampf vor seinem Eintritt in den Cylinder um $t - t_1 = T - T_1$ bei constantem Drucke p_1 (des gesättigten Dampfes von der Temperatur t_1) überhitzt wird. Dabei werde der Kreisprocess auf 1 Kgr. Dampf bezogen, und angenommen, dass dieser trocken ($y_1 = 1$) dem Kessel entströmt.

Ist dann die ohne Ueberhitzung mitzutheilende Wärme $= Q_1$ und der Wärmewerth der damit durch den fraglichen Kreisprocess erzielbaren Arbeit $= \eta_1 Q_1$, so ist

$$\eta_1 = \frac{E}{E_0}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

der im vorigen Paragraph besprochene Wirkungsgrad. Durch die Ueberhitzung um $T - T_1$ bei dem Drucke p_1 werde nun aber das Dampfvolumen um $v - v_1$ vergrössert; das Arbeitsdiagramm Fig. 79 wird um ebensoviel im Sinne der V-Axe verlängert, entsprechend der zusätzlichen Arbeit in Wärmeeinheiten gemessen

$$= A(p_1 - p_2)(v - v_1).$$

Indem aber zu dieser Ueberhitzung eine Wärmemenge

$$= c_p (T - T_1)$$

erfordert wird, unter c_p die als unabhängig von der Temperatur zu betrachtende specifische Wärme ungesättigten Dampfes bei constantem Druck verstanden, so ergiebt sich im Princip der Wirkungsgrad des Kreisprocesses im Falle der Ueberhitzung:

$$\eta = \frac{\eta_1 Q_1 + A(p_1 - p_2)(v - v_1)}{Q_1 + c_p (T - T_1)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Nach Weyrauch* entspricht es den Beobachtungen Hirn's bezüglich

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1876, S. 1.

des Zusammenhanges von Druck, Volumen und Temperatur überhitzten Wasserdampfes sehr gut, wenn

$$Ap_1 (v - v_1) = AR(T - T_1) = 0{,}12\,(T - T_1)$$

gesetzt wird, während c_p bis auf Weiteres $= 0{,}48$ ungefähr gesetzt werden kann (Bd. I, §. 37), so dass Gl. (2) übergeht in:

$$\eta = \frac{\eta_1 Q_1 + 0{,}12\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right)(T - T_1)}{Q_1 + 0{,}48\,(T - T_1)} \quad \ldots \ldots \ldots (3).$$

Hiernach ist $\eta > \eta_1$, wenn

$$\frac{1}{4\eta_1}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) > 1; \quad \eta_1 < \frac{1}{4}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) \ldots \ldots \ldots (4)$$

ist, und indem sich z. B.

für $p_1 =$	3	5	10	3	5	10	Atm.
und $p_2 =$	1	1	1	0,1	0,1	0,1	„
$\eta_1 =$	0,080	0,117	0,165	0,201	0,229	0,267	(§. 81)
$\frac{1}{4}\left(1 - \frac{p_2}{p_1}\right) =$	0,167	0,2	0,225	0,242	0,245	0,248	

ergiebt, zeigt sich, dass mit der Ueberhitzung des Dampfes bei Auspuffmaschinen im Princip ein Vortheil verbunden ist, bei Condensationsmaschinen aber nur im Falle nicht sehr grossen Anfangsdrucks des Dampfes. Uebrigens ist bei den zulässigen Graden der Ueberhitzung der Vortheil unerheblich ausser etwa bei Auspuffmaschinen mit kleinen Dampfspannungen, welche aber an und für sich unvortheilhaft und ungebräuchlich sind. Man findet z. B. mit

$$Q_1 = q_1 - q_2 + r_1 \quad \text{und} \quad T - T_1 = 50$$

für obige Werthe von p_1 und p_2 nach Gl. (3):

$$\eta = 0{,}084 \quad 0{,}121 \quad 0{,}167 \quad 0{,}203 \quad 0{,}230 \quad 0{,}266.$$

Nützlich bleibt die Mittheilung solcher Wärme, welche anderenfalls verloren wäre (z. B. von zur Essenwirkung mehr als ausreichend heissen abziehenden Gasen der Kesselfeuerung), in der Absicht, um den der Maschine zuströmenden Dampf durch mässige Ueberhitzung vor allem zu trocknen.

§. 83. Thermische Wechselwirkung zwischen Dampf und Cylinderwand.

Unter den am Ende von §. 81 angeführten Ursachen von weiterer Aenderung des principiellen Kreisprocesses und Verkleinerung des Wirkungsgrades ist der Wärmeaustausch zwischen dem wirksamen Dampfe

und der Cylinderwand (einschliesslich Kolben und Wandungen der Ein- und Ausströmungscanäle) von hervorragender Bedeutung. Ihm ist es vorzugsweise zuzuschreiben, dass man den Dampfverbrauch von Dampfmaschinen in der Regel viel grösser findet, als mit Rücksicht auf die Zahl der Kolbenhübe, den Zustand des einströmenden Dampfes und den bei jedem Hube von ihm auszufüllenden Cylinderraum zu erwarten gewesen wäre. Undichtheit der Dampfabschlussorgane und Feuchtigkeit des einströmenden Kesseldampfes können zwar Theil daran haben, reichen aber beiweitem zur Erklärung nicht aus, indem auch bei nachgewiesenermassen dichtem Abschlusse der fraglichen Organe und bei fast trockenem oder selbst etwas überhitztem Dampfe sich Differenzen zwischen dem wirklichen und dem principiellen Dampfverbrauche von ähnlicher Grösse ergeben.

Auch hat man sich den thermischen Einfluss der Cylinderwand in der Hauptsache nicht etwa als Wärmedurchgang von innen nach aussen vorzustellen. Denn der Betrag eines solchen Wärmeverlustes an die Umgebung kann nach Analogie von Erfahrungen mit gut umhüllten gusseisernen Dampfleitungsröhren zu durchschnittlich wenig mehr, als 1,5 Kgr. pro Quadratm. innerer Oberfläche stündlich condensirten Dampfes geschätzt werden, und sofern ein Dampfcylinder von 1 Quadratmeter Wandfläche einer Maschine von etwa 20 Pferdestärken mit $20 \cdot 15 = 300$ Kgr. stündlichem Dampfverbrauch entsprechen könnte, würde diese Wärmeabgabe nach aussen einen Dampfverlust von nur 0,5 $^0/_0$, voraussichtlich selbst in sehr ungünstigen Fällen von nicht über 1 $^0/_0$ zur Folge haben.

Die nach heutiger Vorstellung richtige Erklärung, begründet vor Allem durch Versuche Hirn's und seiner Mitarbeiter, ist folgende. Der in den Cylinder mit der Temperatur t_1 strömende Dampf kommt hier in Berührung mit eisernen Wänden von vielmal grösserer Masse, welche vorher mit ausströmendem Dampfe von kleinerer Temperatur t_2 in Berührung waren und deshalb eine Temperatur angenommen hatten, welche, nach aussen zunehmend, in den innersten Oberflächenschichten nur wenig $> t_2$ ist. In Folge dessen wird Wärme vom einströmenden Dampfe an die Cylinderwand abgegeben, während eine entsprechende Dampfmenge zu Wasser condensirt wird, welches an der Wand haftet. Dieser Wärmeübergang findet fast ohne Widerstand statt, indem der vom condensirten Dampfe erfüllt gewesene Raum sofort von anderem Dampfe wieder eingenommen wird, welcher seinerseits an der Wand condensirt wird u. s. f. Unter diesen Umständen nimmt die innerste unendlich dünne Wandschicht eine Temperatur an, welche kaum $< t_1$ ist; durch die Wand hindurch

nach aussen nimmt dann die Temperatur mehr und mehr mit abnehmendem Wärmegefälle ab. Ist die Dampfeinströmung zu Ende und beginnt die Expansion, so wird zunächst die Wärmeabgabe vom Dampf an die Cylinderwand noch andauern, indem zu der betreffenden Wandfläche in Folge der Bewegung des Kolbens immer neue ringförmige Flächentheile hinzukommen, welche zuvor mit dem ausströmenden weniger warmen Vorderdampfe in Berührung waren. Bei einigermassen beträchtlicher Expansion und entsprechender Temperaturabnahme wird aber alsbald eine umgekehrte Wärmebewegung von der Cylinderwand zum Dampf beginnen können, welche in Folge theilweiser Verdampfung des Wasserbeschlags auf der ersteren wieder fast ohne Uebergangswiderstand vonstatten geht, also der Temperatur der innersten Wandschicht beständig mit der abnehmenden Dampftemperatur ohne in Betracht kommende Differenz Schritt zu halten gestattet. Indessen wird doch zu Ende des Kolbenhubes in der Regel nur erst ein Theil der Wärme, die vom einströmenden Dampfe an die Wand übergegangen war, jenem wieder zurückgegeben, und somit auch nur theilweise der dabei entstandene Wasserbeschlag durch Verdampfung wieder verschwunden sein, um so mehr, als auch das bei der Expansion im Innern der ganzen Dampfmasse nebelförmig ausgeschiedene Wasser zum Theil an die Wände gelangen und daselbst haften bleiben kann, sowie auch schon das Wasser, welches der mit heftiger Bewegung eingeströmte Dampf mit sich geführt haben mochte, grossentheils an den Wänden sich ablagern musste. Wenn aber nun bei rückgängiger Kolbenbewegung die Dampftemperatur $= t_2$ wird, erfolgt verhältnissmässig schnell die Verdampfung des an den Wänden noch vorhandenen Wassers durch von ihnen nach innen abgegebene Wärme. Sobald alles Wasser verdampft ist, was, wie sich annehmen lässt, meistens schon vor dem Ende der Ausströmung des Vorderdampfes der Fall sein wird, kann ein weiterer Wärmeübergang von der Cylinderwand zum Dampf nur sehr langsam und in Folge eines erheblichen Temperaturüberschusses an der inneren Wandfläche stattfinden. Bei Beginn der Compression des Vorderdampfes wird vermuthlich nur noch solches Wasser vorhanden sein, welches, bei der Expansion durch Condensation aus Dampf entstanden, in kleinen Theilchen in demselben schwebt, und man wird voraussichtlich wenig mit der Annahme irren, dass dieses Wasser durch die Compression gerade verdampft wird, dass also zu Ende der Compression der Dampf ohne Wasserbeschlag auf den Wänden gerade trocken und gesättigt ist. In welchem Sinne bei dieser Compression der vermuthlich nur unbedeutende Wärmeaustausch stattfindet, ist ohne Zweifel von den Umständen (Compressionsgrad, even-

tuelle Heizung des Cylinders von aussen mit Kesseldampf u. s. w.) abhängig; im Allgemeinen kann die anfangs noch fortdauernde Wärmebewegung von der Wand zum Dampf schon während der Compression umgekehrt werden.

Die Cylinderwand hat somit den nachtheiligen Einfluss, dass sie den Uebergang von Wärme aus dem Kessel in den Condensator. bezw. in die Atmosphäre vermittelt ohne dass diese Wärme Gelegenheit fände, durch Expansion theilweise in Nutzarbeit umgesetzt zu werden; denn die bei der Einströmung an den Cylinder abgegebene Wärme wird grossentheils erst dann durch Verdampfung von Wasser wieder zurückgegeben, wenn der dadurch gebildete Dampf als Vorderdampf ohne nützliche Arbeit im Ausströmen begriffen ist. Auch was denjenigen Theil des Wasserbeschlages betrifft, welcher schon während der Expansionsperiode wieder verdampft, so erfolgt doch diese Verdampfung bei niederer Temperatur, als bei welcher der Niederschlag stattgefunden hatte, entsprechend einem Verlust an ausnutzbarem Temperaturgefälle.

Zur Verminderung dieses nachtheiligen Einflusses der Metallwände können hauptsächlich folgende Mittel in Frage kommen:

1. Heizung des Cylinders von aussen durch Kesseldampf mit Hülfe eines sogenannten Dampfmantels,

2. Dampfwirkung in mehr als einem Cylinder nacheinander,

3. thunlichste Verkürzung der Dampfcanäle, und namentlich Anordnung besonderer Canäle nur für die Einströmung und nur für die Ausströmung des Dampfes an jeder Seite des Cylinders,

4. grosse Kolbengeschwindigkeit,

5. Beimischung von Luft zum Betriebsdampfe.

Zur Prüfung der Wirksamkeit dieser Hülfsmittel, besonders des an erster Stelle genannten, mögen die Umstände noch etwas eingehender erörtert werden, unter welchen der in Rede stehende nachtheilige Wärmeaustausch stattfindet. Zunächst ist zu bemerken, dass die mittlere Temperatur der Cylinderwand nur zwischen sehr engen Grenzen schwanken kann. Ist nämlich z. B. bei dem Durchmesser d des Cylinders seine Länge $= 2d$, Wanddicke $= \delta$ bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit, so ist sein Gewicht mit Berücksichtigung des Kolbens, doch ohne Rücksicht auf die Dampfcanäle ungefähr

$$= 7500\left(4\frac{\pi d^2}{4} + \pi d \cdot 2d\right)\delta = 22500\,\pi d^2\delta \text{ Kgr.}$$

zu setzen, dagegen das Gewicht seiner vollen Füllung mit gesättigtem Dampf vom Drucke p_1 (spec. Gewicht γ_1)

$$= \gamma_1 \frac{\pi d^2}{4} \cdot 2d = \gamma_1 \frac{\pi d^3}{2}.$$

Würde diese ganze Dampfmasse zu Wasser von der Temperatur t_1 an der Wand condensirt, so würde die dadurch frei werdende Wärme eine Temperaturerhöhung x des Cylinders bewirken können, welche, die specifische Wärme des Eisens = 0,12 angenommen, auf Grund bekannter Bedeutung des Buchstabens r durch die Gleichung bestimmt ist:

$$22500\,\pi d^2 \delta \cdot 0{,}12\,x = \gamma_1 \frac{\pi d^3}{2} r_1.$$

Daraus folgt

$$x = \frac{\gamma_1 r_1}{5400} \frac{d}{\delta}$$

und mit $\frac{d}{\delta}$ etwa = 20:

$$x = \frac{\gamma_1 r_1}{270},$$

z. B. für $p_1 = 5$ Atm., $\gamma_1 = 2{,}75$, $r_1 = 499$: $x = 5^0$ C. sehr nahe. Würde den durchschnittlichen Verhältnissen besser entsprechend eine Füllung = 0,5 und ein Dampfverlust durch Condensation an der Cylinderwand von 40 $^0/_0$ angenommen, so ergäbe sich

$$x = 5 . 0{,}5 . 0{,}4 = 1^0.$$

Weil nun aber die periodische Temperaturschwankung der innersten Wandschicht

$= t_1 - t_2$ ist, z. B. mit $p_1 = 5$, $p_2 = 0{,}13 - 0{,}14$ Atm. $= 152 - 52 = 100^0$,

so können sich diese Temperaturschwankungen mit einigermassen erheblicher Grösse nur bis zu verhältnissmässig kleiner Tiefe in die Wand hinein erstrecken.

Eine andere Vorbemerkung ist Folgende. Eine eiserne Wand komme abwechselungsweise mit gesättigtem Dampf von der Temperatur t_1 und von der kleineren Temperatur t_2 in Berührung. Während einer solchen Berührungszeit mit dem wärmeren Dampf seien G_1 Kgr. desselben an ihr condensirt worden, indem die entsprechende Condensationswärme $G_1 r_1$ an die Wand überging. Wenn dann die letztere durch Vermittlung des an ihr haftenden Wasserbeschlages = G_1 Kgr. mit dem Dampf von der Temperatur t_2 in Berührung kommt, so kann man sich vorstellen, dass zunächst dieses vorher niedergeschlagene Wasser von der Temperatur t_1 in Wasser und Dampf von der Temperatur t_2 zerfällt, indem ein gewisser

Theil $= G_1 - G_2$ desselben verdampft wird auf Kosten des der Temperaturdifferenz $t_1 - t_2$ entsprechenden Antheils an vorhandener Flüssigkeitswärme. Sofern der Ersatz des vorher angrenzenden Dampfes von der Temperatur t_1 (Druck $= p_1$) durch Dampf von der Temperatur t_2 (Druck $= p_2$) eine gewisse Zeit erfordert, wird auch die Verdampfung jener $G_1 - G_2$ Kgr. des Wasserbeschlages schon bei einem von p_1 bis p_2 abnehmenden Druck und bei einer von t_1 bis t_2 abnehmenden Temperatur des angrenzenden Dampfes beginnen können, so dass dem Vorgange streng genommen die Gleichung entspricht:

$$G_1 q_1 - G_2 q_2 = (G_1 - G_2) Q \ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

unter Q die sogenannte Gesammtwärme ($= 606{,}5 + 0{,}305\,t$) gesättigten Wasserdampfes für eine gewisse mittlere Temperatur t zwischen t_1 und t_2 verstanden. Indessen macht es wenig Unterschied, wenn so gerechnet wird, als ob die Temperatur des angrenzenden Dampfes plötzlich von t_1 in t_2 überginge, so dass die Verdampfung jener $G_1 - G_2$ Kgr. Wasser lediglich unter dem Drucke p_2 bei der Temperatur t_2 stattfindet. Indem in Gl. (1) entsprechend Q durch

$$Q_2 = 606{,}5 + 0{;}305\, t_2$$

ersetzt wird, folgt daraus das Gewichtsverhältniss des übrig gebliebenen und des vorhanden gewesenen Wasserbeschlags:

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{Q_2 - q_1}{Q_2 - q_2} = \frac{r_1 - (Q_1 - Q_2)}{r_2} \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Zur Verdampfung dieser übrig gebliebenen G_2 Kgr. Wasser während der Berührung mit Dampf von derselben Temperatur t_2 müsste die Wand eine Wärmemenge $= G_2 r_2$ hergeben, und das Verhältniss derselben zu der an die Wand vorher übergegangenen Wärme ist nach (2):

$$\frac{G_2 r_2}{G_1 r_1} = 1 - \frac{Q_1 - Q_2}{r_1} = 1 - 0{,}305 \frac{t_1 - t_2}{r_1} \ldots\ldots\ldots (3).$$

Indem es < 1 ist, würde daraus eine Wärmezunahme in der Wand folgen, wenn sie auf der anderen Seite gegen Wärmeübergänge geschützt wäre. Indem aber unter solchen Umständen, wie sie bei Dampfmaschinen vorkommen, das fragliche Verhältniss nur wenig < 1 ist,

z. B. für $p_1 = 5$ Atm. ($t_1 = 152{,}2$ und $r_1 = 499{,}2$)
und $p_2 = 0{,}2$ Atm. ($t_2 = 60{,}4$)

$$\frac{G_2 r_2}{G_1 r_1} = 0{,}944$$

gefunden wird, und indem auch noch etwas Wasser zu verdampfen sein kann, welches ohne Wärmeabgabe an die Wand sich an ihr abgelagert

hatte (Feuchtigkeit des vom Kessel kommenden Dampfes, Wasserausscheidung bei der Expansion), so wird man wenig irren mit der Annahme, dass der periodische Wasserniederschlag an der inneren Cylinderwand einer Dampfmaschine gerade ausreichend ist, um den im periodischen Beharrungszustande erforderlichen Wiederaustritt der jeweils zuvor bei der Condensation eingedrungenen Wärme durch seine Verdampfung zu vermitteln, dass also unter normalen Umständen auch ohne besondere Vorkehrungen zu entsprechender Ableitung weder eine Ansammlung von Wärme in, noch von Wasser an der Cylinderwand stattfindet. Bei einem Cylinder mit Dampfmantel kann dann die von aussen (in Folge entsprechender Condensation, also fast ohne Temperaturgefälle) an die Cylinderwand übergehende Wärme an den Dampf im Innern nicht durch Verdampfung von Wasser, also nur in Folge eines grösseren Temperaturgefälles an der inneren Wandfläche übergehen.

Zur Gewinnung einer anschaulichen Vorstellung von dem verschiedenen Verhalten eines ungeheizten, aber gegen Wärmeverluste nach aussen geschützten, und eines durch Dampfmantel mit Kesseldampf geheizten Cylinders werde nun zunächst, um Verwicklungen möglichst auszuschliessen, ein Cylinderdeckel oder ein dicht am Ende des Cylinders befindliches ringförmiges Wandelement in Betracht gezogen, welches bei einem Hin- und Hergange des Kolbens der Reihe nach mit dem einströmenden, dem expandirenden und beim Kolbenrückgange mit dem ausströmenden Dampfe in Berührung kommt, indem die Compression des Vorderdampfes als untergeordnet für die in Rede stehende Vergleichung ausser Betracht bleiben mag.

Fig. 80.

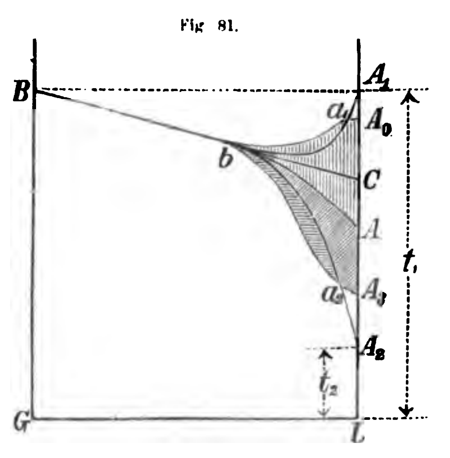
Ist der Cylinder ungeheizt und an seiner äussern Oberfläche undurchlässig für Wärme, so behalten die äusseren Wandschichten beständig dieselbe zwischen t_1 und t_2, den Temperaturen des ein- und ausströmenden Dampfes, liegende Temperatur, welche für die übrigen, periodisch wärmeren und weniger warmen Schichten als mittlere Temperatur zu betrachten ist. Sie ist in Figur 80, einem Normalschnitte der Wand (GB ihrer Aussen-.

LC ihrer Innenfläche entsprechend), durch die von der Grundlinie $GL =$ der Wanddicke an aufgetragenen gleichen Ordinaten $GB = LC$ dargestellt. Zu Ende der Ausströmung des Dampfes, welcher mit diesem Wandstücke in Berührung war, ist dann die Temperaturvertheilung in den verschiedenen Schichten desselben durch eine gewisse, von B aus mit der Geraden BC bis zu einer gewissen Stelle b zusammenfallende, dann nach oben convexe Curve BA_2 darzustellen, wenn $LA_2 = t_2$ ist. Kommt jetzt beim Hubwechsel des Kolbens der einströmende Dampf mit dem betreffenden Wandstücke in Berührung, so steigt die Temperatur seiner innersten Schicht von t_2 fast plötzlich auf t_1, der Anfangspunkt der Temperaturvertheilungscurve von A_2 bis A_1 ($LA_1 = t_1$), wo er während der Einströmung bleibt. Die Curve selbst, welche anfangs von A_1 bis zu einem nächst A_2 gelegenen Punkte von A_2B (einem an der Innenfläche fast unendlich grossen Temperaturgefälle entsprechend) sich erstreckte und dann mit A_2B zusammenfiel, hebt sich für die inneren Wandschichten allmählich und habe zu Ende der Einströmung die in der Figur zunächst nach unten convex, dann geradlinig gezeichnete Form A_1a_1bB angenommen; die Fläche zwischen den Curven A_2B und A_1B entspricht der an die Wand hierbei übergegangenen Wärme. Selbst diese Curve A_1B ist zunächst A_1 noch so stark gegen die Grundlinie GL geneigt, ein so grosses Wärmegefälle in den inneren Schichten bedeutend, dass die entsprechende Wärmebewegung von innen nach aussen auch während des grössten Theils der Expansionsperiode noch fortdauert, trotzdem dass während derselben mit der Temperatur des Dampfes auch die der innersten Wandschicht stetig abnimmt, entsprechend einer Bewegung des Anfangspunktes der Temperaturvertheilungscurve von A_1 in der Richtung gegen A_2. Erst, wenn die Dampftemperatur $= LA_0$ geworden ist, höre der Wärmeübergang an die Wand auf; ist dann die Temperaturcurve in A_0B übergegangen (die Gerade LA_0 in A_0 rechtwinklig treffend), so entspricht die Fläche zwischen A_1B und A_0B (der Ueberschuss der Fläche unter A_0B über die unter A_1B in Fig. 80) der bei der Expansion noch an die Wand übergehenden Wärme, während die schraffirte Fläche zwischen A_0B und A_2B die ganze Wärmemenge darstellt, welche periodisch zwischen Dampf und Wand ausgetauscht wird. Ihre Zurückgabe an den Dampf erfolgt zum Theil noch während der Expansion, entsprechend dem vertical schraffirten Flächentheile oberhalb AB, der Temperaturvertheilungscurve beim Hubwechsel, zum grösseren Theil erst bei der rückgängigen Kolbenbewegung, wobei die Temperaturcurve wieder in A_2B übergeht, nachdem ihr Anfangspunkt fast plötzlich von A auf A_2 gesunken war, einem an

der Innenfläche der Wand anfangs sehr grossen Wärmegefälle im Sinne gegen den angrenzenden ausströmenden Dampf hin entsprechend.

Ist aber der Cylinder durch Kesseldampf geheizt, so ist die Temperatur seiner äussersten Oberflächenschicht constant $= t_1$, und es hat hier wegen der beständigen Wärmobewegung einwärts die Temperaturvertheilungscurve einen gegen die Grundlinie GL geneigten, zunächst geradlinigen Verlauf BC, Fig. 81. Gegen C hin entspricht diese Gerade den mittleren Temperaturen der betreffenden Wandschichten; die periodisch wechselnden Temperaturcurven schliessen sich tangential an sie an. Insbesondere entspreche die Curve A_2B auch hier dem Augenblicke, in welchem bei der Dampfausströmung der Wasserbeschlag gerade verdampft ist, welcher Augenblick aber jetzt (siehe die weitere Besprechung der Vorgänge) früher eintritt, als zur Zeit des Kolbenwechsels beim Uebergange von Ausströmung zu Einströmung des Dampfes; diese Curve ist stärker gegen GL geneigt, als in Fig. 80, in Folge durchschnittlich höherer Wandtemperatur. Aus demselben Grunde ist die Curve A_1a_1bB, welche die Temperaturvertheilung zu Ende der Einströmung darstellt, bei A_1 umgekehrt weniger steil, und die Fläche zwischen beiden weniger gross in Folge Annäherung der Anschlussstelle b an die innere Wandfläche. Der bei A_1 weniger steile Verlauf von A_1B bedingt einen schnelleren Uebergang der Temperaturvertheilungscurve in A_0B, der Umkehrung des Wärmeüberganges an der Innenfläche der Wand entsprechend, so dass auch die an letztere bei der Expansion noch übergehende Wärme = der Fläche zwischen A_1B und A_0B hier wesentlich kleiner ist. Im Fortgange der Expansion tritt also eine grössere Wärmemenge, der vertical schraffirten Fläche zwischen A_0B und AB entsprechend, aus der Wand wieder aus, der Expansionsarbeit des Dampfes zugut kommend. Wenn dann aber bei der rückgängigen Kolbenbewegung, wobei A in A_2 abfällt, alles vorher niedergeschlagene Wasser wieder verdampft, die Temperaturvertheilungscurve in A_2a_2bB übergegangen und alle von der Innenfläche aus an die Wand vorher übergegangene Wärme daselbst wieder ausgetreten ist, so muss jetzt ferner

Fig. 81.



auch diejenige Wärme an der Innenfläche austreten, welche während des ganzen Doppelhubes durch die Heizung an der Aussenfläche eintritt. Dieser Austritt kann nur mit wesentlich grösserem Widerstande in Folge einer Temperaturdifferenz von erheblicher Grösse stattfinden, so dass sich der Anfangspunkt der Temperaturcurve über A_2 erhebt und diese Curve zu Ende der rückläufigen Kolbenbewegung etwa in $A_3 a_2 b B$ übergegangen sein mag. Dieser Umstand lässt erwarten, dass der Zeitpunkt, in welchem bei der Temperaturvertheilung $A_2 B$ der Wasserbeschlag an der inneren Wandfläche verdampft ist, noch verhältnissmässig weit vom Ende des rückläufigen Kolbenhubes abliegt, so dass auch aus diesem Grunde das dem Beginne der rückläufigen Wärmebewegung entsprechende Temperaturvertheilungsgesetz $A_0 B$ in der Wand schon bald nach dem Anfange der Expansionsperiode zu vermuthen ist. In Figur 81 wird jetzt die ganze Wärmemenge, welche während eines Doppelhubes aus der Wand an ihrer Innenfläche austritt, dargestellt durch den Ueberschuss der schraffirten über die unschraffirte kleine Fläche $A_2 a_2 A_3$; der Theil dieser Wärme, welcher durch Heizung an der Aussenfläche eingedrungen war, entspricht dem Ueberschusse des horizontal schraffirten Flächentheils über jene kleine Fläche $A_2 a_2 A_3$, so dass die theils vertical, theils schräg schraffirte Fläche $A_0 a_1 b a_2 A_3$ der Wärme entspricht, welche, vermittelt durch abwechselnde Condensation und Wiederverdampfung von Wasser an der inneren Wandfläche ausgetauscht wird. Insbesondere der schräg schraffirte Flächentheil, der Wärme entsprechend, welche erst bei der Dampfausströmung aus der Wand wieder austritt und somit ganz verloren geht, ist hier wesentlich kleiner, als im Falle der Figur 80.

Für mittlere Stellen der cylindrischen Wand sind die Umstände freilich etwas andere und weniger einfache, als für das im Vorstehenden betrachtete Wandelement, welches einem der beiden Deckel oder wenigstens einer Stelle in ihrer unmittelbaren Nachbarschaft entnommen gedacht war; doch wird der Vortheil des Dampfmantels dadurch nicht hinfällig. Es findet nur ein öfterer und von der Stelle des Elements abhängiger Wechsel der thermischen Verhältnisse in kürzeren Intervallen statt. Liegt nämlich ein ringförmiges Wandelement in der Entfernung x von dem Cylinderdeckel, von welchem aus der Kolben einen Doppelhub beginnt, und ist s_1 der Kolbenweg bei der Einströmung des Dampfes, so wird jenes Wandelement während des Doppelhubes zuerst von ausströmendem Dampfe berührt, dann im Falle $x > s_1$ von expandirendem oder im Falle $x < s_1$ zuerst von einströmendem und erst später von expandirendem Dampfe, darauf beim Rückgange des Kolbens von ausströmendem.

endlich im Falle $s - x > s_1$ (s Hublänge) von expandirendem oder im Falle $s - x < s_1$ zuerst von einströmendem und erst später von expandirendem Dampfe. Im Falle

$$s_1 < 0{,}5 \text{ und } s_1 < x < s - s_1$$

kommt das betreffende Wandelement nie mit einströmendem Dampfe in Berührung, in allen Fällen mit Dampf von durchschnittlich um so niederer Temperatur, je näher es der Mitte des Cylinders liegt. Unter diesen Umständen muss die mittlere Temperatur der Cylinderwand von den Enden nach der Mitte hin etwas abnehmen, und zwar um so mehr, je kleiner die Füllung ist; die periodische radiale Wärmebewegung in der Cylinderwand von innen nach aussen und umgekehrt wird von einer untergeordneten longitudinalen Wärmeströmung vorwiegend von den Enden zur Mitte begleitet.

Von der Verwendung überhitzten Dampfes ist auch in der hier in Rede stehenden Beziehung ein wesentlicher Vortheil kaum zu erwarten. Ist der einströmende Dampf vom Drucke p_1 um $t - t_1$ Grad überhitzt, so condensirt er sich an der weniger heissen Wand, nachdem er sich in ihrer unmittelbaren Nähe bis zur Sättigungstemperatur t_1 abgekühlt hat, und diese Temperatur behält der Wasserbeschlag sowohl, wie die innerste Wandschicht, so lange die Einströmung dauert. Die Wärmebewegung in der Wand erfolgt also ebenso, als ob gesättigter Dampf von der Temperatur t_1 eingeströmt wäre. Die Condensation wird zwar insofern langsamer stattfinden, als der Dampf in Berührung mit der Wand, bezw. dem Wasserbeschlage auf derselben immer erst bis t_1 abgekühlt sein muss, bevor er condensirt werden kann; dagegen kann nach dem Schluss der Einströmung die Wiederverdampfung durch aus der Wand zurückströmende Wärme erst später, nämlich erst dann beginnen, wenn die Temperatur der ganzen Dampfmasse im Cylinder unter diese Temperatur t_1, die der Wasserbeschlag bis dahin behält, gesunken ist. —

Was die übrigen der oben angeführten Gesichtspunkte betrifft, von welchen aus eine Verminderung des nachtheiligen thermischen Einflusses der Cylinderwand angestrebt werden kann, so ist zunächst der Erfolg einer Mehrcylindermaschine in dieser Beziehung, d. h. der Dampfwirkung in mehr als einem Cylinder nach einander, durch allgemeine Erwägungen kaum zu beurtheilen. Wesentlich massgebend für den in Rede stehenden thermischen Vorgang sind die Temperaturdifferenz $t_1 - t_2$ des ein- und des ausströmenden Dampfes und die Grösse der Wandfläche. Ist nun bei einer Zweicylindermaschine t_z die Temperatur

in dem Behälter oder Canal zwischen beiden Cylindern, so ist jene massgebende Differenz für den kleinen Cylinder nur $= t_1 - t_x$, für den grossen $= t_x - t_2$, während zugleich bei jenem die abkühlende Wandfläche kleiner ist, als bei der gleichwerthigen Eincylindermaschine. Um aber die Wirkung dieser günstigen Umstände anders, als durch Versuche, sicher zu erkennen, müsste die Gesetzmässigkeit des ganzen Vorganges eingehender erwogen und mathematisch ausgedrückt werden, was erst später in dem den Dampfverbrauch betreffenden Abschnitte wenigstens einigermassen geschehen soll. Die Folgen äusserer Cylinderheizung, wobei immer auch die Condensation im Dampfmantel als Wärmeverbrauch in Anschlag zu bringen ist, sind ausserdem bei Zweicylindermaschinen schwieriger von vornherein zu übersehen; wenn insbesondere auch der grosse Cylinder mit Kesseldampf von der wesentlich höheren Temperatur t_1, als sie im Innern dieses Cylinders vorkommt, geheizt ist, so wird dadurch zwar die Ablagerung von Condensationswasser aus dem einströmenden Dampfe vermuthlich fast ausgeschlossen; je mehr das aber der Fall ist, desto mehr wäre die Heizung dieses Cylinders bei der Expansion oder gar bei der Ausströmung des Dampfes von Nachtheil.

Uebrigens ist der verhältnissmässige Dampfverlust, welcher der Verminderung des Wirkungsgrades durch den in Rede stehenden thermischen Einfluss entspricht, nicht zu verwechseln mit dem schlechtweg sogenannten Dampfverlust, worunter der Ueberschuss des wirklichen über den principiellen Dampfverbrauch verstanden zu werden pflegt, nämlich über denjenigen, welcher ohne die fraglichen Einflüsse stattgefunden hätte. Für diesen Verlust, welcher bei der Bestimmung des voraussichtlichen gesammten Dampfverbrauches einer Maschine von gewissen Abmessungen bei gewisser Betriebsweise in Frage kommt, sind bei einer Zweicylindermaschine nur die Verhältnisse des kleinen Cylinders massgebend, und ist deshalb derselbe jedenfalls kleiner, als bei der im Uebrigen gleichwerthigen Eincylindermaschine.

Zu den Metallwänden, durch welche der in Rede stehende Verlust an mechanischer Leistung der disponiblen Dampfwärme verursacht wird, gehören wesentlich auch die Wandungen der Dampfcanäle zwischen dem Cylinder und den inneren Steuerungskörpern, sofern sie ebenso, wie Cylinder- und Kolbenwand, abwechselungsweise vom heissen und vom abgekühlten Dampfe berührt werden. Letzteres pflegt bei den üblichen Schiebersteuerungen der Fall zu sein, so dass möglichst kleine Länge dieser Canäle, schon zur Verkleinerung des schädlichen Raumes geboten, auch hinsichtlich des thermischen Einflusses vortheilhaft ist. Noch wirk-

samer ist die Anordnung besonderer Canäle nur für die Einströmung und nur für die Ausströmung des Dampfes, wie es am leichtesten die Einrichtung von Ventilsteuerungen mit sich bringt.

Indem endlich die fragliche Wärmebewegung nur mit einer gewissen durch die Umstände bedingten Geschwindigkeit erfolgen kann, ist es selbstverständlich, dass sie in um so geringerem Masse zustande kommt, dass insbesondere an der Cylinderwand ein um so kleinerer Theil des einströmenden Dampfes condensirt werden wird, je weniger Zeit dazu vorhanden, je grösser also die Kolbengeschwindigkeit ist. Die Art, wie jener Theil von dieser Geschwindigkeit abhängt, ist übrigens keine einfache umgekehrte Proportionalität. Von dem Augenblicke an, in welchem jeweils der einströmende Dampf mit der Wand von kleinerer Temperatur an ihrer Innenfläche in Berührung kommt, nimmt das Temperaturgefälle von der innersten zur folgenden elementaren Wandschicht von einem unendlich grossen Werthe an stetig ab, wie oben im Anschlusse an die Figuren 80 und 81 erläutert wurde. Indem somit auch die Wärmeströmung in das Innere der Wand und damit die Zunahme des Wasserbeschlages an der inneren Wandfläche immer langsamer stattfindet, muss dieser Beschlag in geringerem Verhältnisse abnehmen, als die Kolbengeschwindigkeit zunimmt. —

Die Vortheilhaftigkeit der Beimischung von Luft zum Betriebsdampfe ist noch nicht als erfahrungsmässig hinlänglich erwiesen zu erachten, obschon es insbesondere durch Versuche von Osborne Reynolds* festgestellt wurde, dass die Condensationsfähigkeit von gesättigtem Wasserdampf an kälteren Metallwänden durch Mischung desselben mit Luft erheblich vermindert wird. Ihm zufolge soll bis zu solchen Beimischungen von Luft, dass deren Spannung etwa 0,1 der Dampfspannung beträgt, die Condensationsfähigkeit des Dampfes nahe in demselben Verhältnisse abnehmen, wie dieses Spannungsverhältniss zunimmt, darüber hinaus in abnehmendem Grade bis zum Spannungsverhältnisse von Luft und Dampf = 0,3; er nimmt an, dass sich (durch Molekularanziehung) eine Haut von verdichteter Luft auf der Metallfläche bildet, welche als schlechter Wärmeleiter die Abkühlung und Condensation des Dampfes erschwert. Bei der Anwendung auf den Betrieb von Dampfmaschinen könnte die Luft durch eine besondere Compressionspumpe entsprechend verdichtet dem Kesseldampfe in einer möglichst gleichförmige Mischung versprechenden Weise zugeführt oder, bei Voraussetzung ununterbrochener

* Siehe Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1887, S. 284.

Kesselspeisung, von der Speisepumpe mitgesaugt werden. Im einen wie im anderen Falle muss sie zunächst bis zur Spannung des Dampfes comprimirt werden, um in diesen eingeführt werden zu können, worauf sie in ihm sich ausdehnt bis zu einer dem Mischungsverhältnisse entsprechenden kleineren Spannung, um welche dann die Spannung des Gemisches die Dampfspannung übertrifft, abgesehen von dem Einflusse einer Temperaturverschiedenheit beider Bestandtheile; ob durch die Kosten der Luftcompression der Vortheil verminderter Dampfcondensation im Cylinder nicht allzusehr eingeschränkt wird, muss die Erfahrung lehren. Ein resultirender Gewinn ist weniger wahrscheinlich bei Condensationsmaschinen, bei welchen die im Condensator wieder ausgeschiedene Luft das Vacuum in ihm vermindert und von der Luftpumpe zu atmosphärischem Drucke verdichtet werden muss, als bei Auspuffmaschinen, bei welchen die zugemischte Luft als Bestandtheil des mit atmosphärischer Spannung entweichenden Gemisches für sich allein eine viel kleinere Spannung hat.

§. 84. Calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen.

Der näheren theoretischen Untersuchung, insbesondere auch der numerischen Bestimmung des im vorigen Paragraph im Allgemeinen besprochenen Wärmeaustausches zwischen dem Dampfe in den verschiedenen Perioden seiner Wirkung in der Maschine und den ihn dabei einschliessenden eisernen Wänden stellen sich selbst dann, wenn die betreffenden Constanten bezüglich der Wärmeleitung im Eisen und des Ueberganges der Wärme aus ihm in den Dampf und umgekehrt zuverlässiger bekannt wären, als es thatsächlich der Fall ist, so erhebliche Schwierigkeiten entgegen in Folge der Mannichfaltigkeit von Umständen, welche dabei berücksichtigt werden müssen, dass eine Ergänzung und Controle durch Versuche mit Dampfmaschinen im Betriebe unerlässlich ist. Die Methode solcher sogenannten calorimetrischen Untersuchung, vielfach angewendet von Hirn und seiner Schule, werde hier in allgemeiner mathematischer Form erläutert bei Voraussetzung einer Eincylindermaschine mit Condensation und eines so guten Zustandes derselben, dass von Dampflässigkeit des Kolbens und der Steuerungsorgane abzusehen ist.* Es sollen dabei die folgenden Buchstabenbezeichnungen

* F. Grashof, calorimetrische Untersuchung der Dampfmaschinen. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1883, S. 161; Ernst A. Brauer, die gegenwärtige Richtung der Dampfmaschinentheorie und ihre experimentelle Begründung, ebendaselbst S. 649.

gebraucht werden mit Verwendung der Ziffern 0, 1, 2, 3 als Indices zur Bezeichnung solcher Grössen, welche bezw. das Ende der Compression, den Anfang und das Ende der Expansion, sowie den Anfang der Compression betreffen, ferner der Buchstaben *a*, *b*, *c*, *d* als Indices zur Bezeichnung von Grössen für die zwischen jene vier ausgezeichnete Kolbenstellungen fallenden Perioden, so dass sich ein Index *a* auf die Einströmungsperiode (0—1), *b* auf die Expansions-, *c* auf die Ausströmungs-, *d* auf die Compressionsperiode bezieht. Hiernach seien bei Voraussetzung von Meter, Kilogramm und 1^0 Celsius, sowie der entsprechenden Calorie als zugrundeliegenden Einheiten:

V_0, V_1, V_2, V_3 bezw. die zu Ende der Compression, zu Anfang und zu Ende der Expansion, sowie zu Anfang der Compression im Cylinder auf der betreffenden Kolbenseite abgesperrten Dampfvolumina, von welchen V_0 mit Rücksicht auf die Voreinströmung etwas grösser, als der schädliche Raum, V_2 mit Rücksicht auf die Vorausströmung etwas kleiner ist, als die Summe des schädlichen Raumes und des ganzen Hubvolumens,

L_a, L_b, L_c, L_d die Wärmewerthe bezw. der Volldruckarbeit, der Expansionsarbeit, der Auspuffarbeit und der Compressionsarbeit.

Für die Zustände des Dampfes in den durch die Indices bezeichneten Kolbenstellungen seien:

q_0, q_1, q_2, q_3 die specifischen Flüssigkeitswärmen,

ϱ_0, ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 die specifischen inneren Verdampfungswärmen,

γ_0, γ_1, γ_2, γ_3 die specifischen Gewichte gesättigten (trockenen) Dampfes,

y_0, y_1, y_2, y_3 die verhältnissmässigen Dampfmengen, d. h. die Verhältnisse des auf der betreffenden Kolbenseite im Cylinder befindlichen Gewichtes an wirklichem Dampf zum Gesammtgewichte des Dampf- und Flüssigkeitsgemisches.

Den Condensator betreffend seien noch:

q_4, q_c, q_e die specifischen Flüssigkeitswärmen bezw. des durch die Condensation des Dampfes entstehenden Wassers, des zufliessenden und des abfliessenden Kühlwassers; im Falle eines Mischungscondensators ist dabei $q_e = q_4$ (= der Flüssigkeitswärme, welche der im Condensator herrschenden Temperatur entspricht), bei einem Oberflächencondensator ist $q_e < q_4$.

Den Kessel betreffend sei:

q die dem Druck in ihm entsprechende specifische Flüssigkeitswärme,

r die entsprechende specifische Verdampfungswärme $= \varrho + Ap\Delta$ (Summe von innerer und äusserer spec. Verdampfungswärme),

y der Dampfgehalt in 1 Kgr. des aus dem Kessel entweichenden Gemisches.

Von Gewichten, alle auf einen einfachen Kolbenhub bezogen, kommen in Betracht:

G das Gewicht des in den Cylinder gelangenden Dampf- und Wassergemisches,

G_0 das Gewicht des jeweils im Raume V_0 befindlichen, gemäss vorigem Paragraph als trocken und gesättigt vorausgesetzten Dampfes ($y_0 = 1$), so dass

$G + G_0$ das Gewicht des Dampf- und Wassergemisches ist, welches sich nach vollendeter Einströmung auf der betreffenden Kolbenseite im Cylinder mit zugehörigem Dampfcanal abgesperrt befindet,

G_s das Gewicht des Kesselspeisewassers,

G_m das Gewicht des ev. im Dampfmantel entstehenden Condensationswassers,

G_r das Gewicht des in der Leitungsröhre vom Kessel zur Maschine ausgeschiedenen Condensationswassers,

G_c das Gewicht des für den Condensator verbrauchten Kühlwassers.

Bezüglich der gesuchten Grössen sei schliesslich:

Q_a die Wärme, welche bei der Einströmung,

Q_b diejenige, welche bei der Expansion vom Dampf an den Cylinder übergeht,

Q_c die Wärme, welche bei der Ausströmung,

Q_d diejenige, welche bei der Compression vom Cylinder an den Dampf zurückgegeben wird. Von diesen Grössen können Q_b und Q_d auch negativ sein, d. h. einer vorwiegend umgekehrten Wärmebewegung entsprechen.

Was ausser den zuletzt genannten Grössen, deren Ermittelung durch die in Rede stehende Untersuchung bezweckt wird, die übrigen betrifft, deren Werthe dazu (ausser einigen weiteren, demnächst noch zu erwähnenden) bekannt sein müssen, so sind

$$V_0 \qquad V_1 \qquad V_2 \qquad V_3$$

durch die Dimensionen des Cylinders mit zugehörigen Dampfcanälen und durch die Verhältnisse der Steuerung bestimmt, deren mittlerer Einfluss auf diese Volumina aus der mittleren Gestalt des von jeder Seite des Cylinders abzunehmenden Indikatordiagrammes (Bd. II, §. 190) erkannt werden kann. Diesem Diagramme sind auch die Grössen

$$L_a \qquad L_b \qquad L_c \qquad L_d$$

zu entnehmen, und indem dasselbe die Spannungen in den durch die

Indices 0, 1, 2, 3 bezeichneten Kolbenstellungen anzeigt, findet man die entsprechenden Werthe von

$$q_0, \varrho_0, \gamma_0 \qquad q_1, \varrho_1, \gamma_1 \qquad q_2, \varrho_2, \gamma_2 \qquad q_3, \varrho_3, \gamma_3$$

aus der Tabelle (Bd. I, §. 29) thermodynamischer Grössen für gesättigten Wasserdampf. Durch Messung der betreffenden Temperaturen ergeben sich ebenso:

$$q_4 \qquad q_c \qquad q_e$$

und durch Messung des Dampfdrucks im Kessel:

$$q \text{ und } r = \varrho + Ap\Delta,$$

während y durch die im §. 73 besprochenen Methoden gefunden werden kann, wenn nicht mit Rücksicht auf die Mängel derselben eine schätzungsweise Annahme dieser unter normalen Umständen der Einheit vermuthlich sehr nahe kommenden Grösse vorgezogen wird. Durch Messung oder Wägung lassen sich, falls die unterschiedenen Condensationswassermengen für eine beobachtete Zahl von Hüben getrennt gesammelt werden,

$$G_s \qquad G_m \qquad G_r \qquad G_c \qquad G$$

ermitteln, insbesondere G im Falle eines Flächencondensators als Gewicht des von der Warmwasserpumpe pro Hub des Dampfkolbens aus dem Condensator geförderten Wassers, im Falle eines Mischungscondensators als Ueberschuss dieses Gewichtes über G_c. (Bei einer Auspuffmaschine wäre $G = G_s - G_m - G_r$ zu setzen oder nach Schätzung etwas kleiner wegen kaum ganz zu vermeidender Dampflässigkeit der Leitungsröhre.) Wenn endlich die jeweiligen Wasservolumina des als stets gesättigt vorausgesetzten und im Allgemeinen feuchten Dampfes gegen die viel grösseren Dampf- oder Gesammtvolumina vernachlässigt werden, so können jetzt die Grössen

$$G_0 \qquad y_1 \qquad y_2 \qquad y_3$$

nach der Annahme $y_0 = 1$ aus den folgenden mit Rücksicht auf die Bedeutungen der betreffenden Buchstaben ohne Weiteres verständlichen Gleichungen gefunden werden:

$$G_0 = V_0\gamma_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$(G + G_0)y_1 = V_1\gamma_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

$$(G + G_0)y_2 = V_2\gamma_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

$$G_0 y_3 = V_3\gamma_3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4).$$

Was nun die gesuchten Grössen

$$Q_a \qquad Q_b \qquad Q_c \qquad Q_d$$

betrifft, so ergeben sie sich aus den Gleichungen des Arbeitsvermögens für die unterschiedenen vier Wirkungsperioden des Dampf- und Wasser-

gemisches, durch welche Gleichungen für jede dieser Perioden die Zunahme des Arbeitsvermögens fraglichen Gemisches gleich gesetzt wird der algebraischen Summe der Arbeiten der auf dasselbe einwirkenden äusseren Kräfte und der Arbeitswerthe der von aussen mitgetheilten Wärmemengen. Das Arbeitsvermögen besteht aus innerem Arbeitsvermögen und aus lebendiger Kraft (äusserem freiem Arbeitsvermögen); doch kann die letztere hier ohne in Betracht kommenden Fehler unberücksichtigt bleiben. Wenn auch z. B. der Dampf mit einer grossen mittleren Geschwindigkeit von etwa 40 Sekundenmtr. in den Cylinder einströmte, entsprechend einer Geschwindigkeitshöhe von ungefähr 80 Mtr. oder einer lebendigen Kraft von 80 Meterkgr. pro 1 Kgr. Dampf, und wenn diese lebendige Kraft zu Ende der Volldruckperiode noch vollständig als solche vorhanden wäre (entsprechend heftigen Wirbelbewegungen des Dampfes, in welche seine strömende Bewegung im Cylinder übergeht), so betrüge doch ihr Wärmewerth noch nicht 0,5 Procent vom Wärmewerthe der Volldruckarbeit von 1 Kgr. Dampf oder von der äusseren Verdampfungswärme, welche für Dampfspannungen von 2 bis 10 Atm. (siehe die Werthe von $Ap\Delta$ in der Tabelle, Bd. I, §. 29) = 42 bis 46 ist, so dass mit dem Mittelwerthe 44 das fragliche Verhältniss in der That nur

$$= \frac{80}{424 \cdot 44} = \frac{1}{233}$$

gefunden würde. Die höchste Genauigkeit, mit welcher die Grösse der Volldruckarbeit dem Indikatordiagramm entnommen werden kann, ist aber viel kleiner, so dass die Berücksichtigung der lebendigen Kraft nicht geboten ist. Bei ihrer Vernachlässigung ist durch die für jede der vier Perioden aufzustellende Gleichung, wenn sie mit dem Wärmewerthe A der Arbeitseinheit multiplicirt gedacht wird, auszudrücken, dass der Zuwachs an Wärmegehalt (Wärmewerth des inneren Arbeitsvermögens) gleich ist der algebraischen Summe der als Wärme gemessenen Arbeiten äusserer Kräfte und der von aussen mitgetheilten Wärmemengen. Der Wärmegehalt ist dabei, wie üblich, als Ueberschuss über denselben im Zustande flüssigen Wassers von 0^0 Celsius verstanden.

Während der Volldruckperiode nimmt der Wärmegehalt der G Kgr. einströmenden feuchten Dampfes auf dem Wege vom Kessel in den Cylinder und der mit jenen sich mischenden, im Cylinder schon vorhanden gewesenen G_0 Kgr. Dampf zusammen zu um:

$$(G + G_0)(q_1 + y_1 \varrho_1) - G(q + y \varrho) - G_0(q_0 + \varrho_0).$$

Die Summe der Wärmewerthe der Arbeiten der dabei auf diesen Dampf

wirkenden äusseren Kräfte, nämlich der positiven Arbeit des Kesseldrucks und der negativen des Kolbendrucks, ist:

$$G A p (w + y \Delta) - L_a,$$

unter w das specifische Volumen des Wassers verstanden, welches aber in Vergleich mit dem specifischen Volumen $w + y \Delta$ des Gemisches so klein ist, dass dafür

$$G y \cdot A p \Delta - L_a$$

gesetzt werden darf. Die mitgetheilte Wärme ist negativ, bestehend aus einem Wärmeverlust durch Abkühlung in der Leitungsröhre, welcher mit Q_r bezeichnet sei, und aus der an den Cylinder abgegebenen Wärme Q_a. Wegen

$$\varrho + A p \Delta = r$$

ist also die fragliche Gleichung für diese Periode:

$$(G + G_0)(q_1 + y_1 \varrho_1) - G(q + yr) - G_0(q_0 + \varrho_0) = -L_a - Q_r - Q_a \quad . \text{ I.*}$$

Der Abkühlungsverlust Q_r ist bestimmt durch das Condensationswassergewicht G_r und durch die Temperatur t'', bei welcher im Durchschnitt diese Condensation stattfindet und welche dem arithmetischen Mittel der Temperaturen t und t' am Anfang und am Ende der Leitungsröhre gleich gesetzt werden kann. Die entsprechende Condensationswärme $G_r r''$ bedeutet zwar einen Wärmeverlust, welcher thatsächlich nicht während einer Einströmungsperiode stattfindet, sondern während eines ganzen Hubes; indessen macht sich der Einfluss auch der bei der Absperrung fortdauernden Abkühlung auf den demnächst einströmenden Dampf in gleicher Weise geltend. Dagegen vertheilt er sich auf die ganze pro Hub dem Kessel entströmende Dampfmenge G_s, so dass bezüglich des hier in Betracht kommenden Dampfgewichtes G zu setzen ist:

$$Q_r = \frac{G}{G_s} G_r r'' \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (5).$$

Dabei liegt die Voraussetzung zugrunde, dass der Dampf ebenso feucht in den Cylinder einströmt, wie er dem Kessel entströmte, eine Annahme, welche sich dadurch umgehen liesse, dass Wasserabscheider (durch die Ablagerung von im Dampfe schwebenden Wassertheilchen an entsprechend angebrachten Metallwänden wirkend) von solcher Wirksamkeit, dass der

---

* Mit Rücksicht auf die als verhältnissmässig sehr klein oben erkannte lebendige Kraft, welche der Dampf im Cylinder am Ende der Volldruckperiode noch besitzt, müssten die Grössen q_1, ϱ_1, y_1 in Gl. I streng genommen auf den Ruhezustand bezogen werden, in welchen der Dampf ohne äussere Einflüsse allmählich überginge, wenn der Kolben im fraglichen Augenblicke sich zu bewegen aufhörte.

Dampf ihnen trocken entströmt, am Anfang und am Ende der Leitungsröhre angebracht werden, etwa A_1 am Anfange derselben (so, dass darin nur das Wasser gesammelt wird, welches als solches aus dem Kessel mitgeführt wurde), A_2 am Ende, und dass dann unter G_r das Gewicht des pro Hub in der Leitungsröhre ausgeschiedenen Wassers einschliesslich des in A_2, aber ausschliesslich des in A_1 ausgeschiedenen verstanden wird. Die vorausgesetzte Wirksamkeit der Abscheider wäre aber nicht weniger unsicher, als die Voraussetzung, welche umgangen werden sollte. Aus der Gleichung I kann Q_a gefunden werden.

Wenn nur am Ende des Zuleitungsrohrs ein so wirksamer Wasserabscheider angeordnet würde, dass der ihm entströmende Dampf als trocken vorauszusetzen ist, so würde durch Messung des Drucks p' dieses Dampfes, wodurch auch die entsprechenden Elemente t' und r' bestimmt sind, die Berücksichtigung einer Abkühlungswärme Q_r zu entbehren sein. Wird dann nämlich die Zustandsänderung des einströmenden Dampfes nicht vom Kessel, sondern von diesem Abscheider an gerechnet, so ist Gl. I zu ersetzen durch:

$$(G + G_0)(q_1 + y_1 \varrho_1) - G(q' + r') - G_0(q_0 + \varrho_0) = -L_a - Q_a \quad . . \text{ I, a.}$$

Abgesehen indessen von der schon erwähnten zweifelhaften Berechtigung des Vertrauens auf die vorausgesetzte Wirksamkeit des Wasserabscheiders, wäre auch in Folge der absatzweisen Bewegung des Dampfes in der Leitungsröhre die hinlänglich zutreffende Messung von p' mit Schwierigkeiten verbunden. Zu Ende der Einströmungsperiode ist die Bewegung in der ganzen Röhre am gleichförmigsten, p' entsprechend $< p$ und etwas grösser, als der gleichzeitige Druck p_1 im Cylinder; nach der Absperrung dauert aber die Strömung des Dampfes in der Leitung zunächst noch fort, er häuft sich am Ende der Röhre zeitweilig an und bewirkt eine Zunahme von p' vielleicht bis p und darüber. Von den Umständen ist es abhängig, welche Grösse p' zu Anfang der neuen Einströmung besitzt; während derselben kann sie von mehr als p bis fast zu p_1 abnehmen.

Für die Expansionsperiode ergiebt sich die aufzustellende Gleichung des Arbeitsvermögens ohne weiteres zu:

$$(G + G_0)(q_2 + y_2 \varrho_2) - (G + G_0)(q_1 + y_1 \varrho_1) = -L_b - Q_b \quad . . \text{ II,}$$

und ist daraus Q_b zu berechnen.

Für die Auspuffperiode hat sich die Gleichung nicht nur auf das Gewicht $G + G_0$ des Gemisches im Cylinder, und zwar bis zum Wasser-

zustande seines Bestandtheils G im Condensator zu beziehen, entsprechend einer Zunahme des Wärmegehaltes

$$= G q_4 + G_0 (q_3 + y_3 \varrho_3) - (G + G_0)(q_2 + y_2 \varrho_2),$$

sondern auch auf das die Condensation bewirkende Kühlwasser, dessen Wärmegehalt dabei um

$$G_c (q_e - q_c)$$

zunimmt. Ebenso besteht die Arbeit äusserer Kräfte nicht nur in derjenigen des Kolbendrucks, dessen Wärmewerth $= L_c$ ist, sondern auch in der Arbeit der Schwere des etwa aus einer Tiefe $= h$ Mtr. in den Condensator (in Folge des kleinen Drucks in ihm) angesaugten Kühlwassers und aus der Arbeit, welche der Atmosphärendruck hierbei auf dasselbe ausübt, zusammen

$$= G_c (b - h),$$

unter b die Wasserbarometerhöhe von ungefähr 10 Mtr. verstanden; ausserdem in der negativen Arbeit des Drucks des Luftpumpenkolbens, bezw. des Kolbens der Warmwasserpumpe. Diese Arbeiten sind indessen verhältnissmässig so unbedeutend, dass es vorzuziehen ist, ihren Einfluss in dem Gliede $G_c (q_e - q_c)$ einzubegreifen und dieses nachträglich durch eine besondere Gleichung zu bestimmen, um so mehr, als kleine Messungsfehler der Temperaturen, welche den Flüssigkeitswärmen q_c und q_e zugrunde liegen, bei der im Vergleich mit G überwiegenden Grösse von G_c so bedeutende Fehler zur Folge haben können, dass es eben auch deshalb vorzuziehen ist, jenes Glied überhaupt nicht durch Messung fraglicher Temperaturen, sondern sammt den darin einbegriffenen untergeordneten Gliedern auf andere Weise zu bestimmen, wie demnächst gezeigt werden wird. Unter diesen Umständen kann dann auch der nur unsicher bestimmbare Wärmeverlust auf dem Wege vom Cylinder zum Condensator in demselben Gliede einbegriffen werden, so dass in der aufzustellenden Gleichung nur noch Q_c als mitgetheilte Wärme zu berücksichtigen bleibt; sie ist dann:

$$G q_4 + G_0 (q_3 + y_3 \varrho_3) - (G + G_0)(q_2 + y_2 \varrho_2) + G_c (q_e - q_c) = L_c + Q_c \quad \text{III.}$$

Q_c ergiebt sich daraus nach der Bestimmung von $G_c (q_e - q_c)$.

Für die Compressionsperiode hat man ohne Weiteres die Gleichung:

$$G_0 (q_0 + \varrho_0) - G_0 (q_3 + y_3 \varrho_3) = L_d + Q_d \quad \ldots\ldots\ldots \text{IV}$$

zur Berechnung von Q_d.

Die Addition der Gleichungen I, II, III, IV ergiebt die Gleichung des Arbeitsvermögens für das Kühlwasser und das im Cylinder wirksame

Dampf- und Wassergemisch für einen ganzen Hub, und zwar, indem sich auf der linken Seite die meisten Glieder aufheben, sowie mit der Bezeichnung

$$L_i = L_a + L_b - L_c - L_d$$

für die indicirte Arbeit des Dampfes pro Hub, in der Form:

$$G q_4 - G(q + yr) + G_c(q_e - q_c) = -L_i - Q_r - Q_a - Q_b + Q_c + Q_d \quad . (6).$$

Nun kann für die ganze Eisenmasse des Cylinders einschliesslich Dampfcanäle, Kolben und Mantel im Falle des Vorhandenseins eines solchen mit Rücksicht auf ihren periodischen Beharrungszustand, bei welchem ihr Wärmezustand nach je einem Hube wieder derselbe wird, die Gleichung des Arbeitsvermögens in der Form aufgestellt werden:

$$0 = Q_a + Q_b - Q_c - Q_d + Q_m - Q_v + Q_k \quad \ldots\ldots (7).$$

Dabei bedeutet Q_m die dieser Eisenmasse pro Hub ev. vom Manteldampfe mitgetheilte, Q_v die unter allen Umständen durch äussere Abkühlung verloren gehende Wärme, Q_k die an die Eisenmasse übergehende Wärme, welche durch die Kolbenreibung bei einem Hube producirt wird, nämlich durch Vermittlung dieser Reibung aus einem kleinen Theile des Arbeitsvermögens hervorgeht, welches vom Dampfdrucke an den Kolben schon übertragen worden war. Durch Addition folgt aus (6) und (7):

$$G(q_4 - q - yr) + G_c(q_e - q_c) = -L_i - Q_r + Q_m - Q_v + Q_k \quad \ldots (8)$$

als Gleichung des Arbeitsvermögens pro Hub für den Cylinder, das darin enthaltene Dampf- und Wassergemisch und das Kühlwasser zusammen. Indem man daraus $G_c(q_e - q_c)$ berechnet, kann es mit Rücksicht auf die untergeordneten Werthe von Q_m, Q_v und Q_k der Fall sein, dass jene Grösse zutreffender gefunden wird, als durch Messung der Temperaturen t_c^1 und t_e mit Berücksichtigung der Umstände (Arbeiten des Atmosphärendrucks und der Schwere des Kühlwassers, sowie Wärmeverlust durch Abkühlung in der Leitung vom Cylinder zum Condensator), deren Einflüsse einbegriffen wurden. Die Controle durch Vergleichung der zweierlei Bestimmungen ist dabei nicht ausgeschlossen.

Was schliesslich die in der Gleichung (8) vorkommenden noch nicht bestimmten Grössen betrifft, so ist

$$Q_m = G_m r' - Q_v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

bei Voraussetzung solcher Anordnungen, dass die Dampftemperatur im Mantelraume = der Temperatur t' am Ende der Dampfleitungsröhre gesetzt werden kann. Es handelt sich dann nur noch um die angenäherte Bestimmung der verhältnissmässig kleinen Grössen Q_v und Q_k.

Q_v kann bei Vorhandensein eines Dampfmantels leicht und sicher dadurch gefunden werden, dass beim Stillstande der Maschine der Mantelraum lange genug mit dem Kessel in Communication erhalten wird, um annehmen zu dürfen, dass die Temperatur der Cylindermasse constant geworden ist, und dass dann die Condensationswassermenge bestimmt wird, welche unter solchen Umständen im Mantelraume während einer gewissen Zeit niedergeschlagen wird. Dieselbe ist als lediglich von der nach aussen abgegebenen Wärme herrührend zu betrachten, entsprechend Gl. (9) mit $Q_m = 0$. Ist ein Dampfmantel nicht vorhanden, so müsste Q_v erfahrungsmässig geschätzt werden je nach der Art, wie der Dampfcylinder mit schlechten Wärmeleitern umgeben ist.

Um über Q_k ein ungefähres Urtheil zu gewinnen, können Versuche dienen, welche Völckers für den Leergang von Dampfmaschinen anstellte. Nachdem er zuvor die Reibungsarbeit der Schwungradwelle besonders bestimmt hatte, ergab sich die Spannungsdifferenz beiderseits vom Kolben, welche zur Ueberwindung der Kolbenreibung (mit Stopfbüchsenreibung der zugehörigen Kolbenstange), sowie der Reibungen des Schubkurbelgetriebes und der Steuerung erforderlich war,

$$= \frac{0,0227}{d} \text{ Atm.},$$

unter d den Cylinderdurchmesser, in Mtr. ausgedrückt, verstanden. Indem nahe die Hälfte davon für die Kolbenreibung in Rechnung gebracht wird, kann bei einer Hublänge $= s$ Mtr.

$$Q_k = \frac{0,011}{d} \cdot 10000 \frac{\pi d^2}{4} s \frac{1}{424} \text{ nahe } = 0,2\, d s \; . \; . \; . \; . \; . \; (10)$$

Cal. geschätzt werden.

§. 85. Abkühlungsverlust und Widerstand der Leitungen. Drosselung.

Der Wärmeverlust durch äussere Abkühlung des Dampfes in dem Leitungsrohre vom Kessel zum Cylinder hat zwar auf die Gestalt des Indikatordiagramms keinen Einfluss, sofern diese Abkühlung bei unveränderter Spannung und Temperatur des Dampfes nur eine Ausscheidung von Condensationswasser zur Folge hat, welches nicht in den Cylinder gelangt. Bei langen Leitungen jedoch, z. B. für den in Kesselanlagen über Tage erzeugten Betriebsdampf unterirdischer Wasserhaltungsmaschinen, kann jener Abkühlungsverlust von erheblichem Einflusse auf die Oekonomie der ganzen Anlage sein, nämlich auf die Dampfmenge, somit die Wärmemenge, vermittels welcher eine gewisse Arbeit gewonnen wird, und er

kommt deshalb neben dem Spannungsabfalle in der Leitungsröhre wesentlich in Betracht, um die vortheilhafteste Weite derselben unter gegebenen Umständen zu bestimmen; je kleiner diese Weite, desto kleiner zwar auch die Oberfläche, also der Wärmeverlust durch Abkühlung, desto grösser aber der Spannungsabfall in Folge grösserer Strömungsgeschwindigkeit des Dampfes und damit wachsenden Widerstandes.

Sorgfältige und umfassende Versuche über den Wärmeverlust durch Abkühlung und den Spannungsabfall in Dampfleitungsröhren als Grundlage zur Beurtheilung der zweckmässigsten Dampfgeschwindigkeit in denselben wurden ausgeführt von R. Nasse, L. Ehrhardt und M. F. Gutermuth an der unterirdischen Wasserhaltungsanlage des Josephaschachtes der königl. Grube Gerhard bei Louisenthal (Saarbrücken).* Die Beobachtungen bezogen sich auf eine gusseiserne Leitungsröhre von 140 Millim. Weite bei 323 Mtr. Länge und auf eine schmiedeeiserne Röhre von 75 Millim. Weite bei 330 Mtr. Länge, durch welche der Betriebsdampf den 239,5 Mtr. unter Tage liegenden Maschinen zugeführt wurde. Die sorgfältige Umhüllung beider Leitungen bestand aus Grünzweig'scher Isolirmasse von 20 Millim. Dicke, umgeben von einer 10 Millim. dicken Filzlage; das Ganze war in Kautschukleinwand mit Draht fest eingewickelt bei besonderem Schutze der Flanschverbindungen.

Um den Wärmeverlust durch Abkühlung vermittels der sich bildenden Condensationswassermengen bei strömendem Dampfe hinlänglich genau zu bestimmen, wäre zur Sicherung eines bestimmten Anfangs- und Endzustandes möglichst vollkommene Entwässerung dieses Dampfes am Anfang und am Ende der Leitung nöthig gewesen. Indem sich aber selbst ein später beschaffter grosser solcher Abscheider nicht wirksam genug erwies, wurde auf Grund der Annahme gleich grossen Abkühlungsverlustes unter übrigens gleichen Umständen bei ruhendem und bei strömendem Dampfe die sich bildende Condensationswassermenge bestimmt, wenn in der einerseits mit dem Kessel communicirenden, aber andrerseits abgesperrten Leitungsröhre die Dampfspannung während der Versuchszeit von 9 bis 18 Stunden auf gleicher Höhe erhalten wurde. Die so für verschiedene Dampfspannungen p (Atmosphären, absolut) und entsprechende Temperaturen t des Dampfes gefundenen Condensationswassermengen pro Stunde und Quadratmeter innerer Wandfläche der Leitungs-

---

* Siehe die betreffende, vom Vereine deutscher Ingenieure preisgekrönte Abhandlung von Gutermuth in der Zeitschrift des Vereins, Jahrgang 1887.

röhre sind unter der Bezeichnung C_1 für die gusseiserne, C_2 für die schmiedeeiserne Leitung, in Kilogr. ausgedrückt, folgende:

$p =$	4	5	6	7
$t =$	144	152,2	159,2	165,3
$C_1 =$	1,03	1,09	1,21	1,33
$C_2 =$	1,10	1,21	1,29	1,35
$t' =$	17,2	18,9	19,8	16,9
$C =$	1,065	1,15	1,25	1,34.

Hinzugefügt sind die betreffenden mittleren Temperaturen t' im Schachte und die Werthe von

$$C = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)$$

behufs theilweiser Ausgleichung des Einflusses von Zufälligkeiten, welcher den für gleiche Dampfspannungen nicht sehr verschiedenen Einzelwerthen C_1 und C_2 anhaften kann. Diese mittleren Werthe C entsprechen nahe der Gleichung:

$$C = 0{,}706 + 0{,}09\,p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

und wenn der Wärmeverlust pro Stunde und Quadratmeter Leitungsfläche

$$Cr = \mu(t - t') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

gesetzt wird, ergiebt sich für

$p =$	4	5	6	7
und $t - t' =$	126,8	133,3	139,4	148,4
$\mu =$	4,24	4,31	4,43	4,42.

Im Mittel ist $\mu = 4{,}35$; und es wächst dieser Coefficient wenigstens nicht so erheblich und gesetzmässig mit der Temperaturdifferenz $t - t'$, dass der Wärmeverlust einer höheren Potenz derselben proportional gesetzt werden müsste.

Die Coefficienten der Gleichungen (1) und (2) hängen übrigens nicht nur von der Beschaffenheit der Rohrumhüllung, sondern auch, wie Gutermuth a. a. O. an Beispielen nachweist, aus kaum erkennbaren Ursachen in solchem Grade von anderen Umständen ab, dass die zuverlässige Bestimmung der Abkühlungsverluste einer bestimmten Dampfleitung nur durch Versuche an ihr selbst geschehen kann.

Die theoretische Bestimmung des Spannungsabfalls in Dampfleitungsröhren (Bd. I, §. 114 und §. 115) erfordert vereinfachende Voraussetzungen von zweifelhafter Berechtigung, um zu praktisch brauchbaren,

genügend einfachen Ergebnissen zu führen. Wenn aber ebenso, wie es bei Wasser- oder Luftleitungen zu geschehen pflegt, die Leitungswiderstandshöhe

$$B = \lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g}$$

gesetzt wird, unter l die Länge, d die Weite der Röhre, und unter u die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in ihr verstanden, so dass mit dem mittleren specifischen Gewicht γ hier des strömenden Dampfes der Spannungsabfall

$$z = B\gamma = \gamma\lambda \frac{l}{d} \frac{u^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

ist, so wurde durch die Versuche von Nasse, Ehrhardt und Gutermuth, insoweit sie zur Berechnung in dieser Hinsicht geeignet waren, die von H. Fischer für nicht allzu grosse z und u schon früher benutzte Formel bestätigt gefunden:

$$z = 0{,}0015\,\gamma \frac{l}{d} u^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

Kilogramm pro Quadratmeter, vorausgesetzt dass u in Sek. Mtr., γ in Kgr. pro Cubikmtr. ausgedrückt ist, während l und d in Metern ausgedrückt seien. Aus

$$\frac{\lambda}{2g} = 0{,}0015 \text{ gemäss (3) und (4)}$$

folgt λ nahe $= 0{,}03$, somit nicht kleiner, als für Wasser. —

Bei mässiger Leitungslänge l, etwa bis 30 Mtr., pflegt die Bestimmung der Weite d an die Forderung geknüpft zu werden, dass die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $u = 30$ bis 40 Sek. Mtr. sein soll. Bei grossen Dampfspannungen p und kleinen zu leitenden Dampfmengen $= G$ Kgr. pro Sek. (beide als Mittelwerthe für die ganze Leitungsröhre verstanden) kann jene Forderung übrigens schon zu unerwünscht grossen Werthen von z führen; besser ist es, auch bei mässigen Leitungslängen u etwa zwischen 20 und 40 Mtr. um so kleiner anzunehmen, je grösser p, je grösser l und je kleiner G ist. Indem nämlich

$$G = \gamma \frac{\pi d^2}{4} u, \text{ also } d = 2\sqrt{\frac{G}{\gamma \pi u}} \quad \ldots \ldots \ldots (5)$$

ist, folgt aus (4):

$$z = 0{,}0015\,\gamma \frac{l u^2}{2} \sqrt{\frac{\gamma \pi u}{G}} = 0{,}00075\, l \sqrt{\frac{\gamma^3 \pi u^5}{G}} \quad \ldots \ldots (6).$$

Handelt es sich z. B. um den Betriebsdampf einer Dampfmaschine von N Pferdestärken, welche 10 Kgr. Dampf pro Pferdest. und Stunde verbraucht,

setzt man also bei Abstraction von dem Dampfverlust durch Abkühlung in der Leitung:

$$G = \frac{10\,N}{3600},$$

so ergiebt sich für z der Ausdruck:

$$z = \varsigma \frac{l}{\sqrt{N}} \text{ mit } \varsigma = 0{,}0252 \sqrt{\gamma^3 u^6} \ldots\ldots\ldots (7),$$

und man findet z. B.

	für $p =$ 2,5	5	10 Atm.
und für $u = 30 : \varsigma =$	213	566	1503
und für $u = 40 : \varsigma =$	438	1163	3085

Insbesondere z. B. für $p = 10$, $u = 30$, $l = 30$, $N = 100$ wäre

$$z = 1503 \frac{30}{10} = 4509 \text{ Kgr. pro Quadratm.}$$

$$= 0{,}45 \text{ moderne Atmosphären,}$$

gerechnet zu 1 Kgr. pro Quadratcentim. Für $N = 25$ wäre unter sonst gleichen Umständen $z = 0{,}9$ Atm. Bei der Annahme $u = 40$ wäre aber in beiden Fällen z mehr als doppelt so gross gefunden worden.

Die Durchmesser längerer Leitungsröhren sind mit Rücksicht auf die Betriebserfordernisse von der am wenigsten nachtheiligen Gesammtwirkung des Dampfverlustes durch äussere Abkühlung und des Spannungsverlustes in Folge des Leitungswiderstandes abhängig zu machen. (Siehe Gutermuth a. a. O.) Wenn insbesondere das am Ende der Röhre von der Länge l pro Sek. erforderliche Dampfgewicht G_2 und der daselbst nöthige Druck p_2 gegeben sind, so ist bei ausserdem vorgeschriebener Kesselspannung p_1 damit auch der Spannungsabfall z bestimmt, somit der mittlere Druck p in der Röhre mit den entsprechenden Werthen von t, γ und r (spec. Verdampfungswärme). Nach (4) ist dann bei Einsetzung des Ausdrucks von u gemäss (5):

$$z = 0{,}0015\,\gamma \frac{l}{d}\left(\frac{4\,G}{\gamma \pi d^2}\right)^2;\; d^5 = \frac{0{,}024}{\pi^2} \frac{G^2 l}{\gamma z} \ldots\ldots (8).$$

Hieraus kann ein Näherungswerth von d gefunden werden, indem G vorläufig $= G_2$ oder nach Schätzung etwas grösser gesetzt wird. Der stündliche Wärmeverlust W durch Abkühlung in umgebender Luft von der Temperatur t' ist dann nach (2):

$$W = \pi\, d\, l \cdot \mu\, (t - t') \ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

und indem die entsprechende stündliche Condensationswassermenge $= \frac{W}{r}$ ist, kann jetzt die Dampfmenge, welche im Mittel pro Sek. durch einen Röhrenquerschnitt strömt, richtiger:

$$G = G_2 + \frac{1}{2} \frac{W}{3600\,r}$$

gesetzt werden, um damit aus (8) und (9) corrigirte Werthe von d und W zu finden. Der Abkühlungsverlust, welcher zur Bestimmung der Weite kürzerer Leitungen ganz unberücksichtigt bleiben konnte, kommt auch hier nur nebensächlich insofern in Betracht, als er durch seinen Einfluss auf G mittelbar auch d etwas beeinflusst.

Ist aber bei gegebenen Werthen von l, G_2 und p_2 der Kesseldruck nicht vorgeschrieben unterhalb eines gewissen nicht zu überschreitenden Maximums, so sind Proberechnungen nöthig, um die vortheilhafteste Weite d zu finden. Sollen insbesondere die Dampfkosten möglichst klein werden, so findet man für versuchsweise angenommene Werthe von p_1 (entsprechende Temperatur $= t_1$), wodurch auch z, p, t, γ, r bestimmt sind, d und W ebenso wie im vorigen Falle, und dann die zur Dampfbildung stündlich aufzuwendende Wärme:

$$Q = \left(3600\,G_2 + \frac{W}{r}\right)(606{,}5 + 0{,}305\,t_1 - t_0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10),$$

unter t_0 die Temperatur des Kesselspeisewassers verstanden. Bis zum gegebenen Maximum ist p_1 so anzunehmen, dass Q möglichst klein ausfällt. —

Wenn die Maschine nicht sehr weit vom Kessel entfernt, die Dampfleitung nicht sehr lang ist, so kann übrigens der besprochene längs der ganzen Röhre stetig einwirkende Leitungswiderstand von untergeordneter Grösse sein im Vergleich mit besonderen Widerständen, welche durch örtliche Verengungen, wie namentlich durch Drosseln zum Zweck der Regulirung verursacht werden. Dieses, im §. 74 als unwirthschaftlich erklärte und heutzutage wenigstens bei grösseren Maschinen durch entsprechende Füllungsänderung zumeist ersetzte Regulirungsverfahren ist gleichwohl wiederholt als durchaus nicht unwirthschaftlich angesprochen worden auf Grund der Erwägung, dass die Wärme, welche durch Vermittlung des Widerstandes aus äusserem Arbeitsvermögen entsteht, im Wesentlichen den Wärmegehalt des Dampfes, somit seine Arbeitsfähigkeit in der Maschine vergrössert. Einer Erörterung dieser Frage von

Zeuner* liegen Gleichungen zugrunde, die sich leicht aus den im vorigen Paragraph aufgestellten ergeben. Bedeutet nämlich F die wirksame Kolbenfläche, s die Hublänge, eFs den von der Kolbenfläche F bei der Einströmung durchlaufenen Raum, $e_0 Fs$ die Grösse des schädlichen Raums, so ist in (1) und (2), §. 84, bei Abstraction von Voreinströmung:

$$V_0 = e_0 Fs \text{ und } V_1 = (e + e_0) Fs,$$

sowie sehr nahe:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\varDelta_0} \text{ und } \gamma_1 = \frac{1}{\varDelta_1}$$

bei Vernachlässigung des specifischen Wasservolumens gegen $\varDelta_0$ und $\varDelta_1$. Wenn somit der am Ende eines Hubes im schädlichen Raume enthaltene Dampf hier zunächst im Allgemeinen als wasserhaltig vorausgesetzt, das Gewicht des betreffenden wirklichen Dampfes nicht $= G_0$, sondern $= G_0 y_0$ gesetzt wird, können jene Gleichungen (1) und (2), §. 84, geschrieben werden:

$$e_0 Fs = G_0 y_0 \varDelta_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (11)$$

$$(e + e_0) Fs = (G + G_0) y_1 \varDelta_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (12).$$

Hierin sind $\varDelta_0$ und $\varDelta_1$ bestimmt durch die bezüglichen Pressungen p_0 und p_1, worunter mit Rücksicht auf äussere Bewegung des Dampfes streng genommen die betreffenden Gleichgewichts- (unter übrigens gleich bleibenden Umständen im Ruhezustande eintretenden) Pressungen zu verstehen sind. Dieses p_1 werde mit Zeuner zugleich als mittlere Volldruckpressung angenommen, so dass der Wärmewerth der Volldruckarbeit mit Benutzung von (1) und (2):

$$L_a = A \cdot eFs \cdot p_1 = A[(G + G_0) y_1 \varDelta_1 - G_0 y_0 \varDelta_0] p_1 \quad \ldots (13)$$

gefunden wird. Gemäss der Gleichung I im vorigen Paragraph ist nun, wenn darin für L_a der Ausdruck (13), sowie den Voraussetzungen von Zeuner entsprechend $Q_r = 0$, $Q_a = 0$ und $y_0 \varrho_0$ für ϱ_0 gesetzt wird,

$$(G + G_0)(q_1 + y_1 \varrho_1) - G(q + yr) - G_0(q_0 + y_0 \varrho_0)$$
$$+ A[(G + G_0) y_1 \varDelta_1 - G_0 y_0 \varDelta_0] p_1 = 0$$

oder wegen $\varrho_1 + A p_1 \varDelta_1 = r_1$ und $\varrho_0 + A p_0 \varDelta_0 = r_0$:

$$(G + G_0)(q_1 + y_1 r_1) - G(q + yr) - G_0(q_0 + y_0 r_0) - G_0 y_0 \varDelta_0 \cdot A(p_1 - p_0) = 0$$

oder mit Rücksicht auf (1) und (2):

$$\frac{e + e_0}{y_1 \varDelta_1}(q_1 + y_1 r_1) - \left(\frac{e + e_0}{y_1 \varDelta_1} - \frac{e_0}{y_0 \varDelta_0}\right)(q + yr)$$
$$- \frac{e_0}{y_0 \varDelta_0}(q_0 + y_0 r_0) - e_0 A(p_1 - p_0) = 0$$

---

* Ueber die Wirkung des Drosselns und den Einfluss des schädlichen Raumes auf die bei Dampfmaschinen verbrauchte Dampfmenge. Civilingenieur, 1875, S. 1.

$$\frac{e+e_0}{y_1 \Delta_1}(q_1 - q - y\,r) + (e+e_0)\frac{r_1}{\Delta_1} + \frac{e_0}{y_0 \Delta_0}(q + y\,r - q_0 - y_0 r_0)$$
$$- e_0 A (p_1 - p_0) = 0.$$

Hieraus folgt:

$$y_1 = \frac{q + y\,r - q_1}{r_1 - \frac{e_0 \Delta_1}{e+e_0}\left[A(p_1 - p_0) - \frac{q + y\,r - q_0 - y_0 r_0}{y_0 \Delta_0}\right]} \quad \ldots \quad (14)$$

übereinstimmend (bei theilweise anderen Buchstabenbezeichnungen) mit der Gleichung IV von Zeuner.

Sind p, y, e, p_0, y_0, e_0 und p_1 gegeben, damit auch die Volldruckarbeit bei gegebenem Hubvolumen Fs, so ist y_1 durch (14) bestimmt, dann G durch (12), weil G_0 durch (11) bestimmt ist. Die Wirthschaftlichkeit des Drosselns, nämlich eines grössern Kesseldruckes p bei gegebenem Einströmungsdrucke p_1, ist aber nicht sowohl durch G charakterisirt, als vielmehr durch die zur Bildung dieses Dampfgewichtes G im Kessel aufzuwendende Wärme:

$$Q = G(q + y\,r - q') \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15).$$

unter q' die specifische Flüssigkeitswärme verstanden, welche der Temperatur t' des Speisewassers entspricht.

Bei einer Condensationsdampfmaschine werde z. B. der Kessel mit dem Wasser des Condensators von $t' = 46{,}2^0$ C. (entsprechend einem Druck von 0,1 Atm.) gespeist; es sei ferner

$$p_1 = 3{,}5 \text{ Atm.},\ y = 0{,}9 \text{ und } e = 0{,}25$$

sowie, verschwindend kleiner Compression im schädlichen Raum entsprechend,

$$p_0 = 0{,}2 \text{ Atm.},\ y_0 = 1 \text{ und } e_0 = 0{,}05.$$

Wird dann einmal ganz widerstandslose Einströmung ($p = p_1$) angenommen, ein andermal so erhebliches Drosseln, dass der Kesseldruck $p = 2p_1 = 7$ Atm. ist, so ergiebt sich nach Zeuner

$$\text{für } p = p_1 \;:\; Q = 353{,}95\ Fs$$
$$\text{für } p = 2p_1 : Q = 352{,}66\ Fs,$$

entsprechend einem kleinen Vortheil des Drosselns, wie auch bei anderen Beispielen Zeuner's. Dieser Vortheil würde voraussichtlich ganz verschwinden, wenn die Werthe von Q nicht für gleiche Volldruckarbeiten, sondern gebührender Weise für gleiche Gesammtarbeiten verglichen werden. Indem nämlich y_1 gemäss (14) um so grösser gefunden wird, je grösser unter übrigens gleichen Umständen der Kesseldruck ist, je mehr also

gedrosselt wird, ist dann in der angenäherten Zustandsgleichung des expandirenden Dampfes (Bd. I, §. 35):

$$p v^m = \text{Const. mit } m = 1{,}035 + 0{,}\dot{1}\, y_1$$

dieser Exponent grösser, die Expansionscurve steiler abfallend, die Expansionsarbeit bei gleichem Anfangsdrucke p_1 kleiner.

Abgesehen hiervon wird übrigens auch von Zeuner schliesslich hervorgehoben, dass jene Vergleichung für die Frage nach der Vortheilhaftigkeit des Drosselns bezüglich der mechanischen Wärmeausnutzung schon im Princip nicht massgebend ist. Soll nämlich die Regulirung durch Drosseln bewirkt werden, so muss auf die Möglichkeit gerechnet werden, bei grossem Arbeitsbedürfnisse zeitweilig nicht zu drosseln. Dem grössten Drucke p ist also die Widerstandsfähigkeit nicht nur des Kessels, sondern auch der Maschine anzupassen, so dass von ihm, nicht von p_1, bei der Vergleichung ausgegangen werden muss. Bei kleineren Arbeitsbedürfnissen ist es dann aber vortheilhafter, durch Verkleinerung des Füllungsgrades den Dampfverbrauch entsprechend zu verkleinern, als bei unveränderter Raumgrösse desselben durch Drosseln die Spannung zu reduciren. Der Verlauf des zwischen gegebenen Temperaturen im Kessel und im Condensator stattfindenden Kreisprocesses wird durch Drosseln in höherem Grade unvortheilhafter Weise abweichend von dem idealen, bezw. dem principiellen Verlaufe desselben (§. 80, bezw. §. 81).

Gleichwohl ist die Regulirung durch ein vom Centrifugalregulator bethätigtes Drosselventil besonders bei kleinen und bei sehr schnell gehenden Maschinen ihrer Einfachheit wegen gebräuchlich, erfordert dann aber Sorgfalt bezüglich der Anordnung, um die gewünschte Wirkung zu sichern.* Vor Allem ist zu erwägen, dass bei einem gewissen Belastungszustande der Maschine die Wirksamkeit des Regulators nur dann durch vollständige Ausnutzung seines Muffenhubes nach beiden Seiten hin zu voller Geltung kommt, wenn im Durchschnitt bei dieser Belastung sich der Regulatormuff und somit auch das Drosselventil in mittlerer Lage befindet. Indem aber einer gewissen Belastung der Maschine bei constanter Kesselspannung ein bestimmter Spannungsfall im Zuleitungsrohr, somit eine bestimmte durch das Drosselventil vermittelte Verengung des Durchflussquerschnittes entspricht, so müsste bei verschiedenen Belastungen der Maschine mit der mittleren Stellung des Drosselventils eine verschiedene Grösse des kleinsten Durchflussquerschnittes

---

* Prüsmann: Dampfmaschinenregulirung durch Drosselventile. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1887, S. 285.

verbunden werden können. Bei den gewöhnlichen Drosselventilen ist das nicht möglich, und lässt sich höchstens ihre Anordnung so treffen, dass der am häufigsten vorkommende Belastungszustand durchschnittlich einen solchen Spannungsabfall, somit eine solche kleinste Durchflussöffnung erfordert, bei welcher sich das Drosselventil und der Regulatormuff in den mittleren Stellungen befinden. Bei dem Universaldrosselventil von Schäffer & Budenberg, eigentlich einem cylindrischen Drehschieber mit rechteckigen Durchlassöffnungen in seiner hohlcylindrischen Wand, kann aber der kleinste Gesammtdurchlassquerschnitt für die mittlere Stellung des Ventils verschiedenen Belastungen entsprechend verändert werden durch die Verbindung desselben mit einem coaxialen Absperrventil, welches von Hand im Sinne der Axe bewegt werden kann, um in demselben Sinne die rechteckigen Durchlassöffnungen in der hohlcylindrischen Wand des durch die Wirkung des Regulators drehbaren Drosselventils zu verlängern oder zu verkürzen. —

Die Widerstände gegen die Strömung des Dampfes vom Kessel in den Cylinder und aus diesem in den Condensator, bezw. in die Atmosphäre, beeinflussen das Arbeitsdiagramm des Dampfes bezüglich der Volldruck- und der Auspuffperiode. Ohne Weiteres leuchtet ein, dass die Zustandscurve des einströmenden Dampfes eine Curve sein wird, welche um so tiefer unter der Geraden $a_0 a_1$, Fig. 79 (§. 80) liegt und in der ersten Hubhälfte um so mehr gegen OV abfällt, je grösser der resultirende Bewegungswiderstand und die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist. Indem aber diese Curve auch noch durch andere Umstände bedingt ist, z. B. durch das Aenderungsgesetz der durch die Steuerung vermittelten Grösse der Einlassöffnung, durch die Unstetigkeit der Bewegung im Dampfleitungsrohre u. s. w., ihre theoretische Bestimmung deshalb unthunlich ist, pflegt sie bei Untersuchungen, welche ihre Annahme erfordern, als eine gerade Linie angenommen zu werden, welche der Grundlinie des Diagramms parallel oder (bei Füllungen $< 0,5$) um so mehr dagegen abfallend geneigt ist, je stärker die Drosselung und je grösser die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist. Indicatordiagramme, von Maschinen im Betriebe abgenommen, lassen solche Annahme als hinlänglich zutreffend erkennen.

Während die Einströmung nur in der ersten Hälfte eines Hubes stattzufinden pflegt, erfolgt die Ausströmung während des grössten Theils eines solchen; der entsprechende Druck vor dem Kolben würde in der Mitte bei grösster Kolbengeschwindigkeit am grössten sein, wenn nicht anfangs die noch grössere Hinterdampfspannung des vorigen Hubes, zuletzt

die allmählich abnehmende Grösse der Ausströmungsöffnung sich in dem Sinne geltend machten, dass der fragliche Druck als constant betrachtet werden kann, entsprechend einer mit der Grundlinie des Diagramms parallelen Geraden als Zustandscurve des ausströmenden Dampfes.

Während der Ueberschuss des Drucks im Kessel über den mittleren Volldruck im Cylinder unter verschiedenen Umständen sehr verschieden und oft sehr erheblich ist, können die Verhältnisse des Ausströmungscanals in der Regel so gewählt werden, dass der mittlere Vorderdampfdruck bei der Ausströmung

den Condensatordruck um nur 0,05 bis 0,1 Atm.,

bei Auspuffmaschinen der grösseren Dampfdichte wegen

den Atmosphärendruck um 0,1 bis 0,2 Atm.

übertrifft, wenn nicht im letzteren Falle der Auspuffdampf zum Betriebe eines Strahlgebläses (§. 70) dient, in welchem Falle bei zugleich sehr grosser Kolbengeschwindigkeit der fragliche Ueberdruck bis zu 1 Atm. anwachsen kann.

Sowohl der Druckverlust des einströmenden Hinterdampfes, als der Ueberdruck des ausströmenden Vorderdampfes, beide die Dampfarbeit in der Maschine verkleinernd, sind nach hydraulischen Gesetzen dem Quadrat der mittleren Kolbengeschwindigkeit unter übrigens gleichen Umständen nahe proportional. Trotzdem ist diese Geschwindigkeit im Laufe der Zeit immer mehr gesteigert worden. In der That hängt ihre vortheilhafteste Grösse ausser von dem hier besprochenen Umstande noch von manchen anderen ab; eine weitere betreffende Erörterung werde durch die zwei folgenden Paragraphen vorbereitet.

§. 86. Zustandscurven bei der Expansion und Compression des Dampfes.

Den bisherigen Untersuchungen wurden die Ausdrücke und Gleichungen unverändert zugrunde gelegt, welche die mechanische Wärmetheorie, auf gesättigte Dämpfe angewendet, ergiebt. Bei principiellen Untersuchungen, die mechanische Verwerthung der Wärme betreffend, ist das auch unerlässlich; für den technischen Gebrauch sind aber die auf solcher Grundlage erhaltenen Formeln vielfach zu weitläufig und unbequem. Der somit wünschenswerthe theilweise Ersatz der strengeren thermodynamischen Gleichungen durch angenäherte einfachere Beziehungen erscheint zugleich, und zwar nicht nur zum Zwecke technischer Dimensions-, Effects-, oder Dampfbedarfsbestimmungen, sondern überhaupt bei Untersuchungen von

vorwiegend praktischem Interesse um so mehr gerechtfertigt, als es sich dabei um Umstände zu handeln pflegt, welchen durch die theoretischen thermodynamischen Gleichungen nicht vollständig Rechnung getragen werden kann.

Diese Bemerkungen können insbesondere auf das Gesetz bezogen werden, nach welchem sich bei der Expansion und Compression des Dampfes seine Spannung p mit dem specifischen Volumen v ändert. In dieser Beziehung pflegt nach dem Vorgange von Rankine eine Gleichung von der Form

$$p\,v^m = \text{Const.}$$

zugrunde gelegt zu werden, in welcher mit genügender Annäherung (Bd. I, §. 35)

$$m = 1{,}035 + 0{,}1\,y$$

gesetzt werden könnte, unter y die verhältnissmässige Dampfmenge des betreffenden Dampf- und Wassergemisches am Anfange der Expansion, bezw. am Ende der Compression verstanden, wenn angenommen werden dürfte, dass die eine oder andere adiabatisch (ohne äussere Mittheilung oder Entziehung von Wärme) stattfindet. Durchschnittlich wäre dann etwa

für die Expansion $m = 1{,}13$ entsprechend $y = 0{,}95$
für die Compression $m = 1{,}135$ entsprechend $y = 1$

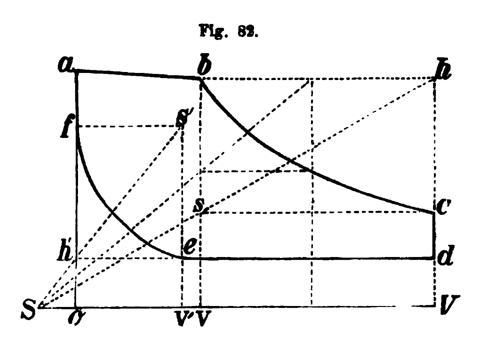
anzunehmen. Die Untersuchung der vom Indicatorstift gezeichneten Curven bestätigt aber diese Werthe des Exponenten m nicht, lässt ihn vielmehr im Allgemeinen als kleiner, verschieden für den ersten und für den zweiten Theil der Curve, und besonders für die Compression als abhängig von den jeweiligen Umständen erkennen. Ursachen solcher Abweichung können sein: Dampflässigkeit des Kolbens oder der inneren Steuerung, und namentlich calorische Einflüsse der Cylindermasse ohne oder mit Dampfmantel. Wird m für die Expansion mit m_1, für die Compression mit m_2 bezeichnet, so sind als Einzelwirkungen jener Ursachen leicht folgende im Allgemeinen zu übersehen.

Dampflässigkeit des Kolbens vergrössert m_1 und m_2 in abnehmendem Grade während des Verlaufs der betreffenden Zustandsänderung. Dampflässigkeit der Steuerung wirkt in entgegengesetztem Sinne, jenachdem es sich um mangelhaften Abschluss gegen die Zuleitung oder gegen die Ableitung des Dampfes hin handelt. Insbesondere kann solcher Mangel bei der Expansion anfangs noch etwas nachträgliche Zuströmung, zuletzt schon etwas Ausströmung von Dampf zur Folge haben, einem anfangs kleineren, zuletzt grösseren Werthe von m_1 entsprechend; bei der Com-

pression kann aus fraglicher Veranlassung anfangs noch etwas Ausströmung, zuletzt schon etwas Zuströmung von Dampf stattfinden, entsprechend einem auch anfangs kleineren, zuletzt grösseren m_2. Bei der Expansion findet anfangs noch Wärmeabgabe an den Cylinder statt, also beschleunigte Abnahme des Drucks, einem grösseren Exponenten m_1 entsprechend; später und zwar um so früher beginnend, je wirksamer der Cylinder von aussen geheizt ist, bedingt die umgekehrte Wärmebewegung einen kleineren Werth von m_1. Bei der Compression ist der Wärmeaustausch zwischen Dampf und Cylinder im Allgemeinen kleiner, nähert sich deshalb m_2 mehr dem grösseren Werthe, welcher oben für den Fall einer adiabatischen Compression angegeben wurde, meistens jedoch ohne ihn zu erreichen; dieses grössere m_2 ist besonders bei Mantelmaschinen nachzuweisen in Folge der mit der Compression dann verbundenen überwiegenden Wärmebewegung vom Cylinder zum Dampf. Diese calorischen Einflüsse machen sich um so mehr geltend, je grösser die Temperaturdifferenz des einströmenden und des ausströmenden Dampfes ist, in der Regel deshalb mehr bei Condensations-, als bei Auspuffmaschinen.

Die Untersuchung von Indicatordiagrammen hat nun ergeben, dass in Folge jener mannichfaltigen Einflüsse zusammen mit meistens genügender Annäherung im Durchschnitt $m_1 = 1$ gesetzt werden kann, m_2 gewöhnlich auch $= 1$, nur bei geheiztem Cylinder und erheblicher Compression besser $= 1{,}1$ bis $1{,}2$ zu setzen ist. Eine Ausnahmestellung nehmen nur allenfalls Condensationsmaschinen ohne Dampfmantel ein, welche indessen als weniger vortheilhaft nur noch selten vorkommen. Bei ihnen ist durchschnittlich m_1 merklich > 1, m_2 sogar < 1 gefunden, etwa $m_1 = 1{,}1$ und $m_2 = 0{,}9$.*

Fig. 82.



Hiernach und mit Rücksicht auf die am Ende des vorigen Paragraph besprochenen Annahmen, die Ein- und die Ausströmungscurve betreffend, hat nun das Arbeitsdiagramm des Dampfes die Gestalt *a b c d e f*, Fig. 82. Wenn die Grundlinie, deren Länge $OV =$ dem Hubvolumen ist, als horizontal bezeichnet wird, so ist der Theil *de* der dem Kreislauf

* Siehe u. A. das Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker mit theoretischer Beilage von Jos. Hrabák, 1883.

entsprechenden Zustandscurve eine horizontale Gerade, fa und cd sind verticale Gerade, während die Gerade ab etwas gegen die Horizontale geneigt ist und die Curven bc und ef, bezw. für Expansion und Compression, in der Regel als gleichseitige Hyperbeln (m_1 und $m_2 = 1$, also den Gleichungen $pv =$ Const. entsprechend) vorauszusetzen sind. Unter dieser Voraussetzung wird bei gegebenem Punkte b der Punkt c gefunden, indem OS (Fig. 82) = dem betreffenden schädlichen Raume gemacht, bv vertical bis zum Schnittpunkte v mit OV, bh horizontal bis zum Schnittpunkte h mit der Verticalen durch V gezogen, dann durch den Schnittpunkt s der Geraden Sh und bv die Horizontale sc gezogen wird, deren Schnitt mit der Verticalen durch V den gesuchten Punkt c ergiebt, weil nach der Construction

$$SV \cdot Vc = SV \cdot vs = Sv \cdot Vh = Sv \cdot vb$$

ist. Ebenso kann, wie die Figur zeigt, der Punkt von bc gefunden werden, welcher irgend einer anderen Verticalen zwischen bv und cV angehört. Auch ist in der Figur die Construction des Endpunktes f der Compressionscurve ersichtlich, falls sie bei gegebenem Anfangspunkte e als gleichseitige Hyperbel vorausgesetzt wird, dem Mariotte'schen Gesetze auch bezüglich der Compression entsprechend.

Sollte die Compressionscurve vom Punkte e, Fig. 82, aus der Gleichung $pv^m =$ Const. mit $m \lesseqgtr 1$ entsprechend gezeichnet werden, so hätte ihr Endpunkt f_1 in der Verticalen Oa der Gleichung:

$$\frac{Of_1}{v'e} = \left(\frac{Sv'}{SO}\right)^m \text{ oder wegen } \frac{Of}{v'e} = \frac{Sv'}{SO}$$

der Gleichung:

$$\frac{Of_1}{Of} = \left(\frac{Sv'}{SO}\right)^{m-1}$$

zu entsprechen. Die Subtangenten der Curve ef_1 in e und f_1 wären (siehe Bd. I, §. 20, Fig. 9) bezw.

$$= \frac{1}{m}\, Sv' \text{ und } = \frac{1}{m}\, SO,$$

während die betreffenden Subtangenten der Hyperbel ef bezw. $= Sv'$ und $= SO$ sind. Durch die Endpunkte e und f_1 tangential an bestimmte Richtungen in diesen Punkten liesse sich die verhältnissmässig kurze Compressionscurve in der Regel mit genügender Annäherung zeichnen, besonders wenn die Curve ef mit Hülfe einiger leicht zu construirender Punkte vorher gezeichnet worden wäre. Auch kann mit Umgehung der unbequemen Bestimmung, wenn auch nur des Endpunktes f_1, durch Rech-

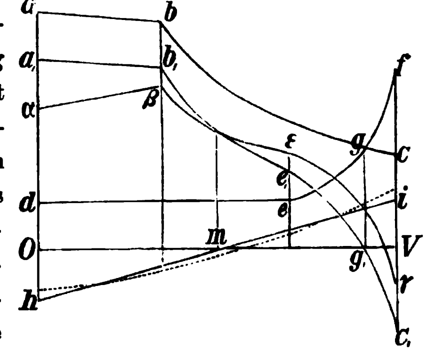
nung die Construction vom Anfangspunkte *e* aus lediglich durch Tangenten geschehen, von welchen kleine Strecken als Curvenelemente betrachtet werden.

Das wirkliche Indicatordiagramm unterscheidet sich von Fig. 82 in der Hauptsache nur noch durch Abrundungen der Ecken, welche durch Voreinströmung und Vorausströmung, sowie durch mehr oder weniger allmähliche Oeffnung und Schliessung der Dampfcanäle verursacht werden.

§. 87. Druckdiagramme und Kolbenbeschleunigung.

Wenn man sich zu dem Arbeitsdiagramm Fig. 82 des auf der einen, etwa auf der linken Seite des Kolbens einer Eincylindermaschine befindlichen Dampfes über derselben Grundlinie *OV* auch dasjenige des Dampfes auf der rechten Kolbenseite gezeichnet denkt, dessen den Punkten *a* und *f* des ersteren entsprechende Punkte in der Verticalen *Vh* liegen, so stellt die obere Begrenzungslinie *abc* das Aenderungsgesetz des Hinterdampfdruckes, die untere Begrenzungslinie des zweiten Diagramms das Aenderungsgesetz des Vorderdampfdruckes bei der Kolbenbewegung im Sinne *OV* (von links nach rechts) dar. Unter der Voraussetzung gleichen Verhaltens auf beiden Seiten des Kolbens erhält man die untere Begrenzungslinie des zweiten Diagramms durch eine halbe Umdrehung derjenigen des ersten um die Gerade, welche in der Ebene der Figur die Grundlinie *OV* in ihrem Mittelpunkte rechtwinklig schneidet; so entsteht aus dem linksseitigen Arbeitsdiagramm Fig. 82 das Druckdiagramm *abcdef* des Dampfes, Fig. 83. Die Ueberschüsse der Ordinaten der Curve *abc* über diejenigen von *def* stellen die Dampfüberdrucke auf den Kolben im Sinne seiner Bewegung dar; im Verlauf des Hubes nimmt dieser Ueberdruck ab und pflegt zuletzt negativ zu werden, wie es auch in der Figur der Fall ist. Dadurch, dass er von der Grundlinie *OV* an gerechnet als senkrechte Ordinate aufgetragen wird, positiv nach oben, negativ nach unten, ergiebt sich die

Fig. 83.



Curve $a_1\, b_1\, e_1\, g_1\, c_1$ der Endpunkte dieser Strecken als Ueberdruckdiagramm des Dampfes.

Von diesem resultirenden Dampfdruck auf den Kolben ist der Druck verschieden, welcher auf den Kurbelzapfen in demselben Sinne (allgemeiner im Sinne des die Todtpunkte verbindenden Durchmessers des Kurbelkreises) ausgeübt wird. Indem nämlich die Bewegung des Kolbens bei einem Hube anfangs beschleunigt, später verzögert ist, wird anfangs ein Theil der Dampfwirkung zur Beschleunigung der hin- und hergehenden Kolbenmasse (in der Regel aus den Massen des Kolbens selbst mit Kolbenstange, des Kreuzkopfs und der Kurbelstange bestehend) verbraucht, welcher während des zweiten Hubtheils zur Unterstützung des Drucks auf den Kurbelzapfen wieder hergegeben wird. Ist

K das Gewicht der ganzen Kolbenmasse,

r die Kurbellänge = halber Hublänge,

v die für vorliegenden Zweck als gleichförmig vorauszusetzende Geschwindigkeit des Kurbelzapfens,

φ der Kurbelwinkel, d. h. der vom Anfange des Hubes, also vom Todtpunkte an von der Kurbel durchlaufene Drehungswinkel,

x der entsprechende Weg des Kolbens,

F die dampfberührte Kolbenfläche,

$k = \frac{K}{F}$ das Gewicht der Kolbenmasse pro Flächeneinheit des Kolbens,

so ist die Beschleunigung des Kurbelzapfens eine Centripetalbeschleunigung $= \frac{v^2}{r}$, ihre Componente im Sinne des die Todtpunkte verbindenden Durchmessers des Kurbelkreises

$$= \frac{v^2}{r} \cos \varphi.$$

Letztere ist bei verhältnissmässig grosser Kurbelstangenlänge näherungsweise auch die Beschleunigung der Masse $\frac{K}{g}$ im Sinne der Kolbenbewegung, und deshalb die zur Beschleunigung dieser Masse erforderliche Kraft

$$= \frac{K}{g} \frac{v^2}{r} \cos \varphi$$

oder pro Flächeneinheit des Kolbens $= \frac{k}{g} \frac{v^2}{r} \cos \varphi$, welche Grösse als specifischer Beschleunigungsdruck bezeichnet sei. Indem mit entsprechender Annäherung

$$x = r(1 - \cos \varphi); \quad \cos \varphi = \frac{r - x}{r}$$

gesetzt werden kann, ergiebt sich der specifische Beschleunigungsdruck b auch:

$$b = \frac{k}{g}\frac{v^2}{r}\frac{r-x}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Die durch diese Gleichung dargestellte Curve mit den rechtwinkligen Ordinaten b für die Abscissenaxe OV, Fig. 83, mit dem Ursprunge O ist eine Gerade hi, welche die Grundlinie OV des Diagramms in ihrem Mittelpunkte m schneidet, und deren Neigung durch

$$Oh = Vi = \frac{k}{g}\frac{v^2}{r}$$

bestimmt ist. Die positiven Werthe von b, einer Verminderung des Kurbelzapfendrucks infolge Beschleunigung der Kolbenmasse entsprechend, sind dabei unterhalb OV, die negativen Werthe von b, der Vergrösserung des Zapfendrucks wegen Verzögerung der Kolbenmasse entsprechend, sind oberhalb OV aufgetragen. Wenn man die Ordinaten der Curve $a_1\, b_1\, e_1\, c_1$, d. h. die resultirenden specifischen Drucke auf den Kolben, um die betreffenden positiven Ordinaten b verkleinert, um die Absolutwerthe negativer b vergrössert, erhält man eine neue Curve $\alpha\,\beta\,\varepsilon\,\gamma$ als Diagramm des Kurbelzapfendrucks im Sinne des die Todtpunkte verbindenden Durchmessers des Kurbelkreises. Im Massstabe der Zeichnung sind die Ordinaten dieser Curve = den durch F dividirten fraglichen Zapfendrucken. Die Dreiecksfläche mOh stellt eine Arbeit dar, welche in der ersten Hälfte des Hubes zur Beschleunigung der Kolbenmasse verbraucht, in der zweiten durch ihre Verzögerung wieder zurückgegeben wird, entsprechend der ebenso grossen Dreiecksfläche mVi, und zwar ist somit diese Arbeit

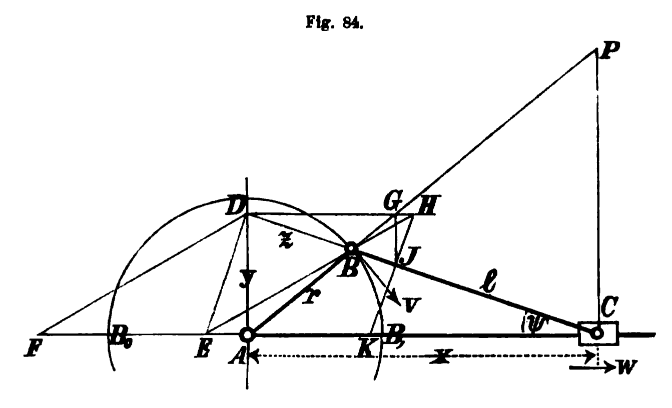
$$= \frac{1}{2}\cdot Fr\cdot\frac{k}{g}\frac{v^2}{r} = K\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Wenn unter K das Gewicht der Kolbenmasse ohne Kurbelstange verstanden würde, so bezöge sich das Diagramm auf den vom Kreuzkopfe auf die Kurbelstange ausgeübten Druck. —

Bei nicht sehr grosser Kurbelstangenlänge l im Vergleich mit der Kurbellänge r ist obige Bestimmung des specifischen Beschleunigungsdrucks b gemäss (1) selbst als Näherung unzulässig. Die Beschleunigung des Kolbens oder des Kreuzkopfs, welche durch Multiplication mit $\frac{k}{g}$ oder mit $\frac{K}{g}$ den specifischen, bezw. den totalen Beschleunigungsdruck liefert, kann dann durch Rechnung (gemäss Bd. I, §. 40) oder

einfacher durch Construction, und zwar insbesondere nach T. **Rittershaus*** durch eine Construction leicht gefunden werden, welche auf folgender Erwägung beruht. In Fig. 84 sei der Kurbelzapfen B mit der constanten

Fig. 84.



Geschwindigkeit v in Bewegung begriffen vom äusseren Todtpunkte B_0 zum inneren B_1, w die Geschwindigkeit des Kreuzkopfes (des Punktes C) im Sinne $B_0 B_1$, $AC = x$, Winkel $ACB = \psi$. Normalen zu AC in A und in C mögen bezw. von $BC = l$ und von $AB = r$ in D und in P geschnitten werden, und es sei $AD = y$, $BD = z$. Wegen augenblicklicher Drehung von BC um P als Pol ist dann

$$\frac{w}{v} = \frac{PC}{PB} = \frac{AD}{AB} = \frac{y}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3),$$

so dass wegen $y = x\,tg\,\psi$ die Differenzirung nach der Zeit t ergiebt:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{r}{v}\frac{dw}{dt} = \frac{x}{cos^2\psi}\frac{d\psi}{dt} + tg\,\psi\,\frac{dx}{dt}$$

und folglich die Beschleunigung $\frac{dw}{dt}$ des Kreuzkopfs mit

$$\frac{dx}{dt} = w = \frac{v}{r}y \text{ nach (3):}$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{v}{r}\frac{x}{cos^2\psi}\frac{d\psi}{dt} + \left(\frac{v}{r}\right)^2 y\,tg\,\psi \quad \ldots \ldots \ldots (4).$$

Ein Ausdruck der Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\psi}{dt}$ ergiebt sich am einfachsten, indem man dem ganzen Mechanismus im Sinne CA die Geschwindigkeit w ertheilt denkt, wodurch C zur Ruhe kommt, während B sich dann in

* Zur Construction der Beschleunigungscurve des Kreuzkopfes eines Kurbelmechanismus. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1883, S. 283.

einem Kreise um C mit der Geschwindigkeit $-l\frac{d\psi}{dt}$ und A in der Geraden CA mit der Geschwindigkeit w bewegt; diese Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Entfernungen der Punkte B und A von D als Pol für die augenblickliche Elementarbewegung von BA, d. h. es ist

$$\frac{-l\frac{d\psi}{dt}}{w} = \frac{z}{y};\quad \frac{d\psi}{dt} = -\frac{wz}{yl} = -\frac{v}{r}\frac{z}{l}$$

mit Rücksicht auf (3). Nach (4) und mit $tg\,\psi = \frac{y}{x}$ wird dadurch

$$\frac{dw}{dt} = -\left(\frac{v}{r}\right)^2\left[\frac{x}{cos^2\,\psi}\frac{z}{l} - \frac{y^2}{x}\right]$$

oder für den Massstab $v = r$:

$$\frac{dw}{dt} = -\left(\frac{x}{cos^2\,\psi}\frac{z}{l} - \frac{y^2}{x}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Dieser Ausdruck wird construirt, indem in der Figur DE normal BC und DF parallel BE gezogen wird; denn dann ist

$$EF = CE\cdot\frac{z}{l} = \frac{x}{cos^2\,\psi}\frac{z}{l} \text{ und } EA = \frac{y^2}{x},$$

nach (5) also:

$$\frac{dw}{dt} = -(EF - EA) \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Um das Vorzeichen der Streckendifferenz $EF - EA$ hat man sich zwar nicht weiter zu bekümmern, da man weiss, dass die anfangs im Sinne seiner Bewegung gerichtete Beschleunigung des Kolbens oder Kreuzkopfes im Verlauf des Hubes durch Null gehend in die entgegengesetzte Richtung, d. h. in Verzögerung übergeht. Uebrigens giebt Gl. (6) die Beschleunigung nach Grösse und Richtungssinn (positiv im Sinne $B_0 B_1$, negativ im Sinne $B_1 B_0$), wenn nur beachtet wird, dass, während EA stets positiv ist, EF negativ wird mit z, d. h. mit der Lage von B auf der anderen Seite von AD. Für die Todtlagen B_0, B_1 von B lässt die Construction im Stich; indem aber dann $\psi = 0$ und $y = 0$, nach (5) also

$$\frac{dw}{dt} = -x\frac{z}{l}$$

und

für $B_0 : x = l - r$ und $z = -r$

für $B_1 : x = l + r$ und $z = r$

ist, ergeben sich für diese zwei Todtlagen die bekannten Beschleunigungswerthe (für den Massstab $v = r$):

$$(l-r)\frac{r}{l} \text{ und } -(l+r)\frac{r}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

oder mit Hinzufügung des Factors $\left(\frac{v}{r}\right)^2$ für beliebigen Massstab:

$$\left(1-\frac{r}{l}\right)\frac{v^2}{r} \text{ und } -\left(1+\frac{r}{l}\right)\frac{v^2}{r}.$$

Die Ausdrücke (7) können auch leicht construirt werden.

Zieht man in Fig. 84 durch D eine Gerade parallel AC, welche AB in G, EB in H schneidet, durch H eine Gerade parallel DE, welche BC normal in J, AC in K schneidet, so ist

$$KA = KE - EA = HD - EA = EF - EA$$

$=$ dem Absolutwerthe von $\frac{dw}{dt}$ nach (6), und weil wegen

$$DG : GH : HJ = CA : AE : ED$$

GJ normal DG ist, so wird die fragliche Beschleunigung (für den Massstab $v = r$) auch in der Strecke AK gefunden, welche sich ergiebt, indem DG parallel AC bis zum Schnitt G mit AB, GJ normal AC bis zum Schnitt J mit BC, JK normal BC bis zum Schnitt K mit AC gezogen wird. Dieser von Mohr angegebenen (von ihm rein geometrisch abgeleiteten) Construction* kann man sich statt der obigen mit Vortheil dann bedienen, wenn der Winkel BAC einem rechten nicht so nahe kommt, dass die Punkte D, G, J allzu dicht beisammen liegen.

Bei der Kurbeldrehung von der inneren zur äusseren Todtlage ist die Aufeinanderfolge der Beschleunigungen des Kreuzkopfes natürlich die umgekehrte, wobei sie immer anfangs im Sinne seiner Bewegung, dann durch Null gehend entgegengesetzt gerichtet sind.

Mit Benutzung der construirten Beschleunigungen lässt sich schliesslich die Linie der specifischen Beschleunigungsdrucke als eine von der Geraden hi, Fig. 83, verschiedene Curve zeichnen, wonach das Druckdiagramm $\alpha\,\beta\,\varepsilon\,\gamma$ in entsprechender Form auf dieselbe Weise gefunden wird, wie oben erklärt worden ist. Die in Fig. 83 punktirt gezeichnete Curve lässt beispielsweise die ungefähre Gestalt und Lage erkennen, welche die fragliche Linie für die halbe Kurbeldrehung von der äussern zur innern Todtlage annehmen würde, wenn unter übrigens gleichen Umständen die Länge der Kurbelstange das Fünffache der Kurbellänge wäre; ihre Ordinate ist bei $O = 0{,}8\ Oh$, bei $V = 1{,}2\ Vi$, und indem sie gegen

---

* „Civilingenieur", Bd. XXV, S. 613.

die Grundlinie OV anfangs concav, später convex ist, fällt ihr Schnittpunkt mit derselben etwas hinter die Hubmitte. Für die umgekehrte Bewegungsrichtung des Kolbens erhält man die entsprechende Beschleunigungslinie als eine zu der gezeichneten in Beziehung auf OV symmetrische, die Dampfüberdruckslinie als eine Curve, welche zu $a_1\, c_1$ in Beziehung auf die in m zu OV Senkrechte symmetrisch ist.

§. 88. Mittlere Kolbengeschwindigkeit.

Am Schlusse von §. 85 wurde die mittlere Kolbengeschwindigkeit als eine Grösse erwähnt, deren möglichst vortheilhafte Annahme von manchen Umständen abhängig ist. Einige dieser Umstände betreffen den einzelnen Fall, wie z. B. die erforderlichen Geschwindigkeiten zu betreibender Arbeitsmaschinen, welchen die Geschwindigkeit des Motors thunlichst anzupassen ist behufs möglichst einfacher Transmission mit mässigen Geschwindigkeitsübersetzungen und entsprechend mässigen Arbeitsverlusten durch Reibung, ferner die Rücksicht auf den verfügbaren Raum, z. B. bei Schiffsmaschinen, wodurch grosse Hublängen und dadurch auch grosse Kolbengeschwindigkeiten ausgeschlossen sein können, um nicht zu grosse Umdrehungszahlen zur Folge zu haben u. s. f.

Von allgemeineren Erwägungen spricht für grosse Kolbengeschwindigkeit die, dass mit ihrer Zunahme die nöthige Grösse und Schwere der Maschine abnimmt, sowie auch der Dampfverlust durch den calorischen Einfluss der Cylinderwand und durch Dampflässigkeit des Kolbens; für kleine Kolbengeschwindigkeit die Erwägung, dass mit ihr zugleich der Spannungsabfall des einströmenden Hinterdampfes und der Spannungsüberschuss des ausströmenden Vorderdampfes abnimmt. Die letztere Rücksicht ist aber um so weniger ausschlaggebend, je grösser die Kesselspannung p ist; mit dieser ist im Laufe der Zeit auch die mittlere Kolbengeschwindigkeit c mehr und mehr vergrössert worden. Wenn übrigens dadurch nicht zugleich die Zeit eines Kolbenhubes übermässig verkleinert werden, die Sanftheit des Ganges, die Haltbarkeit der Maschine und die Functionirung der Steuerungsmechanismen beeinträchtigt werden soll, so ist mit der Kolbengeschwindigkeit zugleich die Hublänge s, bezw. ihr Verhältniss zum Cylinderdurchmesser d angemessen zu vergrössern.

Das Gesetz, nach welchem passenderweise c von p, bezw. vom mittleren Einströmungsdrucke p_1 (vom mittleren Volldruck im Cylinder) und von s abhängig zu machen, nämlich mit p_1 und s zugleich zu vergrössern ist, wird durch so allgemein gehaltene Erwägungen nicht

bestimmt. Weiteren Anhalt gewährt aber die Rücksicht auf die hin- und hergehende sogenannte Kolbenmasse (§. 87). Je grösser c ist, eine desto grössere Arbeit wird zur Beschleunigung dieser Masse in der ersten Hubhälfte verbraucht, durch ihre Verzögerung in der zweiten Hälfte zurückgegeben, eine Wirkung, welche innerhalb gewisser Grenzen insofern günstig ist, als die Arbeit des resultirenden Dampfdruckes auf den Kolben für die erste Hubhälfte grösser ist, als für die zweite, und zwar um so mehr, je kleiner der Füllungsgrad e_1 ist. Unter diesen Umständen ist es angemessen, den Kolben auch um so schneller sich bewegen zu lassen, je kleiner e_1 und je kleiner die Kolbenmasse ist. Dieselbe Erwägung kann aber auch dazu dienen, die mittlere Kolbengeschwindigkeit c als eine gewisse Function von p_1, s, e_1 und der Kolbenmasse auszudrücken, deren Gewicht wie im vorigen Paragraph mit K, pro Flächeneinheit der dampfberührten Kolbenfläche F mit k bezeichnet sei. Mit Bezug auf eine Eincylindermaschine werde dabei die Forderung zugrunde gelegt, dass zu Gunsten möglichst gleichförmiger Wirkung auf den Kurbelzapfen für die erste Hälfte eines Hubes die Differenz der Arbeiten des Dampfdruckes und des Beschleunigungsdruckes ebenso gross sein soll wie für die zweite Hubhälfte die Summe dieser Arbeiten.

Es bezeichne noch $s_1 = e_1 s$ den Füllungshub, $m F s$ die Grösse des schädlichen Raums, v die Geschwindigkeit des Kurbelzapfens, $p_1 (1 + \vartheta)$ den Hinterdampfdruck zu Anfang, $p_1 (1 - \vartheta)$ denselben zu Ende der Einströmung, gleich viel (siehe Fig. 82) bezw. grösser und kleiner, als der Mittelwerth p_1, während der Vorderdampfdruck als constant für den ganzen Hub vorausgesetzt, von Compression desselben also hier abgesehen wird, indem es sich nur um die ungefähr passende Form eines Ausdrucks für c handelt. Dabei seien s, s_1, c, v in Metern, F in Quadratcentimetern, also p_1 und k in Kilogrammen pro Quadratcentimeter ausgedrückt. Mit Benutzung des Ausdruckes (2) im vorigen Paragraph, sowie des Ausdrucks der Expansionsarbeit auf Grund des Mariotte'schen Gesetzes = Product von Druck, entsprechendem Volumen und natürlichem Logarithmus des Expansionsverhältnisses (Bd. I, §. 20 unter 2) wird die zugrunde zu legende Forderung zunächst im Falle $e_1 < 0,5$ ausgedrückt durch die Gleichung:

$$F p_1 s_1 + F(ms + s_1) p_1 (1 - \vartheta)\, ln \frac{ms + 0,5\, s}{ms + s_1} - K \frac{v^2}{2g} =$$

$$= F(ms + 0,5\, s) p_1 (1 - \vartheta) \frac{ms + s_1}{ms + 0,5\, s}\, ln \frac{ms + s}{ms + 0,5\, s} + K \frac{v^2}{2g}.$$

Der Vorderdampfdruck kommt darin nicht vor, weil gemäss der Abstraction von Compression seine Arbeit für beide Hubhälften gleich ist. Bei Division durch $F s p_1$ und mit $s_1 = e_1 s$ folgt aus der Gleichung:

$$\frac{K}{F}\frac{v^2}{g s p_1} = e_1 + (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{m + 0,5}{m + e_1} - (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{m + 1}{m + 0,5}$$

$$= e_1 - (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{(m + e_1)(m + 1)}{(m + 0,5)^2};$$

daraus mit $K = F k$:

$$c = \frac{2}{\pi} v = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{g s p_1}{k} \left[e_1 - (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{(m + e_1)(m + 1)}{(m + 0,5)^2}\right]} \quad . \; (1).$$

Im Falle $e_1 > 0,5$ ist die zu erfüllende Forderung unter der Voraussetzung, dass die Hinterdampfspannung nur bis zur Mitte des Kolbenhubes von $p_1 (1 + \vartheta)$ bis $p_1 (1 - \vartheta)$ abnimmt, dann aber constant bleibt bis zur Expansion:

$$F p_1 \cdot 0,5 s - K \frac{v^2}{2g} = F p_1 (1 - \vartheta)(s_1 - 0,5 s)$$

$$+ F(m s + s_1) p_1 (1 - \vartheta) \ln \frac{m s + s}{m s + s_1} + K \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{K}{F}\frac{v^2}{g s p_1} = 0,5 - (1 - \vartheta)(e_1 - 0,5) - (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{m + 1}{m + e_1}$$

$$c = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{g s p_1}{k} \left[0,5 - (1 - \vartheta)(e_1 - 0,5) - (m + e_1)(1 - \vartheta) \ln \frac{m + 1}{m + e_1}\right]} \; (2).$$

Setzt man gemäss (1) und (2)

$$c = A \sqrt{\frac{s p_1}{k}},$$

so ist A eine Function von m, ϑ und besonders von e_1. Man findet mit $g = 9,81$ und

	$m = 0,05$	$\vartheta = 0,05$	
für	$e_1 = 0,2$	0,4	0,6
	$A = 0,964$	0,912	0,651

und wenn etwa

$$c = B \sqrt{\frac{1 - e_1}{k} s p_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

gesetzt wird, ergiebt sich

für	$e_1 = 0,2$	0,4	0,6
	$B = 1,08$	1,18	1,03

hinlänglich wenig verschieden, um für den vorliegenden Zweck $B =$ einem Mittelwerth $= 1,1$ setzen zu dürfen.

Die Gleichung (3) ist ihrer Form nach eine erweiterte Zusammenfassung der von Werner und von v. Reiche empfohlenen betreffenden Formeln. Werner* setzt nämlich

$$c = \beta \sqrt{s} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4),$$

dabei für Auspuffmaschinen $\beta = 3{,}3$ und $k = 0{,}28$

für Condensationsmaschinen $\beta = 2{,}4$ und $k = 0{,}32$.

Für Balanciermaschinen kann k wesentlich grösser sein. v. Reiche** folgert:

$$c = \sqrt{p_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

aus einer Anzahl von Beispielen mit durchschnittlich

$$p_1 = 5 \text{ und } e_1 = 0{,}3.$$

Von jener Gleichung (3) werde übrigens nur die Form beibehalten, während der Coefficient B im Anschlusse an (4) und (5) für mittlere Verhältnisse bestimmt werde. Sein oben bestimmter Werth 1,1 würde mit $e_1 = 0{,}3$ und $k = 0{,}3$ der v. Reiche'schen Gleichung (5) entsprechen für

$$1{,}1 \sqrt{\frac{0{,}7}{0{,}3} s} = 1, \text{ also } s = 0{,}354;$$

indem aber diese Hublänge als Durchschnittswerth zu klein erscheint, werde $B = 0{,}8$ angenommen, so dass die Uebereinstimmung von (3) mit (5) für obige Mittelwerthe von e_1 und k durch

$$0{,}8 \sqrt{\frac{0{,}7}{0{,}3} s} = 1, \text{ also } s = 0{,}67$$

als durchschnittliche Hublänge herbeigeführt wird. Die somit sich ergebende Gleichung:

$$c = 0{,}8 \sqrt{\frac{1 - e_1}{k} s p_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

stimmt mit Gl. (4) für Auspuffmaschinen, nämlich

mit $\beta = 3{,}3$ und $k = 0{,}28$ für durchschnittlich $e_1 = 0{,}3$

überein, wenn im Durchschnitt

$$0{,}8 \sqrt{\frac{0{,}7}{0{,}28} p_1} = 3{,}3 \text{ entsprechend } p_1 = 6{,}8 \text{ Atm.},$$

für Condensationsmaschinen, nämlich

mit $\beta = 2{,}4$ und $k = 0{,}32$ für durchschnittlich $e_1 = 0{,}25$

dann, wenn im Durchschnitt

$$0{,}8 \sqrt{\frac{0{,}75}{0{,}32} p_1} = 2{,}4 \text{ entsprechend } p_1 = 3{,}8 \text{ Atm.}$$

---

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1881, S. 44 und 1884, S. 354.

** Der Dampfmaschinen-Constructeur, 1. Theil, S. 36.

ist. Indem diese Werthe von p_1 als ungefähr passende Mittelwerthe für Auspuff-, bezw. für Condensationsmaschinen gelten können, ist die Gleichung (6) als eine passende allgemeinere Regel für die angemessene Grösse der mittleren Kolbengeschwindigkeit zu betrachten, wenigstens sofern e_1 nicht viel $> 0,6$ ist; sie entspricht der Folgerung, welche oben schon allgemeinen Erwägungen entnommen wurde, dass nämlich c in der Regel um so grösser sein solle, je grösser s und p_1, je kleiner dagegen e_1 und k sind.

§. 89. Expansions- und Compressionsgrad. Schädlicher Raum. Vorein- und Vorausströmung.

Diese im §. 81 weiter genannten Ursachen der Abweichung des Kreisprocesses von seinem principiellen Verlauf werden zum Theil erst später nach Vervollständigung der dazu nöthigen Grundlagen näher zu betrachten sein. Hier mögen nur einige bezügliche Bemerkungen Platz finden.

Was die Unvollständigkeit der Expansion oder die Frage nach dem vortheilhaftesten Expansionsgrade betrifft, so ist sie in der Frage nach dem vortheilhaftesten Füllungsgrade e_1 enthalten, bedingt durch die Forderung kleinstmöglicher Kosten einer Pferdestärke pro Stunde. Letztere, welche sich, insoweit sie hierbei wesentlich in Betracht kommen, aus den Kosten des Brennmaterials und aus dem Aufwande für Verzinsung und Abschreibung des Anlagekapitals für die Maschine mit Rücksicht auf die Umstände des betreffenden Betriebes zusammensetzen, können hier noch nicht näher erwogen werden, indem sie u. A. die Bestimmung der Cylinderdimensionen der Maschine von verlangter Nutzleistung und des voraussichtlichen Dampfverbrauchs derselben voraussetzen. Ohne Weiteres ist nur einleuchtend, dass den kleinsten stündlichen Kosten einer Pferdestärke ein um so kleinerer Füllungsgrad, eine um so vollständigere Expansion entspricht, je höher der örtliche Preis des Brennmaterials im Vergleich mit dem Anschaffungspreise der Maschine ist und je continuirlicher ihr Betrieb sein soll.

Durch einen angemessenen Compressionsgrad des bei jedem Hube vor dem Kolben im Cylinder bleibenden Dampfes kann der Nachtheil des schädlichen Raums vermindert werden. Dieser Nachtheil besteht darin, dass der Dampfverbrauch bei jedem Hube um die Dampfmenge vergrössert wird, welche in den fraglichen Raum einströmen muss, damit die Spannung p_c zu Ende der Compression auf die (hier als constant

betrachtete) Volldruckspannung p_1 erhöht werde; das Volumen dieser Dampfmenge bei der Spannung p_1, welches als **reducirter schädlicher Raum** bezeichnet werde, ist auf Grund des Mariotte'schen Gesetzes und bei Abstraction von Voreinströmung

$$= m\,F\,s\left(1-\frac{p_c}{p_1}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

indem unter den genannten Voraussetzungen der im Cylinder gebliebene Dampf bei dem Drucke p_1 ein Volumen hat, welches im Verhältnisse $p_c:p_1$ kleiner, als der wirkliche schädliche Raum $m\,F\,s$ ist. Indem jener am Ende des Hubes, also ohne in Betracht kommende Bewegung des Kolbens, in den schädlichen Raum strömende Dampf eine Volldruckwirkung auf den Kolben nicht ausübt, die Arbeit

$$A = m\,F\,s\left(1-\frac{p_c}{p_1}\right)p_1 = m\,F\,s\,(p_1-p_c) \ldots \ldots \ldots (2)$$

vielmehr theils zur Compression des vor dem Kolben zurückgebliebenen Dampfes vom Drucke p_c bis zum Drucke p_1 verbraucht wird, theils als lebendige Kraft wirbelförmiger Bewegungen eine Umsetzung in Wärme vermittelt, während die Expansionswirkung durch den in den schädlichen Raum eingeströmten Dampf vergrössert wird, ist der betreffende Nachtheil um so grösser, je grösser die Füllung des Cylinders, je mehr also die Hinterdampfwirkung in Volldruckarbeit besteht. Durch frühere Absperrung des ausströmenden Vorderdampfes, also durch Verstärkung seiner Compression, lässt sich zwar immer der in Rede stehende Dampfverlust, bezw. der demselben entsprechende Verlust A an Volldruckarbeit verkleinern, durch Compression bis $p_c = p_1$ sogar auf Null reduciren, aber nur durch Aufwendung einer weiteren Compressionsarbeit

$$B = m\,F\,s\,p_1\,ln\frac{p_1}{p_c},$$

welche immer $> A$ ist, weil um so mehr

$$ln\frac{p_1}{p_c} > 1 - \frac{p_c}{p_1}$$

ist, je kleiner p_c im Verhältniss zu p_1. Während also bei einer Volldruckmaschine der Nachtheil des schädlichen Raumes durch grössere Compression nicht beseitigt werden kann, verhält es sich anders bei einer Expansionsmaschine. Der ohne Volldruckarbeit A in den schädlichen Raum eingeströmte Dampf kommt dann noch mit einem gewissen Arbeitsbetrage E der Expansionswirkung zugut, so dass mit A nicht die obige Compressionsarbeit B, sondern die Differenz $B-E$ zu vergleichen ist,

welche sich bei kleinen Füllungen $< A$ ergeben kann. Zu berücksichtigen bleibt übrigens in allen Fällen, dass durch erhöhte Compression bei gleicher Füllung die Ausnutzung des Cylindervolumens verkleinert, nämlich zur Gewinnung einer gewissen Dampfarbeit unter sonst gleichen Umständen ein grösseres Cylindervolumen nöthig wird.

Zur Beurtheilung des Einflusses, welchen die grössere oder kleinere Compression auf den Dampfverbrauch für eine gegebene resultirende Arbeit ausübt, kommt übrigens nicht nur der den Dimensionen und dem Füllungsgrade des Cylinders entsprechende indicirte (aus dem Indicatordiagramm zu folgernde) Dampfverbrauch in Betracht, sondern auch der Mehrverbrauch, welcher durch den calorischen Einfluss der Metallwände verursacht wird. Freilich ist ein sicheres Urtheil in dieser Hinsicht ohne Weiteres kaum möglich, besonders nicht bezüglich des Einflusses der Compression. Verstärkung derselben wirkt insofern ungünstig, als sie mit dem grösseren Bedarf an Volumen des Cylinders auch die Wandfläche desselben vergrössert, günstig dagegen dadurch, dass sie jeweils vor dem Einströmen des frischen Dampfes eine mässige Anwärmung der Wand des schädlichen Raums durch den bei seiner Compression wärmer werdenden Dampf vermittelt. Sofern dieser Dampf als trocken anzunehmen ist, wird freilich die betreffende Wärmeabgabe an die Wand nur gering sein können.

Bei Zweicylindermaschinen beziehen sich die vorstehenden Bemerkungen zunächst nur auf den kleinen oder Volldruckcylinder. Bei dem grossen oder Expansionscylinder verursacht der schädliche Raum nicht sowohl einen Dampfverlust, bezw. Mehrverbrauch an Dampf, als vielmehr einen Spannungsfall, somit einen Arbeitsverlust, indem der Dampf, welcher aus dem kleinen Cylinder oder aus der Zwischenkammer, also aus einem Raume von im Vergleich mit dem Kessel nur kleiner Grösse zuströmt, eine sehr merkliche Spannungsabnahme erfahren kann, wenn der schädliche Raum des grossen Cylinders von erheblicher Grösse und mit Dampf von erheblich kleinerer Spannung erfüllt ist. Hier ist es unbedingt rathsam, den nachtheiligen Einfluss dieses schädlichen Raumes durch entsprechende Compression des Vorderdampfes im Expansionscylinder möglichst zu beseitigen.

Zu Gunsten eines hohen Compressionsgrades spricht in allen Fällen die Rücksicht auf den Gang der Maschine; schon eine allgemeine Erwägung lässt erwarten, dass er um so sanfter sein wird, je allmählicher die Ausströmungsspannung in die Volldruckspannung übergeführt wird. Uebrigens bleibt solche Sanftheit des Ganges, welche auch durch andere Umstände bedingt ist, späterer Besprechung vorbehalten. —

Der Uebergang des Dampfdruckes p_c am Ende der Compression in den Volldruck p_1 erfordert eine gewisse Zeit, welche zwar sehr klein, indessen um so grösser ist, je grösser der schädliche Raum $m F s$ und je mehr $p_c < p_1$ ist. Die **Voreinströmung** ist deshalb auch, wenn schon immer sehr klein, doch passender Weise um so erheblicher zu machen, je grösser $m F s$ und je mehr $p_c < p_1$, je grösser somit der reducirte schädliche Raum ist, wenn sie den Erfolg haben soll, jene Zeit des Ueberganges von p_c in p_1 im Wesentlichen noch in die Zeit der Vorderdampfwirkung fallen, den neuen Hub mit vollem Drucke p_1 beginnen zu lassen.

Wichtiger ist die vortheilhafte Anordnung der **Vorausströmung**, weil der Uebergang der Spannung p_e des zu Ende der Expansion fast den ganzen Cylinder erfüllenden Dampfes in die Ausströmungsspannung p_2 eine viel grössere Zeit t erfordert. Die durch die entsprechende Abrundung des Arbeitsdiagramms bei $c d$, Fig. 82, verursachte Verkleinerung der Fläche desselben, also der Arbeit des Dampfes, ist um so geringer, je kleiner der Kolbenweg ist, während dessen die Abnahme des Dampfdruckes von p_e bis p_2 stattfindet, am kleinsten also dann, wenn jene Zeit t halb dem alten, halb dem neuen Kolbenhube angehört. Ist dann ψ der kleine Winkel, um welchen die Kurbel in der Zeit t sich dreht, so ist der unterdessen vom Kolben hin und her durchlaufene Weg

$$= \frac{s}{2}\left(1 - \cos\frac{\psi}{2}\right) \text{ nahe} = \frac{s}{2}\,\frac{\psi^2}{8},$$

wenn ψ in Bogenmass ausgedrückt ist; mit der Annahme, mit welcher die an die Stelle der Geraden $c d$ des Diagramms Fig. 82 tretende Curve als eine (nach aussen convexe) Parabel angenommen werden kann, wäre der entsprechende Arbeitsverlust ungefähr

$$= \frac{1}{3}(p_e - p_2)\frac{s}{2}\,\frac{\psi^2}{8} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

um so grösser, je mehr $p_e > p_2$ und besonders, je grösser ψ, je schneller also der Gang der Maschine ist. Gehörte die Zeit t ganz dem Ende des alten oder dem Anfange des neuen Hubes an, so wäre der dem Kurbelwinkel ψ entsprechende Kolbenweg

$$= \frac{s}{2}(1 - \cos\psi) \text{ nahe} = \frac{s}{2}\,\frac{\psi^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

und der Arbeitsverlust nahe = dem Vierfachen des Werthes (3). —

Die **Dampflässigkeit des Kolbens und der inneren Steuerung**, deren Einfluss auf die Zustandscurven bei der Expansion und Compression des Dampfes schon im §. 86 erwähnt wurde, wird später in Verbindung mit dem Dampfverbrauch der Maschine weiter besprochen werden.

§. 90. Gleichförmigkeit des Ganges.

Die Gleichförmigkeit des Ganges einer Dampfmaschine mit Kurbelwelle wird mit Rücksicht auf den Gleichförmigkeitsgrad der Rotation dieser Welle beurtheilt, dessen reciproker Werth der Ungleichförmigkeitsgrad genannt wird. Letzterer ist:

$$\delta = \frac{v' - v''}{v_m},$$

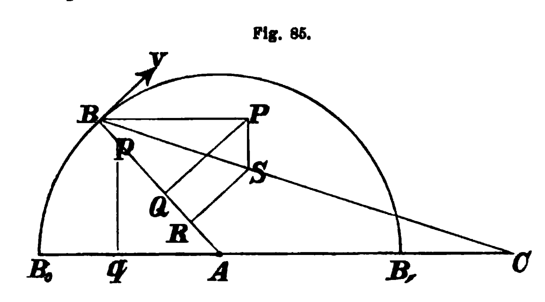
wenn v' das Maximum, v'' das Minimum, v_m den Mittelwerth der Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens (des Zapfenmittels) bedeutet, welche in dem hier stets vorausgesetzten periodischen Beharrungszustande bei jeder Umdrehung, nämlich bei jedem Doppelhube in gleicher Weise etwas veränderlich ist. Der Gang der Maschine ist um so gleichförmiger, δ um so kleiner, je grösser die auf den Kurbelzapfen reducirte rotirende Masse M, d. h. die Masse ist, welche, wenn sie in der Axe dieses Zapfens vereinigt wäre, jederzeit dieselbe lebendige Kraft besässe, welche die wirkliche rotirende Masse, nämlich vorzugsweise die Masse eines Schwungrades auf der Kurbelwelle, in Folge der verschiedenen Geschwindigkeiten ihrer Elemente thatsächlich besitzt. Wenn in einem gewissen Falle M so bestimmt worden ist, dass δ einen gegebenen Werth hat (je nach den Umständen etwa zwischen den Grenzen 0,02 und 0,05), so können die Dimensionen des Schwungrades gemäss Bd. II, §. 101 diesem M entsprechend gewählt werden.

Wie die reducirte Masse M für einen verlangten Ungleichförmigkeitsgrad δ durch Rechnung bestimmt werden kann, ist in den Paragraphen 92 bis 100 des II. Bandes dieses Werkes gezeigt worden mit Bezugnahme auf Beispiele, welche zum Theil mit Rücksicht auf die Verhältnisse von Dampfmaschinen ausgewählt wurden. Indessen wird die Durchführung des Rechnungsverfahrens sehr umständlich und zeitraubend in weniger einfachen Fällen, z. B. bei Zwillings- und Mehrlingsmaschinen, bei Zweicylinder- und Mehrcylindermaschinen. Von allgemeinerer Anwendbarkeit ist ein graphisches Verfahren, welches leichter und mit genügender Annäherung zum Ziele führt, indem es nur auf die ungefähre Verwirklichung eines gewissen Ungleichförmigkeitsgrades ankommt. Hier werde solches Verfahren vorläufig seinem Wesen nach erläutert mit Bezugnahme auf Eincylindermaschinen, wie sie bei den allgemeinen Erörterungen in den vorigen Paragraphen meistens vorausgesetzt wurden.

Das Widerstandsmoment gegen die Drehung der Kurbel- und Schwungradwelle, bezw. die Widerstandskraft Q, welche am Kurbelzapfen entgegengesetzt seiner Bewegungsrichtung angreifend zu denken ist, wird als constant vorausgesetzt, wie es immer bei Transmissions-Dampfmaschinen, überhaupt in solchen Fällen zu geschehen hat, in welchen eine gesetzmässig periodische Aenderung dieses Widerstandes nicht vorhanden oder wenigstens nicht angebbar ist.

Unter dieser zuletzt genannten Voraussetzung wird die Aenderung von v nur verursacht durch die periodische Veränderlichkeit des Drucks auf den Kurbelzapfen im Sinne seiner Bewegung, welcher die Folge des Dampfdrucks auf den Kolben und des Beschleunigungsdrucks der Kolbenmasse ist, und welcher hier einfach als **Tangentialdruck** bezeichnet werde. Im §. 87 wurde unter Bezugnahme auf Fig. 83 gezeigt, wie die Componente BP, Fig. 85, dieses Drucks im Sinne des die Todtpunkte B_0, B_1 verbindenden Durchmessers des Kurbelkreises durch Zeichnung gefunden werden kann. Als Componente des betreffenden specifischen, nämlich auf die Einheit der wirksamen Kolbenfläche bezogenen Drucks wird sie für jede Kolbenstellung, nämlich für das bis zu dieser Kolbenstellung von der wirksamen Kolbenfläche durchlaufene Volumen (**Kolbenvolumen**) als Abscisse durch die zugehörige Ordinate einer gewissen Curve $\alpha\beta\varepsilon\gamma$ (Fig. 83 in §. 87) für die Abscissenaxe OV mit dem Ursprunge O dargestellt; die Flächen, welche von dieser veränderlichen Ordinate vom Anfange des Hubes bis zu einer gewissen Kolbenstellung überfahren wurden, sind = den bis dahin auf den Kurbelzapfen übertragenen Arbeiten. Ist nun AB in Fig. 85 die leicht zu bestimmende Kurbellage, welche einem gewissen Kolbenvolumen entspricht, und ist BP = der Ordinate, welche in Fig. 83 zu diesem Kolbenvolumen als Abscisse gehört, so ergiebt sich der specifische Zapfendruck, welcher bei dieser Lage von der Kurbelstange CB, Fig. 85, auf den Zapfen ausgeübt wird, $= BS$, wenn PS normal AC ist. Der Tangentialdruck ist dann = dem Perpendikel SR von S auf AB.

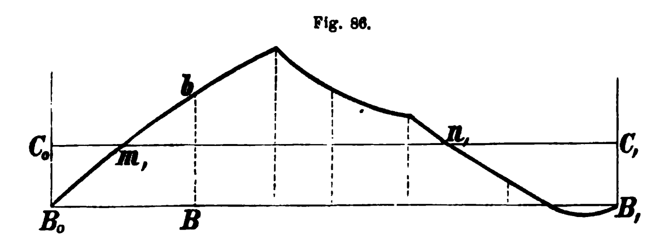
Fig. 85.



Das Gesetz, nach welchem sich dieser Druck mit der Zeit, bezw. mit der mittleren Kurbeldrehung ändert, wird durch das **Tangential-**

druckdiagramm Fig. 86 veranschaulicht. In dieser Figur ist die Grundlinie $B_0 B_1$ = dem halben Umfange des Kurbelkreises gemacht worden,

Fig. 86.



und ist die Curve $B_0 m_1 b n_1 B_1$ dadurch entstanden, dass die Coordinaten $B_0 B$ und $B b$ ihrer Punkte b bezw. gleich gemacht sind den Kreisbögen $B_0 B$ in Fig. 85 und den dazu construirten Strecken SR. Die Ordinaten Bb der Curve Fig. 86 stellen somit die Tangentialdrucke für die Einheit der wirksamen Kolbenfläche F (die specifischen Tangentialdrucke), die zugehörigen Abscissen $B_0 B$ die vom Hubanfange gerechneten Wege des Kurbelzapfens dar, die Flächen $B_0 B b$ die von jenem Augenblicke an vom specifischen Tangentialdrucke geleisteten, auf den Kurbelzapfen übertragenen Arbeiten. (Diese Flächen wären = denjenigen, welche in Fig. 83 von der beweglichen Ordinate der Curve $\alpha\beta\varepsilon\gamma$ gleichzeitig überfahren werden, wenn die Strecke $B_0 B_1$ in Fig. 86 zur Strecke OV in Fig. 83 sich wie $\pi : 1$ verhielte, wenn also für denselben Massstab OV in Fig. 83 nicht = dem Hubvolumen, sondern = der Hublänge, oder $B_0 B_1$ in Fig. 86 = dem π fachen nicht der Hublänge, sondern des Hubvolumens gemacht worden wäre.) Wenn übrigens die Kurbelstange im Vergleich mit der Kurbel nicht sehr lang ist, so ist darauf Rücksicht zu nehmen, dass für die Bewegung des Kolbens im einen und im andern Sinne die Druckcurve $\alpha\beta\varepsilon\gamma$ in Fig. 83 nicht von gleicher Gestalt, umsomehr das Aenderungsgesetz der Strecke SR in Fig. 85 oder des Tangentialdrucks verschieden ist; die Periode dieser Aenderung umfasst dann vielmehr eine ganze Kurbelumdrehung, und zu ihrer graphischen Darstellung muss das Diagramm Fig. 86 über einer Grundlinie $B_0 B_2 = 2.\ B_0 B_1$ = dem ganzen Umfange des Kurbelkreises gezeichnet werden.

Diese zuletzt erwähnte Ergänzung des Diagramms Fig. 86 sei ausgeführt; die Tangentialdruckcurve wird dann hier von einer mit der Grundlinie $B_0 B_1 B_2$ parallelen Geraden in 4 Punkten geschnitten, welche im Sinne $B_0 B_2$ aufeinander folgend mit m_1, n_1, m_2 und n_2 bezeichnet seien. Von der Geraden $C_0 C_2$, der Curve, der Anfangsordinate $B_0 C_0$ und der Endordinate $B_2 C_2$ werden dann 5 Flächen umgrenzt, von welchen,

wenn sie in entsprechender Reihenfolge mit f_1, f_2, f_3, f_4 und f_5 bezeichnet werden, f_1, f_3 und f_5 unterhalb, f_2 und f_4 oberhalb $C_0 C_2$ liegen. Jene Gerade $C_0 C_2$ sei nun in solcher Entfernung $q = B_0 C_0 = B_1 C_1 = B_2 C_2$ von der Grundlinie gezogen, dass

$$f_1 + f_3 + f_5 = f_2 + f_4$$

ist; q ist dann der Mittelwerth des specifischen, $Fq = Q$ der Mittelwerth des ganzen Tangentialdrucks, welcher, wenn er beständig am Kurbelzapfen wirkte, seine Geschwindigkeit v constant $= v_m$ erhielte. Auch entsprechen jetzt die Durchschnittspunkte m_1 und m_2 solchen Lagen der Kurbel, in welchen v ein relatives Minimum, n_1 und n_2 solchen, in welchen v ein relatives Maximum ist; und zwar entspricht das absolute Minimum v'' dem Punkte m_1 oder m_2, jenachdem

$$f_1 \gtreqless f_1 - f_2 + f_3, \text{ also } f_2 \gtreqless f_3$$

ist, das absolute Maximum v' dem Punkte n_1 oder n_2, jenachdem

$$-f_1 + f_2 \gtreqless -f_1 + f_2 - f_3 + f_4, \text{ also } f_3 \gtreqless f_4$$

ist. Ohne Weiteres leuchtet ein, wie analoger Weise auch unter weniger einfachen Umständen die zwei Punkte M und N der Curve des Tangentialdrucks gefunden werden können, deren Abscissen = den vom Anfange einer Periode bis zu den Augenblicken des Minimums v'' und des Maximums v' seiner Geschwindigkeit v gerechneten Wegen des Kurbelzapfens sind. Werden dann die zwischen diesen Punkten M und N liegenden Flächen f des Diagramms oberhalb $C_0 C_1 C_2$ positiv, unterhalb negativ gesetzt, und wird der Absolutwerth ihrer algebraischen Summe mit Σf bezeichnet, so folgt aus dem Princip der lebendigen Kraft:

$$M \frac{v'^2 - v''^2}{2} = F \cdot \Sigma f$$

und daraus, wenn näherungsweise für die mittlere Geschwindigkeit v_m das arithmetische Mittel des Maximums und Minimums von v, also

$$\frac{v' + v''}{2} = v_m = \frac{v' - v''}{\delta}$$

gesetzt wird,

$$M(v' - v'') v_m = M \delta \cdot v_m^2 = F \cdot \Sigma f$$

$$M = \frac{F \cdot \Sigma f}{\delta \cdot v_m^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Die besondere Gestalt obiger Figur 86 ist aus Fig. 83 abgeleitet, welche entsprechend der Voraussetzung einer unendlich langen Kurbelstange, nämlich bei Annahme der Geraden hi, Fig. 83, als Linie des specifischen Beschleunigungsdrucks gezeichnet wurde. Die Grundlinie des

Diagramms Fig. 86 brauchte deshalb nur = dem halben Umfange des Kurbelkreises zu sein; und weil in solchem Falle in Fig. 85 der Punkt S mit P zusammenfällt, waren die Ordinaten Bb in Fig. 86 = den Perpendikeln PQ vom Punkte P, Fig. 85, auf die Kurbelrichtung AB zu machen, oder auch $= pq$, nachdem die Ordinaten von $\alpha \beta \varepsilon \gamma$, Fig. 83, einfacher in Ap, Fig. 85, auf die Kurbelrichtungen aufgetragen und auf $B_0 B_1$ projicirt worden waren.

§. 91. **Sanftheit des Ganges.**

Die Elementenpaare, durch welche die Glieder des Schubkurbelgetriebes einer Rotationsdampfmaschine zusammenhängen, sind zwar Umschlusspaare, doch entsprechen sich die Elementenflächen nicht mathematisch genau. Stets sind gewisse mit fortschreitender Abnutzung zunehmende Spielräume vorhanden, welche, wenn sie auch nur kleine Bruchtheile eines Millimeters betragen, doch im Falle eines Druckwechsels (eines Wechsels der Druckrichtung) zuweilen heftige Stösse veranlassen. Solche Druckwechsel finden in der That periodisch statt sowohl an den Gleitflächen des Kreuzkopfs, wie am Kreuzkopfzapfen, am Kurbelzapfen und in den Lagern der Kurbelwelle, und ist es von Interesse, die Umstände zu untersuchen, unter welchen die entsprechenden Stösse an jenen Stellen möglichst gering ausfallen, der Gang der Maschine möglichst sanft wird.* Vor Allem ist dazu nöthig, die Heftigkeit solchen Stosses unter gegebenen Umständen zutreffend zu beurtheilen, und zwar als Grösse mathematisch auszudrücken als eine Function bestimmbarer Elemente.

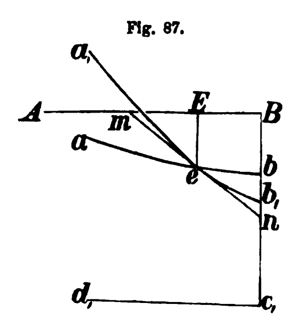
Zunächst handle es sich um die Stösse am Kreuzkopf- und am Kurbelzapfen. Beide kommen unter ähnlichen Umständen zustande und unterscheiden sich nur dadurch, dass die hin- und hergehende Kolbenmasse, durch welche sie bedingt werden, bezüglich der Stösse am Kreuzkopfzapfen aus den Massen des Kolbens selbst, der Kolbenstange und des Kreuzkopfs (ev. bei Condensationsmaschinen auch aus der auf die Kolbenbewegung reducirten Masse des Luftpumpengestänges), bezüglich derjenigen am Kurbelzapfen ausserdem aus der Masse der Kurbelstange besteht; zur Erklärung des Beurtheilungsverfahrens braucht deshalb nur von den Stössen am Kurbelzapfen die Rede zu sein. Dieser sei beispielsweise in Bewegung begriffen vom äussern zum innern Todtpunkte, der Kolben

* Siehe H. Wehage: über den ruhigen Gang der Dampfmaschinen mit Kurbelwelle. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 637.

also von der Kurbelwelle weg, wie es der Figur 85 entspricht, sowie auch der Figur 83 bezüglich der darin punktirt gezeichneten Beschleunigungslinie. Während des grössten Theils dieses Kolbenhubes zieht die Kurbelstange den Kurbelzapfen hinter sich her, bis nämlich der Druck zwischen beiden = Null wird in der Kolbenstellung, welche dem Schnittpunkte der Curve $\alpha\beta\varepsilon\gamma$ in Fig. 83 mit der Grundlinie OV entspricht. Gemäss der Art und Weise, wie die Curve $\alpha \ldots \gamma$ aus der Dampfüberdrucklinie $a_1 \ldots c_1$ und der Beschleunigungsdrucklinie hi abgeleitet wurde, wird jener Schnittpunkt auch erhalten, wenn die Beschleunigungslinie in der bezüglich auf OV symmetrischen Lage gezeichnet und ihr Schnittpunkt mit der Linie $a_1 \ldots c_1$ auf OV projicirt wird.

Die betreffenden Verhältnisse treten übrigens in der Zeichnung deutlicher hervor, und ist es auch den folgenden Ermittelungen mehr entsprechend, wenn die Dampfüberdrucke und die Beschleunigungsdrucke als Ordinaten nicht sowohl auf Abscissen, welche den Kolbenwegen proportional sind, als vielmehr auf solche bezogen werden, welche den Wegen des Kurbelzapfens, somit, da die Geschwindigkeit v des letzteren hier als constant gelten kann, den betreffenden Zeiten proportional sind. Auf diese Weise ist Fig. 87 aus Fig. 83 abgeleitet; AB entspricht dem letzten Stück der Grundlinie OV, B dem Punkte V, die Curve $a_1 b_1$ dem letzten Stück der Dampfüberdrucklinie, ab dem letzten Stück der Beschleunigungsdrucklinie in Fig. 83, und zwar der dort punktirten für das betreffende (hier = 0,2 angenommene) Verhältniss λ der Kurbellänge r zur Kurbelstangenlänge l. Die Fortsetzung der Curve $a_1 b_1$ entspricht von b_1 bis c_1 der Füllung des schädlichen Raums mit frischem Dampf, ist aber thatsächlich nicht genau eine zur Grundlinie AB senkrechte Gerade, sondern eine an solche Gerade sich nahe anschliessende, nur bei b_1 und c_1 stärker gekrümmte Curve mit $c_1 d_1$ beginnt die Dampfüberdrucklinie für den neuen Hub, auf der andern Seite der Grundlinie gezeichnet, wie für den vorigen Hub, so dass dann die Beschleunigungsdrucklinie ab für beide Hübe dieselbe Lage zu behalten hat. Der Schnittpunkt e von ab und $a_1 b_1$ entspricht dem Augenblicke, in welchem der Druck am Kurbelzapfen = Null wird; ist E seine Projection auf AB, so ist EB im Massstabe der Figur = dem Wege, welchen der Kurbelzapfen vom fraglichen Augenblicke an bis zum (hier inneren) Todtpunkte noch zu durchlaufen hat.

Fig. 87.



Von demselben Augenblicke an, für welchen die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und der Weg des Kolbens bezw. mit φ_0, w_0 und s_0 bezeichnet seien, bewegt sich die Kolbenmasse während sehr kleiner Zeit, dem Spielraume am Kurbelzapfen entsprechend, unabhängig von diesem, indem sie im Falle von Fig. 87 (überhaupt immer dann, wenn der Druckwechsel noch vor dem Hubwechsel stattfindet) gegen den Kurbelzapfen zurückbleibt, nämlich mehr als dieser im Sinne des Hubes verzögert wird, wie es die Richtungen von $a_1 b_1$ und ab im Punkte e anzeigen. Die kleine Zeitdauer dieser selbständigen Bewegung der Kolbenmasse sei $= t$; nach derselben ist sie um eine Wegstrecke = der Weite $\varDelta$ des Spielraums hinter dem Zapfen zurückgeblieben, mit welchem die Kurbelstange wieder zusammentrifft an einer Stelle, welche der früheren Berührungsstelle gegenüberliegt, so dass die Kolbenmasse, welche früher den Kurbelzapfen gezogen hatte, jetzt von diesem geschoben wird. Die der kleinen Zeit t entsprechenden, vom Punkte e an sich erstreckenden Bögen von eb und $e_1 b_1$, Fig. 87, können als gerade Linien betrachtet und entsprechend die Beschleunigungen der zwangläufig mit der Kurbel zusammenhängenden und der selbständig bewegten Kolbenmasse zur Zeit des Wiederzusammentreffens, also die Beschleunigungen des Kolbens unmittelbar nach und vor dem Stosse bezw.

$$\varphi = \varphi_0 + \psi t \text{ und } \varphi_1 = \varphi_0 + \psi_1 t \dots\dots\dots (1)$$

gesetzt werden, unter ψ und ψ_1 Constante verstanden. Daraus folgen die betreffenden Geschwindigkeiten und Wege:

$$w = w_0 + \varphi_0 t + \frac{\psi t^2}{2} \text{ und } s = s_0 + w_0 t + \frac{\varphi_0 t^2}{2} + \frac{\psi t^3}{6}$$

$$w_1 = w_0 + \varphi_0 t + \frac{\psi_1 t^2}{2} \text{ und } s_1 = s_0 + w_0 t + \frac{\varphi_0 t^2}{2} + \frac{\psi_1 t^3}{6}.$$

Die Zeit t, in welcher der Spielraum $\varDelta$ durchlaufen wird, entspricht der Gleichung:

$$\varDelta = s - s_1 = \frac{\psi - \psi_1}{6} t^3,$$

ist also:

$$t = \sqrt[3]{\frac{6\varDelta}{\psi - \psi_1}} \dots\dots\dots (2),$$

und die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Zusammentreffen stattfindet,

$$u = w - w_1 = \frac{\psi - \psi_1}{2} t^2 = \frac{\psi - \psi_1}{2} \sqrt[3]{\frac{36\varDelta^2}{(\psi - \psi_1)^2}}$$

$$u = 1{,}65 \sqrt[3]{(\psi - \psi_1)\varDelta^2} \dots\dots\dots (3).$$

Wäre die Kolbenmasse oder ihre Geschwindigkeit so gross, dass der Punkt b, Fig. 87, unterhalb c_1 läge und somit die Beschleunigungsdrucklinie ab erst nach dem Hubwechsel die Dampfüberdrucklinie schnitte, so fände auch der Druckwechsel am Kurbelzapfen erst nach dem Hubwechsel statt. Nach der Trennung würde dann das mit dem Kolben sich bewegende Gestänge dem Zapfen vorauseilen bis zum Wiederzusammentreffen nach dem relativen Wege $\Delta = s_1 - s$: in (2) und (3) wäre $\psi_1 - \psi$ statt $\psi - \psi_1$ zu setzen.

Was die Grössen ψ und ψ_1 betrifft, welche bezw. $= \frac{d\varphi}{dt}$ und $= \frac{d\varphi_1}{dt}$ als Beschleunigungen zweiter Ordnung der Kolbenmasse bei zwangläufigem Zusammenhange mit der gleichförmig rotirenden Kurbel, bezw. bei selbständiger Bewegung bezeichnet werden können, so ist nach Bd. I, §. 40, Gl. (14) und (19) für die Bewegung der Kurbel von der äusseren zur inneren Todtlage näherungsweise:

$$\varphi = \frac{v^2}{r}(\cos\alpha - \lambda\cos 2\alpha),$$

wenn α den Kurbelwinkel, nämlich ihren Drehungswinkel seit Beginn des Hubes bedeutet. Daraus folgt:

$$\psi = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v^2}{r}(-\sin\alpha + 2\lambda\sin 2\alpha)\frac{d\alpha}{dt}$$

oder wegen $\frac{d\alpha}{dt} = \omega = \frac{v}{r}$:

$$\psi = -\frac{v^3}{r^2}(\sin\alpha - 2\lambda\sin 2\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Für die Kurbelbewegung von der inneren zur äusseren Todtlage ist λ mit entgegengesetztem Vorzeichen zu nehmen; α ist hier der Kurbelwinkel, welcher dem Schnittpunkte e entspricht.

Die Grösse ψ_1 in den Gleichungen (2) und (3) kann mit Hülfe der Zeichnung Fig. 87 bestimmt werden, in welcher die Abscissen für einen gewissen Längenmassstab die Wege des Kurbelzapfens, die Ordinaten der Curve $a_1 b_1$ für einen gewissen Kräftemassstab die Dampfüberdrucke p pro Quadratcentimeter der Kolbenfläche darstellen. Ist dann nämlich wieder k das auf dieselbe Flächeneinheit bezogene Gewicht der Kolbenmasse, so folgt aus

$$p = \frac{k}{g}\varphi_1$$

$$\psi_1 = \frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{g}{k}\frac{dp}{dt} = \frac{gv}{k}\frac{dp}{dx},$$

unter $dx = v\,dt$ den Weg des Kurbelzapfens im Zeitelement dt verstanden. Wenn aber in Fig. 87 die Tangente mn im Punkte e an $a_1 b_1$ gezogen wird, so kann durch Messung die trigonometrische Tangente ihres Neigungswinkels ε gegen AB, nämlich

$$tg\,\varepsilon = \frac{Bn}{Bm} = -\frac{dp}{dx}$$

gefunden werden, somit auch:

$$\psi_1 = -\frac{gv}{k}\,tg\,\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Indem nun angenommen werden kann, dass die mit der Kurbel rotirende Masse der betreffenden Welle mit Schwungrad durch die Stösse keine in Betracht kommende Geschwindigkeitsänderung erfährt, weil sie im Vergleich mit der Kolbenmasse sehr gross ist, kann die Heftigkeit eines solchen Stosses durch die lebendige Kraft

$$A = K\frac{u^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

gemessen werden, welche dem Gesammtgewichte K der Kolbenmasse und ihrer plötzlichen Geschwindigkeitsänderung entspricht, nämlich der plötzlichen Geschwindigkeitszunahme um $u = w - w_1$ oder Abnahme um $u = w_1 - w$, jenachdem der Stoss etwas vor oder nach dem Hubwechsel stattfindet.

Mit Rücksicht auf die Bedeutungen der Grössen ψ und ψ_1 lassen die Gleichungen (3) und (6) erkennen, dass die fraglichen Stösse um so geringer ausfallen, unter je kleinerem Winkel die Curve $a_1 b_1 c_1 d_1$ des Dampfüberdruckes, Fig. 87, von der Curve ab des Beschleunigungsdruckes geschnitten wird, und dass sie am heftigsten sind, wenn sie gerade beim Hubwechsel eintreten; fiele der Punkt e zwischen b_1 und c_1, und wäre $b_1 c_1$ eine gerade Linie, so wäre ψ_1 nach (5) mit $\varepsilon = 90^0$ sogar unendlich gross. Die Geschwindigkeiten v, bei welchen letzteres unter gewissen Umständen der Fall ist, können als gefährliche Geschwindigkeiten bezeichnet werden; der Gang wird sanfter nicht nur, wenn v kleiner ist, sondern auch wenn v noch grösser ist, so dass e in die Strecke $c_1 d_1$ der Dampfüberdrucklinie gerückt wird. Aus demselben Grunde sind auch die Stösse am Kreuzkopfzapfen, welche ebenso zu beurtheilen sind, wie diejenigen am Kurbelzapfen, nur dass die Ordinaten der Curve ab im Verhältnisse der kleineren Kolbenmasse kleiner sind, nicht nothwendig weniger heftig, weil sie mit dem Hubwechsel zusammentreffen können, während bezüglich der Stösse am Kurbelzapfen die gefährlichen Geschwindigkeiten schon überschritten sind.

In Betreff der hier besprochenen Druckwechsel sind nur der Dampfdruck und der Beschleunigungsdruck im Sinne der Kolbenbewegung in Betracht gezogen worden. Ausserdem wirken aber noch Nebenkräfte an den beiden Zapfen, herrührend von der Reibung, von der Schwere der Kurbelstange und namentlich von ihrer schwingenden Bewegung um den Kreuzkopfzapfen. Letztere verursacht einen Beschleunigungsdruck normal zur Stangenrichtung besonders am Kurbelzapfen, welcher zwar kleiner ist, als der Beschleunigungsdruck im Sinne der Kolbenbewegung, aber doch bei grösseren Geschwindigkeiten von wesentlicher Bedeutung sein kann. Er bewirkt dann, wie Wehage in der oben erwähnten Abhandlung näher untersuchte, dass eigentliche Stösse im Allgemeinen gar nicht eintreten, indem eine Trennung beim Druckwechsel nicht stattfindet, vielmehr die Berührungsstelle zwar schnell, aber stetig den betreffenden Zapfen zur Hälfte umläuft. Indem freilich dieser Normalbeschleunigungsdruck ungefähr in der Mitte eines Hubes am grössten ist, bei den Hubwechseln dagegen verschwindet, verlieren dadurch die als gefährlich bezeichneten Geschwindigkeiten ihre Bedeutung nicht.

Gewöhnlich ist die Geschwindigkeit v des Kurbelzapfens klein genug, um mit Hülfe der Compression des Vorderdampfes bis zu grösserer Pressung p_c ungefährlich gemacht werden zu können. Mit Rücksicht darauf, dass das Gewicht k_1 der Kolbenmasse für 1 Quadratcentimeter der Kolbenfläche bezüglich des Kreuzkopfzapfens etwas $< k$ bezüglich des Kurbelzapfens, dass ferner die Beschleunigung φ

$$\text{für den äusseren Todtpunkt} = \frac{v^2}{r}(1-\lambda)$$

$$\text{für den inneren Todtpunkt} = \frac{v^2}{r}(1+\lambda)$$

ist, geht nämlich aus den vorstehenden Erörterungen hervor, dass bei allmählich zunehmender Geschwindigkeit einer Dampfmaschine heftige Stösse zuerst am Kurbel-, dann am Kreuzkopfzapfen in der inneren Todtlage, nach weiterer Geschwindigkeitszunahme zuerst an ersterem, dann an letzterem Zapfen bei äusserer Todtlage der Kurbel auftreten, und dass sie bei fortgesetzt zunehmender Ganggeschwindigkeit in derselben Reihenfolge wieder aufhören werden, zuerst am Kurbelzapfen in der inneren, zuletzt am Kreuzkopfzapfen in der äusseren Todtlage. Ist also p_e die Hinterdampfspannung am Ende, p_1 die Spannung hinter, p_2 vor dem Kolben am Anfang des Hubes, so dass in Fig. 87

$$B b_1 = p_c - p_e \text{ und } B c_1 = p_1 - p_2$$

zu setzen ist, so sind heftige Stösse ausgeschlossen, wenn

$$\frac{k}{g}\frac{v^2}{r}(1+\lambda) < p_c - p_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

oder

$$\frac{k_1}{g}\frac{v^2}{r}(1-\lambda) > p_1 - p_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8)$$

ist. Wenn, unter e_1 den Füllungsgrad und unter m den Coefficienten des schädlichen Raums verstanden,

$$p_e = \frac{e_1 + m}{1+m} p_1$$

und gemäss Gl. (6) in §. 88

$$v = \frac{\pi}{2} \cdot 0{,}8 \sqrt{\frac{1-e_1}{k} s p_1}$$

gesetzt wird, so würden nach (7) heftige Stösse ausgeschlossen sein, wenn

$$p_c > \frac{e_1 + m}{1+m} p_1 + \frac{k}{g r}\frac{\pi^2}{4} \cdot 0{,}64 \cdot \frac{1-e_1}{k} s p_1 (1+\lambda)$$

wäre, oder wegen $s = 2r$:

$$\frac{p_c}{p_1} > \frac{e_1 + m}{1+m} + 0{,}322(1-e_1)(1+\lambda) \ldots \ldots \ldots (9)$$

insbesondere mit $\lambda = 0{,}2$:

$$\frac{p_c}{p_1} > \begin{cases} 0{,}435 + 0{,}565\, e_1 & \text{für } m = 0{,}05 \\ 0{,}478 + 0{,}522\, e_1 & \text{für } m = 0{,}1. \end{cases}$$

Bei Maschinen mit Condensation sind im Allgemeinen die Umstände einem sanften Gange weniger günstig, als bei Auspuffmaschinen. Abgesehen davon, dass k bei ihnen grösser ist und heftige Stösse deshalb schon bei kleineren Geschwindigkeiten eintreten, kann es auch bei grosser Volldruckspannung p_1, aber sehr kleiner Condensatorspannung und entsprechend kleiner Ausströmungsspannung p_2 der Fall sein, dass die Bedingung (9) gar nicht zu erfüllen ist, wenn nicht zugleich der schädliche Raum sehr klein ist. Je kleiner m, desto grösser ist nämlich, unter $e_2 s$ den Kolbenweg bei Beginn der Compression verstanden,

$$\frac{p_c}{p_2} = \frac{1 - e_2 + m}{m},$$

während das nach (9) verlangte Verhältniss $\frac{p_c}{p_1}$ mit m etwas abnimmt. Indem aber die Compressionscurve einen um so steileren Verlauf hat, je kleiner m, können dann auch schon solche Stösse heftig sein, welche einige Zeit vor dem Hubwechsel stattfinden. Verkleinerung der schädlichen Räume und der Condensatorspannung, an und für sich vortheilhaft,

kann somit durch die Rücksicht auf sanften Gang eine gebotene Grenze finden. Von günstiger Wirkung ist auch die Vorausströmung in dieser Beziehung; ihr zufolge ist die Hinterdampfspannung zu Ende des Hubes kleiner, als die Spannung p_e, welche nur in Folge der Expansion erreicht würde, somit auch der durch (7) verlangte Mindestwerth von p_c entsprechend kleiner.

Bei stehenden Maschinen sind alle Ordinaten der Dampfüberdrucklinie für den Niedergang des Kolbens um den einer Dampfspannung $= k$ im Massstabe der Zeichnung entsprechenden Betrag zu vergrössern, für den Aufgang um ebensoviel zu verkleinern. Maschinen mit mehr als einem Cylinder erfordern im Allgemeinen für jeden derselben eine besondere Untersuchung; nur wenn alle Kolben in gleicher Weise auf dieselbe Kurbel wirken, kann die Untersuchung bezüglich der letzteren mit einer resultirenden Kolbenmasse durchgeführt werden. —

Stösse an den Gleitflächen des Kreuzkopfes können unter folgenden Umständen eintreten. Wenn der nach dem Vorhergehenden zu bestimmende Druck P, welcher am Kreuzkopfzapfen im Sinne der Kolbenbewegung stattfindet, in zwei Componenten zerlegt wird, die eine nach der Richtung der Kurbelstange, die andere $= N$ normal zur Führung des Kreuzkopfs, so würde N beständig denselben Richtungssinn behalten, wenn die Umkehrung des Richtungssinnes von P genau mit den Hubwechseln zusammenfiele. Indem aber letzteres im Allgemeinen nicht der Fall ist, auch nicht der Fall sein soll, erhält dann auch N zeitweilig den entgegengesetzten Richtungssinn, und sofern der Kreuzkopf nicht mathematisch genau, sondern mit einem gewissen kleinen Spielraume zwischen den beiden Führungsflächen eingepasst ist, erhält er durch die Wechsel von N bei stehenden Maschinen eine kurze Zeit dauernde und mit einem Stosse abschliessende freie Bewegung. Diese Stösse sind ähnlich wie die oben besprochenen zu beurtheilen, wenn hier das Gewicht der bewegten Masse $=$ demjenigen des Kreuzkopfs, vermehrt um entsprechende Theile der Kurbelstange und ev. der Kolbenstange gesetzt wird. Bei liegenden Maschinen, wenn sie in solchem Sinne umlaufen, dass der Regel nach N abwärts gerichtet ist, können diese Stösse erst dann auftreten, wenn zeitweilig N nicht nur aufwärts gerichtet, sondern auch $> G$ wird, was bei den üblichen Geschwindigkeiten gar nicht vorkommt. Bei umgekehrter Bewegung, bei welcher N in der Regel aufwärts gerichtet wäre, würden umgekehrt die fraglichen Stösse schon dann eingeleitet werden, wenn N zwar noch diese Richtung hätte, aber $< G$ würde, weshalb solcher Fall, welcher z. B. der Figur 85 entspräche, bei Maschinen, die immer in

gleichem Sinne umlaufen sollen, weniger zweckmässig und auch nicht üblich ist. Uebrigens sind diese Stösse, auch wenn sie bei umzusteuernden Maschinen zeitweilig unvermeidlich sind, doch wegen der langsamen Aenderung von N immer nur von geringerer Bedeutung, sofern der Spielraum zwischen den Gleitflächen nicht ungebührlich gross ist.

Der Druck in einem Lager der Kurbelwelle setzt sich zusammen aus Antheilen ihrer Schwere und des Druckes am Kurbelzapfen, welche durch die Disposition bestimmt sind. Erstere Componente ist constant und vertical abwärts gerichtet, letztere gemäss Obigem stetig veränderlich und bei liegenden Maschinen horizontal im einen oder anderen Sinne, bei stehenden Maschinen vertical nach oben oder unten gerichtet. Unter diesen Umständen sind Stösse in den Lagern der Kurbelwelle einer liegenden Maschine ausgeschlossen, indem die stetig veränderliche, immer mehr oder weniger schräg abwärts weisende Richtung des resultirenden Lagerdrucks auch bei Vorhandensein eines Spielraums nur eine gleitend-rollende Relativbewegung, keine Trennung beider Theile zulässt. Bei stehenden Maschinen können dagegen Stösse in den Lagern, gemäss obigen Erörterungen zu beurtheilen, dann vorkommen, wenn der dem Drucke am Kurbelzapfen entsprechende Antheil des Lagerdrucks aufwärts gerichtet ist und grösser wird, als die betreffende Schwerkraft. —

Schliesslich mag nicht unerwähnt bleiben, dass die Sanftheit des Ganges einer Maschine auch durch andere Ursachen beeinträchtigt werden kann, als durch die zeitweilige Aufhebung des kinematischen Zusammenhanges der nur unvollkommen mit kleinem Spielraume (mit sogenanntem todten Gang) gepaarten Glieder ihres Mechanismus in Folge von Druckwechseln an diesen Elementenpaaren. Zunächst werden die letzteren stets begleitet von Spannungsänderungen, also von Deformationen und entsprechenden inneren Bewegungen der Glieder selbst. Wenn z. B. gegen Ende des Hubes einer Dampfmaschine der Dampfdruck auf den Kolben seiner Bewegung entgegen gerichtet wird, so kann es zuerst der Fall sein, dass dieser Druck grösser wird, als der Massendruck, welcher der Verzögerung nur des Kolbens entspricht; in diesem Augenblicke geht am Anfang der Kolbenstange Zug in Druck über oder umgekehrt, und erst nachdem dieser Uebergang sich durch die ganze Kolbenstange fortgepflanzt, dann der von vorn gerichtete Dampfdruck auch noch um den entgegengesetzt gerichteten Massendruck des Kreuzkopfs zugenommen hat, erfolgt der Druckwechsel am Kreuzkopfzapfen. Ebenso muss er ferner durch die ganze Länge der Kurbelstange fortgeschritten sein, bevor er am Kurbelzapfen stattfindet. Durch passende Formen und genügende

Dimensionen der Glieder können übrigens in der Regel unschwer so erhebliche Deformationen derselben verhindert werden, dass durch dieselben die Stetigkeit und Sanftheit des Ganges merklich gestört würden.

Wichtiger ist das bei liegenden Dampfmaschinen ohne entsprechende Vorkehrung auftretende Bestreben zu periodischer Ortsveränderung ihres Gestells auf dem Fundamente in Folge der Wirkung des Dampfdrucks. Letzterer wirkt als eine bezüglich auf die Maschine als Ganzes innere Kraft mit derselben Grösse, wie auf den Kolben, auch in entgegengesetztem Sinne auf den mit dem Gestell fest verbundenen betreffenden Cylinderdeckel. Jede Bewegung des Kolbens mit Gestänge würde deshalb von einer entgegengesetzten (im Verhältniss der grösseren Masse kleineren) Bewegung des Gestelles begleitet sein, wenn dasselbe in der betreffenden Richtung beweglich, z. B. um eine zu derselben senkrechte horizontale Aufhängeaxe drehbar gemacht, oder wenn es mit Rädern versehen und mit thunlichster Vermeidung von Reibungswiderständen auf eine horizontale Schienenbahn gestellt würde. Bei einer liegenden Dampfmaschine, deren Gestell durch Schraubenbolzen auf einem Fundament befestigt ist, kann sich die Tendenz zur fraglichen Ortsveränderung durch Lockerung jener Bolzen äussern. Durch passend angeordnete Ausgleichsmassen ist ihr entgegen zu wirken. Vollkommen würde sie durch eine Masse verhindert werden können, deren Bewegung horizontal und nach demselben Gesetze veränderlich, dabei aber stets entgegengesetzt gerichtet ist, wie die Bewegung der Kolbenmasse, so dass bei entsprechender Grösse jener Ausgleichsmasse der Schwerpunkt der gesammten bewegten Masse seinen Ort nicht ändert; indessen pflegt man sich mit der angenäherten einfacheren Ausgleichung durch rotirende, z. B. am Schwungrade excentrisch angebrachte Massen zu begnügen, wenn auch ihre Horizontalbewegung nicht genau dem Bewegungsgesetze der Kolbenmasse entspricht und durch ihre Verticalbewegung neue Massenwirkungen bedingt werden. Letztere sind in der That ungefährlich, sofern sie nur den Lagerdruck der Schwungradwelle periodisch vergrössern oder verkleinern. Bei stehenden Maschinen ist solche Massenausgleichung nicht nur unnöthig, sondern sie wäre, wenn durch rotirende Massen bewirkt, sogar schädlich wegen der dadurch veranlassten horizontalen Kraftwirkungen. Nützlich für die Gleichförmigkeit des Ganges ist dagegen bei solchen Maschinen die Ausgleichung der Schwere ihrer auf- und abbewegten Kolbenmasse, z. B. durch Verkleinerung der Füllung oberhalb des Kolbens oder seiner dampfberührten oberen Fläche durch Verdickung der Kolbenstange daselbst.

c. Indicirter Effect.

Unter dem indicirten Effect einer Dampfmaschine wird die in derselben vom Dampfdrucke durchschnittlich in einer Sekunde geleistete (gewöhnlich in Pferdestärken ausgedrückte) Arbeit verstanden, wenn diese Arbeit auch nicht wirklich mit Hülfe des Indicators ermittelt, sondern theoretisch so bestimmt wird, wie sie unter gewissen möglichst angenähert zutreffenden Voraussetzungen durch den Indicator gefunden werden würde. Solche theoretische Bestimmung erfordert die Untersuchung der Zustandsänderungen des wirksamen Dampfes im Beharrungszustande der Maschine, nämlich der Aenderungen seiner Spannung in den ev. mehreren, durch die Steuerung aus- oder eingeschalteten oder in Folge der Kolbenbewegung veränderlichen Räumen der Maschine.

1. Eincylindermaschinen.

§. 92. Mittlere indicirte Dampfspannung.

In Uebereinstimmung mit Buchstabenbezeichnungen, welche in den vorhergehenden Paragraphen angewendet wurden, sei bei Voraussetzung des Quadratcentimeters als Einheit der Kolbenfläche, des Meters als Einheit von Längen, des Sekundenmeters als Geschwindigkeitseinheit und eines Drucks von 1 Kilogramm auf 1 Quadratcentimeter als Einheit von Dampfspannungen:

d der Cylinderdurchmesser im Lichten,

F die dampfberührte Kolbenfläche, welche ev. um den Querschnitt der Kolbenstange kleiner ist, als der Cylinderquerschnitt im Lichten, hier aber als Mittelwerth verstanden wird, sofern sie auf beiden Seiten etwas verschieden sein sollte,

s der Kolbenhub,

m der Coefficient des schädlichen Raumes auf jeder Seite des Cylinders, nämlich das Verhältniss dieses Raumes zum Hubvolumen (dem von der dampfberührten Kolbenfläche bei einem Hube durchlaufenen Volumen),

$s_1 = e_1 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Einströmung des Hinterdampfes, also

e_1 der Füllungsgrad,

$s_2 = e_2 s$ der Kolbenweg bis zu Ende der Ausströmung des Vorderdampfes,

p_1 die mittlere Hinterdampfspannung bei der Einströmung,

p_2 die mittlere Vorderdampfspannung bei der Ausströmung,

$\alpha_1 p_1$ die Hinterdampfspannung zu Ende der Einströmung, nämlich

α_1 ein Coefficient, welcher um so mehr < 1 ist, je langsamer bei schleichender Bewegung des betreffenden Steuerorgans der Einströmungscanal abgesperrt wird und je mehr bei erheblicher Drosselung und grosser Kolbengeschwindigkeit die Spannung des Dampfes schon während seiner Einströmung abnimmt,

$\alpha_2 p_2$ die Vorderdampfspannung zu Ende der Ausströmung, nämlich

α_2 ein Coefficient, welcher um so mehr > 1 ist, je langsamer der Ausströmungscanal durch das betreffende Steuerorgan abgesperrt wird,

p_i die mittlere indicirte Dampfspannung = dem Ueberschuss des Mittelwerthes der Hinterdampfspannung über den Mittelwerth der Vorderdampfspannung,

n die Zahl der Doppelhübe oder der Kurbelumdrehungen in einer Minute.

Die mittlere Kolbengeschwindigkeit ist dann:

$$c = \frac{n s}{30} \qquad (1),$$

die indicirte Arbeit für einen Hub:

$$L_i = F s p_i \text{ Meterkgr.} \qquad (2),$$

der indicirte Effect in Pferdestärken:

$$N_i = \frac{n L_i}{30.75} = \frac{F c p_i}{75} \qquad (3).$$

Während bei einer im Betriebe befindlichen Maschine p_i durch Indicatorversuche gefunden wird, werde zur angenäherten rechnerischen oder graphischen Bestimmung von p_i die Spannung sowohl bei der Compression, wie bei der Expansion umgekehrt proportional dem Volumen des Dampfes angenommen, sowie von Voreinströmung und von Vorausströmung abgesehen. Die Fehler dieser Annahmen können insbesondere bei der Rechnung, deren Ersetzung durch ein graphisches Verfahren bei Eincylindermaschinen kaum Vortheile bietet, durch entsprechende Annahme der Coefficienten α_1 und α_2 einigermassen ausgeglichen werden, z. B. die Verkleinerung von p_i in Folge erheblicher Vorausströmung oder in Folge einer grösseren Spannungszunahme bei der Compression, als dem Mariotte'schen Gesetz entsprechen würde, durch die Annahme eines kleineren Werthes von α_1, bezw. eines grösseren Werthes von α_2.

Indem nun, ausgedrückt in Meterkgr., die Einströmungsarbeit:

$$L_1 = F p_1 s_1$$

und die Expansionsarbeit:

$$L = F(s_1 + ms)\,\alpha_1 p_1 \, ln \frac{s + ms}{s_1 + ms}$$

ist, nämlich $0{,}0001\,F(s_1 + ms)$ Cubikm. das Anfangsvolumen, $10000\,\alpha_1 p_1$ Kgr. pro Quadratm. der entsprechende Druck und $\frac{s_1 + ms}{s + ms}$ das Expansionsverhältniss, indem ferner die Ausströmungsarbeit:

$$L_2 = F p_2 s_2$$

und die Compressionsarbeit:

$$L_0 = F(s - s_2 + ms)\,\alpha_2 p_2 \, ln \frac{s - s_2 + ms}{ms}$$

ist, ergiebt sich aus der Gleichung

$$L_i = L_1 + L - L_2 - L_0 = F s p_i$$

$$p_i = \left[e_1 + \alpha_1 (e_1 + m)\, ln \frac{1 + m}{e_1 + m}\right] p_1 - \left[e_2 + \alpha_2 (1 - e_2 + m)\, ln \frac{1 - e_2 + m}{m}\right] p_2 \quad (4).$$

Die Dampfspannungen zu Ende der Expansion und der Compression sind beziehungsweise:

$$p_e = \frac{e_1 + m}{1 + m} \alpha_1 p_1 \text{ und } p_c = \frac{1 - e_2 + m}{m} \alpha_2 p_2 \quad \ldots\ldots (5).$$

Setzt man

$$p_i = f_1 p_1 - f_2 p_2 \text{ mit } f_1 = e_1 + \alpha_1 (e_1 + m)\, ln \frac{1 + m}{e_1 + m} \quad \ldots\ldots (6),$$

so ist unter gewöhnlichen Umständen der Werth von

$$f_2 = e_2 + \alpha_2 (1 - e_2 + m)\, ln \frac{1 - e_2 + m}{m} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

hinlänglich wenig schwankend, um mit Rücksicht auf die meistens untergeordnete Bedeutung des Gliedes $f_2 p_2$ eine den Verhältnissen schätzungsweise angepasste Annahme zuzulassen. Als Anhalt können die beispielsweise für einige Werthe von e_2 und m auf Grund der Annahme $\alpha_2 = 1{,}1$ berechneten Werthe von f_2 dienen, welche mit entsprechenden Werthen des Verhältnisses $p_c : p_2$ in der folgenden Tabelle enthalten sind.

	f_2			$p_c : p_2$		
m =	0,02	0,05	0,1	0,02	0,05	0,1
$e_2 = 0{,}8$	1,38	1,24	1,16	12,1	5,5	3,3
$e_2 = 0{,}85$	1,25	1,15	1,10	9,35	4,4	2,75
$e_2 = 0{,}9$	1,14	1,08	1,05	6,6	3,3	2,2
$e_2 = 0{,}95$	1,05	1,03	1,02	3,85	2,2	1,65

§. 93. Expansionsverhältniss, welches bei gegebener Compression dem grössten Verhältnisse der gewonnenen Arbeit zum betreffenden Dampfverbrauch entspricht.

Wenn unter dem Expansionsverhältnisse x das Verhältniss der Dampfvolumina am Anfang und am Ende = dem Verhältniss der Spannungen am Ende und am Anfang der Expansion verstanden wird, so ist:

$$x = \frac{e_1 + m}{1 + m} = \frac{p_e}{\alpha_1 p_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1),$$

und wenn hiernach e_1 durch x ausgedrückt, also gemäss Gl. (6) im vorigen Paragraph

$$f_1 = (1 + m) x - m + \alpha_1 (1 + m) x \ln \frac{1}{x}$$

gesetzt wird, ergiebt sich die indicirte Arbeit für einen Hub als Function von x:

$$L_i = Fs(f_1 p_1 - f_2 p_2) = Fsp_1 (1 + m)\left(x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a\right) \quad . . (2)$$

mit der Bezeichnung:

$$a = \frac{1}{1 + m}\left(\frac{f_2 p_2}{p_1} + m\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3).$$

Unter dem bei einem Hube verbrauchten Dampf sei hier derjenige verstanden, welcher als trockener Dampf von der mittleren Einströmungsspannung p_1 einen Raum erfüllt = der Summe des der Einströmung entsprechenden Kolbenvolumens und des gleichfalls bei jedem Hube mit solchem Dampfe auszufüllenden reducirten schädlichen Raums (§. 89, Gl. 1). Ist γ_1 das specifische, nämlich das Gewicht von einem Cubikmeter dieses Dampfes, so ist sein Gesammtgewicht

$$G = \frac{Fs}{10000}\left[e_1 + m\left(1 - \frac{p_c}{p_1}\right)\right]\gamma_1$$

gemäss (1):

$$G = \frac{Fs}{10000}\left[(1 + m) x - m\frac{p_c}{p_1}\right]\gamma_1$$

$$= \frac{Fs\gamma_1 (1 + m)}{10000}\left(x - \frac{m}{1 + m}\,\frac{p_c}{\alpha_2 p_2}\,\frac{\alpha_2 p_2}{p_1}\right)$$

oder mit Rücksicht auf Gl. (5) im vorigen Paragraph:

$$G = \frac{Fs\gamma_1 (1 + m)}{10000}(x - b) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

bei der Bezeichnung:

$$b = \frac{1 - e_2 + m}{1 + m}\,\frac{\alpha_2 p_2}{p_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5).$$

Aus (2) und (4) folgt:

$$\frac{L_i}{G} = 10000 \frac{p_1}{\gamma_1} \frac{x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a}{x - b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

und der Werth von x, welcher dieses Verhältniss zu einem Maximum macht, entspricht der Gleichung:

$$(x - b)\left(1 - \alpha_1 + \alpha_1 \ln \frac{1}{x}\right) - \left(x + \alpha_1 x \ln \frac{1}{x} - a\right) = 0$$

oder

$$a - (1 - \alpha_1) b - \alpha_1 x - \alpha_1 b \ln \frac{1}{x} = 0 \ldots\ldots\ldots (7).$$

Dass das fragliche Verhältniss bei einem gewissen Füllungsgrade, also bei einem gewissen ihm entsprechenden Werthe von x ein Maximum sein muss, ist schon aus dem Arbeitsdiagramm (Fig. 82, §. 86) zu schliessen, gemäss welchem es offenbar einen gewissen Füllungsgrad giebt, bei dessen Vergrösserung L_i weniger zunimmt, als G, während bei seiner Verkleinerung L_i mehr abnimmt, als G.

Auf Grund der nahe zutreffenden Annahme $\alpha_1 = 1$ erhält Gl. (7) die einfachere Form:

$$a - x - b \ln \frac{1}{x} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

aus welcher

$$x + x \ln \frac{1}{x} - a = (x - b) \ln \frac{1}{x}$$

folgt, so dass nach (6)

$$max \frac{L_i}{G} = 10000 \frac{p_1}{\gamma_1} \ln \frac{1}{x} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

wird, unter x den der Gleichung (8) entsprechenden Werth verstanden. Letzterer ist näherungsweise, und zwar um so weniger fehlerhaft, je kleiner mit $1 - e_2$ und m auch b ist,

$$x = a = \frac{1}{1 + m}\left(\frac{f_2 p_2}{p_1} + m\right),$$

entsprechend

$$e_1 = (1 + m) x - m = \frac{f_2 p_2}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Dem so bestimmten ist der vortheilhafteste Werth des Füllungsgrades, bezw. des Expansionsverhältnisses nicht ganz gleich, weil es dabei nicht auf die indicirte, sondern auf die Nutzarbeit, auch nicht auf den nutzbaren, sondern auf den gesammten Dampfverbrauch, der die Dampfverluste in Folge des calorischen Einflusses der Metallwände und

wegen Undichtheiten in sich schliesst, ankommt. Schliesslich kommen auch die Kosten der Maschine in Betracht, so dass als vortheilhaftester der Füllungsgrad zu bezeichnen ist, welchem unter den betreffenden Umständen das grösste Verhältniss der Nutzarbeit zur Summe der Productionskosten des dazu gebrauchten Dampfes und der antheiligen Kosten der Maschine entspricht, welche durch ihre Anschaffung, Aufstellung, Bedienung, Erhaltung und eventuelle Erneuerung mit Berücksichtigung der jährlichen Betriebsdauer verursacht werden, insoweit die letzteren Kosten als abhängig vom Füllungsgrade, nämlich von der Grösse der Maschine des betreffenden Systems gelten können. Die Einführung der Nutzarbeit statt der indicirten Arbeit erfordert übrigens im Princip nur eine einfache nachträgliche Aenderung obiger Ausdrücke. Ist nämlich p_r die an späterer Stelle näher zu besprechende mittlere Dampfspannung, welche zur Bewältigung der Reibungswiderstände gebraucht wird, so ist die Nutzarbeit für einen Hub

$$= Fs(p_i - p_r) = Fs(f_1 p_1 - f_2 p_2 - p_r),$$

so dass im Ausdrucke (3) der Grösse a nur $f_2 p_2$ um p_r vergrössert zu werden braucht, während sonst alles unverändert bleiben kann. Insbesondere wird der Näherungswerth (10):

$$e_1 = \frac{f_2 p_2 + p_r}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11).$$

Von den an anderer Stelle näher festzustellenden Dampfverlusten kann vorläufig angenommen werden, dass ihr Verhältniss zum nutzbaren Dampfverbrauch wenigstens nur nebensächlich durch e_1 bedingt ist, so dass sie den vortheilhaftesten Füllungsgrad nicht erheblich beeinflussen. Je höher aber die auf die Arbeitseinheit entfallenden Kosten der Maschine sind, eine desto vollständigere Ausnutzung derselben zur Arbeitsgewinnung durch Vergrösserung des Füllungsgrades ist dadurch natürlich wirthschaftlich geboten. Letzterer ist also vortheilhafter Weise grösser, als derjenige, welcher gemäss (7) oder (8) bei Ersetzung von $f_2 p_2$ durch $f_2 p_2 + p_r$ gefunden wird; schon der Näherungswerth gemäss (11) ist grösser, so dass er dem vortheilhaftesten in der Regel näher kommt, als die andern.

Wird z. B. im Falle einer Auspuffmaschine

$$p_1 = 8 \qquad p_2 = 1{,}15 \qquad p_r = 0{,}45$$
$$m = 0{,}05 \qquad \alpha_2 = 1{,}1 \qquad e_2 = 0{,}9$$

angenommen, entsprechend $f_2 = 1{,}08$ nach der Tabelle zu Ende des vorigen Paragraph, so findet man:

$$a = 0{,}249 \text{ und } b = 0{,}0226.$$

Der Gleichung (11) entspricht dann

$$x = a = 0{,}249 \text{ und } e_1 = 0{,}211,$$

während für $\alpha_1 = 1$ aus (8) folgt:

$$x = 0{,}214 \text{ und } e_1 = 0{,}175,$$

für $\alpha_1 = 0{,}95$ aus (7):

$$x = 0{,}226 \text{ und } e_1 = 0{,}187.$$

§. 94. Compressionsverhältniss, welches bei gegebener Füllung dem grössten Verhältnisse der gewonnenen Arbeit zum Dampfverbrauch entspricht.

Wenn hier mit x das Compressionsverhältniss bezeichnet, also

$$x = \frac{1 - e_2 + m}{m} = \frac{p_c}{\alpha_2 p_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1)$$

gesetzt wird, so ist nach §. 92, Gl. (7):

$$f_2 = 1 + m - mx + \alpha_2 mx \ln x$$

und damit:

$$\begin{aligned} L_i &= Fs(f_1 p_1 - f_2 p_2) \\ &= Fsmp_2\left(\frac{f_1 p_1}{m p_2} - \frac{1+m}{m} + x - \alpha_2 x \ln x\right) \quad \ldots \ldots (2). \end{aligned}$$

Der nutzbare Dampfverbrauch für einen Hub ist

$$\begin{aligned} G &= \frac{Fs}{10000}\left[e_1 + m\left(1 - \frac{p_c}{p_1}\right)\right]\gamma_1 \\ &= \frac{Fsm\gamma_1}{10000}\left(\frac{e_1}{m} + 1 - \frac{\alpha_2 p_2}{p_1} x\right) \\ &= \frac{Fsm\gamma_1}{10000}\,\frac{\alpha_2 p_2}{p_1}\left(\frac{e_1 + m}{m}\,\frac{p_1}{\alpha_2 p_2} - x\right) \quad \ldots \ldots (3). \end{aligned}$$

Aus (2) und (3) folgt also mit den Bezeichnungen

$$a = \frac{f_1 p_1}{m p_2} - \frac{1+m}{m} \text{ und } b = \frac{e_1 + m}{m}\,\frac{p_1}{\alpha_2 p_2} \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

$$\frac{L_i}{G} = 10000\,\frac{p_1}{\gamma_1}\,\frac{1}{\alpha_2}\,\frac{a + x - \alpha_2 x \ln x}{b - x} \quad \ldots \ldots \ldots (5),$$

und dieses Verhältniss ist am grössten, wenn

$$\begin{aligned} (b - x)(1 - \alpha_2 - \alpha_2 \ln x) + (a + x - \alpha_2 x \ln x) &= 0 \\ a - (\alpha_2 - 1) b + \alpha_2 x - \alpha_2 b \ln x &= 0 \quad \ldots \ldots \ldots (6) \end{aligned}$$

ist. Dass dieser Gleichung nicht ein Minimum, sondern ein Maximum von

$$f(x) = \frac{a + x - \alpha_2 x \ln x}{b - x}$$

entspricht, folgt daraus, dass im Falle $\frac{d f(x)}{d x} = 0$, also bei Erfüllung der Gleichung (6):

$$\frac{d^2}{d x^2} f(x) = \frac{d}{d x} \frac{a - (\alpha_2 - 1) b + \alpha_2 x - \alpha_2 b \ln x}{(b - x)^2}$$

$$= \frac{\alpha_2 - \alpha_2 b \frac{1}{x}}{(b - x)^2}$$

negativ ist, weil $b - x$ mit G gemäss (3) jedenfalls positiv ist.

Wenn wieder als gewonnene Arbeit die Nutzarbeit, als Dampfverbrauch der gesammte Dampfverbrauch pro Hub verstanden wird, so ändert sich mit der Annäherung, mit welcher das Verhältniss der Dampfverluste zum nutzbaren Dampfverbrauch als unabhängig vom Compressionsverhältnisse anzunehmen ist, weiter nichts, als dass a die Bedeutung

$$a = \frac{f_1 p_1 - p_r}{m p_2} - \frac{1 + m}{m} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

beizulegen ist, unter p_r die den Reibungswiderständen entsprechende mittlere Dampfspannung verstanden.

Für eine Maschine ohne Condensation werde z. B. angenommen:

$$p_1 = 8 \qquad p_2 = 1{,}15 \qquad p_r = 0{,}45$$
$$m = 0{,}05 \qquad \alpha_1 = 0{,}95 \qquad \alpha_2 = 1{,}1$$

und $e_1 = 0{,}2$; man findet dann $f_1 = 0{,}541$ (§. 92, Gl. 6), sowie nach obigen Gleichungen (7) und (4):

$$a = 46{,}42 \text{ und } b = 31{,}62.$$

Die Gleichung (6) wird damit:

$$39{,}32 + x - 31{,}62 \ln x = 0,$$

entsprechend $x = 3{,}93$. Aus (1) folgt dann:

$$e_2 = 0{,}854$$

$$\frac{p_c}{p_1} = \alpha_2 \frac{p_c}{\alpha_2 p_2} \frac{p_2}{p_1} = \alpha_2 x \frac{p_2}{p_1} = 0{,}621.$$

Dieser Compressionsgrad entspricht der im §. 91 aufgestellten Bedingung (9) eines sanften Ganges, nämlich bei Voraussetzung von $\lambda = 0{,}2$ für $m = 0{,}05$ und $e_1 = 0{,}2$ der Bedingung:

$$\frac{p_c}{p_1} > 0{,}435 + 0{,}565 \cdot 0{,}2 \text{ oder } > 0{,}548.$$

Wäre dagegen bei einer Condensationsmaschine z. B.

$$p_1 = 4 \qquad p_2 = 0{,}2 \qquad p_r = 0{,}45$$
$$m = 0{,}05 \qquad \alpha_1 = 1 \qquad \alpha_2 = 1{,}1$$

und im Anschluss an Gl. (11) im vorigen Paragraph etwa

$$e_1 = \frac{1{,}15\,p_2 + p_r}{p_1} = 0{,}17$$

so ergäbe sich

$$f_1 = 0{,}514 \qquad a = 139{,}56 \qquad b = 80{,}00$$

$$x = 4{,}73 \qquad e_2 = 0{,}814 \qquad \frac{p_c}{p_1} = 0{,}260.$$

Die mit Rücksicht auf das Verhältniss $\frac{L_i}{G}$ vortheilhafteste Compression wäre in diesem Falle trotz des kleineren Kolbenweges $e_2\,s$, nach welchem sie beginnt, nicht ganz ausreichend, um gemäss §. 91 einen sanften Gang zu sichern, falls nicht durch die Vorausströmung nachgeholfen wird. Statt übrigens letztere über ein gewisses Mass (§. 89) hinaus zu vergrössern, wird es besser sein, e_2 noch mehr zu verkleinern, indem das Verhältniss $L_i : G$ in der Nähe seines Maximums sich nur langsam ändert.

2. Zweicylindermaschinen.

§. 95. Wesentliche Einrichtung und Wirkungsweise.

Wenn eine Eincylinder-Condensationsmaschine principiell vortheilhafter Weise mit hochgespanntem Dampf betrieben wird, so dass die Spannung desselben in der Maschine sehr erheblich von p_1 bis p_2 abnimmt und der angemessene Füllungsgrad sehr klein ausfällt (§. 93, Gl. 11), so ist die entsprechend grosse Veränderlichkeit des Kolbendrucks nicht nur mit dem Nachtheil eines weniger gleichförmigen Ganges bei gleichem Trägheitsmoment des Schwungrades verbunden, sondern es müssen auch die diesen Druck übertragenden Glieder, um ihrer periodisch nur kurze Zeit dauernden grössten Anstrengung gewachsen zu sein, wesentlich kräftiger construirt werden, als im Durchschnitt nöthig wäre. Günstiger verhält sich in diesen Beziehungen eine Zweicylindermaschine, indem dabei die Expansion unter einem kleineren oder Hochdruckcylinder, in welchen der Dampf vom Kessel einströmt, und einem grösseren oder Niederdruckcylinder, in welchen er aus jenem überströmt, vertheilt wird; ihr Effect ist im Wesentlichen derselbe, wie der einer Eincylindermaschine, dessen Cylinder gleich dem Niederdruckcylinder und dessen Füllungsgrad gleich ist dem Product des Füllungsgrades des kleinen Cylinders und des Verhältnisses seines Hubvolumens zu dem des grossen Cylinders.

Früher wurden solche Maschinen nur gleich- oder gegenläufig, nämlich nach dem Woolf'schen System so angeordnet, dass die beiden Kolben, gleichzeitig ihre Hübe ausführend, einander stets proportionale Wege durchlaufen, so dass der Dampf, nachdem er während eines Hubes in den kleinen Cylinder eingeströmt und darin als Hinterdampf schon bis zu gewissem Grade expandirt war, beim folgenden Hube aus ihm als Vorderdampf in den grossen Cylinder als Hinterdampf übertritt, und zwar im Wesentlichen während der ganzen Dauer dieses Hubes; ein dritter Hub fördert ihn endlich als Vorderdampf des grossen Cylinders in den Condensator, womit solche Maschinen stets versehen sind, weil nur in solchem Falle so hohe Expansionsgrade vorhanden zu sein pflegen, dass die Vorzüge der Zweicylindermaschine zur vollen Geltung kommen. Bei der ursprünglichen Woolf'schen Maschine wirkten die Kolben der nebeneinander stehenden Cylinder auf einen Balancier auf derselben Seite in verschiedenen Entfernungen von dessen Schwingungsaxe, so dass das Verhältniss dieser Entfernungen = demjenigen der Hublängen beider Kolben, und letztere gleichläufig waren. Ohne Balancier insbesondere bei liegender Anordnung ist keine Veranlassung, die beiden Hublängen verschieden zu machen; auch können dann die Kolben gegenläufig sein, was den Vortheil gewährt, dass die Verbindungscanäle der nebeneinander liegenden Cylinder wesentlich kürzer zu halten sind, dass ferner die durch beschränkte Kurbelstangenlänge bedingten Ungleichheiten der Kolbenbewegung in der Nähe des einen und des andern Todtpunktes zu Gunsten der Gleichförmigkeit des Ganges ausgeglichen werden, indem die innere Todtlage des einen mit der äusseren des andern Kolbens gleichzeitig stattfindet, und dass endlich die Zapfendrucke an den entgegengerichteten Kurbeln der gemeinsamen Kurbelwelle, stets selbst entgegengesetzt gerichtet, an der Welle sich grösstentheils aufheben.

Nachtheilig ist es aber auch bei gegenläufiger Kolbenbewegung, dass, indem der aus dem Hochdruckcylinder austretende Dampf zunächst in den mit Dampf von niederer Spannung erfüllten Zwischenraum R zwischen beiden Cylindern gelangt, hierdurch ein Spannungsfall, in Folge dessen theils ein Mehrverbrauch von Dampf verursacht, theils die Anfangsspannung desselben erniedrigt wird, mit welcher er seine Expansionswirkung im grossen Cylinder ausübt, ersteres um so mehr, je langsamer, letzteres um so mehr, je schneller der Gang der Maschine ist. Dieser Nachtheil wird noch vergrössert durch die Abkühlung an den Wänden des Raumes R, deren Temperatur der niedrigen Dampfspannung entsprechend niedrig ist; insbesondere wird der fragliche Spannungsfall dann

sehr gross, wenn der Vertheilungsschieber des kleinen Cylinders zugleich Einlassschieber für den grossen, und somit der Raum *R*, der dann als Vergrösserung des schädlichen Raums des grossen Cylinders zu betrachten ist, bei der Einströmung des Dampfes aus dem kleinen Cylinder nicht nur mit total expandirtem, sondern sogar mit Dampf von wenig grösserer, als der Spannung im Condensator erfüllt ist, mit welchem er vorher communicirt hatte. Dieser letztere Fall lässt sich dadurch ausschliessen, dass der Niederdruckcylinder besonders gesteuert und dadurch der Raum *R* beständig vom Condensator abgesperrt gehalten wird, wie es im Folgenden vorausgesetzt sein soll.

Indem übrigens auch dann der im Hochdruckcylinder nur theilweise expandirte Dampf in fraglichem Zwischenraume vollständig expandirten Dampf vorfindet, bleibt der Uebelstand in erheblichem Grade ungehoben. Das zunächst liegende Mittel, ihn weiter zu vermindern, besteht in Verkleinerung des Raumes *R* durch Gegenläufigkeit der Kolben in Cylindern, welche so nahe wie möglich aneinander gerückt sind; abgesehen davon indessen, dass durch constructive Rücksichten eine ganz genügende solche Verkleinerung von *R* erschwert werden kann, ist auch ein von 0 oder 180^0 verschiedener Kurbelverstellungswinkel mit Rücksicht auf die Gleichförmigkeit des Ganges erwünscht und durch das Bedürfniss, von jeder Ruhelage aus die Maschine sicher und sanft anlassen zu können, oft geboten. Ein solcher Kurbelwinkel, einer wechselläufigen Zweicylindermaschine entsprechend, erfordert umgekehrt die hinlängliche Vergrösserung der dann auch besser durch einen Dampfmantel heizbaren Zwischenkammer *R*, um als gewöhnlich sogenannter Receiver (Aufnehmer) den Abdampf des kleinen Cylinders zeitweilig zum grössern Theile in sich aufnehmen zu können. Solche wechselläufige Zweicylindermaschinen mit Zwischenkammer vereinigen die an und für sich vorhandenen Vorzüge von Zweicylinder- mit den Vorzügen von Zwillingsmaschinen ohne anderweitige Nachtheile, sofern nur durch passende Anordnungen, iusbesondere durch entsprechend begrenzte Füllung des grossen Cylinders dafür gesorgt wird, dass im Augenblicke beginnender Dampfausströmung aus dem Hochdruckcylinder in der Zwischenkammer eine Dampfspannung herrscht, welche der des einströmenden Dampfes gleich ist. Der Spannungsfall bei beginnender Ausströmung aus der Zwischenkammer in den Niederdruckcylinder bleibt analog, wie bei Eincylindermaschinen, durch Verkleinerung des schädlichen Raums dieses Cylinders und durch entsprechende Compression seines Vorderdampfes zu beseitigen oder thunlichst zu vermindern. Wie jener Hauptbedingung allgemein zu genügen

ist, ergiebt sich durch folgende Ueberlegung, wobei zur Gewinnung einfacherer, wenn auch nur angenähert zutreffender, Gesetzmässigkeiten die Kurbelstangen als unendlich lang (die Schubkurbelmechanismen als Kreuzschieberkurbeln) vorausgesetzt und zunächst auch von schädlichen Räumen der Cylinder abgesehen, übrigens, wie hier immer, bezüglich der Spannungsänderungen des Dampfes das Mariotte'sche Gesetz zugrunde gelegt, sowie von Voreinströmung, Vorausströmung und Drosselung, von Dampfverlusten durch Condensation an den Wänden und durch Undichtheiten abgesehen werde.*)

Der Kürze wegen sei mit C der Niederdruckcylinder, mit K sein Kolben, mit C' der Hochdruckcylinder, mit K' sein Kolben bezeichnet.

F sei die dampfberührte Fläche von K,

F' die nöthigenfalls auf den Hub s von K reducirte Fläche von K', so dass

$Fs = V$ das Hubvolumen von C,

$F's = V'$ das Hubvolumen von C' ist;

R sei das Volumen der oben schon ebenso bezeichneten Zwischenkammer. Die Verhältnisse dieser Volumina seien

$$\frac{V}{V'} = v \text{ und } \frac{R}{V'} = r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1);$$

sofern es einstweilen nur auf diese Verhältnisse ankommt, kann

$$V' = 1, \quad V = v, \quad R = r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

gesetzt werden. Während nun der Dampf hinter K' und vor K sich ebenso verhält, wie der Hinter-, bezw. Vorderdampf in einer Eincylindermaschine, handelt es sich hier zunächst nur um das Verhalten des Dampfes vor K', in R und hinter K. Es werde für einen Hub des Hochdruckkolbens betrachtet, indem es sich bei den folgenden Hüben in gleicher Weise wiederholt. Zur Erläuterung dient Fig. 88, entsprechend den Kurbellagen und Kolbenstellungen A_0, A_1, A_2, A_3 bezw. zu Anfang dieses Hubes von K', beim folgenden Hubwechsel von K, zu Ende der dann beginnenden Dampfeinströmung in C, und zu Ende des Hubes von K'; mit ω ist der Winkel bezeichnet, um welchen hier die von K getriebene Kurbel OZ der von K' getriebenen Kurbel OZ' voreilend angenommen ist. Der Raum des Hochdruckcylinders C' vor seinem Kolben K' communicire während dessen ganzem Hube mit der Zwischenkammer R; diese communicirt mit dem Raum des Niederdruckcylinders C

* Siehe u. A. einen Aufsatz von Adalb. Káš im Berg- und Hüttenmännischen Jahrbuch der k. k. Bergakademien, 1880.

hinter seinem Kolben K nur von der Stellung A_1 bis zur Stellung A_2. Durch doppelte Linien sind in Fig. 88 die Theile beider Cylinderräume angedeutet, welche bei den fraglichen Stellungen von dem hier betrachteten Dampf erfüllt werden, welcher sich anfangs (Stellung A_0) in C' und R befindet und dabei die Spannung p_0 habe.

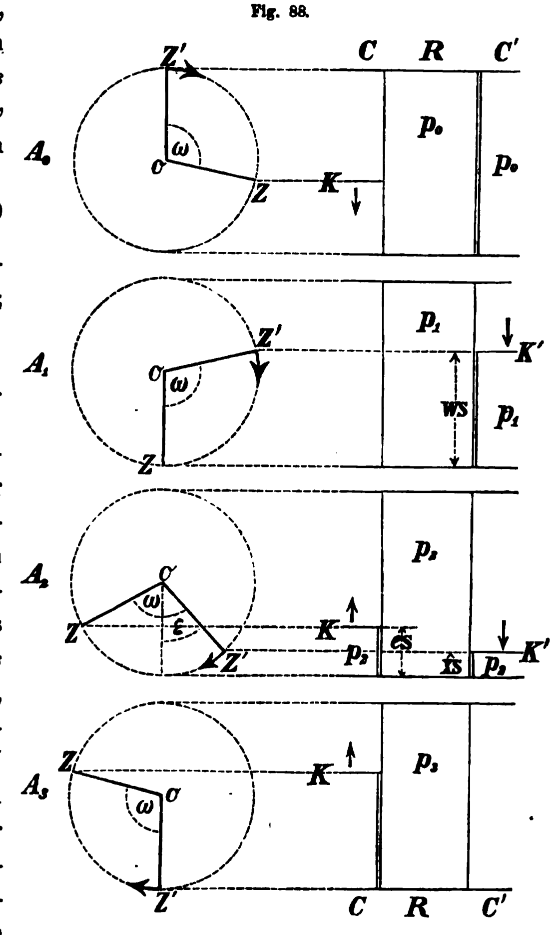


Fig. 88.

In der Stellung A_1, in welcher K' bis zum Hubende noch den Weg ws oder den Raum $wV' = w$ zu durchlaufen hat, wenn

$$w = \frac{1 - \cos\omega}{2} \quad . \ (3)$$

gesetzt wird, sei die Spannung $= p_1$ geworden; sie ist:

$$p_1 = p_0 \frac{1 + r}{w + r} \quad . \ (4).$$

Ist ferner e der Füllungsgrad von C, so ist in der Stellung A_2 das Dampfvolumen ev in diesen Cylinder hinter K eingetreten, während K' bis zum Hubende den Weg xs noch zu durchlaufen habe, so dass sich ein Dampfvolumen $= x$ noch in C' vor K' befindet. Während des Ueberganges aus der Stellung A_1 in diese Stellung A_2 nimmt die Dampfspannung zunächst noch weiter zu, bis die Raumgeschwindigkeit von K derjenigen von K' gleich geworden ist; dann nimmt sie ab bis zum Minimalwerthe

$$p_2 = p_0 \frac{1 + r}{x + r + ev} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (5).$$

Nachdem jetzt C gegen R wieder abgesperrt ist, wird der in C' übrig

gebliebene Dampf bis zur Stellung A_3 in die Zwischenkammer geschoben, und in dieser dadurch die Spannung wieder erhöht bis

$$p_3 = p_2 \frac{x+r}{r} = p_0 \frac{1+r}{x+r+ev} \frac{x+r}{r} \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Zur Vermeidung des Spannungsfalls nach dem Hubwechsel des Kolbens K', vor welchem dann wieder die Spannung p_0 stattfindet, muss

$$p_3 = p_0$$

sein, also gemäss (6):

$$x + r = evr; \; ev = 1 + \frac{x}{r} \quad \ldots\ldots\ldots (7).$$

Die Substitution von evr für $x + r$ in (5) giebt:

$$p_2 = \frac{p_0}{ev} \quad \ldots\ldots\ldots (8),$$

wie übrigens a priori einleuchtet, weil der Dampf, welcher anfangs den Hochdruckcylinder erfüllte, in der Stellung A_2 gerade in den Niederdruckcylinder eingeströmt sein muss.

Um nun bei gegebenen Volumverhältnissen v, r und bei gegebenem Kurbelverstellungswinkel ω den der Bedingungsgleichung (7) entsprechenden Füllungsgrad e des Niederdruckcylinders zu bestimmen, muss die Beziehung zwischen diesen Grössen und x oder dem Winkel ξ berücksichtigt werden, um welchen sich die Kurbel OZ in der Lage A_2, Fig. 88, noch bis zur Todtlage A_3 zu drehen hat, und welcher mit x durch die Gleichung:

$$x = \frac{1 - \cos \xi}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (9)$$

verbunden ist; ebenso ist auch:

$$e = \frac{1 - \cos(\omega - \xi)}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (10).$$

Aus (7), (9) und (10) folgt:

$$\frac{1 - \cos(\omega - \xi)}{2} v = 1 + \frac{1 - \cos \xi}{2r}$$

$$\cos \xi - vr \cos(\omega - \xi) = 2r + 1 - vr$$

$$(1 - vr \cos \omega) \cos \xi - vr \sin \omega \sin \xi = 1 + (2 - v) r$$

oder bei Einführung eines durch die Gleichung

$$tg\, \eta = \frac{vr \sin \omega}{1 - vr \cos \omega} \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

bestimmten Hülfswinkels η:

$$\cos(\xi+\eta)=\frac{1+(2-v)r}{1-v\,r\cos\omega}\cos\eta=\frac{1+(2-v)r}{v\,r\sin\omega}\sin\eta \quad . . (12).$$

Man findet η aus (11), damit ξ aus (12), dann e aus (10). —

Während im Allgemeinen die Gleichungen dieses Paragraph von der einstweiligen Vernachlässigung schädlicher Räume und von der Voraussetzung unendlich langer Kurbelstangen abhängen, sind die Gleichungen (3), (9) und (10) nur durch die letztere Voraussetzung bedingt.

§. 96. Besondere Fälle.

Bemerkenswerth sind besonders die Fälle:

$$\omega=0,\ \omega=180^0 \text{ und } \omega=90^0,$$

entsprechend bezw. der gleichläufigen, der gegenläufigen und der üblichen Anordnung einer wechselläufigen Zweicylindermaschine. Sie sind auch dadurch ausgezeichnet, dass die Vermeidung des Spannungsfalls bei der Ausströmung des Dampfes aus dem Hochdruckcylinder C' in die Zwischenkammer R dieselbe Füllung des Niederdruckcylinders C erfordert, mag die Maschine im einen oder anderen Sinne umlaufen, ω somit Voreilungswinkel der Kurbel OZ des Kolbens K sein, wie es im vorigen Paragraph angenommen wurde, oder Nacheilungswinkel dieser Kurbel bezüglich auf die andere. In den Fällen $\omega=0$ und $\omega=180^0$ versteht sich das von selbst, indem dann von Vor- oder Nacheilung eigentlich überhaupt keine Rede sein kann. Jenachdem freilich OZ um 90^0 vor- oder nacheilt, findet bei der Einströmung des Dampfes in C auf einer gewissen Seite von K die Ausströmung aus C' auf der einen oder auf der andern Seite von K' statt, indem dabei die Bewegung von K' derjenigen von K im ersten Falle entgegengesetzt, im zweiten gleichgerichtet ist; doch macht auch das keinen Unterschied, sofern bei unendlich langen Kurbelstangen die Bewegung jedes Kolbens aus seiner Mittellage nach der einen Todtlage demselben Gesetze folgt, wie nach der andern, bei Stangen von endlicher Länge wenigstens näherungsweise um so genauer, je grösser diese Länge ist.

1. Bei Woolf'schen Maschinen mit $\omega=0$ oder $\omega=180^0$ werden bei gleichzeitigem Beginn der Hübe beider Kolben auch gleichzeitig der betreffende Ausströmungscanal von C' und der Einströmungscanal von C geöffnet, so dass die Stellung A_1, Fig. 88, mit der Stellung A_0 zusammenfällt und $w=1$, $p_1=p_0$ ist. Bis zur Stellung A_2 nimmt die Spannung des aus C' durch R nach C strömenden Dampfes stetig ab von p_0 bis zur Minimalspannung p_2; indem jetzt C gegen R abgesperrt wird, wird während

des übrigen Weges $(1-e)s$ von K und von K' bis zum Hubende der vor K' verbliebene Dampf in die Zwischenkammer befördert, und die Bedingung dafür, dass hierdurch die Anfangsspannung p_0 wieder erreicht und somit der Spannungsfall vermieden wird, ergiebt sich aus Gl. (7) im vorigen Paragraph mit $x = 1 - e$:

$$ev = 1 + \frac{1-e}{r}$$

$$e = \frac{1 + \frac{1}{r}}{v + \frac{1}{r}} = \frac{1+r}{1+vr} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Das Verhältniss der Minimalspannung zur Anfangs- und Endspannung in der Zwischenkammer ist nach (8) im vorigen Paragraph:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{1}{ev} = \frac{1+vr}{v+vr} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Für die Grenzen $r = 0$ und ∞

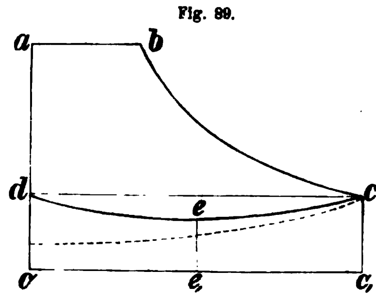
wäre hiernach $e = 1$ und $\frac{1}{v}$

$\frac{p_2}{p_0} = \frac{1}{v}$ und 1.

Während dem Grenzfalle $r = 0$, $e = 1$ die ursprüngliche Woolf'sche Maschine ohne besondere Zwischenkammer nahe kommt, nähert sich r der andern Grenze nur etwa bis $r = v$, wobei e wesentlich $> \frac{1}{v}$ bleibt. Man findet z. B.

		für $v = 2$	3	4
und für $r = 1$	$e =$	0,667	0,5	0,4
	$p_2 : p_0 =$	0,75	0,667	0,625
für $r = v$	$e =$	0,6	0,4	0,294
	$p_2 : p_0 =$	0,833	0,833	0,85

Fig. 89.



Beispielsweise zeigt Fig. 89 das der hier zugrunde liegenden Annahme entsprechende Arbeitsdiagramm des Hochdruckcylinders und Spannungsdiagramm der Zwischenkammer für $^1/_3$ Füllung jenes Cylinders und für $v = 3$, $r = 1$; $Od = c_1 c = {}^1/_3$ von Oa stellt die Spannung p_0, $e_1 e = {}^2/_3$ von Od die hier der Hubmitte entsprechende Minimalspannung p_2 in der Zwischenkammer dar. Unter übrigens gleichen Umständen fiele die Drucklinie ced für $r = \infty$ mit der Geraden cd

zusammen, während für $r = 0$ der Punkt e_1 mit O zusammenfiele und $e_1 e$ nur $= {}^1/_3$ von Od wäre, entsprechend der in der Figur punktirten Drucklinie.

2. Für die wechselläufige Maschine mit rechtwinklig versetzten Kurbeln ergiebt sich aus (11) und (12) im vorigen Paragraph mit $\omega = 90^0$:

$$\cos(\xi + \eta) = [1 + (2 - v) r] \cos \eta, \text{ mit } tg\, \eta = v r \; \ldots \ldots \; (3)$$

und mit dem hierdurch bestimmten Winkel ξ aus Gl. (10) daselbst:

$$e = \frac{1 - \sin \xi}{2} \; \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \; (4).$$

Den verhältnissmässigen Weg x, welchen vom Augenblicke der Vollendung dieser den Spannungsfall vermeidenden Füllung von C an der Kolben K' bis zu seiner Todtlage noch zu durchlaufen hat, findet man entweder aus

$$x = \frac{1 - \cos \xi}{2} \; \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \; (5)$$

oder gemäss dieser und Gleichung (4) aus:

$$\cos^2 \xi + \sin^2 \xi = (1 - 2x)^2 + (1 - 2e)^2 = 1$$

$$(0{,}5 - x)^2 = \frac{1 - (1 - 2e)^2}{4} = e(1 - e)$$

$$x = 0{,}5 - \sqrt{e(1 - e)} \; \ldots \ldots \ldots \ldots \; (6).$$

Für die Grenzen $r = 0$ und ∞

$$\text{ist } e = 0{,}5 \text{ und } \frac{1}{v}$$

$$x = 0 \text{ und } 0{,}5 - \frac{1}{v}\sqrt{v - 1}.$$

Der Füllungsgrad $e = \frac{1}{v}$ entspricht hier nicht nur, wie bei Woolf'schen Maschinen, $r = \infty$ für jedes v, sondern auch $v = 2$ für jedes r; mit $v = 2$ folgt nämlich aus (3):

$$\cos(\xi + \eta) = \cos \eta, \text{ also } \xi = 0, \; e = \frac{1}{2}.$$

Wäre unzweckmässiger Weise das Verhältniss $v < 2$, so ergäbe sich ξ negativ, d. h. es würde die Spannung in der Zwischenkammer ohne Aenderung ihrer Communication mit C' erst nach dem Hubwechsel von K' wieder bis p_0 abgenommen haben; erst dann wäre der Verbindungscanal von R mit dieser Seite von C' zu schliessen, mit der anderen Seite zu öffnen, entsprechend einem Hochdruckcylinder mit Nacheinströmung und Nachausströmung.

Für $r > 1$ ist hier e nur wenig $> \frac{1}{v}$. Man findet z. B.

$$\begin{array}{llll} & \text{für } v = 2 & 3 & 4 \\ \text{und } r = 1 & \begin{cases} e = 0{,}5 \\ x = 0 \end{cases} & \begin{matrix} 0{,}342 \\ 0{,}026 \end{matrix} & \begin{matrix} 0{,}265 \\ 0{,}059 \end{matrix} \\ r = v & \begin{cases} e = 0{,}5 \\ x = 0 \end{cases} & \begin{matrix} 0{,}336 \\ 0{,}028 \end{matrix} & \begin{matrix} 0{,}254 \\ 0{,}065 \end{matrix} \end{array}$$

Weil in diesem Falle $\omega = 90^0$ die Todtlage von K mit der Hubmitte von K' gleichzeitig stattfindet, ist $w = 0{,}5$ (Fig. 88); die Spannungen p_1 und p_2 bezw. zu Anfang und zu Ende der Einströmung in den Niederdruckcylinder sind deshalb nach (4) und (8) im vorigen Paragraph:

$$p_1 = p_0 \frac{1 + r}{0{,}5 + r} \text{ und } p_2 = \frac{p_0}{e\,v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7);$$

diese Minimalspannung p_2 ist für $r > 1$, also ev wenig > 1, nur wenig $< p_0$. Während der Füllung von C wird die Spannung am grössten $= p'$ in dem Augenblicke, in welchem die abnehmende Raumgeschwindigkeit von K' der zunehmenden Raumgeschwindigkeit von K gleich geworden ist. Hat in diesem Augenblicke die Kurbel des Niederdruckcylinders ihre Todtlage um den Winkel φ überschritten, und ist $z\,s$ der entsprechende Weg von K, $y\,s$ der Weg, welchen K' bis zum Hubende noch zu durchlaufen hat, so dass hinter ersterem schon der Raum $z\,r$, vor letzterem noch der Raum y mit Dampf erfüllt ist, so ist die fragliche Bedingung:

$$v \frac{dz}{d\varphi} = -\frac{dy}{d\varphi},$$

woraus wegen

$$z = \frac{1 - \cos\varphi}{2};\ \frac{dz}{d\varphi} = \frac{1}{2}\sin\varphi$$

$$y = \frac{1 - \sin\varphi}{2};\ \frac{dy}{d\varphi} = -\frac{1}{2}\cos\varphi$$

$$tg\,\varphi = \frac{1}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

folgt, also

$$y = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + v^2}}\right);\ z = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{v}{\sqrt{1 + v^2}}\right) \ldots\ldots (9)$$

und die Maximalspannung:

$$p' = p_0 \frac{1 + r}{y + r + z\,v} = p_0 \frac{1 + r}{\frac{1 + v - \sqrt{1 + v^2}}{2} + r} \quad \ldots . (10).$$

Man findet z. B.

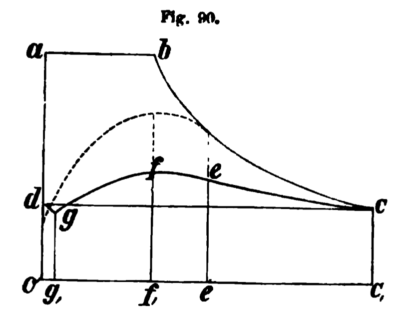
		für $v = 2$	3	4
und $r = 1$	$p_1 : p_0 =$	1,333	1,333	1,333
	$p' : p_0 =$	1,447	1,409	1,391
	$p_2 : p_0 =$	1	0,975	0,943
$r = v$	$p_1 : p_0 =$	1,2	1,143	1,111
	$p' : p_0 =$	1,259	1,170	1,127
	$p_2 : p_0 =$	1	0,992	0,984

Beispielsweise zeigt Fig. 90 das Arbeitsdiagramm des zu $^1/_3$ gefüllten Hochdruckcylinders und das Spannungsdiagramm der Zwischenkammer für $r = 1$ und $v = 3$, wobei für $O c_1$ als Längeneinheit: $O e_1 = 0{,}5$

$O f_1 = y = 0{,}342$ und $O g_1 = x = 0{,}026$

sowie für $O d = c_1 c = p_0$ nach Obigem:

$$e_1 e = p_1, \; f_1 f = p', \; g_1 g = p_2$$



gemacht, der Haken $g d$ der Spannungslinie $c d$ aber etwas übertrieben gezeichnet ist. Für $r = \infty$ wäre

$$p_1 = p' = p_2 = p_0$$

und fiele diese Spannungslinie mit der Geraden $c d$ zusammen. Für den Grenzfall $r = 0$ ist sie punktirt eingezeichnet; sie fällt für den halben Kolbenweg natürlich mit der Expansionslinie zusammen. Der nur von v abhängige Ort ihrer höchsten Erhebung liegt über f, und p_2 wird $= \frac{2}{v} p_0 = \frac{2}{3} p_0$; obschon diese Minimalspannung wegen $x = 0$ erst am Ende des Hubes stattfindet, ist damit doch ein Spannungsfall insofern nicht verbunden, als ein solcher in diesem Falle $r = 0$ bei verschwindend kleinen schädlichen Räumen an und für sich ausgeschlossen ist.

Das dieser punktirten Drucklinie entsprechende Aenderungsgesetz der Vorderdampfspannung im Hochdruckcylinder wäre sehr unzweckmässig; aber auch sonst lässt die Vergleichung von Fig. 90 mit Fig. 89 eine bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen unter übrigens gleichen Umständen geringere Ausnutzung des Hochdruckcylinders zur Arbeitsleistung erkennen, als bei Woolf'schen Maschinen. Bei ersteren ist deshalb eine grössere Zwischenkammer und ein verhältnissmässig etwas grösserer Hochdruckcylinder angezeigt.

§. 97. Berücksichtigung der schädlichen Räume.

In den vorhergehenden Paragraphen konnte entsprechend der Ausserachtlassung schädlicher Räume auch von Compression vor den Kolben keine Rede sein. Indem aber jetzt der schädliche Raum des Hochdruckcylinders C', dessen Hubvolumen wieder $= 1$ sei, $= m'$, der des Niederdruckcylinders $C = mv$ gesetzt wird, ist zur Vermeidung eines Spannungsfalles nicht nur bei der Dampfeinströmung in die Zwischenkammer R, sondern auch bei der Ausströmung aus ihr, eine solche Compression in C zu fordern, dass im schädlichen Raume dieses Cylinders der aus R zuströmende Dampf dieselbe Spannung p_1 vorfindet, welche in diesem Augenblicke (Stellung A_1, Fig. 88) in R stattfindet, und deren Verhältniss zur Anfangsspannung p_0 in R durch die Gleichung bestimmt ist:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + r'}{w + r'} \text{ mit } r' = m' + r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

bei bisheriger Bedeutung von r. Ist cs der Weg, welchen bei Beginn dieser Compression der Niederdruckkolben K bis zum Hubende noch zu durchlaufen hat, und ist p die als constant vorausgesetzte Spannung des ausströmenden Vorderdampfes in C, so folgt c aus der Gleichung:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{c + m}{m}; \; c = \left(\frac{p_1}{p} - 1\right) m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Damit der Dampf bei Beginn der Einströmung in den Hochdruckcylinder wenigstens keinen erheblichen Spannungsfall erleide, ist jetzt auch eine gewisse Compression in diesem Cylinder zu verlangen, etwa eine solche, dass die Spannung seines Vorderdampfes durch die Compression in den schädlichen Raum bis auf $\alpha p'$ erhöht wird, unter p' die als constant vorausgesetzte Spannung des hinter dem Hochdruckkolben K' einströmenden Dampfes verstanden. Der Hochdruckcylinder communicirt dann auch vor K' nicht während dem ganzen Hube dieses Kolbens mit der Zwischenkammer, wie in den vorigen Paragraphen vorauszusetzen war, sondern nur so lange, bis K' vom Hubende noch um die Strecke $c's$ entfernt ist, welche zu jener Compression erfordert wird. Die Bestimmung von c' und die ganze weitere Untersuchung ist aber dadurch bedingt, ob $c' < x$ oder $c' > x$ ist, ob also die Compression des Vorderdampfes im Hochdruckcylinder später oder früher beginnt, als die Einströmung in den Niederdruckcylinder beendigt ist, d. h. nach oder vor Eintritt der Stellung A_2, Fig. 88.

1. Im Falle $c' < x$

entspricht die Spannung p_2, welche in der Zwischenkammer R im Augenblicke ihrer Absperrung vom Niederdruckcylinder stattfindet, der Gleichung:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{w + r' + mv}{x + r' + (e + m)v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Im Augenblicke ihrer Absperrung auch vom Hochdruckcylinder muss die Spannung in ihr wieder $= p_0$ geworden sein, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{x + r'}{c' + r'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Das Product von (3) und (4) ergiebt den Quotient $\frac{p_0}{p_1}$, ist also mit $\frac{p_1}{p_0}$ multiplicirt $= 1$:

$$\frac{p_1}{p_0} \frac{w + r' + mv}{x + r' + (e + m)v} \frac{x + r'}{c' + r'} = 1.$$

Daraus folgt mit Rücksicht auf (1):

$$(e + m)v = \left(1 + r' + \frac{p_1}{p_0} mv\right) \frac{x + r'}{c' + r'} - (x + r')$$

$$= \left(1 - c' + \frac{p_1}{p_0} mv\right) \frac{x + r'}{c' + r'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Dieselbe Gleichung wird erhalten, wenn ausgedrückt wird, dass die bei jedem Hube aus C' verschwindende Dampfmenge = der in C einströmenden Dampfmenge ist; ohne Spannungsfall bei der Einströmung in R sowohl, wie bei der Ausströmung aus R muss dann

$$p_0 (1 - c') = p_2 (e + m) v - p_1 mv$$

sein, also

$$(e + m)v = \left(1 - c' + \frac{p_1}{p_0} mv\right) \frac{p_0}{p_2}$$

übereinstimmend mit (5) bei Berücksichtigung von (4). Durch die Gleichung (5) ist die der Forderung entsprechende Füllung e des Niederdruckcylinders bestimmt, zugleich auch die seiner beendigten Füllung entsprechende Lage des Hochdruckkolbens, nämlich x, weil e und x in einer Beziehung zu einander stehen, welche (bei Voraussetzung unendlich langer Kurbelstangen) aus den Gleichungen (9) und (10), §. 95, durch Eliminirung von ξ erhalten wird. Was die in (5) vorkommende Grösse c' betrifft, so ist, wenn die Compression des in C' vor K' mit der Spannung p_0 abgesperrten Dampfes bis zur Spannung $\alpha p'$ erfolgen soll, und wenn e' den Füllungsgrad des Hochdruckcylinders bedeutet, analog Gl. (2):

$$c' = \left(\frac{\alpha p'}{p_0} - 1\right) m' = \left(\alpha \frac{1 + m'}{e' + m'} - 1\right) m' \quad \ldots\ldots\ldots (6).$$

Dieser Fall $c' < x$ liegt bei Woolf'schen Maschinen vor, wenn also

$$\omega = 0 \text{ oder } 180^0,\ w = 1,\ x = 1 - e$$

ist, somit auch $p_1 = p_0$. Aus (5) folgt dann:

$$(e + m) v (c' + r') = (1 - c' + m v)(1 - e + r')$$

$$e = \frac{(1 - c' + m v)(1 + r') - m v (c' + r')}{1 - c' + m v + v (c' + r')} \quad \ldots\ldots (7),$$

welcher Ausdruck für $m' = m = 0$, also $c' = 0$ und $r' = r$ übergeht in

$$e = \frac{1 + r}{1 + v r},$$

wie es nach (1), §. 96, sein muss. Wäre aber z. B.

$$m' = 0{,}05 \text{ und } m = 0{,}03$$

und dabei $e' = 0{,}3$ $\quad v = 3$ $\quad \alpha = 0{,}8$

somit $c' = 0{,}07$ nach (6), so wäre nach (7)

für $r = 0$	1	∞	
$e = 0{,}768$	0,454	0,31	
statt 1	0,5	0,333	für $m' = m = 0$.

Durch die schädlichen Räume und die Compression im Hochdruckcylinder wird also die erforderliche Füllung des Niederdruckcylinders verkleinert um so mehr, je kleiner die Zwischenkammer ist. Vorzugsweise ist das übrigens wegen dieser Compression der Fall; denn mit $c' = 0$ findet man unter sonst denselben Umständen

für $r = 0$	1	∞
$e = 0{,}919$	0,505	0,333,

so dass e sogar etwas grösser sein kann, als ohne schädliche Räume. Man findet leicht, dass es bei $c' = 0$ der Fall ist

$$\text{für } r > \frac{m'}{m v}, \text{ hier für } r > \frac{5}{9}.$$

Die Compression, welche im Niederdruckcylinder stattfinden muss, wenn bei der Einströmung in denselben ein Spannungsfall vermieden werden soll, ist sehr erheblich, entsprechend einer bedeutenden Verkleinerung der indicirten Arbeit in diesem Cylinder, wenn nicht sein schädlicher Raum sehr beschränkt wird. Nach (2) ist nämlich mit $p_1 = p_0$:

$$c = \left(\frac{p_0}{p} - 1\right) m = \left(\frac{e' + m'}{1 + m'} \frac{p'}{p} - 1\right) m \quad \ldots\ldots\ldots (8),$$

für obige Beispiele ($e' = 0{,}3$; $m' = 0{,}05$; $m = 0{,}03$):

$$c = 0{,}27 \text{ für ausserdem } p' = 6,\ p = 0{,}2.$$

2. Ist $c' > x$,

so sei p_2 die Spannung, welche in R nicht bei der Kolbenstellung A_2, Fig. 88, sondern schon früher, nämlich dann stattfindet, wenn R von C' abgesperrt wird, K' sich der Todtlage bis zur Entfernung $c's > xs$ genähert, K sich um $e_1 s < es$ von der Todtlage entfernt hat. Es ist dann:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{w + r' + mv}{c' + r' + (e_1 + m)v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Erst dann, wenn sich K' um $(c' - x)s$ noch weiter bewegt hat und die Einströmung in C vollendet ist, muss in R die Dampfspannung p_0 wieder eingetreten sein, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{r + (e_1 + m)v}{r + (e + m)v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Eine Bestimmungsgleichung für e wird nun entweder wieder durch Gleichsetzung von $\frac{p_0}{p_1}$ und des Products der Spannungsverhältnisse (9), (10) erhalten, oder aus der Gleichung, welche ausdrückt, dass die aus C' ausgeströmte der in C eingeströmten Dampfmenge gleich ist, nämlich hier aus der Gleichung:

$$p_0(1 + m') - p_2(c' + m') = p_0(e + m)v - p_1 mv.$$

Aus ihr folgt mit Rücksicht auf (9):

$$(e + m)v = 1 + m' + \frac{p_1}{p_0} mv - \frac{p_1}{p_0} \frac{w + r' + mv}{c' + r' + (e_1 + m)v}(c' + m')$$

oder mit Rücksicht auf (1):

$$(e + m)v = 1 + m' + \frac{p_1}{p_0} mv - \frac{1 + r' + \frac{p_1}{p_0} mv}{c' + r' + (e_1 + m)v}(c' + m') \quad . \ (11).$$

Die in dieser Gleichung vorkommende Grösse e_1 ist ebenso mit c' verbunden, wie e mit x. Was aber c' betrifft, so ist hier, weil der vor K' zu comprimirende Dampf mit der Spannung p_2 abgesperrt wird, analog Gl. (6):

$$c' = \left(\frac{\alpha p'}{p_2} - 1\right) m' = \left(\alpha \frac{1 + m'}{e' + m'} \frac{p_0}{p_2} - 1\right) m' \quad \ldots\ldots \quad (12).$$

Dieser Fall $c' > x$ liegt vor bei **wechselläufigen Zweicylindermaschinen** mit einigermassen erheblicher Compression im Hochdruckcylinder. Es ist dann:

$$\omega = 90^0,\ w = 0{,}5;\ \frac{p_1}{p_0} = \frac{1 + r'}{0{,}5 + r'}$$

und nach §. 96, Gl. (6):

$$x = 0{,}5 - \sqrt{e(1 - e)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13).$$

Letztere Gleichung war a. a. Orte durch Umformung der Gleichung

$$(1 - 2x)^2 + (1 - 2e)^2 = 1$$

entstanden, welche die Vertauschbarkeit von e und x erkennen lässt, so dass auch

$$e_1 = 0,5 - \sqrt{c'(1 - c')} \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

zu setzen ist. Beispielsweise sei wieder $c' = 0,07$, so entspricht das bei denselben Werthen von e', v, m' und m, wie im Beispiel unter 1, einer etwas beträchtlicheren Compression im Hochdruckcylinder, doch wird gemäss (12) und (6)

$$\alpha = 0,8 \frac{p_2}{p_0}$$

voraussichtlich noch < 1 sein. Diesem Werthe $c' = 0,07$ entspricht $e_1 = 0,245$ nach (14), und man findet ausserdem

für $r = 1$	3	
$\frac{p_1}{p_0} = 1,323$	1,141	
$e = 0,315$	0,312	aus (11)
$x = 0,036$	0,037	aus (13)
$\frac{p_2}{p_0} = 1,115$	1,053	aus (10)
$\alpha = 0,89$	0,84.	

Der Füllungsgrad des Niederdruckcylinders, welcher im vorigen Paragraph ohne Rücksicht auf schädliche Räume etwas $> \frac{1}{v}$ gefunden wurde, ergiebt sich hier etwas $< \frac{1}{v}$, übrigens nur in dem Grade, dass für solche Maschinen die Regel $ev = 1$ näherungsweise zutreffend bleibt. Verhältnissmässig mehr ist hier x entsprechend grösser, ohne jedoch $> c'$ geworden zu sein, so dass nach den Formeln des ersten Falles hätte gerechnet werden müssen. Wegen $p_1 > p_0$ ist hier c nach (2) noch grösser, als unter gleichen Umständen bei Woolf'schen Maschinen, und zwar um so mehr, je kleiner r, nämlich für $p' = 6$, $p = 0,2$

und für $r = 1$	3
$c = 0,37$	0,31.

Dieser Umstand spricht für kleine schädliche Räume des Niederdruckcylinders und für eine geräumige Zwischenkammer bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen.

§. 98. Indicirte Hubarbeit.

Wenn bei Voraussetzung solcher Verhältnisse, wie sie im vorigen Paragraph bestimmt wurden, für einen Hub und für die Volumeinheit des Hubvolumens $= F's$ des Hochdruckcylinders mit L'_h die Arbeit des Hinterdampfdrucks auf den Hochdruckkolben, mit $-L_v$ die Arbeit des Vorderdampfdrucks auf den Niederdruckkolben, mit L_r die Expansionsarbeit des zwischen beiden Kolben befindlichen Dampfes bezeichnet wird, so ist die Gesammtarbeit für einen Hub (indicirte Hubarbeit):

$$L_i = F's\,(L'_h + L_r - L_v) \;\ldots\ldots\ldots\ldots (1);$$

die Volumeinheit ist dabei ein prismatischer Raum von 1 Quadratcentimeter Grundfläche und 1 Meter Höhe, wenn F' in der ersteren, s in der letzteren Einheit gemäss §. 92 ausgedrückt ist. Auch ist mit Benutzung von im vorigen Paragraph gebrauchten Buchstabenbezeichnungen gemäss §. 92, Gl. (4), wenn die dort mit α_1 und α_2 bezeichneten Coefficienten auf Grund der Annahme ganz constanter Dampfspannung bei der Einströmung hinter K' und bei der Ausströmung vor K hier $= 1$ gesetzt werden,

$$L'_h = \left[e' + (e' + m')\,ln\frac{1 + m'}{e' + m'}\right]p' \;\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$L_v = v\left[1 - c + (c + m)\,ln\frac{c + m}{m}\right]p \;\ldots\ldots\ldots (3).$$

Darin ist gemäss (2) im vorigen Paragraph:

$$c = \left(\frac{p_1}{p_0}\frac{p_0}{p'}\frac{p'}{p} - 1\right)m = \left(\frac{p_1}{p_0}\frac{e' + m'}{1 + m'}\frac{p'}{p} - 1\right)m \;\ldots\ldots (4)$$

mit $\frac{p_1}{p_0}$ gemäss Gl. (1) daselbst. Der Ausdruck von L_r ist in den beiden Fällen verschieden, welche im vorigen Paragraph unterschieden wurden.

Im Falle $c' < x$ wird der Dampf hinter dem Niederdruckkolben K mit der Spannung p_2, später vor dem Hochdruckkolben K' mit der Spannung p_0 abgesperrt. Der letztere erfordert für die Einheit von $F's$ eine Compressionsarbeit

$$= (c' + m')\,p_0\,ln\frac{c' + m'}{m'}.$$

Der Dampf, welcher sich anfangs mit der Spannung p_0 in einem Raume $= 1 - c'$ im Hochdruckcylinder befand und nicht vor K' comprimirt wird, erfüllt später den Niederdruckcylinder C mit einer Spannung = der Expansionsendspannung desselben, welche mit p_e bezeichnet sei; er leistet also eine resultirende Expansionsarbeit

$$= (1 - c')\,p_0\,ln\frac{p_0}{p_e}.$$

Endlich geht auch die Spannung p_1 des anfangs im schädlichen Raume $= mv$ von C befindlichen Dampfs durch seine Expansion in p_e über, entsprechend der Arbeit:

$$m v p_1 \, ln \frac{p_1}{p_e}.$$

Wegen $\frac{p_1}{p_e} = \frac{p_1}{p_0} \frac{p_0}{p_e}$ und $\frac{p_0}{p_e} = \frac{p_0}{p_2} \frac{p_2}{p_e}$ ist folglich:

$$L_r = \left[-(c' + m') \, ln \frac{c' + m'}{m'} + \left(1 - c' + mv \frac{p_1}{p_0}\right) ln \frac{p_0}{p_e} + mv \frac{p_1}{p_0} \, ln \frac{p_1}{p_0} \right] p_0$$

$$= \left[-(c' + m') \, ln \frac{c' + m'}{m'} + \left(1 - c' + mv \frac{p_1}{p_0}\right) ln \left(\frac{p_0}{p_2} \frac{1 + m}{e + m}\right) \right.$$

$$\left. + mv \frac{p_1}{p_0} \, ln \frac{p_1}{p_0} \right] \frac{e' + m'}{1 + m'} p' \quad . \; . \; . \; (5).$$

Die Spannungsverhältnisse $\frac{p_1}{p_0}$ und $\frac{p_0}{p_2}$ sind dabei durch die Gleichungen (1) und (4) im vorigen Paragraph, c' durch (6) daselbst bestimmt.

Im Falle $c' > x$ wird der Dampf vor K' mit der Spannung p_2, später hinter K mit der Spannung p_0 abgesperrt. Die Compression in C' erfordert also jetzt einen Arbeitsaufwand

$$= (c' + m') p_2 \, ln \frac{c' + m'}{m'}.$$

Das Volumen des Dampfes von der anfänglichen Spannung p_0, welcher aus C' nach C überströmt, ist jetzt

$$= 1 + m' - \frac{p_2}{p_0}(c' + m'),$$

die entsprechende Expansionsarbeit

$$= \left[1 + m' - \frac{p_2}{p_0}(c' + m')\right] p_0 \, ln \frac{p_0}{p_e}.$$

Die Expansionsarbeit des anfangs im schädlichen Raume von C befindlichen Dampfes hat denselben Ausdruck, wie im vorigen Falle; es ergiebt sich also mit Rücksicht darauf, dass jetzt

$$\frac{p_0}{p_e} = \frac{1 + m}{e + m}$$

ist,

$$L_r = \left[-(c' + m') \frac{p_2}{p_0} \, ln \frac{c' + m'}{m'} + \left\{1 + m' - \frac{p_2}{p_0}(c' + m') + \right.\right.$$

$$\left.\left. + mv \frac{p_1}{p_0}\right\} ln \frac{1 + m}{e + m} + mv \frac{p_1}{p_0} \, ln \frac{p_1}{p_0} \right] \frac{e' + m'}{1 + m'} p' \quad . \; . \; . \; . \; (6),$$

worin $\frac{p_1}{p_0}$ ebenso wie oben, dagegen $\frac{p_2}{p_0}$ durch (10) und (14) im vorigen Paragraph, c' durch (12) daselbst bestimmt ist.

Im Grenzfalle $m = m' = 0$, also $c = c' = 0$ ist

$$c' < x \text{ und } \frac{p_0}{p_2} = \frac{x+r}{r} = e v$$

nach Gl. (7), §. 95; somit nach obigen Gleichungen (2), (3), (5) und (1):

$$L'_h = \left(1 + ln\frac{1}{e'}\right) e' p'; \quad L_v = v p$$

$$L_r = e' p' \, ln \frac{p_0}{e p_2} = e' p' \, ln \, v$$

$$\left.\begin{aligned} L_i &= F' s \left[\left(1 + ln\frac{v}{e'}\right) e' p' - v p\right] = F s p_i \\ \text{mit } p_i &= \left(1 + ln\frac{1}{\varepsilon}\right) \varepsilon p' - p \text{ und } \varepsilon = \frac{e'}{v} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

in Uebereinstimmung mit Gl. (4), §. 92, wenn darin

$$\alpha_1 = \alpha_2 = e_2 = 1 \text{ und } m = 0,$$
$$e_1 = \varepsilon, \quad p_1 = p', \quad p_2 = p$$

gesetzt wird. In der That muss natürlich ohne Rücksicht auf schädliche Räume die indicirte Arbeit für einen Hub bei gleicher Einströmungs- und gleicher Ausströmungsspannung mit derjenigen einer Eincylindermaschine übereinstimmen, deren Cylinder = dem Niederdruckcylinder und deren Füllungsgrad $= \frac{e'}{v}$ ist. —

Beispielsweise findet man für eine Woolf'sche Maschine, bei welcher gemäss den Bestimmungen im vorigen Paragraph:

$$\begin{array}{llll} w = 1 & x = 1 - e & e = 0{,}454 & c = 0{,}27 \\ r = 1 & v = 3 & e' = 0{,}3 & c' = 0{,}07 \\ p = 0{,}2 & m = 0{,}03 & p' = 6 & m' = 0{,}05 \end{array}$$

ist, aus (2), (3) und (5):

$$L'_h = 4{,}107; \quad L_v = 0{,}852; \quad L_r = 2{,}053$$

$$p_i = \frac{L_i}{F s} = \frac{L'_h + L_r - L_v}{v} = 1{,}769;$$

für eine wechselläufige Zweicylindermaschine mit

$$w = 0{,}5 \quad x = 0{,}036 \quad e = 0{,}315 \quad c = 0{,}37$$

unter übrigens denselben Umständen aus (2), (3) und (6):

$$L'_h \text{ wie oben}; \quad L_v = 1{,}000; \quad L_r = 2{,}106$$

$$p_i = 1{,}738;$$

dagegen ohne Rücksicht auf schädliche Räume und somit auch ohne Compression vor den Kolben für beide Fälle aus (7):

$$p_i = 1{,}782.$$

Im Vergleich mit letzterem Werthe ist hier p_i bei der Woolf'schen Maschine $= 0{,}993$, bei der wechselläufigen Zweicylindermaschine, bei welcher die Compression vor K, für den Fall des Beispiels auch vor K' erheblicher ist, nur $= 0{,}975$. Der im §. 94 für Eincylindermaschinen angestellten Untersuchung ist übrigens zu entnehmen, dass mit Rücksicht auf ein möglichst grosses Verhältniss der indicirten Arbeit zum Dampfverbrauch die Compression besonders vor dem Hochdruckkolben hier übermässig gross angenommen wurde.

Die Umständlichkeit der Berechnung besonders von L_r gemäss (5) oder (6) lässt es vorziehen, den gemäss (7) berechneten Werth von p_i nach Schätzung etwas zu verkleinern und durch ein (später zu besprechendes) graphisches Verfahren zu prüfen, ev. zu verbessern.

§. 99. Cylinderverhältniss von Woolf'schen Maschinen bei gegebener Gesammtexpansion.

Wenn bei gegebenen Spannungen p' und p bezw. des in den Hochdruckcylinder einströmenden und des aus dem Niederdruckcylinder ausströmenden Dampfes seine Spannung zu Ende der Expansion in letzterem $= p_e$ angenommen wird, wobei die Bestimmungen im §. 93 für eine Eincylindermaschine als Anhalt dienen können, so ist bei Abstraction von schädlichen Räumen das resultirende Expansionsverhältniss:

$$\frac{p_e}{p'} = \frac{p_e}{p_0}\frac{p_0}{p'} = \frac{e'}{v} = \varepsilon,$$

so dass durch die Annahme von v auch $e' = \varepsilon v$ bestimmt ist. Der Wah dieses Verhältnisses v der Hubvolumina beider Cylinder zunächst einer Woolf'schen Maschine können verschiedene Forderungen zugrunde gelegt werden. Die Rücksicht auf möglichste Gleichförmigkeit des Ganges bei gegebener rotirender Masse und constantem Widerstandsmomente würde auf die Forderung möglichst geringer Veränderlichkeit des auf die Kurbelwelle wirkenden Kraftmomentes hinauslaufen, welche jedoch zu Weitläufigkeiten führt und durch die Forderung möglichst kleiner Veränderlichkeit des Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen ersetzt werde. Derselbe sei für die Einheit der Hochdruckkolbenfläche F' mit P bezeichnet bei Abstraction von schädlichen Räumen und entsprechenden Compressionen, sowie bei Voraussetzung sehr langer Kurbel-

stangen, wie bisher, so dass die Formeln in §. 96 unter 1. hier Anwendung finden können.

Sind dann p'_h und p'_v die Dampfspannungen bezw. hinter und vor K', p_h und p_v dieselben hinter und vor K, so ist $p_v = p$ zu setzen und

$$P = p'_h - p'_v + v(p_h - p) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

Dieser Druck ist zu Anfang eines Hubes am grössten $= P_1$, zu Ende am kleinsten $= P_2$. Denn p'_h, anfangs $= p'$, nimmt ab bis $p_0 = e'p'$; so lange die Einströmung in den Niederdruckcylinder dauert, ist $p_h = p'_v$ und nimmt

$$-p'_v + v p_h = (v - 1) p'_v$$

ab, während nachher p'_v wieder bis p_0 zunimmt, p_h weiter abnimmt bis $p_e = \varepsilon p'$; p ist constant. Gemäss (1) und wegen $e' = \varepsilon v$ ist somit:

$$P_1 = p' - e'p' + v(e'p' - p) = (1 - \varepsilon v + \varepsilon v^2) p' = vp \quad \ldots (2)$$

$$P_2 = e'p' - e'p' + v(\varepsilon p' - p) = v(\varepsilon p' - p) \quad \ldots \ldots (3).$$

Der Forderung entsprechend soll das Verhältniss

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{v} - \varepsilon + \varepsilon v - \frac{p}{p'}}{\varepsilon - \frac{p}{p'}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4)$$

möglichst klein sein, was bei gegebenen Grössen von p', p und ε dann der Fall ist, wenn

$$\frac{1}{v} + \varepsilon v$$

möglichst klein, also $-\frac{1}{v^2} + \varepsilon = 0$ ist, folglich

$$\frac{1}{v} = \sqrt{\varepsilon} = e' \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5).$$

Hiermit wird nach (4) das Verhältniss des grössten zum kleinsten, nämlich des anfänglichen zum schliesslichen Gesammtdruck:

$$min \frac{P_1}{P_2} = q = \frac{2\sqrt{\varepsilon} - \varepsilon - \frac{p}{p'}}{\varepsilon - \frac{p}{p'}} = \frac{1 - \frac{p}{p'} - (1 - \sqrt{\varepsilon})^2}{\varepsilon - \frac{p}{p'}} \quad \ldots (6),$$

wogegen das entsprechende Verhältniss bei einer Eincylindermaschine unter sonst gleichen Umständen

$$q_1 = \frac{p' - p}{\varepsilon p' - p} = \frac{1 - \frac{p}{p'}}{\varepsilon - \frac{p}{p'}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

wäre: bei der Woolf'schen Maschine ist es also günstigsten Falls kleiner im Verhältniss:

$$\frac{q}{q_1} = 1 - \frac{(1 - \sqrt{\varepsilon})^2}{1 - \frac{p}{p'}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Wäre z. B. $p' = 8$, $p = 0{,}2$ und würde $p_e = 0{,}6$ angenommen, also

$$\varepsilon = \frac{p_e}{p'} = 0{,}075,$$

so würde aus (5), (6) und (7) folgen:

$$\frac{1}{v} = e' = \sqrt{0{,}075} = 0{,}274$$

$$q_1 = 19{,}5 \text{ und } q = 8{,}96 = 0{,}46\, q_1,$$

entsprechend einer zwar noch erheblichen, aber doch wesentlich kleineren Veränderlichkeit des gesammten Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen als des Drucks auf den einzigen Kolben einer Eincylindermaschine unter sonst gleichen Umständen.

Eine solche Bestimmung des Cylinderverhältnisses v erscheint besonders bei gleichläufigen Woolf'schen Maschinen am Platze, bei welchen der Druck auf die Kurbelwelle = der Summe der gleichgerichteten Dampfdrucke auf die beiden Kolben = $F'P$ ist. Bei gegenläufigen Woolf'schen Maschinen ist dagegen dieser Druck = der Differenz jener, weil dann entgegengesetzt gerichteten Kolbenkräfte, und liegt darin ein Vorzug dieses Systems; fraglicher Druck würde in diesem Falle durchschnittlich am kleinsten ausfallen, wenn das Cylinderverhältniss v gemäss der Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder bestimmt würde. Behufs dieser Bestimmung seien für einen Hub und für die Einheit des Hubvolumens $F's$ des Hochdruckcylinders

$$L'_h \text{ und } - L'_v$$

die Arbeiten bezw. des Hinter- und des Vorderdampfes im Hochdruckcylinder,

$$L_h \text{ und } - L_v$$

die entsprechenden Arbeiten im Niederdruckcylinder. Unter den früheren Voraussetzungen ist dann

$$L'_h = p_0\left(1 + ln\frac{1}{e'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Der Dampf zwischen beiden Kolben und in der Zwischenkammer, welcher sich zu Anfang des Hubes mit der Spannung p_0 in einem Raume $= 1 + r$

befindet, hat zu Ende der Einströmung in den Niederdruckcylinder die kleinere Spannung p_2, entsprechend der Expansionsarbeit:

$$L = p_0 (1 + r) \ln \frac{p_0}{p_2}.$$

Diese vertheilt sich, indem dabei die Kolben K' und K stets gleiche Wege, also Räume durchlaufen, welche sich wie die Kolbenflächen $1:v$ verhalten, wobei jedoch K' auf der Vorderseite, K auf der Hinterseite von dem betreffenden Dampf gedrückt wird, im Verhältnisse $-1:v$ unter beide Cylinder C' und C, d. h. mit den Antheilen

$$\frac{-1}{v-1} L \text{ und } \frac{v}{v-1} L.$$

Indem ferner nach der Absperrung von C der Vorderdampf von C' in die Zwischenkammer hinein comprimirt wird, wobei seine Spannung von p_2 wieder bis p_0 zunimmt, ist

$$L'_v = \frac{L}{v-1} + p_0 r \ln \frac{p_0}{p_2}$$

oder mit Rücksicht auf den obigen Ausdruck von L:

$$L'_v = p_0 \left(\frac{1+r}{v-1} + r\right) \ln \frac{p_0}{p_2} = p_0 \frac{1+vr}{v-1} \ln \frac{p_0}{p_2} \quad \ldots \ldots (10).$$

Im Niederdruckcylinder C befindet sich jetzt mit der Spannung p_2 dieselbe Dampfmenge, welche zu Anfang des Hubes mit der Spannung p_0 das Hubvolumen $= 1$ von C' erfüllte, expandirt aber in C weiter von p_2 bis p_e. Es ist also

$$L_h = \frac{v}{v-1} L + p_0 \ln \frac{p_2}{p_e}$$

oder wegen

$$\frac{p_2}{p_e} = \frac{p_0}{p_e} \frac{p_2}{p_0} = v \frac{p_2}{p_0}:$$

$$L_h = p_0 \left[\frac{v}{v-1}(1+r) \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v + \ln \frac{p_2}{p_0}\right]$$

$$= p_0 \left[\left(\frac{v+vr}{v-1} - 1\right) \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v\right]$$

$$= p_0 \left(\frac{1+vr}{v-1} \ln \frac{p_0}{p_2} + \ln v\right) = L'_v + p_0 \ln v$$

gemäss (10). Indem endlich $L_v = pv$ ist, führt die Forderung

$$L'_h - L'_v = L_h - L_v$$

zu der Gleichung:

$$L'_h = 2 L'_v + p_0 \ln v - pv$$

oder mit Rücksicht auf (9) und (10):

$$1 + ln\frac{1}{e'} = 2\frac{1+vr}{v-1}ln\frac{p_0}{p_2} + ln\,v - \frac{pv}{p_0}$$

oder endlich mit

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{v+vr}{1+vr} \text{ gemäss §. 96 (2),}$$

ferner wegen

$$\frac{pv}{p_0} = \frac{pv}{e'p'} = \frac{p}{\varepsilon p'}$$

und

$$ln\,v - ln\frac{1}{e'} = ln(e'v) = ln(\varepsilon v^2):$$

$$ln(\varepsilon v^2) + 2\frac{1+vr}{v-1}ln\frac{v+vr}{1+vr} = 1 + \frac{p}{\varepsilon p'} \quad \ldots\ldots\ldots (11).$$

Dieser Gleichung entspricht z. B. im obigen Falle

$$p' = 8,\ p = 0{,}2 \text{ und } \varepsilon = 0{,}075,$$

$$\text{wenn dabei } r = 0 \text{ ist, } \frac{1}{v} = 0{,}214 < \sqrt{\varepsilon}$$

$$\text{wenn } r = 1 \text{ ist, } \frac{1}{v} = 0{,}314 > \sqrt{\varepsilon}.$$

Die entsprechenden Füllungen des kleinen und des grossen Cylinders, letztere gemäss §. 96, Gl. (1) als Maximalwerthe (wegen der schädlichen Räume und besonders der Compression in C' nach §. 97 um so mehr zu verkleinern, je grösser r), wären

für $r = 0$	1	
$e' = \varepsilon v = 0{,}35$	0,24	
$e = 1$	0,48	

Die Grösse der Zwischenkammer ist also hier von wesentlichem Einfluss, und zwar bedingt die Forderung einen um so grösseren Hochdruckcylinder, je grösser r ist; gemäss Fig. 89, §. 96, konnte das erwartet werden, weil sich mit zunehmender Grösse der Zwischenkammer die Drucklinie ced der Geraden cd nähert, das Arbeitsdiagramm des Hochdruckcylinders verkleinernd. Mit Rücksicht auf die Gleichförmigkeit des Ganges bleibt übrigens die Forderung, welche die Gleichung (5) zur Folge hatte, auch bei gegenläufigen Woolf'schen Maschinen berechtigt, es passend sein dürfte, das Cylinderverhältniss bei ihnen zwisc Werthen anzunehmen, welche den Gleichungen (5) und (11) ent

Die Berücksichtigung von schädlichen Räumen, Compressio anderen Nebenumständen, welche die Rechnung sehr umständlich



Inhaltsverzeichniss der vierten Lieferung.

D. Wärmemotoren.

I. Dampfmaschinen.

a. Dampfkessel.

b. Allgemeine Erörterungen in Betreff der Verhältnisse von Dampfmaschinen.

c. Indicirter Effect.

1. Eincylindermaschinen.

2. Zweicylindermaschinen.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.



THEORETISCHE

MASCHINENLEHRE

VON

DR. F. GRASHOF,

PROFESSOR AM POLYTECHNICUM ZU CARLSRUHE.

IN DREI BÄNDEN.

DRITTER BAND.

THEORIE DER KRAFTMASCHINEN.

MIT IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

FÜNFTE LIEFERUNG.
(SCHLUSS DES WERKES.)

HAMBURG UND LEIPZIG,
VERLAG VON LEOPOLD VOSS.
1890.

würde, kann das Ergebniss etwas ändern, indessen voraussichtlich doch nur in solchem Masse, dass die verhältnissmässig einfache rechnerische Bestimmung gemäss (5) und (11) als eine angenäherte zu betrachten ist, welche auf graphischem Wege nachträglich geprüft und ev. verbessert werden mag.

§. 100. Cylinderverhältniss von wechselläufigen Zweicylindermaschinen.

Der Zweck, welcher dem Kurbelverstellungswinkel $\omega = 90^0$ zugrunde liegt, würde am vollkommensten erreicht werden, wenn das resultirende Expansionsverhältniss $\varepsilon = \frac{p_e}{p}$, so unter die Factoren

$$\frac{1}{v} \text{ und } e' = \varepsilon v$$

vertheilt würde, dass der Ungleichförmigkeitsgrad der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle ein Minimum, dass also bei Voraussetzung eines constanten Widerstandsmoments bezüglich dieser Welle die auf dieselbe übertragenen indicirten Arbeiten in den aufeinander folgenden gleichen Zeitelementen möglichst wenig verschieden sind. Indem aber diese Bedingung zu erheblichen Weitläufigkeiten führt, mag sie hier näherungsweise durch die Forderung ersetzt werden, dass die indicirten Arbeiten bei allen Viertelumdrehungen der Kurbelwelle zwischen aufeinander folgenden Hubwechseln des Hochdruckkolbens K' und des Niederdruckkolbens K gleich gross sein sollen. Dabei werden mit Benutzung derselben Buchstabenbezeichnungen dieselben vereinfachenden Voraussetzungen zugrunde gelegt, wie in den §§. 95, 96 und im vorigen Paragraph; insbesondere wird auch hier von schädlichen Räumen abgesehen und von vornherein e' sowohl wie $e < 0{,}5$ vorausgesetzt, wie es thatsächlich unter normalen Umständen der Fall ist. Bezogen auf die Einheit des Hubvolumens $F's$ des Hochdruckcylinders sei hier

L_a die gesammte indicirte Arbeit für die Zeit von einem Hubwechsel von K' bis zum folgenden Hubwechsel von K,

L_b die fragliche Arbeit für die Zeit von einem Hubwechsel von K s zum folgenden Hubwechsel von K'; in jeder dieser Zeiten macht die urbelwelle eine Viertelumdrehung.

Offenbar ist dann:

$$L_a = p'e'\left(1 + ln\frac{0{,}5}{e'}\right) - p'e'(1+r)\,ln\frac{1+r}{0{,}5+r} + p_2 evln\,2 - p\frac{v}{2} \quad (1).$$

Das erste Glied dieses Ausdrucks ist die betreffende Arbeit des hinter K' auf dem Wege $e's$ mit der Spannung p' einströmenden und dann auf dem Wege $(0,5 - e')s$ expandirenden Dampfes. Das zweite Glied entspricht der Arbeit, welche aufgewendet werden muss, um den Dampf, der vor K' anfangs den ganzen Hochdruckcylinder und die Zwischenkammer, somit einen Raum $= 1 + r$ mit der Spannung $p_0 = p'e'$ erfüllt, bis zum Volumen $0,5 + r$ zu comprimiren. Das dritte Glied ist die Expansionsarbeit im Niederdruckcylinder hinter K, nämlich des Dampfes, welcher hier vorher mit der Spannung p_2 in einem Raume $= ev$ abgesperrt worden war, während der hier in Rede stehenden Zeit aber, nämlich bei der Bewegung des Niederdruckkolbens K von der Mitte bis zum Ende seines Hubes auf das Doppelte seines Volumens sich ausdehnt. Das letzte Glied ist die von K zur Ueberwindung des Vorderdampfdrucks aufzuwendende Arbeit. Indem aber nach Gleichung (7), §. 96

$$p_2 ev = p_0 = p'e'$$

und weil auch $ln\frac{0,5}{e'} + ln\,2 = ln\frac{1}{e'}$ ist, kann Gl. (1) geschrieben werden:

$$L_a = p'e'\left[1 + ln\frac{1}{e'} - (1 + r)\,ln\frac{1 + r}{0,5 + r}\right] - \frac{pv}{2} \; . \; . \; . \; . \; . \; (2).$$

Andrerseits ist:

$$L_b = p'e'\,ln\,2 + p'e'(1 + r)\,ln\frac{x + r + ev}{0,5 + r} - p'e'r\,ln\frac{x + r}{r}$$

$$+ p_2 ev\,ln\frac{0,5}{e} - \frac{pv}{2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3).$$

Hier ist das erste Glied die Expansionsarbeit des Hinterdampfs im Hochdruckcylinder für die zweite Hälfte des Hubes von K', worauf sich L_b bezieht. Das zweite Glied ist die Expansionsarbeit des vor K' und in der Zwischenkammer befindlichen Dampfes, welcher zu Anfang des Hubes von K' im Raume $1 + r$ die Spannung $p_0 = p'e'$ hatte, während der Einströmung in den Niederdruckcylinder, womit eine Expansion im Verhältnisse

$$0,5 + r : x + r + ev$$

verbunden ist. Indem dann der Dampf mit der Spannung p_2 einerseits vor K' im Raume $= x + r$, andrerseits hinter K im Raume $= ev$ abgesperrt wird, ist als drittes Glied die Arbeit abzuziehen, welche aufgewendet werden muss, um erstere Dampfmenge in die Zwischenkammer hinein wieder bis zur Spannung $p'e'$ zu comprimiren, dagegen als viertes Glied die Expansionsarbeit des hinter K in den Niederdruckcylinder

eingeströmten Dampfes bei seiner Volumvergrösserung von ev bis $0,5\,v$ hinzuzufügen. Das letzte Glied entspricht wieder dem Vorderdampfdrucke p in diesem Cylinder. Wegen

$$p_2 ev = p'e' \text{ und } ln\,2 + ln\frac{0,5}{e} = ln\frac{1}{e}$$

und weil nach §. 95, Gl. (7)

$$x + r = evr$$

ist, kann Gl. (3) auch auf die Form gebracht werden:

$$L_b = p'e'\left[ln\frac{1}{e} + (1+r)\left\{ln\,(ev) + ln\frac{1+r}{0,5+r}\right\} - r\,ln\,(ev)\right] - \frac{pv}{2}$$

$$= p'e'\left[ln\,v + (1+r)\,ln\frac{1+r}{0,5+r}\right] - \frac{pv}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Die Forderung $L_a = L_b$ liefert endlich zur Bestimmung von v als Function von ε und r die Gleichung:

$$ln\,(\varepsilon v^2) + 2\,(1+r)\,ln\frac{1+r}{0,5+r} = 1 \quad \ldots\ldots\ldots (5).$$

Ihr entspricht für	$r = 0$	1	2	3	∞
$\frac{1}{v\sqrt{\varepsilon}}$	$= 1,21$	1,08	1,05	1,03	1,

so dass sie, für $r = \infty$ mit der für Woolf'sche Maschinen im vorigen Paragraph unter (5) aufgestellten Regel zusammenfallend, bei gegebener Gesammtexpansion um so grössere Hochdruckcylinder verlangt, je kleiner die Zwischenkammer ist, während das Hubvolumen des Niederdruckcylinders (bei Abstraction von schädlichen Räumen) von r unabhängig, nämlich bei gegebenen Werthen von p', p und ε durch Gl. (7), §. 98, bestimmt ist. In dieser Hinsicht erscheint eine grosse Zwischenkammer hier vortheilhaft, während es bei Woolf'schen Maschinen wenigstens gemäss Gl. (11) im vorigen Paragraph sich umgekehrt verhielt. Uebrigens kann man veranlasst sein, den Hochdruckcylinder einer gegenläufigen Zweicylindermaschine noch etwas grösser zu machen, als er gemäss Gl. (5) bei Voraussetzung des normalen Werthes von ε sein sollte, wenn nämlich die Maschine durch Vergrösserung von e' häufig über ihre normale Leistung hinaus beansprucht werden soll; indem dann auch ε entsprechend grösser wird, entspricht der Gleichung (5) ein grösserer Werth von $\frac{1}{v}$.

Für das Beispiel des vorigen Paragraph:

$$p' = 8, \quad p = 0,2 \text{ und } \varepsilon = 0,075$$

wäre im Falle $r = 1$ nach Obigem:

$$\frac{1}{v} = 1{,}08\sqrt{0{,}075} = 0{,}30 \text{ und } e' = \varepsilon v = 0{,}25$$

sowie der (ohne Rücksicht auf schädliche Räume) den Spannungsfall vermeidende Füllungsgrad des Niederdruckcylinders gemäss (3) und (4) im §. 96:

$$e = 0{,}311 \text{ wenig} > \frac{1}{v},$$

während die schädlichen Räume nach §. 97 einen etwas kleineren Werth von e verlangen, so dass vorläufig $e = 0{,}3$ gesetzt werden könnte, vorbehaltlich der ohnehin erforderlichen, am besten graphischen Prüfung und ev. Berichtigung mit Rücksicht auf den Einfluss von Nebenumständen.

Die Vergrösserung der Zwischenkammer über $r = 1$ hinaus ist zwar zur Verkleinerung des Hochdruckcylinders gemäss (5) nur von geringer Bedeutung; in höherem Grade könnte indessen dadurch die Veränderlichkeit des auf die Kurbelwelle ausgeübten Kraftmomentes vermindert werden. Letzteres lässt sich am leichtesten für die Hubwechsel der Kolben berechnen, indem es dann nur von dem Dampfdruck auf den in seiner Mittelstellung befindlichen Kolben herrührt, und der Hebelarm dieses Drucks = der Kurbellänge ist. Bezogen auf die Einheit dieser Länge und auf die Einheit der Hochdruckkolbenfläche sei fragliches Moment für die Hubwechsel des Hochdruckkolbens = M, für die Hubwechsel des Niederdruckkolbens = M'; näherungsweise lässt sich dann annehmen, dass das Moment überhaupt um so weniger veränderlich sein wird, je mehr sich das Verhältnis $M : M'$ der Einheit nähert. Wie leicht erkennbar, ist nun

$$M = v\left(p_2 \frac{e}{0{,}5} - p\right)$$

oder wegen

$$p_2 e v = p'e', \text{ also } p_2 e = p'\frac{e'}{v} = p'\varepsilon$$

$$M = v(2\,\varepsilon p' - p) \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (6),$$

$$M' = p'\frac{e'}{0{,}5} - p_0\frac{1+r}{0{,}5+r}$$

$$= p'e'\left(2 - \frac{1+r}{0{,}5+r}\right) = \frac{p'e'r}{0{,}5+r} \quad \dots\dots\dots \quad (7),$$

$$\frac{M}{M'} = \frac{v}{e'}\,\frac{0{,}5+r}{r}\left(2\varepsilon - \frac{p}{p'}\right) = \left(1 + \frac{1}{2r}\right)\left(2 - \frac{1}{\varepsilon}\,\frac{p}{p'}\right) \quad \dots \quad (8).$$

Wegen $\varepsilon = \frac{p_e}{p'} > \frac{p}{p'}$ ist

$$\frac{M}{M'} > 1 + \frac{1}{2r}$$

und nähert sich der Einheit mit wachsendem r. Z. B. im Falle

$$p' = 8, \quad p = 0{,}2 \quad \text{und} \quad \varepsilon = 0{,}075$$

$$\text{ist } \frac{M}{M'} = 2{,}5 \qquad 2{,}08 \qquad 1{,}94$$

$$\text{für } \quad r = 1 \qquad 2 \qquad 3$$

Wenigstens bis $r = 2$ ist in dieser Hinsicht noch ein wesentlicher Vortheil durch Vergrösserung der Zwischenkammer zu erwarten. Beschränkt wird dieselbe freilich durch die Erwägung, dass mit ihrer Vergrösserung auch die Dampfmenge zunimmt, welche zu ausreichender Heizung dieser Kammer mit Hülfe eines Dampfmantels aufzuwenden ist.

§. 101. Graphische Untersuchung von Zwei- und Mehrcylindermaschinen.

Zur Feststellung von viele Fälle umfassenden Gesetzmässigkeiten ist bei Abstraction von Nebenumständen im Allgemeinen die analytische Behandlung von Aufgaben der Maschinenlehre am meisten geeignet; indessen kann sie zuweilen so zeitraubend sein und besonders durch die Berücksichtigung von Nebenumständen so erschwert und so wenig übersichtlich werden, dass ein graphisches Verfahren oder wenigstens seine Verbindung mit der Rechnung vorzuziehen ist. Besonders gilt dies dann, wenn es sich nicht sowohl um Gesetzmässigkeiten für eine Gruppe von Fällen, als vielmehr um einen bestimmten Einzelfall handelt, wie er dem construirenden Maschineningenieur eben vorliegt, welcher zudem in der Benutzung graphischer Methoden geübt ist und die betreffenden Hülfsmittel beständig zur Hand hat. Hier werde deshalb noch kurz gezeigt, wie solche Aufgaben bezüglich mehrcylindriger Dampfmaschinen, welche in den vorhergehenden Paragraphen analytisch erörtert wurden, in der Anwendung auf besondere Fälle auch mit Hülfe graphischer Methoden behandelt werden können.*

Vor Allem handelt es sich dabei um eine übersichtliche bildliche Darstellung der Grössen der vom Dampfe nach und nach erfüllten Räume, was am einfachsten durch proportionale gerade Strecken geschehen kann;

* Siehe M. Schröter, Methode der graphischen Behandlung mehrcylindriger Dampfmaschinen. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 191 u. ff.

solche Darstellung, welche die fraglichen Volumina für jeden Kurbelwinkel, bezw. für jede Kolbenstellung mit dem Zirkel abzugreifen gestattet, sei als Kolbendiagramm bezeichnet. Mit Rücksicht auf den dem Mariotte'schen Gesetz entsprechend anzunehmenden einfachen Zusammenhang von Druck und Volumen ergiebt sich daraus das Spannungsdiagramm zugleich als Arbeitsdiagramm für jeden Cylinder und damit die graphische Lösung der jeweiligen Aufgabe.

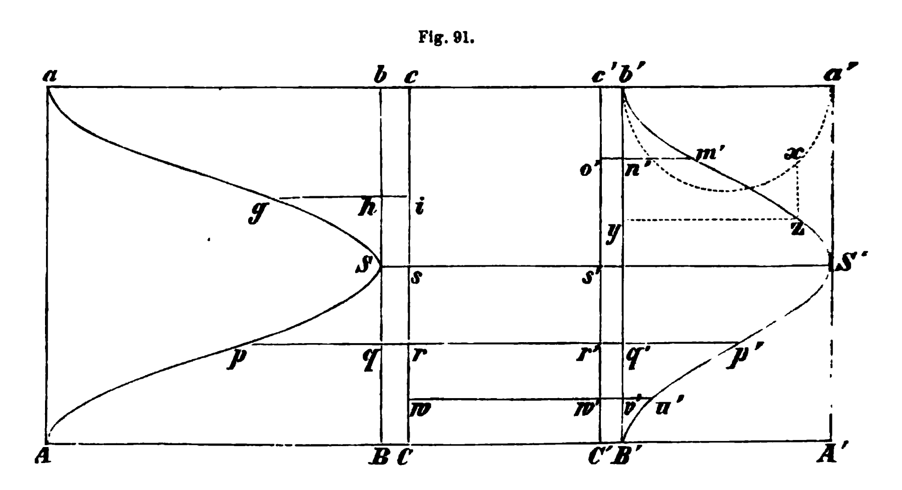


Fig. 91.

Zur Zeichnung des Kolbendiagramms werden auf einer Geraden $a\,a'$, Fig. 91, welche als horizontal bezeichnet sei, nach willkürlichem Massstabe die Strecken

$a'b' = V' =$ dem Hubvolumen des Hochdruckcylinders C',

$b'c' = m'V' =$ dem zugehörigen schädlichen Raum,

$c'c = R = rV' =$ dem Volumen der Zwischenkammer,

$cb = mV =$ dem schädlichen Raum des Niederdruckcylinders C,

$ba = V = vV' =$ dem Hubvolumen von C aneinander getragen, und normal dazu die (als vertical bezeichneten) geraden Strecken $a'A'$, $b'B'$ etc. von gleicher, übrigens beliebiger Länge gezogen. Der Punkt b' entspreche der Todtlage des Hochdruckkolbens K', von welcher an hinter ihm der Dampf einströmt, dessen Zustandsänderungen in der Maschine zu prüfen sind. Zwischen $a'A'$ und $b'B'$ wird dann die Curve $b'S'B'$ als Diagramm des Hochdruckkolbens so verzeichnet, dass für $b'a'$ und $b'B'$ als Axen die verticale Coordinate $b'y$ irgend eines Punktes z der Curve dem Kurbelwinkel (dem Drehungswinkel der Kurbel von der dem Punkte b' entsprechenden Todtlage an), die horizontale Coordinate yz dem entsprechenden

Kolbenvolumen, also auch dem Kolbenwege proportional ist. Bei Voraussetzung einer sehr langen Kurbelstange findet man irgend einen solchen Punkt z, indem man über $a'b'$ als Durchmesser einen Kreis beschreibt, irgend einen Punkt x in seiner Peripherie annimmt, die Strecke $b'y$ zu $b'B'$ in dasselbe Verhältniss setzt, welches der Bogen $b'x$ zur Kreisperipherie hat, und endlich xz vertical zieht bis zum Schnitt mit der Horizontalen durch y. Sollte die beschränkte Länge der Kurbelstange berücksichtigt werden, so wäre mit derselben aus b' und x die Gerade $a'b'$ einzuschneiden (ihre Verlängerung über a' oder b', jenachdem b' ein äusserer oder ein innerer Todtpunkt ist) und die Horizontale durch y = der Entfernung beider Schnittpunkte zu machen. Die Theilung des Kreises über $a'b'$ und der Strecke $b'B'$ in etwa je 16 gleiche Theile ergiebt eine zur Verzeichnung der Curve $b'S'B'$ in der Regel genügende Zahl günstig gelegener entsprechender Punkte x, y.

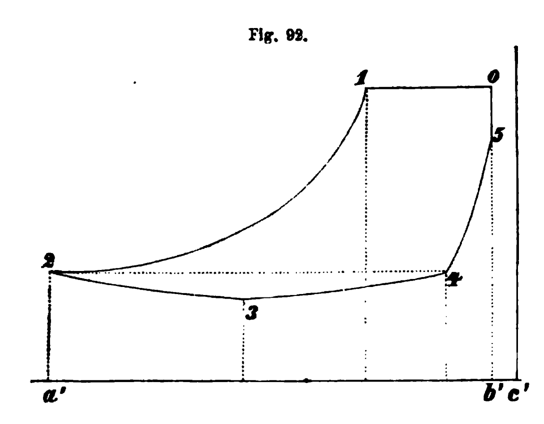
Das Diagramm des Niederdruckkolbens K ergiebt sich analoger Weise mit Hülfe eines Kreises über ab, und zwar ist es zwischen aA und bB in solcher Lage zu zeichnen, dass die Strecke von a bis zu dem in aA liegenden Scheitelpunkte dem Kurbelwinkel ω proportional ist, wenn die Kurbel von K derjenigen von K' um den Winkel ω voreilt, wie es bisher angenommen wurde. In dieser Beziehung mögen die zwei Fälle näher betrachtet werden, welche besonders von Interesse sind, indem sie den Woolf'schen Maschinen und den üblichen wechselläufigen Zweicylindermaschinen entsprechen.

1) Woolf'sche Maschinen. Diesem Falle ($\omega = 0$ oder 180^0) entspricht die Figur 91 bezüglich der Lage der den Niederdruckkolben betreffenden Curve aSA. Die in die Figur eingetragenen horizontalen Strecken sollen dem Ende der Einströmung und dem Ende der Ausströmung, also dem Anfange der Expansion und der Compression in beiden Cylindern entsprechen. Die Strecke $m'n'$ zwischen $b'S'$ und $b'B'$ sei nämlich im Verhältnisse $e':1$ kleiner als $a'b'$ gemacht; sie stellt dann das bei der Einströmung hinter K' von diesem Kolben durchlaufene Volumen dar, $m'o'$ das Volumen des hinter K' mit der Spannung p' abgesperrten und demnächst in C' (abgesehen von Vorausströmung) im Verhältniss $m'o':S's'$ bis zur Spannung p_0 expandirenden Dampfes. Beim Hubwechsel erfolgt die Mischung dieses Dampfes mit demjenigen, welcher sich in der Zwischenkammer und im schädlichen Raume des Niederdruckcylinders C befindet, indem (abgesehen auch von Voreinströmung in C) die betreffenden Dampfwege gleichzeitig geöffnet werden; in fraglichen Räumen $R = ss'$ und $mV = Ss$ sollen dann die Dampfspannungen unmittelbar vorher auch

$= p_0$ sein, was in ersterem durch entsprechende Füllung von C, in letzterem durch entsprechende Compression in diesem Cylinder zu erreichen ist. Mit dem Hubwechsel beginnt nun der Dampf aus C' durch R in C überzuströmen, wobei er im Verhältniss $SS':pp'$ expandirt, wenn in Fig. 81 die Strecke pq im Verhältniss $e:1$ kleiner, als ab gemacht worden ist; in der Figur erscheint diese Expansion nur unbedeutend, weil ausser der Strecke cc' auch ab wegen Raummangel unverhältnissmässig klein gemacht wurde. Nach Schliessung des Dampfweges zwischen C und R expandirt der Dampf hinter K im Verhältniss $pr:AC$ (abgesehen von Vorausströmung), während vor K' und in R Compression bis zur Spannung p_0 stattfindet, nämlich im Volumenverhältniss $rp':wu'$, wenn $u'v'$ in der Figur im Verhältnisse $c':1$ (wieder mit Benutzung bisher gebrauchter Buchstabenbezeichnungen) kleiner, als $a'b'$ gemacht wurde. Die Zwischenkammer bleibt jetzt bis zum nächsten Hubwechsel gegen C und gegen C' abgesperrt, während in letzterem Cylinder Compression im Verhältniss $u'w':B'C'$ stattfindet.

Die Spannungs- und Arbeitsdiagramme der beiden Cylinder C' und C sind behufs übersichtlicher Vergleichung, damit nämlich gleichen Flächen gleiche Arbeiten entsprechen, entweder bei gleichem Spannungsmassstabe über Grundlinien zu construiren, welche sich wie $1:v$, oder bei gleicher Grundlinie mit Spannungsmassstäben, welche sich wie $1:v$ verhalten; hier ist letzteres geschehen.

Fig. 92.



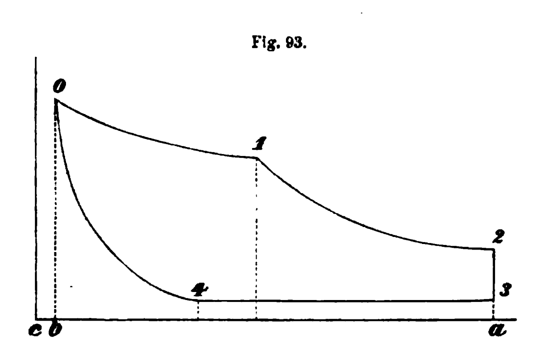
Bei dem Spannungsdiagramm des Hochdruckcylinders C', Fig. 92, bietet die obere Begrenzungslinie $0 - 1 - 2$, hier ohne Rücksicht auf Drosselung gezeichnet ($0 - 1$ parallel der Grundlinie $a'b'$), zu Bemerkungen keinen Anlass. Beim Hubwechsel tritt der Hochdruckcylinder in Communication mit der Zwischenkammer, diese mit dem schädlichen Raum des Niederdruckcylinders, und soll in diesem Augenblicke in den zwei letztgenannten Räumen, wie oben bemerkt wurde, die Spannung $= p_0 = p' \frac{e' + m'}{1 + m'}$ = der Spannung in C' sein; das Spannungsdiagramm von C' bildet bei 2, Fig. 92, eine Spitze.

Die Expansionscurve 2 — 3 ist jetzt dem Mariotte'schen Gesetze entsprechend leicht zu zeichnen, indem aus dem Kolbendiagramm Fig. 91 die verschiedenen Volumina als horizontale Strecken zwischen den Curven Sp und $S'p'$ abgegriffen und dazu die Spannungen berechnet werden können, weil das anfängliche Volumen $= SS'$ und die anfängliche Spannung $= p_0$ bekannt sind. Der Punkt 3, Fig. 92, welcher der Absperrung des Niederdruckcylinders von der Zwischenkammer, somit dem Uebergange der Expansionscurve 2 — 3 in die Compressionscurve 3 — 4 entspricht, ist gemäss der Forderung zu bestimmen, dass der dem Ende der Compression, nämlich der Absperrung auch des Hochdruckcylinders von der Zwischenkammer entsprechende Punkt 4 in der durch 2 parallel mit der Grundlinie $a'b'$ gezogenen Geraden liegen muss, damit beim Hubwechsel wieder die Spannung p_0 in der Zwischenkammer vorhanden sei. Diesen Punkt 4 findet man aber dadurch, dass der Punkt 5 entsprechend der Spannung $\mu p' < p'$, welche im schädlichen Raum von C' zu Ende des Hubes durch Compression entstanden sein soll, festgelegt und durch ihn die Compressionscurve 5 — 4 mit den Elementen construirt wird, welche dem Kolbendiagramm Fig. 91 (den horizontalen Strecken zwischen der Curve $u'B'$ und der Geraden $c'C'$ als Räumen) zu entnehmen und nach dem Mariotte'schen Gesetz zu berechnen sind. Vom Punkte 4 aus kann dann die Compressionscurve 4 — 3 mit solchen Spannungen verzeichnet werden, welche den aus Fig. 91 (als horizontale Strecken zwischen $p'u'$ und cC) sich ergebenden Räumen entsprechen. Die Lage des Schnittpunktes 3, welcher durch das Verhältniss der Projection von 2 — 3 auf die Grundlinie zur Länge $a'b'$ der letzteren den Füllungsgrad ε des Niederdruckcylinders bestimmt, kann unsicher werden infolge sehr spitzen Schnittwinkels fraglicher Curven, der jedoch durch Vergrösserung des Spannungsmassstabes zu vergrössern ist. Wären die Figuren ganz correct gezeichnet, so müssten sich in Fig. 91 die Horizontalprojectionen der Curvenstrecken $b'm'$, $m'S'$, $S'p'$, $p'u'$, $u'B'$ ebenso zu einander verhalten, wie in Fig. 92 die Projectionen der Strecken 0 — 1, 1 — 2, 2 — 3, 3 — 4, 4 — 5 auf die Grundlinie $a'b'$.

Im Spannungsdiagramm des Niederdruckscylinders, Fig. 93, entspricht die Curve 0 — 1 der Curve 2 — 3 in Fig. 92 mit v-facher Vergrösserung der Ordinaten, während daran die gleichseitige Hyperbel 1 — 2 sich anschliesst, zu deren Construction als Expansionslinie die erforderlichen Daten im Kolbendiagramm Fig. 91 vorhanden sind (in den horizontalen Strecken zwischen dem Curvenstück pA und der Geraden cC). An die mit der Grundlinie parallele Ausströmungslinie 3 — 4 schliesst sich dann die Compressionscurve 4 — 0, welche bis zum Punkte 0 zu reichen hat gemäss der

Forderung, dass ein Spannungsfall auch bei Herstellung der Communication zwischen Niederdruckcylinder und Zwischenkammer vermieden werden soll.

Fig. 93.



Diese Curve ist (siehe §. 86) im Falle der Heizung des Cylinders durch einen Dampfmantel gemäss der Gleichung $pv^n = \text{Const.}$ besser mit $n = 1{,}1$ bis $1{,}2$ zu construiren, als mit $n = 1$, indem auch gerade hier, weil die Spannungen in C mit v-mal so grossem Gewicht, als in C' in Betracht kommen, thunlichster Anschluss an die Wirklichkeit von besonderem Werth ist. Ob freilich der Vortheil vollkommener Vermeidung auch dieses Spannungsfalls von R zu C, welcher die Compression des Dampfes im schädlichen Raum von C bis zur Spannung p_0 erfordert, nicht etwa durch den Arbeitsbedarf zu so erheblicher Compression aufgewogen wird, und ob es nicht demgemäss besser ist, die Compressionscurve in Fig. 93 von einem Punkte 5 aus zu zeichnen, der in $b\,0$ um eine gewisse Strecke $0 - 5$ unterhalb 0 liegt, so dass der Punkt 4 näher an $b\,0$ gerückt wird, kann fraglich erscheinen. Wenn die Volumänderung bei dieser Compression im Verhältniss der horizontalen Strecke gi, Fig. 91, zu Ss stattfindet, so verhalten sich in Fig. 91 die Horizontalprojectionen der Curvenstrecken Sp, pA, ag, gS ebenso zu einander wie in Fig. 93 die Projectionen der Strecken $0 - 1$, $1 - 2$, $3 - 4$, $4 - 0$ auf die Grundlinie ab.

Auf solche Weise findet man für eine zu entwerfende Woolf'sche Maschine insbesondere den passenden Füllungsgrad e des Niederdruckcylinders, wenn p, p', r, v, e', m, m' gegeben sind. Beispielsweise mit

$$p = 0{,}15 \qquad p' = 7 \qquad r = v = 2{,}5$$
$$e' = 0{,}2 \qquad m = 0{,}04 \qquad m' = 0{,}05$$

findet Schröter a. a. O. $e = 0{,}43$. Für den Fall von Compression im Hochdruckcylinder bis $0{,}8\,p'$, also mit $\alpha = 0{,}8$ würde aus §. 97, Gl. (6) folgen: $c' = 0{,}118$ und damit $e = 0{,}42$ aus Gl. (7) daselbst. Mit $\varepsilon = \frac{e'}{r} = \frac{0{,}2}{2{,}5} = 0{,}08$ entspräche bei Abstraction von schädlichen Räumen der kleinsten Veränderlichkeit des Dampfdrucks auf beide Kolben zusammen:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = 3{,}53 \text{ nach §. 99, Gl. (5)}$$

und gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder:

$$v = 2{,}74 \text{ nach §. 99, Gl. (11).}$$

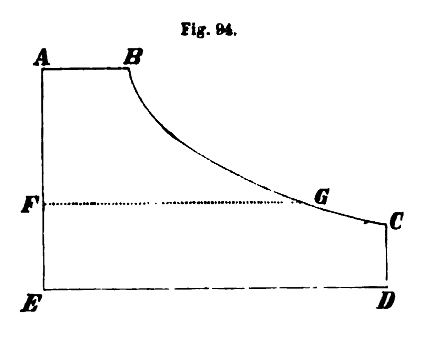
Mit Rücksicht auf die schädlichen Räume würde dieser letztere Werth etwas zu vergrössern sein, weil die entsprechende Compression in C mehr Arbeit erfordert, als in C'.

2) Ausser den Grössen p, p', r, m, m' werden in der Regel nicht auch v und e' gegeben, bezw. von vorn herein anzunehmen sein, sondern nur das Verhältniss

$$\frac{e'}{v} = \varepsilon = \frac{p_\varepsilon}{p'}.$$

Wenn dann die Annahme von v und e' insbesondere an die Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder geknüpft werden sollte, so kann man bemerken, dass abgesehen von schädlichen Räumen und von sonstigen Nebenumständen die Zweicylindermaschine einer eincylindrigen vom Hubvolumen Fs des Niederdruckcylinders und von der Füllung ε bei denselben Spannungen p, p' gleichwerthig ist (§. 98, Gl. 7). Wird deshalb mit p, p' und ε das ideale Arbeitsdiagramm $ABCDE$, Fig. 94, der Eincylindermaschine in bekannter Weise gezeichnet, so kommt es nur darauf an, dasselbe durch eine den Umständen entsprechende Linie FG so zu theilen, dass die Flächen beider Theile nahe gleich gross sind, um den Theil $ABGF$ dem Hochdruckcylinder, den andern $CDEFG$ dem Niederdruckcylinder als Arbeitsdiagramm zuzuweisen. Die Endpunkte F und G dieser Theilungslinie müssten in einer mit ED parallelen Geraden liegen, damit ein Spannungsfall vom Hochdruckcylinder zur Zwischenkammer vermieden werde; dabei müsste sie abwärts oder aufwärts gekrümmt sein (der Linie cd in Fig. 89, bezw. in Fig. 90, §. 96, entsprechend), jenachdem es sich um eine Woolf'sche oder um eine wechselläufige Zweicylindermaschine handelt, beides um so mehr, je kleiner r ist, während sie für $r = \infty$ unter allen Umständen mit der Geraden FG zusammenfällt. Oder man kann auch die Fläche $ABCDE$ durch die Gerade FG so theilen, dass der obere Theil $ABGF$ bei Woolf'schen Maschinen

Fig. 94.



etwas weniger, bei wechselläufigen Maschinen etwas mehr beträgt, als die Hälfte der ganzen Fläche, beides nach Schätzung um so mehr, je kleiner r ist. Den schädlichen Räumen und den entsprechenden Compressionen vor den Kolben kann dabei auch schon schätzungsweise durch die Erwägung Rechnung getragen werden, dass durch solche Compression die indicirte Arbeit in C mehr verkleinert zu werden pflegt, als in C', so dass schon aus diesem Grunde im idealen Arbeitsdiagramm der obere Theil $ABGF$ etwas kleiner zu machen ist, als der untere. Auf solche Weise findet man v = dem Verhältnisse der geraden Strecken $ED:FG$ und $e' = \varepsilon v$. Die hiermit construirten Arbeitsdiagramme beider Cylinder ermöglichen dann durch Planimetrirung ihrer Flächen die Prüfung, bezw. Berichtigung von v und e' gemäss der Forderung. Wenn bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen die Forderung gleich grosser indicirter Arbeiten in beiden Cylindern zusammen für alle Hubhälften zwischen aufeinander folgenden Hubwechseln der beiden Kolben zugrunde gelegt wird, so ist durch die im §. 100 gefundene entsprechende Gleichung

$$\frac{1}{v} = \mu \sqrt{\varepsilon}$$

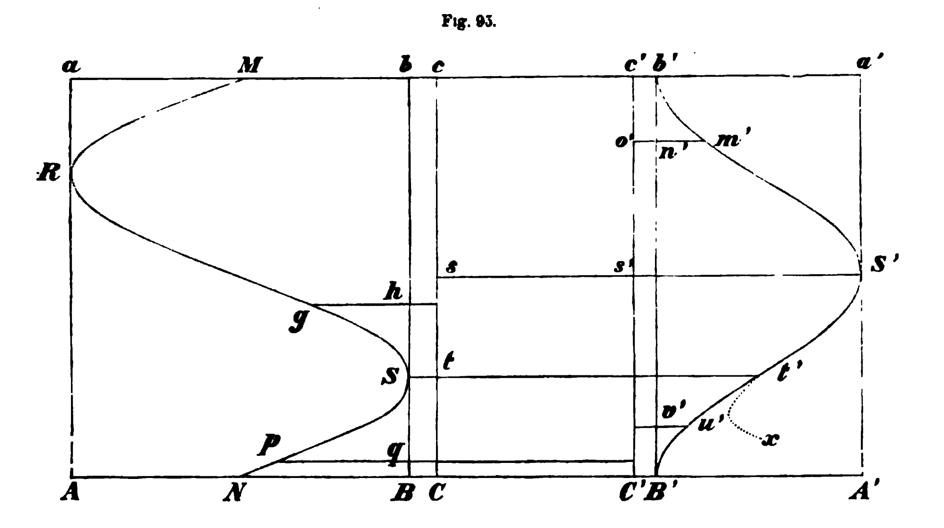
und durch die Berechnung von μ für verschiedene Werthe von r dieses Cylinderverhältniss v hinlänglich einfach bestimmbar geworden, um nach schätzungsweiser Correctur mit Rücksicht auf Nebenumstände nur noch einer schliesslichen Prüfung und eventuellen Berichtigung mit Hülfe der construirten Arbeitsdiagramme beider Cylinder unterworfen zu werden.

3) Behufs dieser Construction für wechselläufige Zweicylindermaschinen, insbesondere zum Zwecke graphischer Bestimmung angemessener Steuerungsverhältnisse bei gegebenen Werthen von p, p', r, m, m' und ε, nämlich des Füllungsgrades e des Niederdruckcylinders und der bei den Compressionen vor den Kolben von diesen zu durchlaufenden verhältnissmässigen Wege c und c', nachdem der Füllungsgrad e' des Hochdruckcylinders gemäss den Bemerkungen unter 2) vorläufig angenommen wurde, ist zunächst wieder das Kolbendiagramm zu zeichnen: Fig. 95, in welcher wieder die Strecken ab und cc' verhältnissmässig länger zu denken sind, als sie gemacht wurden. Entsprechend der Voraussetzung, dass die Kurbel von K derjenigen von K' um $\omega = 90^0$ voreilt, ist hier die dem Niederdruckkolben entsprechende Curve zwischen aA und bB so gezeichnet, dass aR ein Viertel der Strecke aA beträgt, M und N folglich die Mittelpunkte von ab und AB sind. Die horizontale Strecke $m'n'$, dem Wege von K' während der Einströmung des Dampfes hinter diesem Kolben entsprechend, ist von solcher Länge eingetragen, dass sie sich zu $a'b'$ wie

$e' : 1$ verhält; mit e', p' und m' kann auch die obere Linie 0 — 1 — 2 des Spannungsdiagramms, Fig. 96, für den Hochdruckcylinder C' gezeichnet werden. Mit der Endspannung in C':

$$p_0 = p' \frac{e' + m'}{1 + m'} = p' \frac{m'o'}{S's'} \text{ (Fig. 95),}$$

Fig. 95.



welche der Forderung gemäss beim Hubwechsel von K' auch in der Zwischenkammer vorhanden ist, beginnt die Compression in dieser und dauert bis zur Hubmitte von K', also bis zum Hubwechsel von K, wobei die Spannung bis

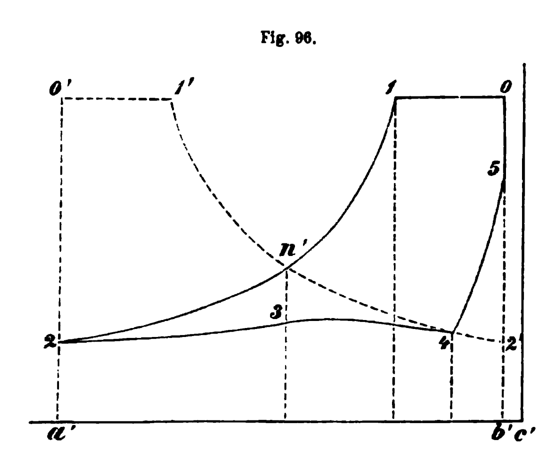
$$p_1 = p_0 \frac{1 + m' + r}{0,5 + m' + r} = p_0 \frac{s\,S'}{t\,t'} \text{ (Fig. 95)}$$

wächst; die entsprechende Spannungscurve 2 — 3 in Fig. 96 lässt sich mit den der Fig. 95 zu entnehmenden Daten verzeichnen. Die Zwischenkammer R tritt jetzt auch mit C in Communication, wodurch ein Spannungsfall nicht herbeigeführt wird, wenn im schädlichen Raum von C in diesem Augenblicke Dampf befindlich ist, der durch Compression vor K die Spannung p_1 erhalten hatte.

Bei der nun beginnenden Füllung von C nimmt die Spannung in R und in den damit communicirenden Theilen von C und C' zunächst noch etwas zu bis zu einer Kolbenstellung, welche dem Minimum der zwischen SN und $t'B'$ enthaltenen horizontalen Strecken entspricht. Man findet sie leicht, indem die zwischen SN und SB enthaltenen horizontalen Strecken

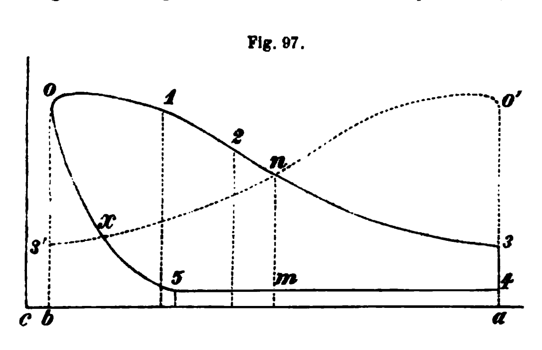
rechts an $t'B'$ angetragen und ihre Endpunkte durch eine (in Fig. 95 gestrichelte) Curve $t'x$ verbunden werden, deren Scheitelpunkt der fraglichen Kolbenstellung entspricht. Mit Hülfe von Fig. 95 kann die Spannungscurve 3 — 4 in Fig. 96 gezeichnet werden, welche dem Theil der Füllungszeit von C entspricht, während dessen die Zwischenkammer noch mit C' communicirt; diese Curve reicht bis zu ihrem Schnittpunkte 4 mit der aus dem Punkte 5 (entsprechend dem anzunehmenden Verhältnisse $\alpha = \frac{b'-5}{b'-0}$) construirten Compressionscurve des vor K' abgesperrten Dampfes. Die in Fig. 95 eingetragene horizontale Strecke $u'v'$ sei zu $a'b'$ daselbst in dasselbe Verhältniss gesetzt, welches in Fig. 96 die Projection der Bogenstrecke 4 — 5 auf die Grundlinie $a'b'$ zur Länge der letztern besitzt; dieses Verhältniss ist $= c'$.

Fig. 96.



Der Curve 3 — 4 in Fig. 96 entspricht die Curve 0 — 1 im Spannungsdiagramm Fig. 97 des Niederdruckcylinders, welches wieder über gleicher Grundlinie $ab = a'b'$ mit dem v-fachen Spannungsmassstabe von Fig. 96 gezeichnet ist. Die Füllung von C aus R dauert aber noch fort, entsprechend der mit bekannten Daten gemäss Fig. 95 zu construirenden Curve 1 — 2, Fig. 97, bis die Dampfspannung in der dem Punkte 2 entsprechenden Lage von K wieder $= p_0$ geworden ist, entsprechend der Forderung, dass in R diese Spannung herrschen soll, wenn C' beim Hubwechsel von K' wieder mit R zu communiciren anfängt.

Fig. 97.



Durch diesen Punkt 2 ist die Füllung e von C bestimmt = dem Verhältnisse der Projection der Bogenstrecke 0 — 2 auf die Grundlinie von Fig. 97 zu deren Länge ab, in welches Verhältniss auch die horizontale Strecke pq, Fig. 95, zu ab daselbst gesetzt ist. Die Vervollständigung des Spannungsdiagramms Fig. 97 giebt zu weiteren Bemerkungen keinen Anlass, als dass die Compressionscurve 5 — 0 wieder vom Punkte 0 aus, also so gezeichnet ist, dass ein Spannungsfall auch von R zu C vollkommen vermieden wird. Das Verhältniss der Projection der Bogenstrecke 5 — 0 auf die Grundlinie zur Länge ab derselben bestimmt das Verhältniss c = dem Verhältnisse $gh : ab$ in Fig. 95.

Sollten v und e' der Forderung gleicher Arbeitsvertheilung unter beide Cylinder entsprechen, so sind nun ihre vorläufig nur mit schätzungsweiser Berücksichtigung von Nebenumständen angenommen gewesenen Werthe leicht durch die Inhaltsvergleichung der Arbeitsdiagramme Fig. 96, 97 zu prüfen und nöthigenfalls zu verbessern. Waren sie aber gemäss §. 100 vorläufig festgesetzt, so können sie geprüft werden, indem in Fig. 96 die Linie 0 — 1 — 2 in der Lage 0′ — 1′ — 2′ gezeichnet wird, welche zur ursprünglichen Lage in Beziehung auf die zur Grundlinie $a'b'$ in ihrem Mittelpunkte Senkrechte 3 — n' symmetrisch ist, in Fig. 97 die Linie 0 — n — 3 in der Lage 0′ — n — 3′, symmetrisch in Beziehung auf die zur Grundlinie ab in ihrer Mitte Senkrechte mn. Die indicirte Arbeit in C' ist dann für die erste Hälfte eines Hubes dargestellt durch die Fläche 0′ — 1′ — n' — 3 — 2, Fig. 96, die Arbeit in C für die gleichzeitige zweite Hälfte eines Hubes durch den Ueberschuss der Fläche n — x — 5 — m über die Fläche x — 3′ — 0, Fig. 97, unter x den Schnittpunkt von n — 3′ und 5 — 0 verstanden. Die Summe dieser Flächen müsste genügend gleich sein der Flächensumme n' — x' — 4 — 3 minus x' — 2′ — 5 (Fig. 96) plus 0′ — n — m — 4 (Fig. 97), unter x' in Fig. 96 den daselbst nicht bezeichneten Schnittpunkt von n' — 2′ und 3 — 4 — 5 verstanden.

4) Wegen allzugrosser Dimensionen eines einzigen Niederdruckcylinders kann es u. U., insbesondere z. B. bei Schiffsmaschinen vorgezogen werden, denselben in zwei Cylinder zu theilen, wobei dann ausserdem eine noch grössere Gleichförmigkeit des Ganges dadurch herbeizuführen ist, dass bei nahe gleicher Arbeitsvertheilung unter die 3 Cylinder die zugehörigen Kurbeln unter gleichen Winkeln von 120° gegen einander versetzt werden. Das Hubvolumen des Hochdruckcylinders kann dabei einstweilen (vorbehaltlich graphischer Prüfung durch Ausmessung der zu zeichnenden Arbeitsdiagramme) ungefähr so gross gemacht werden, dass seine indicirte Arbeit bei sehr erheblicher Grösse der Zwischenkammer

$^1/_3$ der ganzen indicirten Arbeit betrüge, entsprechend einer Geraden FG in Fig. 94 von solcher Lage, dass die Fläche $ABGF = ^1/_3$ der Fläche $ABCDE$ ist, gemäss den Bemerkungen unter 2). Unter der Voraussetzung, dass die Füllungen beider Niederdruckcylinder C_1 und $C_2 < 0{,}25$ sind (Kurbeldrehungen $< 60^0$ entsprechend), wie es der Fall sein wird, wenn das Hubvolumen des Hochdruckcylinders C' weniger, als die Hälfte des Hubvolumens jedes Niederdruckcylinders beträgt, verläuft bei solcher wechselläufigen Maschine mit getheiltem Niederdruckcylinder der Uebergang des aus C' durch die einzige Zwischenkammer R hindurch abwechselungsweise in C_1 und C_2 einströmenden Dampfes in folgender Weise, unter K', K_1 und K_2 die beziehungsweise zu C', C_1 und C_2 gehörigen Kolben, unter s die gemeinsame Hublänge verstanden.

Bei Beginn eines Hubes von K' ist C' mit R in Verbindung gesetzt worden, und wird dann während einer Kurbeldrehung von 60^0 der Dampf vor K' und in R von der Spannung p_0 bis zu einer gewissen Spannung p_1 comprimirt. Indem jetzt auch K_1 in eine Todtlage gekommen ist, beginnt hinter diesem Kolben die Einströmung in C_1, und zwar ohne Spannungsabfall bei entsprechender Compression in C_1. Die Spannung des aus C' durch R nach C_1 strömenden Dampfes habe nach vorübergehender Zunahme wieder bis p_2 abgenommen, wenn nach dem Wege $e_1 s$ von K_1 die Communication von R mit C_1 aufhört; während des letzten Theils dieser zweiten Kurbeldrehung von 60^0 wird dann der Dampf, welcher nicht mehr in C_1 einströmen kann, wieder in R hinein comprimirt, wobei seine Spannung von p_2 bis zu einem nur wenig von p_1 verschiedenen Werthe zunimmt. Dieselbe Spannung herrsche jetzt infolge vorhergegangener Compression im schädlichen Raume von C_2, so dass jetzt auch in diesem zweiten Niederdruckcylinder, dessen Kolben K_2 eine Todtlage erreicht hat, ohne Spannungsfall die Dampfeinströmung mit anfangs etwas zunehmender, alsbald aber abnehmender Spannung erfolgt. Schon während dieser Einströmung wird C' gegen R abgesperrt behufs Compression vor K', so dass jetzt der Dampf nur aus R in C_2 einströmt bis dadurch nach dem Kolbenwege $e_2 s < 0{,}25 s$ die Spannung auf p_0 gesunken ist, womit R während des letzten Theils dieser dritten Kurbeldrehung von 60^0 bis zum folgenden Hubwechsel von K' ganz abgesperrt zu bleiben hat; je weniger $e_1 < 0{,}25$ angenommen wurde, desto mehr wird $e_2 < 0{,}25$ ausfallen.

Wie nun die Steuerungsverhältnisse, bedingt durch die verhältnissmässigen Wege e_1 und e_2, c_1 und c_2 der Kolben K_1 und K_2 bezw. bei der Einströmung des betreffenden Hinterdampfes und bei der Compression

des betreffenden Vorderdampfes mit Hülfe der Spannungsdiagramme von C_1 und C_2 so zu bestimmen sind, dass der Vorgang in der angegebenen Weise thatsächlich stattfindet, und wie diese Spannungsdiagramme mit Hülfe der Kolbendiagramme gezeichnet werden können, bedarf nach dem Vorhergegangenen keiner weiteren Erklärung; die Kolbendiagramme von K_1 und K_2 sind dabei nur zwischen den Verticalen aA und bB (Fig. 95) in solchen Lagen einzutragen, dass die Strecke aR für das erste $^1/_6$, für das zweite $^1/_3$ von aA beträgt. Die etwa zunächst sich nicht genügend ergebende Flächengleichheit der Arbeitsdiagramme für C_1 und C_2 kann durch Aenderung von e_1, wodurch auch e_2 und zwar in entgegengesetztem Sinne verändert wird, die Flächengleichheit beider Diagramme und desjenigen für C' durch Aenderung des Hubvolumens von C' herbeigeführt werden, wodurch auch die Füllung e' dieses Cylinders entsprechend verändert wird, wenn ε gegeben ist = der resultirenden verhältnissmässigen Spannungsabnahme infolge der Gesammtexpansion. —

Noch mehr kommt die graphische Behandlung bei Dreicylindermaschinen zur Geltung, deren drei Cylinder (Hochdruck-, Mitteldruck- und Niederdruckcylinder) und zwei Zwischenkammern (eine zwischen Hoch- und Mitteldruckcylinder, eine zweite zwischen Mittel- und Niederdruckcylinder) nach einander vom Dampfe durchströmt werden, und wobei auch der Niederdruckcylinder wieder in zwei getheilt sein kann. Die rechnerische Bestimmung der Steuerungsverhältnisse behufs Vermeidung von Spannungsabfällen, sowie der verhältnissmässigen Hubvolumina aller Cylinder behufs angemessener Arbeitsvertheilung wäre hier besonders bei der Berücksichtigung von schädlichen Räumen und entsprechenden Compressionen äusserst umständlich, wogegen bei der graphischen Methode insbesondere auch die Uebersichtlichkeit gewahrt bleibt, welche vor gröberen Fehlern schützt und anfängliche Annahmen auf Grund ihrer räumlich vor Augen liegenden Folgen zweckdienlich zu ändern gestattet.

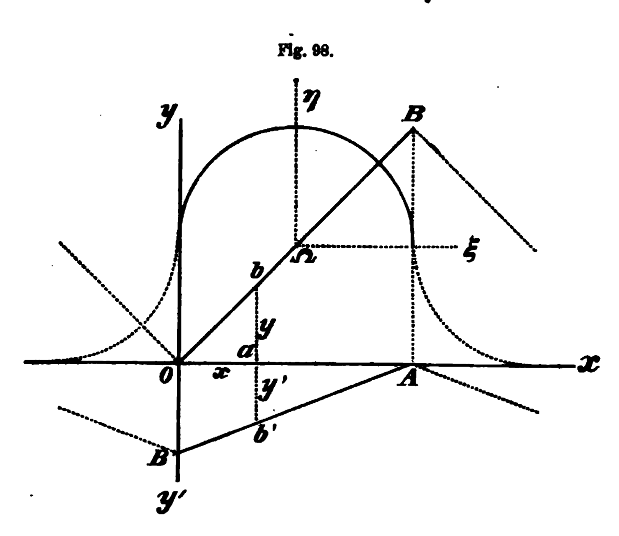
5) Bei Woolf'schen Maschinen ($\omega = 0$) und bei wechselläufigen Zweicylindermaschinen ($\omega = 90^0$) kann eine Vereinfachung des Kolbendiagramms dadurch herbeigeführt werden, dass zur Grundlinie desselben ($aA = a'A'$, Fig. 91 und Fig. 95), normal zu welcher die in Betracht kommenden Volumina als gerade Strecken abgemessen werden, der Kolbenweg statt des Kurbelkreises gewählt wird.*

Es sei OX, Fig. 98, eine Gerade, längs welcher die Wege $Oa = x$ des Hochdruckkolbens K', von einer Todtlage O an gerechnet, gemessen

* Siehe die Bemerkung von J. Lüders in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 292.

werden sollen so, dass $OA = s$ die gemeinsame Hublänge beider Kolben ist. Längs der zu OX in O normalen Geraden YOY' seien die entsprechenden Kolbenvolumina des Hochdruckcylinders C' für die beim Hube OA vor K' befindliche Seite als proportionale Strecken $ab' = y'$ im Sinne OY', die Kolbenvolumina des Niederdruckcylinders C für die bei demselben Hube von K' hinter dem Kolben K befindliche Seite als nach demselben Massstabe proportionale Strecken $ab = y$ im Sinne OY aufgetragen. Ist dann

Fig. 98.



φ der Winkel, um welchen sich die Kurbelwelle gedreht hat, seit K' sich in der Todtlage O befand, und $r = \frac{s}{2}$, so kann bei nicht allzu kleiner verhältnissmässiger Länge der Kurbelstange

$$x = r(1 - \cos\varphi) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

gesetzt werden, und der entsprechende Weg von K, gerechnet von der Todtlage, in welcher sich dieser Kolben zur Zeit der Todtlage O von K' zuletzt befunden hatte,

$$= r[1 - \cos(\omega + \varphi)],$$

wenn ω den Winkel bedeutet, um welchen die Kurbel von K derjenigen von K' voreilt. Hiernach ist, unter F und F' die dampfberührten Flächen von K und K' verstanden,

$$y = Fr[1 - \cos(\omega + \varphi)] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und $y' = F'(s - x)$. Die Linie, deren Coordinaten x und y' sind (Diagramm des Kolbens K') ist die Gerade AB', wenn $OB' = F's =$ dem Hubvolumen V' gemacht ist.

Die Beziehung zwischen x und y, somit das Diagramm von K, ergiebt sich durch Elimination von φ zwischen den Gleichungen (1) und (2), welche auch geschrieben werden können:

$$\left.\begin{aligned} \cos\varphi &= 1 - \frac{x}{r} \\ \cos(\omega + \varphi) = \cos\omega\cos\varphi - \sin\omega\sin\varphi &= 1 - \frac{y}{Fr} \end{aligned}\right\} \quad \ldots . \quad (3).$$

Daraus folgt $\sin^2\varphi$ einerseits = einer quadratischen Function von x, andrerseits = einer quadratischen Function von x und y, so dass die Linie mit den Coordinaten x, y hier eine Linie zweiten Grades, und zwar im Allgemeinen eine Ellipse ist, weil y höchstens $= Fs = V$. Einen Vortheil gewährt ihre Zeichnung als Diagramm des Niederdruckkolbens dann, wenn sie in besonderen Fällen in eine gerade Linie oder in einen Kreis übergeht, was eben für $\omega = 0$ und bei entsprechendem Verhältnisse des Längen- und des Volumenmassstabes auch für $\omega = 90^0$ der Fall ist.

Im Falle $\omega = 0$ folgt nämlich aus (1) und (2):

$$y = Fr(1 - \cos\varphi) = Fx,$$

d. i. die Gleichung der Geraden OB mit $AB = Fs = V$. Für $\omega = 90^0$ folgt aus (3):

$$\left(1 - \frac{x}{r}\right)^2 + \left(1 - \frac{y}{Fr}\right)^2 = 1.$$

Werden die Axen OX, OY nach $\Omega\xi$, $\Omega\eta$ verlegt durch Verschiebung bezw. um Fr und um r, so geht mit

$$\xi = x - r \quad \text{und} \quad \eta = y - Fr$$

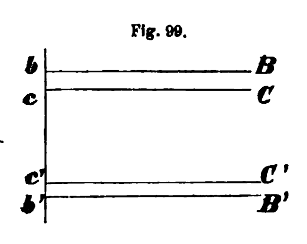
die letzte Gleichung über in:

$$\left(\frac{\xi}{r}\right)^2 + \left(\frac{\eta}{Fr}\right)^2 = 1,$$

also in die Gleichung einer Ellipse mit dem Mittelpunkte Ω und den Hauptaxen $s = 2r$ und $V = 2Fr$ beziehungsweise parallel OX und OY. Diese Ellipse wird ein Kreis, wenn der Volumenmassstab für die Zeichnung so gewählt wird, dass V und s durch dieselbe Strecke OA dargestellt werden. Von diesem Kreise gilt hier für den betreffenden Hub von K' nur der im Sinne OY gelegene Halbkreis; dem vorhergehenden und dem folgenden Hube entsprechend können aber, auf dieselben Seiten der Kolben bezogen, an den aufwärts gekrümmten Halbkreis als Diagramm von K beiderseits abwärts gekrümmte, in der Figur gestrichelte Halbkreise angeschlossen werden, ebenso wie an die Gerade AB' als Diagramm von K' (und an die Gerade AB als Diagramm von K im Falle $\omega = 0$) die gestrichelten Geraden.

Es bedarf keiner näheren Erläuterung, wie jetzt das vollständige Kolbendiagramm mit Berücksichtigung der schädlichen Räume und des Raumes der Zwischenkammer gezeichnet werden kann, indem die parallelen Geraden bB, cC, $c'C'$, $b'B'$, Fig. 99, in den Abständen $bc = mV$, $cc' = R$, $c'b' = m'.V'$, (für den Massstab, in welchem $V = OA$, Fig. 98, ist) gezeichnet werden und das vorbesprochene aus geraden Linien bestehende Diagramm von K' unterhalb $b'B'$ als x-Axe, das bei der Woolf'schen Maschine gleichfalls aus Geraden, bei der wechselläufigen Zweicylindermaschine (mit $\omega = 90^0$) aus Halbkreisen bestehende Diagramm von K oberhalb bB als x-Axe verzeichnet wird.

Fig. 99.



Schliesslich ist einleuchtend, dass dasselbe Diagramm auch dann gelten würde, wenn die Hublängen beider Kolben thatsächlich verschieden wären, falls nur immer der Längen- und der Volumenmassstab so gewählt werden, dass die Hublänge des Hochdruckkolbens und das Hubvolumen des Niederdruckcylinders durch gleich grosse Strecken $= OA$, Fig. 98, dargestellt werden.

d. Schwungräder von Dampfmaschinen.

Das Schwungrad einer Dampfmaschine kommt hier nur bezüglich der Grösse seiner auf den Kurbelzapfen reducirten Masse (§. 90) in Betracht, welche nötig ist, um den Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta = \frac{v' - v''}{v_m}$$

der Rotation der Kurbelwelle eine gewisse Grösse nicht überschreiten zu lassen, insoweit derselbe lediglich durch die Ungleichförmigkeit des treibenden Tangentialdrucks auf den Kurbelzapfen bedingt ist bei constanter Grösse Q des entgegengesetzt gerichteten auf diesen Zapfen reducirten gesammten Widerstandes. Der Forderung eines gewissen Werthes von δ entspricht zunächst eine gewisse Grösse der betreffenden ganzen reducirten rotirenden Masse M, welche aber, um diejenige des Schwungrades zu ergeben, in der Regel nur kleine Abzüge mit Rücksicht auf sonstige rotirende Maschinentheile zulässt.

Die Bestimmung von M ist auch insofern von Bedeutung, als die Lagerreibung der durch das Schwungrad belasteten Kurbelwelle einen wesentlichen Bestandtheil der Nebenwiderstände ausmacht, mit Rücksicht

auf welche der demnächst zu besprechende Nutzeffect mehr oder weniger kleiner ist, als der im vorigen Abschnitt besprochene indicirte Effect der Maschine.

§. 102. Eincylindermaschinen.

Wie M durch ein graphisches Verfahren gefunden werden kann, ist für diesen einfachsten Fall als Beispiel zur Erläuterung des Wesens dieses Verfahrens überhaupt im §. 90 gezeigt worden. Die rechnerische Bestimmung kann, wenigstens bei Abstraction von dem Einflusse schädlicher Räume und der Compression vor dem Kolben, gemäss §. 97, Bd. II, geschehen; nach Gl. (12) daselbst ist:

$$M = \frac{\alpha}{\delta} \frac{Q\pi r}{v_m^2} - \frac{\alpha_1}{\delta} M_1 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

mit der Bezeichnung v_m für die dort mit c bezeichnete mittlere Geschwindigkeit des Kurbelzapfens. In dieser Gleichung hat Q die oben angeführte Bedeutung, und ist r die Kurbellänge = der halben Hublänge s, so dass

$$Q\pi r = \frac{1}{2} L_i = \frac{1}{2} F s p_i \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

die halbe indicirte Arbeit für einen Hub bedeutet. M_1 ist die Kolbenmasse (die Masse des Kolbens und der mit demselben hin- und hergehenden Maschinentheile); setzt man

$$M_1 = \frac{kF}{g} \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

so ist, sofern die dampfberührte Kolbenfläche F hier immer in Quadratcentimetern ausgedrückt verstanden wird, nach §. 88 im Mittel ungefähr

$k = 0{,}32$ Kgr. bei Condensationsmaschinen,
$k = 0{,}28$ Kgr. bei Auspuffmaschinen.

Mit Rücksicht auf (2) und (3) erhält Gl. (1) die Form:

$$M = \frac{F}{\delta}\left(\frac{\alpha}{2}\frac{s p_i}{v_m^2} - \frac{\alpha_1 k}{g}\right) \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Die Coefficienten α und α_1 in dieser Gleichung hängen ab vom Füllungsgrade e_1, vom Verhältnisse λ der Kurbellänge zur Länge der Kurbelstange, und vom Verhältnisse β des mittleren Vorderdampfdrucks zum Mittelwerthe p_1 des Hinterdampfdrucks bei der Einströmung; dieses letztere Verhältniss ist gemäss §. 92:

$$\beta = \frac{f_2 p_2}{p_1},$$

wenn p_2 den Mittelwerth des Vorderdampfdrucks bei der Ausströmung bezeichnet. Nach den Rechnungsergebnissen, welche in §. 97, Bd. II, angeführt sind, ist übrigens α_1 nur so wenig von λ abhängig, dass es genügt, der Bestimmung dieses Coefficienten den Mittelwerth $\lambda = 0,2$ zugrunde zu legen; auch seine Verschiedenheit je nach dem Werthe von β ist wenigstens nur eine solche, dass es genügt, in dieser Hinsicht nur die beiden Fälle einer Condensationsmaschine und einer Auspuffmaschine zu unterscheiden, für welche durchschnittlich gesetzt werde:

$$\beta = 0,05 \left(\text{z. B.} = \frac{0,2}{4}\right) \text{ für Condensationsmaschinen,}$$

$$\beta = 0,2 \quad \left(\text{z. B.} = \frac{1,2}{6}\right) \text{ für Auspuffmaschinen.}$$

Nun ist nach §. 97, Bd. II, im Falle $\lambda = 0,2$

für $e_1 = 0,25$ und $\beta = 0,05$ $(k = 0,32)$:

$$\alpha_1 = 0,4043, \text{ somit } \alpha_1 k = 0,129;$$

für $e_1 = 0,25$ und $\beta = 0,2$ $(k = 0,28)$:

$$\alpha_1 = 0,4512, \text{ somit } \alpha_1 k = 0,126;$$

für $e_1 = 0,5$ und $\beta = 0,05$ $(k = 0,32)$:

$$\alpha_1 = 0,2033, \text{ somit } \alpha_1 k = 0,065;$$

für $e_1 = 0,5$ und $\beta = 0,2$ $(k = 0,28)$:

$$\alpha_1 = 0,2365, \text{ somit } \alpha_1 k = 0,066.$$

Ohne erheblichen Fehler kann hiernach das Produkt $\alpha_1 k$ als nur durch e_1 bedingt betrachtet, und zwar gesetzt werden:

$$\text{für } e_1 = 0,25 : \frac{\alpha_1 k}{g} = \frac{0,1275}{9,81} = 0,013$$

$$\text{für } e_1 = 0,5 \quad : \frac{\alpha_1 k}{g} = \frac{0,0655}{9,81} = 0,0067.$$

Diese Werthe entsprechen sehr nahe der Gleichung:

$$\frac{\alpha_1 k}{g} = \frac{0,0033}{e_1},$$

nicht weniger indessen der Formel:

$$\frac{\alpha_1 k}{g} = 0,015 \frac{1 - e_1}{0,6 + e_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5),$$

welche zugleich dem Umstande Rechnung trägt, dass $e_1 = 1$ und $\alpha_1 = 0$ entsprechende Werthe sind (§. 97, Bd. II), und wodurch es vermieden wird, dass α_1 unendlich gross wird für $e_1 = 0$.

Der Coefficient α in Gl. (4) wurde a. a. O. näherungsweise gefunden

$$\alpha = A + B(1 - e_1)(1 - a e_1 + b e_1^2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

mit $A = 0{,}2105\,(1 + 0{,}96\,\lambda + 0{,}81\,\lambda^2)$

$$B = 0{,}0864 + 1{,}333\,\beta - (0{,}0645 + 0{,}125\,\beta)\,\lambda$$

$$a = 0{,}808 + 5{,}65\,\beta - (2{,}095 - 7{,}50\,\beta)\,\lambda$$

$$b = 0{,}321 + 4{,}75\,\beta - (1{,}890 - 6{,}75\,\beta)\,\lambda.$$

Die entsprechenden Werthe von α sind für einige Werthe von e_1, β und λ in der folgenden Tabelle enthalten, welcher zugleich in der letzten Zeile die betreffenden Werthe von $\frac{\alpha_1 k}{g}$ gemäss (5) beigefügt sind.

$e_1 =$	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4	0,5
$\beta = 0{,}05;\ \lambda = 0$	0,321	0,309	0,298	0,288	0,271	—
$\beta = 0{,}05;\ \lambda = 0{,}2$	0,363	0,353	0,344	0,335	0,319	—
$\beta = 0{,}05;\ \lambda = 0{,}25$	0,376	0,366	0,357	0,349	0,333	—
$\beta = 0{,}2;\ \lambda = 0$	—	0,398	0,369	0,342	0,301	0,272
$\beta = 0{,}2;\ \lambda = 0{,}2$	—	0,440	0,413	0,389	0,350	0,322
$\beta = 0{,}2;\ \lambda = 0{,}25$	—	0,458	0,426	0,402	0,364	0,336
$\frac{\alpha_1 k}{g} =$	0,0170	0,0150	0,0132	0,0117	0,0090	0,0068

Bei erheblicher Compression sind die Werthe von α nach Schätzung zu vergrössern, indem dadurch die Abnahme des resultirenden Dampfdrucks auf den Kolben während eines Hubes verstärkt wird, analog wie durch Verkleinerung von e_1. Bei geringer Compression kann dieser Umstand dadurch als aufgewogen betrachtet werden, dass die Abnahme des Hinterdampfdrucks bei der Expansion durch den schädlichen Raum etwas vermindert wird. Bei sehr erheblicher Compression ist das graphische Verfahren vorzuziehen, ebenso wie auch bei ungewöhnlicher Grösse der Kolbenmasse.

Die Gleichung (4) ist zur Berechnung von M auch dann nicht hinlänglich zuverlässig, wenn bei kleiner Füllung und schnellem Gang der Maschine das zweite Glied mit α_1 nicht erheblich kleiner ist, als das erste Glied, so dass es nicht mehr (wie in II, 97) nur als modificirende Ergänzung desselben bezüglich auf den Einfluss der hin- und hergehenden Kolbenmasse betrachtet werden kann. Wäre z. B.

$$s = 1 \qquad p_i = 2 \qquad e_1 = 0{,}15 \qquad v_m = 4,$$

entsprechend einer mittleren Kolbengeschwindigkeit $= \frac{2}{\pi} \cdot 4 = 2{,}55$ Sekundenmeter, so wäre gemäss der Tabelle mit

$$\lambda = 0{,}2 \text{ und } \beta = 0{,}05$$

$$\frac{\alpha}{2}\frac{s\,p_i}{v_m^2} = 0{,}023 \text{ und } \frac{\alpha_1 k}{g} = 0{,}017.$$

Auch in solchem Falle würde die Berücksichtigung der Kolbenmasse besser durch die graphische Methode zu geschehen haben, um ohne Weitläufigkeiten hinlänglich zutreffend zu sein.

§. 103. Zwillingsmaschinen.

Wenn zwei gleiche und gleich betriebene Eincylindermaschinen so zu einem Zwilling combinirt sind, dass ihre Dampfkolben auf eine gemeinsame Kurbel- und Schwungradwelle wirken, deren aufeinander folgende Viertelumdrehungen den Uebergängen von den Todtlagen des einen in die des andern Kolbens entsprechen, so ist die auf die Kurbelzapfen reducirte Masse M, welche einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade δ der Welle entspricht, gemäss §. 90:

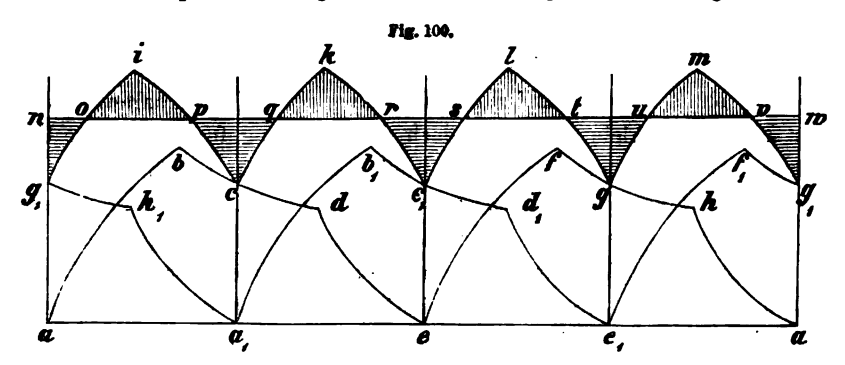
$$M = \frac{F \cdot \Sigma f}{\delta \cdot v_m^2},$$

wenn v_m die (als arithmetisches Mittel des Maximums v' und des Minimums v'' verstandene) mittlere Geschwindigkeit der Kurbelzapfen, F die Grösse jeder einzelnen der beiden dampfberührten Kolbenflächen und Σf die Arbeit der specifischen (auf die Einheit von F bezogenen) Tangentialdrucke auf beide Kurbelzapfen zusammen beim Uebergange vom Minimum v'' zum Maximum v' ihrer Geschwindigkeit bedeutet, insoweit dieselben beschleunigend wirken, nämlich nicht durch den als constant vorausgesetzten Widerstand verbraucht werden. Man findet diese Drucke graphisch mit Hülfe des betreffenden Tangentialdruckdiagramms: Fig. 100.

Die Grundlinie (Abscissenlinie) aa stellt den Umfang $= 2\pi r$ des Kurbelkreises dar und ist in den Punkten a_1, e, e_1 in vier gleiche Theile getheilt. Ueber derselben sei für einen Doppelhub der einen von beiden combinirten Maschinen gemäss den Erläuterungen im §. 90 das Tangentialdruckdiagramm $abcdefgha$ gezeichnet, dessen zweiter Theil $efgha$ (auch bei gleichen Füllungen auf beiden Seiten des Kolbens) vom ersten Theile $abcde$ um so mehr verschieden sein wird, je grösser das Verhältniss λ der Kurbellänge r zur Länge l der Kurbelstange ist; die Zeichnung entspricht sehr geringer Compression, widrigenfalls die Curventheile de und

ka in der Nähe von e und a bis etwas unter die Grundlinie hinab reichen würden. Das Tangentialdruckdiagramm der andern Maschine ist von dem der ersteren an und für sich nicht verschieden; damit es aber die gleichzeitigen specifischen Tangentialdrucke als Ordinaten für gleiche Abscissen darstelle, ist es längs der Grundlinie in der Figur um ein Viertel des Kurbelkreises nach $g_1 h_1 a_1 b_1 c_1 d_1 e_1 f_1 g_1$ verschoben, und zwar im Sinne aa_1 unter der Voraussetzung, dass die zweite Maschine sich jeweils nach einer Viertelumdrehung in der gleichen Todtlage befindet, wie die erste. Durch Summation der Ordinaten beider Einzeldiagramme, welche gleichen Abscissen entsprechen, ergiebt sich das Tangentialdruckdiagramm des

Fig. 100.



Zwillings in der Linie $g_1 ickc_1 lgmg_1$; die von dieser Linie, von der Grundlinie aa und von den Ordinaten ag_1, ag_1 begrenzte Fläche stellt die indicirte Hubarbeit des Zwillings für die Einheit von F und ihr Wachsthumsgesetz dar. Jene Endordinaten und die resultirende Drucklinie $g_1 i \ldots g_1$ seien nun von einer mit der Grundlinie parallelen Geraden in den Punkten n, o, p, q, r, s, t, u, v, w so geschnitten, dass die Summe der in der Figur horizontal schraffirten Flächen f_1, f_3, f_5, f_7, f_9 = der Summe der vertical schraffirten Flächen f_2, f_4, f_6, f_8 ist, wobei die Indices im Sinne von $f_1 = ng_1 o$ bis $f_9 = vg_1 w$ verstanden sind. Die Abscissen der Punkte o, q, s, u entsprechen den relativen Minimalwerthen, die Abscissen der Punkte p, r, t, v den relativen Maximalwerthen der Winkelgeschwindigkeit der Kurbelwelle; das absolute Minimum der letzteren entspricht demjenigen der ersteren Punkte, bis zu welchem die mit einem ungeraden Index abschliessende algebraische Summe

$$-f_1 + f_2 - f_3 + \ldots \text{ am kleinsten} = \Sigma_1 f,$$

das absolute Maximum demjenigen der letzteren Punkte, bis zu welchem die mit einem geraden Index abschliessende algebraische Summe

$$-f_1 + f_2 - f_3 + \ldots \text{ am grössten} = \Sigma_2 f$$

ist. Durch Planimetrirung der einzelnen Flächen f sind $\Sigma_1 f$ und $\Sigma_2 f$ leicht zu ermitteln. Die im obigen Ausdrucke von M vorkommende Summe ist dann schliesslich:

$$\Sigma f = \Sigma_2 f - \Sigma_1 f.$$

Wäre $\lambda = 0$, das Schubkurbelgetriebe durch ein Kreuzschieberkurbelgetriebe (Bd. II, §. 42, Fig. 56) ersetzt, so wären die beiden Theile *abde* und *efha* des Tangentialdruckdiagramms für jede der combinirten Einzelmaschinen congruent, das resultirende Druckdiagramm für die Zwillingsmaschine würde sich selbst bei den einzelnen Viertelumdrehungen der Kurbelwelle in gleicher Weise wiederholen, so dass es, wie die diesem Falle entsprechende Figur 100 erkennen lässt, nur über dem Theil aa_1 der Grundlinie hätte gezeichnet zu werden brauchen, um in der Fläche $oip = f_2$ ohne weiteres Σf zur Berechnung von M zu erhalten. Wäre aber λ nur sehr klein, so würde doch die Zeichnung für eine ganze Umdrehung kaum zu umgehen sein, weil von diesem Verhältnisse λ bei Zwillingsmaschinen die einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade entsprechende rotirende Masse in viel höherem Grade abhängig ist, als bei der einzelnen Eincylindermaschine, wie aus den Ergebnissen der rechnerischen Behandlung dieser Aufgabe in Bd. II, §. 98 hervorgeht. Letztere ist übrigens trotz der Abstraction von schädlichen Räumen, von Compressionen und selbst von Kolbenmassen allzu umständlich, als dass sie zur Anwendung auf Einzelfälle der Praxis sich eignete. Auch ist ihre beispielsweise Benutzung am angeführten Orte nicht umfassend genug zur Ableitung empirischer, hinlänglich angenäherter Regeln. Immerhin kann für die gewöhnlich vorkommenden Fälle, in welchen λ nahe $= 0,2$ und die Füllung nahe $= 0,25$ ist, behufs vorläufiger Festsetzung aus jenen Rechnungen gefolgert werden, dass die rotirende Masse einer Zwillingsmaschine behufs eines gewissen Ungleichförmigkeitsgrades ungefähr im Verhältnisse von 0,27 kleiner sein darf, als sie unter sonst gleichen Umständen für die zwei Einzelmaschinen zusammen sein müsste, wenn diese unabhängig von einander angeordnet wären; mit λ wächst aber die erforderliche Grösse jener rotirenden Masse bei Zwillingsmaschinen in erheblichem Grade.

§. 104. Zwei- und Mehrcylindermaschinen.

Bei Zwei- und Mehrcylindermaschinen ist man zur Bestimmung des Schwungrades durchaus auf graphische Methoden angewiesen, wenn dabei den Nebenumständen (schädlichen Räumen und Compressionen, Kolben-

massen und beschränkten Kurbelstangenlängen) gebührend Rechnung getragen werden soll; denn solche Umstände können gerade hier von erheblichem Einflusse sein.

Sollte z. B. die einem gewissen Ungleichförmigkeitsgrade δ entsprechende, auf die Kurbelzapfen reducirte rotirende Masse M für eine wechselläufige Zweicylindermaschine bestimmt werden, deren Arbeitsdiagramme in Fig. 96 und Fig. 97, §. 101, gezeichnet wurden, so könnte, wenn F' die dampfberührte Fläche des Hochdruckkolbens und v_m die mittlere Geschwindigkeit der Kurbelzapfen bedeutet, gemäss §. 90, Gl. (1) gesetzt werden:

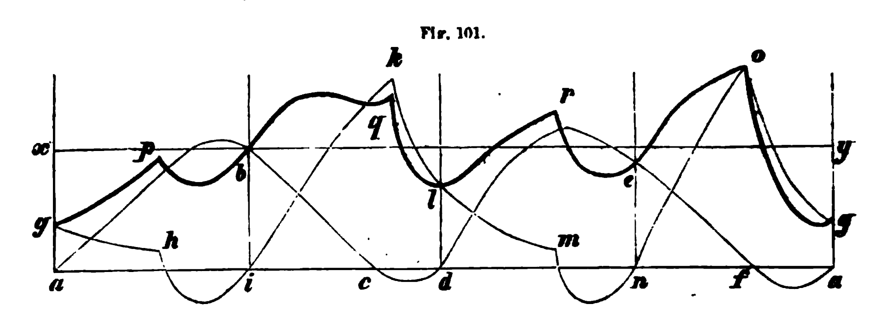
$$M = \frac{F' . \Sigma f}{\delta . v_m^2},$$

in welchem Ausdrucke nur noch Σf zu ermitteln bliebe = der algebraischen Summe der überschüssigen (beschleunigenden) Arbeiten des auf die Einheit von F' bezogenen resultirenden Tangentialdrucks beim Uebergange von der kleinsten zur grössten Geschwindigkeit der Kurbelzapfen für jede Umdrehung der Kurbelwelle, also in jeder Periode bezüglich der periodisch etwas veränderlichen Winkelgeschwindigkeit jener Welle. Indem das Arbeitsdiagramm Fig. 97 des Niederdruckcylinders s. Z. mit v-fachem Spannungsmassstabe, verglichen mit dem Diagramm Fig. 96 des Hochdruckcylinders, gezeichnet wurde, sind in beiden die Spannungen = den Ordinaten auf die Einheit von F' bezogen. Beide Arbeitsdiagramme können nun zunächst gemäss §. 87 dazu dienen, die Ueberdruckdiagramme des Dampfes für beide Cylinder zu zeichnen und daraus mit Rücksicht auf die Kolbenmassen die Diagramme der Kurbelzapfendrucke im Sinne der die Todtpunkte verbindenden Durchmesser der Kurbelkreise abzuleiten; dabei muss natürlich der specifische Beschleunigungsdruck für den Niederdruckkolben auch mit v-fachem Massstabe gemessen, oder es muss, was auf dasselbe hinauskommt, unter k (§. 87) das Gewicht der betreffenden Kolbenmasse für die Einheit nicht von F, sondern von F' verstanden werden. Diese auf die Kolbenwege als Abscissen bezogenen Kurbelzapfendruckdiagramme bilden endlich die Grundlagen zur Zeichnung der auf die Zapfenwege als Abscissen bezogenen Tangentialdruckdiagramme gemäss §. 90. Letztere sind in Fig. 101 dargestellt so, wie sie sich aus den Figuren 96 und 97 ungefähr ergeben, wenn die Längen der Kurbelstangen verhältnissmässig klein = der vierfachen Kurbellänge angenommen werden.

Die in vier gleiche Theile ai, id, dn, na getheilte Grundlinie aa stellt die Peripherie des Kurbelkreises dar; die Punkte a und i entsprechen den äusseren, d und n den inneren Todtlagen bezw. des Niederdruck-

und des Hochdruckkolbens, gemäss der Voraussetzung, dass die Kurbel des ersteren Kolbens der andern um 90° voreilt. Vom Augenblicke einer äusseren Todtlage des Niederdruckkolbens an gerechnet ist für eine Umdrehung *abcdefa* das Tangentialdruckdiagramm für den Niederdruck-

Fig. 101.



cylinder, *ghiklmnog* dasselbe für den Hochdruckcylinder; die Verschiedenheit der Theile jeder dieser Curven über den Hälften *ad* und *da* der Grundlinie lässt den Einfluss der ziemlich kleinen Kurbelstangenlänge erkennen. Die stärker ausgezogene Curve *gpbqlreog*, deren Ordinaten = den algebraischen Summen der entsprechenden Ordinaten jener Curven sind, ist das combinirte Tangentialdruckdiagramm der Zweicylindermaschine, bezogen auf die Einheit von F', für dieselbe Umdrehung; ihr eigenthümlich complicirtes Bildungsgesetz würde nur mit sehr grosser Weitläufigkeit analytisch auszudrücken sein zum Zweck einer rechnerischen Ermittlung von Σf. Hier erfordert diese Ermittlung nur die angenäherte Inhaltsbestimmung der Fläche, welche von der resultirenden Tangentialdrucklinie, der Grundlinie *aa* und den Ordinaten *ag*, *ag* begrenzt wird, um dann das inhaltsgleiche Rechteck *axya* herstellen zu können, dessen Seite *xy* mit der resultirenden Curve und den Geraden *gx*, *gy* die Flächen *f* bildet, deren grösste von einem zu einem andern Schnittpunkte (von *xy* mit der Curve) gerechnete algebraische Summe = Σf ist, wenn diese Flächen *f* unterhalb *xy* negativ, oberhalb positiv gesetzt werden.

e. Condensation.

§. 105. Einleitende Bemerkungen.

Die Condensation des Abdampfes einer Condensationsdampfmaschine erfolgt im geschlossenen Raume des Condensators entweder durch Mischung mit eingeführtem kaltem Wasser oder infolge oberflächlicher Abkühlung durch Wasser, welches die Condensatorwand umgiebt. Im

zweiten Falle ist das Condensationswasser (das durch Condensation des Abdampfes gebildete Wasser), im ersten auch das erwärmte Kühlwasser aus dem Condensator beständig wieder zu entfernen, in beiden zugleich die Luft, welche im ersten Falle sich aus dem Kühlwasser infolge der Druckverkleinerung und Temperaturerhöhung im Condensator entwickelt, in beiden auch als Folge von Undichtheiten hineingelangen kann, insbesondere z. B. durch eine undichte Stopfbüchse schon in den Cylinder auf der Seite, auf welcher sein Vorderdampf zum Condensator abströmt. Hinsichtlich des Hauptzwecks, der Erhaltung eines kleinen Drucks im Condensator mit möglichst geringem Aufwand an Hülfsmitteln, Einrichtungen und Betriebsarbeit, sind verschiedene Anordnungen zu unterscheiden, bezüglich welcher hier zunächst ein Condensator vorausgesetzt sei, dessen Wirkung auf der Mischung des Abdampfes mit kaltem Wasser beruht, während die fast nur für Schiffsmaschinen in Betracht kommmenden und gebräuchlichen Oberflächencondensatoren später im §. 109 einer besonderen Besprechung unterworfen werden.*

Die Einführung des Kühlwassers in den Condensator kann durch ein von dem letzteren ausgehendes und andrerseits unter dem Wasserspiegel eines Brunnens oder sonstigen Behälters mündendes Rohr ohne weiteres durch den Atmosphärendruck bewirkt werden, wenn der Ueberschuss der Wasserbarometerhöhe über die Wasserdruckhöhe im Condensator hinlänglich viel grösser ist, als die Höhe der Einmündungsstelle des Rohrs in den Condensator über dem Wasserspiegel im Brunnen, um ohne übermässige Rohrweite noch einen Betrag = der Summe von Geschwindigkeits- und Widerstandshöhe im Rohr übrig zu lassen; bei tieferer Lage des Wasserspiegels muss das Kühlwasser durch eine Pumpe (Kaltwasserpumpe) auf entsprechende Höhe gehoben werden.

Die Abfuhr des warmen Wassers kann auch ohne weiteres durch ein Rohr (Abfallrohr) geschehen, welches von der tiefsten Stelle des Condensators ausgehend unten unter Wasser mündet, wenn hier die betreffende Höhe um wenigstens so viel grösser ist, als der Ueberschuss der atmosphärischen über die Wasserdruckhöhe im Condensator, wie sie bezüglich des Zuflusses des kalten Wassers kleiner sein muss. Anderenfalls geschieht die Absaugung des warmen Wassers durch eine Pumpe (Warmwasserpumpe), welche wegen des kleinen Drucks im Condensator möglichst tief zu legen ist; meistens wird solche Pumpe besonders bei nicht

* Siehe den Aufsatz von F. J. Weiss unter der Ueberschrift „Condensation“ in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1888, S. 9 u. ff.

abführung unterschieden werden, weil eine ausgesprochene Strömung in ihnen oft kaum vorhanden ist.

In den folgenden Paragraphen handelt es sich bei näherer Besprechung der Hauptarten von Condensatoren in jedem Falle hauptsächlich um den Kühlwasserbedarf, die Grösse der Luftpumpe und um die entsprechende Betriebsarbeit für 1 Kgr. Abdampf bei gegebenen Werthen von p und t_0.

§. 106. Mischcondensator mit nasser Luftpumpe.

Bei Abstraction von untergeordneten Umständen, wie lebendigen Kräften und Wärmeverlusten, ist bei der Condensation des Abdampfes infolge seiner Mischung mit dem Kühlwasser die Zunahme des Wärmegehaltes des letzteren = der Abnahme des Wärmegehaltes des ersteren + dem Wärmewerthe der Condensationsarbeit, also = der Abnahme der Gesammtwärme des Dampfes. Ist also n Kgr. die Kühlwassermenge für 1 Kgr. Abdampf, so ist bei Abstraction von Feuchtigkeit desselben, und wenn die specifische Wärme des Wassers mit hier ausreichender Näherung = 1 gesetzt wird,

$$n(t' - t_0) = 606{,}5 + 0{,}305\,t - t'$$

mit Rücksicht auf die im vorigen Paragraph erklärten Buchstabenbezeichnungen, sowie auf den bekannten empirischen Ausdruck für die Gesammtwärme des Wasserdampfes. Letztere ist z. B.

$$606{,}5 + 0{,}305\,t = 620{,}6 \text{ bis } 621{,}7$$
$$\text{für } p = 0{,}1 \text{ bis } 0{,}12 \text{ Atm.},$$

wegen der Feuchtigkeit des Dampfes thatsächlich etwas kleiner. Indem diese schwankende Feuchtigkeit des in den Condensator strömenden Dampfes zu sicher ausreichender Bestimmung von n nur klein vorauszusetzen ist, kann

$$n = \frac{620 - t'}{t' - t_0} \qquad (1)$$

unter den hier vorkommenden Umständen als passend betrachtet werden.

Die Temperatur t' in Gl. (1) ist ausser von t_0 und von p wesentlich auch von der Wirksamkeit der Luftpumpe abhängig; je schneller von ihr die Luft abgesaugt wird, desto kleiner ist der Luftdruck $p - p'$ im Condensator, desto weniger ist $p' < p$, $t' < t$. Es sei nun für 1 Kgr. in den Condensator strömenden Abdampfes:

v Liter das Volumen des vom Kolben der Luftpumpe angesaugten Gemisches von Wasser, Luft und Dampf, wozu dieser Kolben ein gewisses grösseres Volumen

$\frac{v}{\varphi}$ Liter saugend durchlaufen muss, wenn

φ den Förderungsgrad dieser Pumpe bedeutet.

Das Wasservolumen ist $= n + 1$, das Volumen des Luft- und Dampfgemisches = dem Luftvolumen. Letzteres ist, insoweit es von derjenigen Luft herrührt, die sich aus dem Kühlwasser entwickelt hatte,

$$= \frac{\lambda n}{p - p'} \frac{T'}{T_0},$$

wenn λ Liter das Volumen der in 1 Kgr. (1 Liter) Kühlwasser enthaltenen Luft bei atmosphärischem Drucke und bei der Temperatur t_0 bedeutet, vorausgesetzt, dass dieselbe im Condensator vollständig frei wird. Sofern aber das nur fast vollständig der Fall sein wird, also streng genommen noch mit einem Coefficienten, der wenig < 1 ist, multiplicirt werden müsste, so mag mit Rücksicht darauf, dass $\frac{T'}{T_0}$ nur wenig > 1 ist, bei der schwankenden und nur unsicher angebbaren Grösse von λ jenes Luftvolumen einfacher

$$= \frac{\lambda n}{p - p'},$$

gesetzt werden. Das Gewicht der Luft, deren Eintritt in einer gewissen Zeit durch undichte Stellen von der gesammten Flächengrösse A verursacht wird, kann mit Rücksicht auf die grosse hier stattfindende Verschiedenheit des äusseren und des inneren Drucks proportional A, proportional dem atmosphärischen Druck und umgekehrt proportional der Quadratwurzel aus der absoluten atmosphärischen Temperatur gesetzt werden (Bd. I, §. 100, Gl. 16), bei der geringen Veränderlichkeit des atmosphärischen Zustandes somit einfach proportional A. Dieses A kann je nach dem Zustande der hier in Betracht kommenden Dichtungen sehr verschieden, wird aber im Durchschnitt sachgemäss und am einfachsten der Maschinengrösse proportional zu setzen sein, für welche der Dampfverbrauch als ungefähr zutreffender Massstab gelten kann. Man wird sonach wohl nicht allzusehr fehlgreifen, wenn für 1 Kgr. Abdampf das Gewicht dieser Luft constant, ihr Volumen im Condensator

$$= \frac{\mu}{p - p'}$$

gesetzt wird, unter μ eine Constante verstanden, welche als Durchschnitt nur aus Beobachtungen abgeleitet werden kann, welche an Maschinen im Betriebe angestellt werden. Das gesammte Volumen der pro 1 Kgr. Abdampf von der Luftpumpe anzusaugenden Luft ist also

$$= \frac{\lambda n + \mu}{p - p'}$$

zu sezten, somit

$$v = n + 1 + \frac{\lambda n + \mu}{p - p'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Der Coefficient λ kann nach Bestimmungen von Bunsen = 0,025 angenommen werden. Was μ betrifft, so kann man bemerken, dass das fördernd durchlaufene Kolbenvolumen der nassen Luftpumpe etwa 3- bis 4 mal so gross gemacht zu werden pflegt, als das entsprechende Kolbenvolumen der Kaltwasserpumpe im Falle des Vorhandenseins einer solchen, so dass bei Voraussetzung gleicher Förderungsgrade beider Pumpen im Durchschnitt $v = 3{,}5\,n$ zu setzen wäre. Den weiteren Mittelwerthen $n = 24$ und $t_0 = 18$ entspricht $t' = 42$ nach (1), also $p' = 0{,}08$. Bei der Einsetzung dieser Werthe und von $p = 0{,}12$ würde dann aus (2) folgen:

$$\mu = 1{,}8 = 3\,\lambda n = 3 \,.\, 0{,}025 \,.\, 24$$

= dem dreifachen der vom Kühlwasser herrührenden Luftmenge, und wäre $\lambda n + \mu$ durchschnittlich = 2,4. Uebrigens fehlt es an ausreichenden Beobachtungen in dieser Beziehung, sowie auch überhaupt zur Entscheidung der Frage, ob es überhaupt passend ist, die durchschnittliche Menge der nicht aus dem Kühlwasser stammenden Luft, wie hier geschehen, einfach dem Dampfverbrauch der Maschine proportional zu setzen.*

Wenn nun t_0 gegeben ist, so kann gemäss (1) entweder n berechnet werden für einen angenommenen Werth von t', oder es kann daraus t' berechnet werden, wenn n angenommen wird, bezw. bei beschränkter Kühlwassermenge gegeben ist. Indem p' durch t' bestimmt ist, lässt sich dann gemäss (2) entweder p einem gegebenen Volumen v, oder v einem verlangten Gesammtdrucke p entsprechend bestimmen. Letzterer ist unbedingt um so kleiner, je grösser v, jedoch nicht auch stets um so kleiner, je grösser n; es giebt vielmehr ein gewisses Kühlwasserverhältniss n, bei welchem p am kleinsten ist, und zwar ist jener Werth von n um so grösser, der entsprechende Minimalwerth von p um so kleiner, je grösser das Luftvolumen v ist. Aus (2) folgt nämlich

---

* Weiss setzt in dem Aufsatze, welcher im vorigen Paragraph angezogen wurde, die ganze Luftmenge proportional der Kühlwassermenge:

$$\lambda n + \mu = \varepsilon n \text{ mit } \varepsilon = 0{,}16$$

vorbehaltlich des Ergebnisses von in Aussicht genommenen eigenen Beobachtungen. Nach Obigem wäre bei solcher Auffassung einstweilen etwa $\varepsilon = \frac{2{,}4}{24} = 0{,}1$ zu setzen.

$$p = \frac{\lambda n + \mu}{v - n - 1} + p' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ (3),$$

in welchem Ausdrucke von p mit wachsendem n der erste Summand wächst, der zweite dagegen abnimmt zugleich mit

$$t' = \frac{620 + nt_0}{n + 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (4)$$

gemäss (1). Z. B. mit $t_0 = 18$, $\lambda = 0{,}025$ und $\mu = 1{,}8$ findet man aus (3) und (4) für $v = 90$ und 72

	im Falle $n =$	20	25	30	35	40	50
	$t' =$	46,7	41,2	37,4	34,7	32,7	29,8
	$p' =$	0,103	0,077	0,063	0,054	0,048	0,041
$v = 90$;	$p =$	0,136	0,115	0,106	0,104	0,105	0,119
$v = 72$;	$p =$	0,148	0,130	0,125	0,128	0,139	0,186

min. $p = 0{,}104$ ungefähr bei $n = 35$ für $v = 90$
min. $p = 0{,}125$ ungefähr bei $n = 30$ für $v = 72$.

Hätte bei normaler oder bei grösster Füllung einer Dampfmaschine die Kühlwassermenge ungefähr die dem kleinsten Condensatordrucke p entsprechende Grösse, so würde es unvortheilhaft sein, sie auch bei erheblich kleinerer Füllung beizubehalten; um p nicht zu vergrössern, wäre vielmehr die Menge des Kühlwassers in ungefähr demselben Verhältnisse zu verkleinern, wie die Füllung der Maschine, einem nahe unverändert bleibenden n entsprechend.

Zu späterer Vergleichung mit anderen Anordnungen des Condensators werde mit Weiss beispielsweise eine Maschine oder eine Gruppe von Maschinen vorausgesetzt, welche bei einem Dampfverbrauch von 5 Kgr. in der Sekunde mit Condensation versehen werden soll, zu welcher in jeder Minute 9 Cubikmeter Kühlwasser von $t_0 = 20^0$ zur Verfügung sind, entsprechend

$$n = \frac{9000}{5.60} = 30.$$

Gemäss (4) ist dann $t' = 39{,}4$ und $p' = 0{,}07$ Atm.; und wenn im Condensator ein Druck $p = 0{,}12$ Atm. erzielt werden soll, muss nach (2) mit $\lambda = 0{,}025$ und $\mu = 1{,}8$ das wirksame Kolbenvolumen der Luftpumpe

$v = 82$ Liter für 1 Kgr. Abdampf,
$0{,}082 \,.\, 300 = 24{,}6$ Cubikmtr. in 1 Minute

sein. (Weiss a. a. O. findet 39,3 Cubikmtr., entsprechend $v = 131$, womit indessen nach (3) ein Condensatordruck $p = 0{,}096$ Atm. erzielt würde.)

Die Betriebsarbeit des Condensators kann allgemein als aus zwei Theilen bestehend betrachtet werden, welche bezw. der Förderung des Wassers und des Gemisches von Luft und Wasserdampf entsprechen. Ist h_0 Mtr. die Höhe, auf welche das Kühlwasser eventuell zu heben ist, bevor es durch den Ueberdruck der Atmosphäre bis zur Einflussstelle in den Condensator weiter gehoben (durch den Unterdruck in diesem angesaugt) wird, so entspricht jener Hebung durch die Kaltwasserpumpe die Arbeit:

$$n h_0 \text{ Mtrkgr.}$$

Um $n + 1$ Kgr. warmes Wasser aus dem Condensator heraus zu schaffen, also aus einem Raume, in welchem ein Druck $= p$ Atm. herrscht, in einen Raum mit atmosphärischem Drucke zu versetzen, ist, wenn a den Atmosphärendruck in Kgr. auf 1 Quadratm. bedeutet, die Arbeit

$$\frac{n+1}{1000} a(1-p) = (n+1) b (1-p) \text{ Mtrkgr.}$$

erforderlich, unter b die Wasserbarometerhöhe von ungefähr 10 Mtr. verstanden; diese Arbeit gehört hier zur Nutzarbeit der nassen Luftpumpe. Die ganze Arbeit zur Wasserförderung für 1 Kgr. Abdampf ist also:

$$L_1 = n h_0 + (n+1) b (1-p) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Die Compression des für 1 Kgr. Abdampf von der Luftpumpe angesaugten Dampf- und Luftgemisches vom Volumen

$$v' = v - n - 1 \text{ Liter}$$

und vom Gesammtdrucke $= p$ Atm. erfolgt in der nassen Luftpumpe ohne Zweifel mit nur sehr geringfügiger Erhöhung der anfänglichen Temperatur t'. Wird letztere als constant angenommen, so bleibt auch der Dampfdruck bei dieser Compression beständig $= p'$ Atm., während der Luftdruck von $p - p'$ auf $1 - p'$ erhöht wird; der atmosphärische Gesammtdruck ist erreicht, wenn das Volumen von v' bis

$$v'' = \frac{p - p'}{1 - p'} v'$$

abgenommen hat. Die Arbeit zur Luftcompression ist dann

$$= a(p-p') \frac{v'}{1000} ln \frac{1-p'}{p-p'} = b(p-p') v' ln \frac{1-p'}{p-p'} \text{ Mtrkgr.}$$

und die Arbeit zur Condensation von $v' - v''$ Liter gesättigten Dampfes vom Drucke p'

$$= a p' \frac{v' - v''}{1000} = b p' v' \left(1 - \frac{p-p'}{1-p'}\right) = b p' v' \frac{1-p}{1-p'} \text{ Mtrkgr.}$$

Von diesen Arbeiten geht indessen ab der Ueberschuss derjenigen Arbeit, welche der Condensatordruck leistet, indem er das Gemischvolumen v' hinausschiebt, über diejenige Arbeit, welche geleistet werden muss, um das comprimirte Gemischvolumen v'' in die Atmosphäre zu schieben; dieser Ueberschuss ist

$$= ap\frac{v'}{1000} - a\frac{v''}{1000} = bv'\left(p - \frac{p-p'}{1-p'}\right)$$

$$= bp'v'\frac{1-p}{1-p'} \text{ Mtrkgr.}$$

= der Arbeit, welche zur Dampfcondensation aufzuwenden war. Die Arbeit zur Förderung von Luft und Dampf beschränkt sich also auf die Arbeit zur Luftcompression; sie ist für 1 Kgr. Abdampf nach Obigem, wenn gemäss Gl. (2):

$$(p-p')v' = (p-p')(v-n-1) = \lambda n + \mu$$

gesetzt wird,

$$L_2 = (\lambda n + \mu)\, b\, ln\frac{1-p'}{p-p'} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Mit Rücksicht endlich noch auf Nebenwiderstände ist die ganze Betriebsarbeit des Mischcondensators mit nasser Luftpumpe für 1 Kgr. Abdampf

$$L = (1+\zeta)(L_1 + L_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

zu setzen, dabei je nach Umständen etwa $\zeta = 0,3$ bis $0,5$.

Z. B. für den oben behandelten Fall eines Condensators für 5 Kgr. Abdampf in der Sekunde, für welchen mit $t_0 = 20$ und $n = 30$

$p' = 0,07$ gefunden und $p = 0,12$ angenommen

wurde, sei das Kühlwasser auf $h_0 = 1,5$ Mtr. anzuheben. Dann ist nach (5) mit $b = 10,3$:

$$L_1 = 30 \,.\, 1,5 + 31 \,.\, 10,3 \,.\, 0,88 = 326;$$

nach (6) mit $\lambda = 0,025$ und $\mu = 1,8$:

$$L_2 = 2,55\, ln\frac{0,93}{0,05} = 74,5;$$

somit nach (7) mit $\zeta = 0,4$:

$$L = 1,4\,(L_1 + L_2) = 560 \text{ Mtrkgr.}$$

Die Condensation erfordert also zum Betriebe der Pumpen:

$$N = \frac{5L}{75} = 37,3 \text{ Pferdestärken.}$$

§. 107. Mischcondensator mit trockner Luftpumpe.

Auch in diesem Falle gilt (bei denselben Bedeutungen der Buchstaben) die Gleichung (1) des vorigen Paragraph:

$$n = \frac{620 - t'}{t' - t_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

während die Gleichung (2) zu ersetzen ist durch:

$$v = \frac{\lambda n + \mu}{p - p'} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (2),$$

einer kleineren Luftpumpe entsprechend.

In dem Ausdrucke (5) der Arbeit L_1 zur Wasserförderung für je 1 Kgr. Abdampf fällt hier das zweite Glied fort, wird also

$$L_1 = n h_0 \text{ Mtrkgr.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (3),$$

wenn die Abfuhr des warmen Wassers selbstthätig durch ein Abfallrohr erfolgt, wie es in diesem Falle zu geschehen pflegt, um nicht einer zweiten, einer besonderen Warmwasserpumpe zu bedürfen.

Die Arbeit zur Förderung des Gemisches von Luft und Dampf ist aber hier insofern anders zu beurtheilen, als bei der Compression desselben seine Temperatur erheblich steigen muss, weil eine Abgabe von Wärme an gleichzeitig im Compressionsraume vorhandenes Wasser, wie sie bei der nassen Luftpumpe stattfindet, hier ausgeschlossen ist, und weil auch ein Wärmeübergang an die Pumpenwand nur in geringerem Masse erfolgt, weil der Dampf nicht gesättigt bleibt. Für sich allein würde die Erwärmung der Luft im Allgemeinen eine andere sein, als diejenige des Dampfes; indem aber thatsächlich diese beiden sich gegenseitig durchdringenden Bestandtheile stets dieselbe Temperatur haben, findet ein Wärmeübergang von einem zum andern Theile statt. Die strengere Berücksichtigung dieser Umstände würde mit Weitläufigkeiten verbunden sein, welche ausser Verhältniss ständen zu der Unsicherheit, mit welcher die Wärmeverluste nach aussen hin und schliesslich die Nebenwiderstände zu schätzen sind. Wird vielmehr die Zustandsänderung des Gemisches im Ganzen bei seiner Compression als eine solche angenommen, dass dabei die Pressung stets derselben, der $m$ten Potenz des Volumens umgekehrt proportional bleibt, so würde m im Falle adiabatischer Compression als ein gewisser Mittelwerth zwischen $m = 1{,}41$ für Luft allein und $m = 1^1/_3$ für Dampf allein (Bd. I, §. 39) anzunehmen, mit Rücksicht auf Wärmeverluste nach aussen aber noch etwas kleiner anzunehmen, im vorliegenden Falle etwa $m = 1^1/_4$ zu schätzen sein. Unter

dieser Voraussetzung ist die Compressionsarbeit des Gemisches für je 1 Kgr. Abdampf gemäss Bd. I, §. 20, wenn

$$v'' = vp^{\frac{1}{m}}$$

das Volumen des bis zu atmosphärischem Drucke comprimirten Gemisches bedeutet,

$$= \frac{apv}{1000(m-1)}\left[\left(\frac{v}{v''}\right)^{m-1} - 1\right] = \frac{bpv}{m-1}\left[\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] \text{Mtrkgr.}$$

Die Arbeit, welche aufzuwenden ist, um das comprimirte Gemisch in die Atmosphäre hinauszuschieben, ist aber jetzt grösser, als diejenige Arbeit, mit welcher der Condensatordruck die Ansaugung des ursprünglichen Gemisches unterstützt, und zwar um den Betrag:

$$a\frac{v''}{1000} - ap\frac{v}{1000} = bv\left(p^{\frac{1}{m}} - p\right)$$
$$= bpv\left[\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right].$$

Die Hinzufügung dieser Arbeit zur Compressionsarbeit giebt die ganze Arbeit zur Förderung von Luft und Dampf für 1 Kgr. Abdampf mit Rücksicht auf obige Gleichung (2):

$$L_l = \frac{m}{m-1}(\lambda n + \mu) b \frac{p}{p-p'}\left[\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] \quad \ldots\ldots (4)$$

und schliesslich die entsprechende Betriebsarbeit des Condensators:

$$L = (1+\zeta)(L_1 + L_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

mit $\zeta \doteq 0{,}3$ bis $0{,}5$. Der Gebrauch von Gl. (4) wird durch tabellarische Ausrechnung von $\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}}$ erleichtert; mit

$$m = \frac{5}{4}, \quad \text{also} \quad \frac{m-1}{m} = \frac{1}{5}$$

ergiebt sich z. B. für $p =$	0,08	0,1	0,12	0,15
$\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} =$	1,657	1,585	1,528	1,461

Für den Fall des Beispiels im vorigen Paragraph:

$n = 30 \qquad h_0 = 1{,}5 \qquad p = 0{,}12 \qquad p' = 0{,}07$

ergiebt sich aus (3), (4) und (5) mit

$$m = \frac{5}{4} \qquad \zeta = 0{,}4 \qquad \lambda = 0{,}025 \qquad \mu = 1{,}8$$

und somit $\lambda n + \mu = 2{,}55$:

$$L_1 = 30 \,.\, 1{,}5 = 45$$

$$L_2 = 5 \,.\, 2{,}55 \,.\, 10{,}3 \,.\, \frac{12}{12-7} \cdot 0{,}528 = 166{,}3$$

$$L = 1{,}4\,(45 + 166{,}3) = 295{,}8.$$

Der Arbeitsaufwand für die Condensation entspricht also bei 5 Kgr. Abdampf in der Sekunde:

$$N = \frac{5 \,.\, 295{,}8}{75} = 19{,}7 \text{ Pferdestärken}$$

gegen $N = 37{,}3$ im Falle der nassen Luftpumpe, welche ausserdem im Verhältnisse von $v = 82$, wie im vorigen Paragraph gefunden wurde, zu

$$v = \frac{2{,}55}{0{,}05} = 51 \text{ gemäss obiger Gleichung (2)}$$

grösser sein müsste. Der Gewinn an Betriebsarbeit ist übrigens lediglich der Abführung des warmen Wassers durch ein Abfallrohr anstatt durch eine Pumpe zu verdanken, während die Arbeit L_2 zur Förderung von Luft und Dampf hier grösser ist (166,3 statt 74,5).

§. 108. **Gegenstromcondensator.**

Wie aus den Bemerkungen im §. 105 hervorgeht, ist in diesem Falle

$$t' = t, \text{ also } n = \frac{620 - t}{t - t_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

zu setzen gemäss den Gleichungen (1) der beiden vorhergehenden Paragraphen. Die Temperatur, mit welcher die Luft mit etwas Dampf von der trocknen Luftpumpe abgesaugt wird, ist nur wenig, um höchstens etwa 5^0 grösser, als t_0; wird sie mit t'', der entsprechende Druck gesättigten Dampfes mit p'' bezeichnet, also der Druck der angesaugten Luft mit $p - p''$, so ist hier gemäss Gl. (2) im vorigen Paragraph:

$$v = \frac{\lambda n + \mu}{p - p''} \text{ Liter} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

das Volumen des für je 1 Kgr. Abdampf von der Luftpumpe anzusaugenden Gemisches.

Für das Beispiel der beiden vorigen Paragraphen, nämlich für eine Temperatur von $t_0 = 20^0$ des Kühlwassers und für einen verlangten

Condensatordruck $p = 0,12$ Atm. (entsprechend $t = 49,8$) findet man $n = 19,1$ statt 30 dort; ferner mit

$$\lambda = 0,025 \qquad \mu = 1,8 \qquad t'' = 25 \qquad p'' = 0,031$$

$v = 25,6$ statt 51 bezw. 82 für den Fall des gewöhnlichen Mischcondensators mit trockner bezw. nasser Luftpumpe.

Je kleiner der Gesammtdruck p in einem Gegenstromcondensator sein soll, desto grösser muss nicht nur v, sondern, wenn schon in geringerem Masse, auch n sein. Mit $t_0 = 20$, $t'' = 25$ ($p'' = 0,031$) und mit obigen Werthen von λ, μ findet man z. B.

für $p =$	0,08	0,1	0,12	0,15
$n =$	26,4	21,9	19,1	16,4
$v =$	50,2	34,0	25,6	19,0
$v:n =$	1,90	1,55	1,34	1,16

Unter der Voraussetzung, dass die Abführung des warmen Wassers durch ein Abfallrohr geschehen kann, beschränkt sich die Arbeit zur Wasserförderung für je 1 Kgr. Abdampf auch beim Gegenstromcondensator auf die ev. zum Anheben des Kühlwassers erforderliche Arbeit

$$L_1 = n h_0 \qquad \ldots \qquad (3),$$

wie im Falle des vorigen Paragraph, ist aber hier der kleineren Kühlwassermenge entsprechend kleiner. Die Arbeit zur Förderung von Luft und Dampf ist auch ebenso zu beurtheilen, wie dort, also nach Gl. (4) daselbst, weil der Druck der anzusaugenden Luft hier $= p - p''$ statt $= p - p'$ ist,

$$L_2 = \frac{m}{m-1}(\lambda n + \mu) b \frac{p}{p - p''}\left[\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right] \qquad \ldots \qquad (4).$$

Wegen des grösseren Luftgehalts des angesaugten Gemisches wird es aber passend sein, m etwas grösser zu veranschlagen, etwa $m = \frac{4}{3}$ statt $\frac{5}{4}$. Es ist dann z. B.

für $p =$	0,08	0,1	0,12	0,15
$\left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{m-1}{m}} =$	1,880	1,778	1,699	1,607.

Für das mehrfach angezogene Beispiel ergiebt sich

$$L_1 = 19,1 \,.\, 1,5 = 28,7 \text{ Mtrkgr.}$$

$$L_2 = 4\,(0,025 \,.\, 19,1 + 1,8)\, 10,3 \frac{0,12}{0,12 - 0,031} \cdot 0,699 = 88,4$$

und die ganze auf die Condensation von je 1 Kgr. Abdampf zu verwendende Betriebsarbeit:

$$L = (1 + \zeta)(L_1 + L_2) = 1{,}4\,(28{,}7 + 88{,}4) = 163{,}9$$

bei der bisherigen Annahme $\zeta = 0{,}4$. Bei einem Dampfverbrauch von 5 Kgr. in der Sekunde wäre also hier die Betriebsarbeit in Pferdestärken:

$$N = \frac{5 \,.\, 163{,}9}{75} = 10{,}9$$

statt 19,7 bezw. 37,3 für den gewöhnlichen Mischcondensator mit trockner bezw. nasser Luftpumpe.

Wenn in den beiden Fällen der Luftabsaugung durch eine trockene Luftpumpe das warme Wasser nicht durch ein Abfallrohr selbstthätig entfernt würde, sondern durch eine neben dem Condensator (ohne Benutzung einer Wasserdruckhöhe) angeordnete Warmwasserpumpe, so wäre gemäss Gl. (5), §. 106

$$L_1 \text{ um } (n + 1)\,b\,(t - p)$$

zu vergrössern, also für das Beispiel mit Gegenstrom-, bezw. mit gewöhnlichem Mischcondensator ($n = 19{,}1$ bezw. 30) um 182 bezw. 281,

L um 255 bezw. 393

N um 17 bezw. 26,2.

Die Betriebsarbeiten wären dann

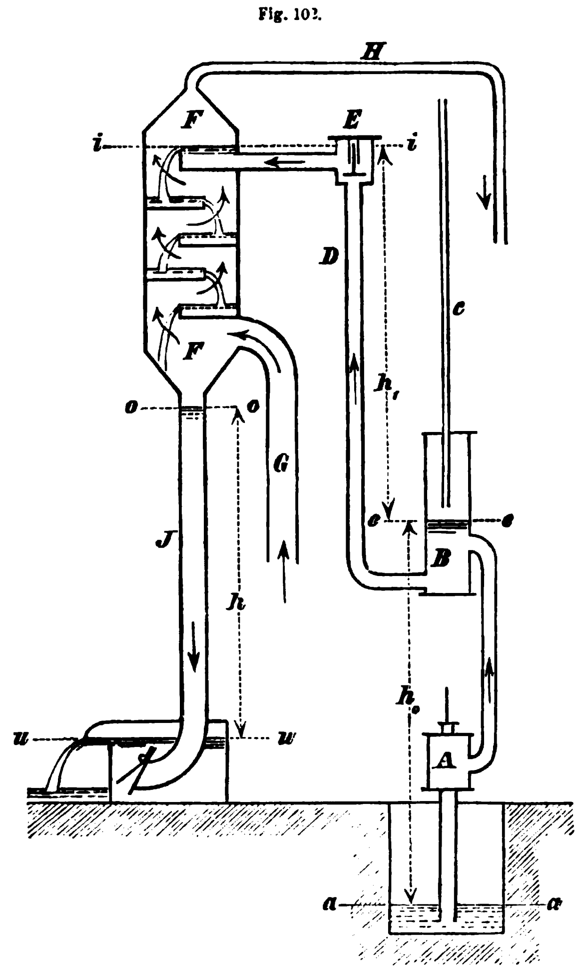
nicht	10,9	19,7	37,3
sondern	27,9	45,9	37,3 Pf.-St.

Bei dem gewöhnlichen Mischcondensator wäre es nicht mehr vortheilhaft, die nasse durch eine trockene Luftpumpe zu ersetzen. Der Vortheil des Gegenstromcondensators würde zwar vermindert, bliebe aber doch vorhanden, auch abgesehen von den Vorzügen kleineren Kühlwasserbedarfs und kleinerer Luftpumpe. —

Die zweckmässige Anordnung eines Gegenstromcondensators nach Weiss zeigt die schematische Figur 102. Darin ist durch A die Kaltwasserpumpe angedeutet; sie hebt das Kühlwasser in das cylindrische Gefäss B, aus welchem es durch das Rohr D in den Condensator FF angesaugt wird. Das Druckrohr der Kaltwasserpumpe mündet in das Gefäss B an einer etwas höher gelegenen Stelle, als von welcher das Saugrohr D ausgeht, damit die von der Pumpe etwa mitgeförderte Luft nicht in den Condensator gelangt, sondern, in B sich ausscheidend und in Bläschen aufsteigend, durch das beiderseits offene, den Deckel von B durchdringende Rohr C ins Freie entweicht; die untere Mündung

dieses Rohrs liegt über dem normalen Wasserspiegel $e - e$, welcher sich dem Condensatordruck entsprechend in B so einstellt, dass die Höhe h_1 des oberen Kaltwasserspiegels $i - i$ im Condensator über $e - e$ etwas kleiner ist, als der Ueberschuss der atmosphärischen über die Condensator-Wasserdruckhöhe. Die Höhe des Wasserspiegels $e - e$ über dem unteren Kaltwasserspiegel $a - a$ ist die bisher mit h_0 bezeichnete Förderhöhe der Kaltwasserpumpe. In den Condensator FF strömt der zu condensirende Dampf unten durch das Rohr G ein, während die Luft oben durch das Rohr H von der trocknen Luftpumpe abgesaugt wird und das warme Wasser unten durch das Abfallrohr J abfliesst, in welchem sich der Wasserspiegel $o - o$ so einstellt, dass seine Höhe h über dem unteren Warmwasserspiegel $u - u$ etwas grösser ist, als der Ueberschuss der atmosphärischen über die Wassersäulenhöhe, welche dem Druck im Condensator entspricht. In letzterem fällt das Wasser in Cascaden nieder, welche, indem sie von dem im Sinne der Pfeile auf gewundenem Wege aufwärts strömenden Dampfe durchbrochen werden müssen, die Condensation desselben bewirken. Die dazu nöthige Höhe von FF zusammen mit den Höhen h_1 und h bedingen die Höhe der ganzen Anlage.

Fig. 102.



Gewisse Anordnungen dienen dazu, Betriebsstörungen möglichst auszuschliessen oder, wenn eingetreten, auf einfache Weise den normalen Betrieb wieder herzustellen. Weder die Zuströmung des zu condensirenden Dampfes, noch die Förderung des Kühlwassers durch die Pumpe A und die Absaugung der Luft finden ganz stetig statt; es könnten vielmehr (besonders bei einem in dieser Hinsicht ungünstigen Verhältnisse der Hubzeiten von Dampfmaschine, Kaltwasserpumpe und Luftpumpe in Verbindung mit ungünstiger Aufeinanderfolge der betreffenden Hubwechsel) periodische Druckschwankungen im Condensator eintreten, und dadurch Schwingungen der Wassersäulen in den Röhren D und J verursacht werden, welche das Ueberfliessen von Wasser in das Dampfrohr G oder das Ansaugen von Wasser durch das Rohr H zur Folge haben könnten. Solche Schwingungen sollen durch das angedeutete Rückschlagventil im Gehäuse E des Saugerohrs D und durch die Rückschlagklappe an der Mündung des Abfallrohrs J verhindert werden; beide schliessen sich zeitweilig infolge von Wasserströmungen, welche den normalen entgegengesetzt gerichtet sind.

Bei dauernder Abnahme des Condensatordrucks darf der Wasserspiegel $e-e$ in B nicht so tief sinken, dass Luft durch das Rohr D mit angesaugt werden könnte; die untere Mündung dieses Rohrs soll deshalb wenigstens um die Wasserbarometerhöhe b tiefer liegen, als der Wasserspiegel $i-i$.

Wenn infolge zufälliger Betriebsstörung der Pumpe A der Einfluss des Kühlwassers in B ungenügend ist oder ganz aufhört, so hört bei tiefster Lage von $e-e$ auch die Ansaugung von Wasser durch D auf. Die fortgesetzte Dampfeinströmung durch G bewirkt dann Erhitzung und Druckvermehrung im Condensator, infolge dessen Zurückfallen des Wassers in D und J. Wenn dann die Betriebsstörung der Kaltwasserpumpe beseitigt ist, so wird dadurch ganz von selbst auch der regelrechte Betrieb des Condensators wieder hergestellt, indem nur zeitweilig das Wasser von dieser Pumpe bis zur Höhe h_0+h_1 zu heben ist, wobei der Wasserspiegel $e-e$ mit Verdichtung der in B jetzt abgesperrten Luft bis über die Mündung des Röhrchens C, das Wasser in diesem aber bis etwas über $i-i$ steigt, zu welchem Zwecke dieses Röhrchen entsprechend hoch hinaufgeführt ist. Das eingepresste Wasser erniedrigt die Temperatur und den Druck im Condensator, bis der normale Zustand wieder eingetreten ist. Ohne Vorhandensein einer Kaltwasserpumpe müsste, wenn das Kühlwasser im Saugerohr infolge von Erhitzung des Condensators zurückfallen sollte, durch lästige äussere Wasserkühlung desselben der regelrechte

Betrieb wieder hergestellt werden. Eine Kaltwasserpumpe kann deshalb auch dann vortheilhaft sein, wenn sie mit Rücksicht auf die Kleinheit der von $a - a$ aus gerechneten Saughöhe nicht nöthig wäre.

§. 109. Oberflächencondensator.

Solche Condensatoren, bei welchen der zu condensirende Abdampf vom Kühlwasser durch eine Metallwand getrennt bleibt, bedürfen unter übrigens gleichen Umständen einer grösseren Kühlwassermenge und sind weniger einfach bezüglich auf Anlage und Instandhaltung, als Mischcondensatoren; ihre Anwendung beschränkt sich deshalb fast ausschliesslich auf Seedampfer, bei welchen das Kühlwasser unbeschränkt und zwar so zur Verfügung ist, dass es nicht erst gehoben zu werden braucht, dieses salzige Wasser aber vom Condensationswasser thunlichst fern zu halten ist, um letzteres, abgesehen vom Ersatz für Verluste, wiederholt zur Kesselspeisung zu benutzen. Eine Kaltwasserpumpe entnimmt das Kühlwasser von Aussenbord und treibt es durch ein System von Kühlröhren (dünnwandigen Messingröhren) dahin zurück; der diese Röhren umgebende Raum des Condensators wird vom Abdampfe und von der durch Undichtheiten eindringenden Luft durchströmt, welche gewöhnlich mit dem Condensationswasser zusammen an der tiefsten Stelle des Condensators von einer nassen Luftpumpe abgesaugt wird.

Sind bei Benutzung von übrigens denselben Buchstabenbezeichnungen, wie in den vorigen Paragraphen, t_0 und t_1 die Temperaturen bezw. des zufliessenden und des abfliessenden Kühlwassers, so entspricht das Gewichtsverhältniss n desselben und des Abdampfes offenbar auch hier der Gleichung (1), §. 106, wenn nur darin im Nenner t_1 für t' gesetzt wird, ist also

$$n = \frac{620 - t'}{t_1 - t_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1).$$

Weil natürlich $t_1 < t'$ ist, ergiebt sich n entsprechend grösser.

Das von der nassen Luftpumpe für je 1 Kgr. Abdampf anzusaugende Gemischvolumen entspricht hier nur dem Condensationswasser und der durch Undichtheiten eingedrungenen Luft, nicht auch dem erwärmten Kühlwasser und seinem Luftgehalt; es ergiebt sich deshalb aus §. 106, Gl. (2) mit $n = 0$:

$$v = 1 + \frac{\mu}{p - p'} \text{ Liter} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2).$$

Ausserdem ist nun hier auch die Grösse $= F$ Quadratmtr. der ganzen Kühlfläche, nämlich der Oberfläche aller Kühlröhren von wesentlicher

Bedeutung. Die Wärmemenge Q, welche durch sie stündlich übertragen wird, hängt von den Temperaturen t_0 und t_1 des Kühlwassers, sowie von den Temperaturen ab, welche an verschiedenen Stellen der Kühlröhren in dem sie umgebenden Raume des Condensators vorhanden sind, und zwar ist es vortheilhaft für die Wirksamkeit der Kühlfläche, sie erhält den Charakter einer Gegenstromfläche, wenn der zu condensirende Dampf dem Kühlwasser entgegengeführt wird, was hier wenigstens einigermassen immer geschehen kann, so dass dann auch die Temperatur von Dampf und Luft dort am kleinsten sein wird, wo das Kühlwasser mit der kleinsten Temperatur t_0 zufliesst. In dem gewöhnlichen Falle der nassen Luftpumpe, welche Wasser und Luft zusammen an der tiefsten Stelle des Condensators abzusaugen hat, wird es indessen sicherer sein, auf jene dann wohl nur in geringem Grade stattfindende günstige Temperaturverschiedenheit nicht zu rechnen, vielmehr die Temperatur des Condensatorraums überall gleich gross $= t'$ anzunehmen. Auf Grund der Annahme, dass die durch ein Element der Kühlröhrenwand übertragene Wärme dem Quadrat des Unterschiedes der beiderseits herrschenden Temperaturen proportional gesetzt werden kann, ist dann gemäss §. 64, Gl. (12):

$$Q = \alpha F (t' - t_0)(t' - t_1),$$

wenn der am angeführten Orte mit μ bezeichnete Coefficient, nachdem diesem Buchstaben hier schon eine andere Bedeutung beigelegt worden ist, mit α bezeichnet wird. Dieselbe Wärmemenge ist aber auch $= D\,(620 - t')$, unter D Kgr. den stündlichen Dampfverbrauch verstanden; zur Bestimmung von F mit einem erfahrungsmässig angenommenen Werth von α ergiebt sich somit die Gleichung:

$$\alpha F (t' - t_0)(t' - t_1) = D\,(620 - t') \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Die Betriebsarbeit des Condensators für je 1 Kgr. Abdampf kann wieder

$$L = (1 + \zeta)(L_1 + L_2) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

gesetzt werden, dabei gemäss den Gleichungen (5) und (6), §. 106, mit $n = 0$, $h_0 = 0$:

$$L_1 = b\,(1 - p);\quad L_2 = \mu\, b\, ln \frac{1 - p'}{p - p'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5):$$

das erste Glied nh_0 jenes Ausdrucks von L_1 verschwindet nicht wegen $n = 0$, sondern wegen $h_0 = 0$, sofern das von Aussenbord angesaugte Kühlwasser ebendahin und zwar mit Ausfluss unter Wasser zurückbefördert wird. Wegen des erheblichen hydraulischen Widerstandes in dem System von Kühlröhren müsste nur ζ entsprechend grösser geschätzt werden, wenn

nicht besser diese Widerstandsarbeit für je 1 Kgr. Abdampf, also für n Kgr. Kühlwasser, besonders berechnet und zum obigen Ausdrucke von L_1 hinzugefügt wird.

Die Coefficienten μ und α in den Gleichungen (2) und (3) können nur auf Grund von Beobachtungen an Oberflächencondensatoren passend angenommen werden. Wäre z. B. die Temperatur des Seewassers $t_0 = 15$, die Kaltwasserpumpe entsprechend $n = 40$ bemessen und die Temperatur im Condensator $t' = 39{,}4$ (entsprechend $p' = 0{,}07$ Atm.), so ergäbe sich $t_1 = 29{,}5$ aus (1). Wäre ferner für je 1 indicirte Pferdestärke die Kühlfläche $F = 0{,}2$ Quadratmeter, wie es durchschnittlich der Fall zu sein pflegt, und der stündliche Dampfverbrauch $D = 8$ Kgr., so würde aus (3) folgen: $\alpha = 95$, erheblich grösser, als in §. 68 für den analogen Fall der Vorwärmung des Speisewassers durch den Abdampf angenommen zu werden passend erschien. Bei der vorläufigen Annahme $\mu = 1{,}8$ würde ferner mit $p - p' = 0{,}03$ aus Gl. (2) folgen: $v = 61$, fast ganz dem Volumen der abzusaugenden Luft entsprechend. Bei einem Förderungsgrade von ungefähr 0,9 müsste das Kolbenvolumen der nassen Luftpumpe etwa 68 Liter für je 1 Kgr. Abdampf betragen. Thatsächlich wird es oft noch grösser gemacht, um nöthigenfalls (bei eintretenden Schäden der Kühlröhren) den Condensator auch als Mischcondensator vortheilhaft betreiben zu können. —

Wenn, wie es von Weiss a. a. O. empfohlen wird, die Luft an der höchsten Stelle durch eine trockene Luftpumpe, das Condensationswasser unten durch eine Warmwasserpumpe abgesaugt würde, während das Kühlwasser von oben nach unten durch die Kühlröhren getrieben wird entgegen dem unten einströmenden Abdampfe, so wird eine vortheilhafte Temperaturverschiedenheit auch in dem die Kühlröhren umgebenden Raume des Condensators ohne Zweifel in höherem Grade sich herstellen, als im gewöhnlichen Falle der nassen Luftpumpe, wenn auch nicht in so hohem Grade, wie bei einem Mischcondensator mit Gegenströmung (§. 108); die Dampftemperatur t' wird vielmehr unten immer noch etwas $< t$ (der Dampfdruck p' etwas $< p$), besonders aber die Dampftemperatur t'' oben erheblich $> t_0$ (der Dampfdruck p'' entsprechend $> p_0$) sein. Bei solcher Anordnung kann der Condensator dadurch ausnahmsweise als Mischcondensator betrieben werden, dass er mit Hülfe entsprechender Wechselhähne zur selbstthätigen Ansaugung des Kühlwassers hergerichtet und der Kaltwasserpumpe die Function einer Warmwasserpumpe zugewiesen wird, während die trockne Luftpumpe entsprechend dem Falle von §. 107 in Thätigkeit bleibt.

Für den normalen Betrieb als Oberflächencondensator ist nach §. 108

das Volumen des von der trocknen Luftpumpe für je 1 Kgr. Abdampf anzusaugenden Gemisches

$$v = \frac{\mu}{p - p''} \text{ Liter} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (6)$$

zu setzen, die Arbeit zur Förderung dieses Gemisches:

$$L_2 = \frac{m}{m-1} \mu b \frac{p}{p - p''} \left[\left(\frac{1}{p} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right] \ldots \ldots \ldots (7)$$

mit etwa $m = \frac{4}{3}$, während für n und L_1 die Gleichungen (1) und (5) nach wie vor gelten. Die Kühlfläche F entspricht jetzt gemäss §. 68, Gl. (2) der Gleichung:

$$\alpha F (t'' - t_0)(t' - t_1) = D(620 - t') \quad \ldots \ldots \ldots (8).$$

Wäre z. B. wie oben

$$t_0 = 15 \qquad t_1 = 29{,}5 \qquad p = 0{,}1\,(t = 46{,}2)$$

und würde $t' = 45$ angenommen, so ergäbe sich aus (8) mit $\alpha = 95$ und $F = 0{,}2$ für $D = 8$:

$$t'' = 30{,}6 \text{ entsprechend } p'' = 0{,}043;$$

damit und mit $\mu = 1{,}8$ aus (6): $v = 31{,}6$. Die Temperatur t'', mit welcher die Luft von der trocknen Luftpumpe abgesaugt wird, wäre also noch erheblich $> t_0$, doch brauchte immerhin diese Pumpe nur etwa halb so gross zu sein, als eine nasse Luftpumpe ($v = 61$) unter übrigens gleichen Umständen.

f. Nutzeffect.

§. 110. Allgemeine Erörterungen.

Wenn F Quadratcentimeter die dampfberührte Kolbenfläche einer Eincylindermaschine, s Meter der Kolbenhub, c Sekundenmeter die mittlere Kolbengeschwindigkeit, p_i Kilogramm für 1 Quadratcentimeter die mittlere indicirte Dampfspannung bedeuten, so sind (§. 92) die indicirte Arbeit L_i für einen Hub in Meterkilogramm und der indicirte Effect N_i in Pferdestärken:

$$L_i = F s p_i \text{ und } N_i = \frac{F c p_i}{75} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1).$$

Dieselben Ausdrücke (F, s, c auf den Niederdruckcylinder bezogen) gelten für eine Mehrcylindermaschine, wenn p_i entsprechend bestimmt wird, insbesondere z. B. gemäss §. 98 für eine Zweicylindermaschine.

Die Nutzarbeit für einen Hub $= L_n$ und die Nutzpferdestärke $= N_n$, welche von der Kurbel- und Schwungradwelle an die zu treibenden Arbeitsmaschinen, bezw. zunächst an eine sich anschliessende Transmission übertragen werden, sind wegen der Nebenwiderstände der Maschine kleiner. Die diesen Widerständen entsprechende Arbeit ist theils Reibungsarbeit der Maschine, worin auch Arbeitsverluste durch Stösse, Luftwiderstand und die verhältnissmässig kleine Betriebsarbeit zur Kesselspeisung einbegriffen seien, theils ev. die Betriebsarbeit des Condensators. Die Reibungsarbeit kann unterschieden werden als Arbeit der leer gehenden Maschine, welche der letzteren mit Schwungradwelle an und für sich eigenthümlich ist, indem sie vom Dampfe geleistet werden müsste, um nach Abkupplung der Transmission und ev. nach Abstellung des Condensators den Leergang der Maschine mit unveränderter Geschwindigkeit zu ermöglichen, und als zusätzliche Reibungsarbeit, herrührend von der Vergrösserung des Drucks in den Berührungsflächen der relativ bewegten Maschinentheile infolge grösserer Anstrengung der arbeitenden im Vergleich mit der leer gehenden Maschine. Sind dann also die Arbeit der leer gehenden Maschine und die Betriebsarbeit des Condensators für einen Dampfkolbenhub bezw.

$$L_m = Fsp_m \text{ und } L_c = Fsp_c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

und wird die zusätzliche Reibungsarbeit der Nutzarbeit proportional gesetzt $= \mu L_n$ für einen Hub, unter μ den sogenannten Coefficienten der zusätzlichen Reibung verstanden, so ist:

$$L_n = L_i - L_m - \mu L_n - L_c = \frac{L_i - L_m - L_c}{1+\mu},$$

also, wenn

$$L_n = Fsp_n, \text{ somit } N_n = \frac{Fcp_n}{75} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

gesetzt wird, gemäss (1), (2), (3):

$$p_n = \frac{p_i - p_m - p_c}{1+\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

und der Wirkungsgrad (als indicirter Wirkungsgrad im §. 62 mit η_i bezeichnet):

$$\eta = \frac{L_n}{L_i} = \frac{N_n}{N_i} = \frac{p_n}{p_i} = \frac{1}{1+\mu}\left(1 - \frac{p_m + p_c}{p_i}\right) \ldots\ldots (5).$$

Unter den Reibungen ist diejenige der Schwungradwelle gewöhnlich von vorwiegender Bedeutung, und da sie sich ausserdem zuverlässiger schätzen lässt, als die übrigen Nebenwiderstände, werde ihre Arbeit für einen Hub $= L_w = Fsp_w$ als Bestandtheil von L_m besonders berechnet;

der andere Bestandtheil $= L_r = Fsp_r$, die Reibungsarbeiten von Kolben, Kolbenstange, Kurbelmechanismus und Steuerungstheilen nebst den oben erwähnten nebensächlichen Widerstandsarbeiten enthaltend, ist auf summarische erfahrungsmässige Schätzung angewiesen. Entsprechend

$$L_m = L_w + L_r \quad \text{wird also} \quad p_m = p_w + p_r \quad \ldots\ldots (6)$$

gesetzt. Ist nun

G Kgr. das Gewicht des Schwungrades mit zugehöriger Welle,

d_1 Mtr. der Durchmesser dieser Welle in ihren Lagern,

ϱ der betreffende Reibungscoefficient,

d Mtr. der lichte Durchmesser des Cylinders, ev. des Niederdruckcylinders, so ist

$$L_w = \varrho G \frac{\pi d_1}{2} = Fsp_w = \frac{\pi (100\, d)^2}{4} s p_w$$

$$p_w = \frac{2\varrho}{10000} \frac{G d_1}{d^2 s} \quad \ldots\ldots (7).$$

Nun kann p_m aus Indicatordiagrammen, die beim Leergange abgenommen wurden, bestimmt werden; die Subtraction von p_w, nach Gl. (7) berechnet, wobei meistens $\varrho = 0{,}06$ bis $0{,}08$ zu setzen sein wird, liefert dann p_r. Auf solche Weise ergiebt sich aus Versuchen von J. Völckers* mit 6 verschiedenen Eincylindermaschinen von $d = 0{,}28$ bis $0{,}54$ Mtr. Cylinderdurchmesser, wenn p_r umgekehrt proportional d (die ganze auf den Kolben reducirte betreffende Reibung Fp_r proportional d) angenommen wird, ungefähr:

$$p_r = \frac{0{,}023}{d} \quad \ldots\ldots (8).$$

Für eine Zweicylindermaschine mit dem Durchmesser d' des Hochdruckcylinders und dem Verhältnisse v der Hubvolumina von Niederdruck- und Hochdruckcylinder könnte dann unter der Voraussetzung, dass von jenem p_r der Theil ap_r von den unmittelbar zum Cylinder gehörigen bewegten Theilen herrührt, gesetzt werden:

$$p_r = 0{,}023 \left(\frac{1}{d} + \frac{a}{v d'}\right) \quad \ldots\ldots (9).$$

Die Ausdrücke (7)—(9) sind als Anhalt zur Annahme von $p_m = p_w + p_r$ für eine erst zu entwerfende Maschine verwendbar, während p_c gemäss §§. 106—109 veranschlagt werden kann. Für verschiedene Fälle wurde nämlich die dort mit L bezeichnete Betriebsarbeit des Condensators für je 1 Kgr. Abdampf berechnet; ist also D_1 der durchschnittliche Dampf-

* „Der Indicator", als zweite Auflage erweitert von R. Ziebarth.

verbrauch der Maschine für einen einfachen Kolbenhub, so ist die oben (Gl. 2) mit L_c bezeichnete Arbeit:

$$L_c = Fsp_c = LD_1 \ldots\ldots\ldots\ldots (10),$$

wodurch p_c bestimmt ist.

Was endlich den Coefficienten μ der zusätzlichen Reibung betrifft, so ist er aus Gl. (5) zu bestimmen, wenn p_i durch Indicator-, p_n durch Bremsversuche ermittelt worden ist, ausserdem $p_m + p_c$ durch Indicirung der ev. bei möglichst vollem Betriebe des Condensators übrigens leer gehenden Maschine. Dieser Coefficient wird sehr verschieden, etwa zwischen 0,06 und 0,15 liegend gefunden; um so kleiner, je grösser, je besser ausgeführt und unterhalten die Maschine ist, im Allgemeinen auch etwas kleiner bei den einfacheren Ein-, als bei Zwei- und Mehrcylindermaschinen.

§. 111. Empirische Formeln.

Indem die Berechnung von p_m und p_c gemäss vorigem Paragraph auf verschiedenen unsicheren Annahmen beruht und gleichwohl die Kenntniss einer grösseren Zahl von Elementen erfordert, werden gewöhnlich empirische Formeln dazu benutzt, durch welche jene Grössen als Functionen weniger Elemente angenähert ausgedrückt sind, insbesondere des Cylinderdurchmessers (bei Condensationsmaschinen des Niederdruckcylinderdurchmessers) $= d$ Mtr. und der Spannung $= p$ Atm. (Kgr. für 1 Quadratcentimeter), womit der Dampf in die Maschine einströmt, für welche wenigstens die letztere hinsichtlich der Stärke ihrer Theile gebaut ist. Insbesondere setzt Hrabák* auf Grund von vergleichenden Rechnungen und eigenen Versuchen, sowie unter der Voraussetzung, dass namentlich in Betreff des Schwungradgewichtes keine ungewöhnlichen Verhältnisse vorliegen, für Auspuffmaschinen:

$$p_m = 0{,}042\,\sqrt{p} + \frac{0{,}025}{d} \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

für Condensationsmaschinen:

$$p_m + p_c = 0{,}025 + 0{,}05\,\sqrt{p} + \frac{0{,}045}{d} \ldots\ldots\ldots (2).$$

Zwischen Ein- und Zweicylindermaschinen ist hier nicht unterschieden, indem für letztere zwar p_r (§. 110) grösser, aber p_w kleiner ist wegen geringerer Schwere des Schwungrades unter sonst gleichen Umständen.

---

* Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker, S. 96 der theoretischen Beilage.

Den Coefficienten der zusätzlichen Reibung setzt Hrabák mit geflissentlich reichlicher Schätzung bei Eincylindermaschinen:

$$\mu = \frac{0{,}11}{d + 0{,}4} \text{ für } d < 1, \quad \mu = \frac{0{,}6}{d + 6{,}6} \text{ für } d > 1 \quad \ldots \quad (3),$$

bei Zweicylindermaschinen:

$$\mu = \frac{0{,}11}{d + 0{,}31} \text{ für } d < 1, \quad \mu = \frac{0{,}92}{d + 10} \text{ für } d > 1 \quad \ldots \quad (4).$$

R. R. Werner* setzt durchschnittlich für Eincylindermaschinen ohne oder mit Condensation:

$$p_m = \frac{0{,}1}{0{,}12 + d} \text{ und } \mu = 0{,}1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

$$\text{bezw. } p_m + p_c = \frac{0{,}13}{0{,}12 + d} \text{ und } \mu = 0{,}11 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6).$$

Durch diese Gleichungen wird übrigens der mit d wachsenden Maschinengrösse ein ohne Zweifel allzu erheblicher Einfluss auf p_m zugeschrieben und letztere Grösse für kleine Maschinen übermässig gross gesetzt; es wäre z. B. für Auspuffmaschinen mit $p = 5$ Atm. Einströmungspannung und

$d =$	0,25	0,5	0,75 Mtr.
nach Gl. (1): $p_m =$	0,19	0,14	0,13 Atm.
nach Gl. (5): $p_m =$	0,27	0,16	0,11 „

Auf Grund amerikanischer von R. H. Thurston besprochener Versuche mit schnell laufenden Auspuffmaschinen setzte Werner auch später**:

$$p_m = \frac{0{,}08}{0{,}26 + d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7),$$

z. B. =	0,16	0,11	0,08
für $d =$	0,25	0,5	0,75.

Der Coefficient μ dürfte umgekehrt nach den Formeln von Hrabák mit abnehmender Maschinengrösse übermässig wachsen. Nach (3) wäre z. B.

für $d =$	0,25	0,5	0,75
$\mu =$	0,17	0,12	0,1;

wogegen Werner aus den erwähnten amerikanischen Versuchen, bei welchen d nur = 0,17 bis 0,23 Mtr. war, sogar auf $\mu = 0{,}08$ im Mittel schliessen zu dürfen glaubte. Eine grosse Zuverlässigkeit können somit diese durchschnittlichen Zahlenwerthe und einfachen empirischen Formeln nicht in Anspruch nehmen. —

Handelt es sich um die Berechnung einer zu entwerfenden Dampf-

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 353.

** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1887, S. 346.

maschine für eine gegebene Nutzpferdestärke N_n, sowie für angenommene Werthe der mittleren Kolbengeschwindigkeit c und der zur Bestimmung von p_i dienenden Elemente (Einströmungsspannung, Füllungsgrad u. s. w.), so müsste vor Allem die Gleichung (3) im vorigen Paragraph:

$$75\, N_n = F c p_n$$

zur Bestimmung von F, also von d benutzt werden. Indem aber die mittlere Nutzspannung

$$p_n = \frac{p_i - p_m - p_c}{1 + \mu}$$

sich aus p_i gemäss den erwähnten empirischen Formeln erst mit Hülfe des eben gesuchten Cylinderdurchmessers d bestimmen liesse, ist es in solchen Fällen nöthig, für das Verhältniss $p_n : p_i = \eta$ vorläufig einen angenäherten Werth anzunehmen, der durch gegebene Grössen, vor Allem durch N_n, ausserdem etwa durch die angenommene mittlere Kolbengeschwindigkeit c bestimmt ist. Vielfach ist dazu eine empirische Formel von der Art

$$\eta = \frac{N_n + A}{N_n + B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

benutzt worden, indem die Constanten A und B ($A < B$) für verschiedene Maschinengattungen erfahrungsmässig oder durch vergleichende Rechnungen bestimmt wurden. Indessen hebt Hrabák mit Recht hervor, dass es ein Mangel dieser Formel sei, für dieselbe Maschine einen um so grösseren Wirkungsgrad zu ergeben, mit je grösserer Geschwindigkeit sie arbeitet, weil in gleichem Verhältnisse dann N_n grösser wird. Er schlägt deshalb vor, besser

$$\eta = \frac{\frac{N_n}{c} + a}{\frac{N_n}{c} + b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

$$\text{oder einfacher } \eta = \alpha + \beta \frac{N_n}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

zu setzen, wonach gemäss obigem Ausdrucke von N_n auch η proportional Fp_n zunehmen würde. Dabei sind aber die Constanten a, b bezw. α, β angemessener Weise verschieden zu wählen für verschiedene Grenzen, zwischen welchen $\frac{N_n}{c}$ enthalten, so dass es einfacher ist, die Werthe von η einer so entstandenen Tabelle zu entnehmen, wie sie von Hrabák in seinem erwähnten Tabellenwerke (S. 134 der theoretischen Beilage) für Auspuffmaschinen und für Condensationsmaschinen mit einem oder mit

zwei Cylindern unter Voraussetzung meist gebräuchlicher Füllungen mitgetheilt werden. Diesen Tabellen sind beispielsweise die folgenden Werthe entnommen:

$\frac{N_n}{c}$ =	5	10	20	50	100	200
η_1 =	0,72	0,75	0,78	0,82	0,84	0,86
η_2 =	0,68	0,71	0,75	0,79	0,82	0,84
η_3 =	—	0,68	0,72	0,77	0,79	0,81

$\eta_1 = \eta$ für Auspuffmaschinen,
$\eta_2 = \eta$ für Condensationsmaschinen mit einem Cylinder,
$\eta_3 = \eta$ für Condensationsmaschinen mit zwei Cylindern.

g. Dampfverbrauch.

§. 112. Nutzbarer Dampfverbrauch und Uebersicht der Dampfverluste.

Die Dampfmenge $= D$ Kgr., welche eine Dampfmaschine zu ihrem Betriebe stündlich verbraucht, kann aus 3 Theilen A, B, C zusammengesetzt betrachtet werden, welche mit Hrabák bezw. als **nutzbarer Dampfverbrauch**, als **Abkühlungsverlust** und als **Dampflässigkeitsverlust** bezeichnet seien.

Was zunächst den für einen Hub nutzbaren Dampfverbrauch $= A_1$ betrifft, welcher bei einer Hublänge $= s$ Mtr. und mittleren Kolbengeschwindigkeit $= c$ Sek. Mtr. zu A in der Beziehung steht:

$$\frac{A}{A_1} = \frac{3600\, c}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

so sind dafür ausser den betreffenden Dampfspannungen die Abmessungen des Cylinders, bei Mehrcylindermaschinen die des Hochdruckcylinders massgebend. Ist m der Coefficient seines schädlichen Raums, F die vorläufig in Quadratmtr. ausgedrückte dampfberührte Kolbenfläche und s_1 Mtr. der Kolbenweg während der Einströmung, so ist der zu Ende der letzteren hinter dem Kolben vom Dampfe eingenommene Raum

$$= F(s_1 + ms) \text{ Cubikmtr.}$$

und die Spannung in demselben etwas kleiner, als die mittlere Hinterdampfspannung p_1 bei der Einströmung. Wird aber gleichwohl das entsprechende specifische Dampfgewicht $= \gamma_1$ gesetzt $=$ dem Gewichte in Kgr. eines Cubikmeters gesättigten Dampfes von der Spannung p_1, um dem durchschnittlichen Wassergehalt dieses Dampfes einigermassen Rechnung zu tragen, so wäre

$$A_1 = F(s_1 + ms)\gamma_1 \text{ Kgr.},$$

wenn nicht noch berücksichtigt werden müsste, dass der betreffende Raum schon eine gewisse vom vorigen Kolbenhube restirende Dampfmenge enthielt, welche, unter p_c die Compressions-Endspannung, unter γ_c das entsprechende specifische Gewicht des als gesättigt und trocken anzunehmenden betreffenden Dampfes verstanden, $= Fms\gamma_c$ ist, jedoch mit hinlänglicher Annäherung

$$= Fms\frac{p_c}{p_1}\gamma_1 \text{ Kgr.}$$

gesetzt werden kann. Mit $s_1 = e_1 s$ ergiebt sich dann:

$$A_1 = Fs\left[e_1 + m\left(1 - \frac{p_c}{p_1}\right)\right]\gamma_1$$

und mit Rücksicht auf (1), wenn jetzt F, wie bisher, in Quadratcentimeter ausgedrückt wird, der stündliche nutzbare Dampfverbrauch:

$$A = 0{,}36\, Fc\left[e_1 + m\left(1 - \frac{p_c}{p_1}\right)\right]\gamma_1 \text{ Kgr.} \quad \ldots \ldots \ldots (2).$$

Der als entsprechender Mehrverbrauch von Dampf gerechnete stündliche Abkühlungsverlust B rührt zu kleinem Theile von der Wärmeabgabe des Dampfcylinders nach aussen, bei Mantelmaschinen auch von der Wärmeübertragung des Manteldampfes an den Betriebsdampf im Innern des Cylinders her; dieser Theil kann nach Analogie von Erfahrungen über den Abkühlungsverlust in Dampfleitungen (§. 85) beurtheilt werden. Vorzugsweise beruht aber B auf der (in §. 83 im Allgemeinen und bezüglich des Einflusses eines Dampfmantels besprochenen) thermischen Wechselwirkung zwischen Dampf und Cylinderwand, ist nämlich B Kgr. die Dampfmenge, welche stündlich jeweils bei der Einströmung an dem Theil der Cylinderwand einschliesslich Kolben- und Canalwand, womit der einströmende Dampf in Berührung kommt, condensirt wird, um demnächst bei der Expansion und besonders bei der Ausströmung wieder verdampft zu werden. Die theoretische Bestimmung dieser Grösse soll im Anschluss an die betreffende Schrift von Dr. Kirsch* in den folgenden Paragraphen erörtert werden. Weil aber solche Bestimmung auf einstweilen zum Theil sehr unsicheren Annahmen beruht und mit erheblichen Weitläufigkeiten verbunden ist, mögen hier vorläufig nur die von Hrabák in seinem „Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker" empfohlenen und benutzten betreffenden empirischen Formeln mitgetheilt werden, indem sie wenigstens angemessener, als andere solche bisher aufgestellte Formeln zu sein scheinen.

* Die Bewegung der Wärme in den Cylinderwandungen der Dampfmaschine, 1886.

Er setzt, wenn ausser den obigen Bezeichnungen e_1, m, s, p_1 mit d der Kolbendurchmesser und mit p_2 die Spannung des ausströmenden Dampfes bezeichnet wird, für Eincylindermaschinen:

$$B = \beta (e_1 + m) d (d + s) (p_1 - p_2) \text{ Kgr.} \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

mit $\beta = 370$ bis 460; ferner für Zweicylindermaschinen, wenn e_1, m und p_1 mit obigen Bedeutungen auf den Hochdruckcylinder, d und s auf den Niederdruckcylinder bezogen, sowie mit v das Verhältniss des Hubvolumens des letzteren zu dem des ersteren Cylinders und mit $\varepsilon = \frac{e_1}{v}$ der resultirende auf den Niederdruckcylinder reducirte Füllungsgrad bezeichnet wird,

$$B = \beta \left(\varepsilon + \frac{m}{v}\right) d (d + s) (p_1 - p_2) \text{ Kgr.} \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

mit $\beta = 300$ bis 400. Für die Wahl von β zwischen den angeführten Grenzen soll in beiden Formeln nur die „Vollkommenheit der Maschine", nicht das Vorhandensein oder Fehlen eines Dampfmantels massgebend sein, indem angenommen wird, dass die durch äussere Heizung des Cylinders bewirkte Verkleinerung des Abkühlungsverlustes durch den Verbrauch von Heizdampf aufgewogen werde, der in den Formeln für B einbegriffen ist. Wenn übrigens auch bei dieser Annahme der verhältnissmässige Abkühlungsverlust, nämlich sein Verhältniss zur Leistung der Maschine genügend zutreffend gefunden werden mag, sofern die Leistung von Mantelmaschinen nach Hrabák entsprechend günstiger berechnet wird, so wird doch zur Veranschlagung des Abkühlungsverlustes an und für sich der Coefficient β in (3) und (4) kleiner für Maschinen mit, als für solche ohne Dampfmantel anzunehmen sein.

Während die für diesen Coefficienten angeführten Zahlenwerthe erfahrungsmässig bestimmt sind, liegt der Form jener Gleichungen (3) und (4) die Erwägung zugrunde, dass der Abkühlungsverlust B mit der Grösse der Berührungsfläche zwischen Eisenwand und einströmendem Dampfe, sowie mit dem Ueberschusse der Temperatur t_1 des letzteren über diejenige t_2 des ausströmenden Dampfes, ungefähr also auch mit dem Druckunterschiede $p_1 - p_2$ und zwar nahe proportional wachsen wird. Ausser dem schon erwähnten Einflusse äusserer Heizung des Dampfcylinders werden dabei freilich auch noch andere Umstände in solchem Grade sich geltend machen können, dass ihnen durch schätzungsweise Annahme von β zwischen gewissen Grenzen nicht genügend Rechnung getragen werden kann, insbesondere z. B. die Schnelligkeit des Ganges, charakterisirt durch die mittlere Kolbengeschwindigkeit c. Indem nämlich die Wärme um so

schneller in die Eisenwand einströmt, je steiler die Temperaturvertheilungscurve $A_1 B$ in ihr (Fig. 80 und Fig. 81, §. 83) von ihrem Anfangspunkte A_1 an abfällt, seit je kürzerer Zeit also der einströmende Dampf mit der kälteren Wand in Berührung gekommen ist, wird diese Wärmeströmung durchschnittlich um so intensiver sein, je öfter die Kolbenwechsel während einer gewissen Zeit stattfinden. Der Abkühlungsverlust B wird folglich mit c wachsen, wenn auch in geringerem Grade, so dass das Verhältniss von B zum nutzbaren Dampfverbrauch A, oder auch der stündliche Abkühlungsverlust pro indicirte Pferdestärke zwar um so kleiner wird, je grösser c, jedoch nicht in so hohem Grade, nämlich proportional $\frac{1}{c}$ mit zunehmender Schnelligkeit des Ganges abnehmen wird, wie es nach Hrabák der Fall sein sollte.

Der Einfluss der Dampfdurchlässigkeit von Kolbenliederungen, Stopfbüchsen und inneren Steuerorganen ist bei gutem Zustande einer Dampfmaschine zwar als verhältnissmässig gering zu erachten, kann aber anderenfalls erheblich zunehmen. Hrabák setzt diesen, theoretischen Bestimmungen unzugänglichen stündlichen Dampflässigkeitsverlust bei Voraussetzung eines noch ziemlich befriedigenden Betriebszustandes:

$$C = \alpha \sqrt{\frac{N_i}{c}} + \beta \frac{N_i}{c} \text{ Kgr.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

mit $\alpha = 17{,}6$ und $\beta = 1$ für Eincylindermaschinen,
$\alpha = 12{,}3$ und $\beta = 0{,}7$ für Zweicylindermaschinen,

also wegen

$$\frac{N_i}{c} = \frac{F p_i}{75} \text{ proportional } d^2 p_i$$

$C =$ der Summe von zwei Gliedern, welche bezw. $d\sqrt{p_i}$ und $d^2 p_i$ proportional sind. Das erste dieser Glieder hat die Form einer von Völckers früher für den ganzen Dampfverlust aufgestellten empirischen Formel, welche denselben aber für kleine Maschinen verhältnissmässig zu gross, für grosse zu klein ergiebt, so dass sie angemessener Weise durch ein weiteres Glied zu ergänzen war, dessen Verhältniss zum ersten mit d wächst. Das Verhältniss dieses Dampflässigkeitsverlustes C zum nutzbaren Dampfverbrauch A oder zur indicirten Arbeitsstärke N_i ist der mittleren Kolbengeschwindigkeit c umgekehrt proportional, ein schneller Gang in dieser Beziehung deshalb noch vortheilhafter, als hinsichtlich des Verlustes B.

Wenn unter dem gesammten Dampfverbrauch D nicht sowohl die Dampfmenge verstanden wird, welche stündlich in die Maschine einzuführen,

sondern diejenige, welche dazu stündlich im Kessel zu entwickeln ist, so muss natürlich schliesslich noch die in der Dampfzuleitung durch Abkühlung stündlich condensirte Dampfmenge (§. 85) zu D hinzugerechnet werden, wenigstens bei längeren Leitungen, während anderenfalls oder in Ermangelung weiterer Anhaltspunkte das berechnete $D = A + B + C$ nach Schätzung um einige Procente vergrössert werden mag.

§. 113. Wärmebewegung in der Wandung eines ungeheizten, aber gegen Wärmeverluste nach aussen geschützten Dampfcylinders.

Der im vorigen Paragraph als Abkühlungsverlust bezeichnete Mehrverbrauch von Betriebsdampf infolge des thermischen Einflusses der Cylinderwandung würde zutreffender, als durch die dort angeführten oder durch andere empirische Formeln gefunden werden können, wenn die Gesetzmässigkeit der ganzen Wärmebewegung in jener Wandung während eines Doppelhubes bekannt wäre. Bei der Unmöglichkeit von zuverlässigen unmittelbaren betreffenden Messungen lässt sich solche Kenntniss nur mit Hülfe der Theorie gewinnen, wie es in besonders eingehender und umfassender Weise von Dr. Kirsch durch seine im vorigen Paragraph angeführte Schrift gelehrt worden ist, nachdem früher ein Specialfall in anderer Auffassungsweise vom Verf.* behandelt worden war. Die folgenden betreffenden Erörterungen folgen in der Hauptsache der Darstellung von Kirsch.

Vorausgesetzt wird zunächst im Beharrungszustande der Maschine ein ungeheizter Cylinder, welcher gegen Abgabe von Wärme an seine Umgebung vollkommen geschützt gedacht ist. Ausserdem wird, vorbehaltlich späterer betreffender Prüfung, von folgenden Annahmen ausgegangen:

1. Die Wärmeleitung der Cylinderwand sei unabhängig von ihrer Temperatur.

2. Die innere Wandfläche werde nie trocken, so dass der Uebergang von Wärme durch sie zum Betriebsdampfe durch Verdampfung von Wasser vermittelt wird, welches durch Condensation von Dampf bei dem umgekehrten Wärmeübergange als Wasserbeschlag an der Wand entstanden war.

3. Unter solchen Umständen finde dieser Wärmeübergang im einen und andern Sinne ohne Widerstand statt, so dass die Temperatur der

---

* Ueber die Wärmeleitung in den Cylinderwänden von Dampfmaschinen; von F. Grashof, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 293.

innersten unendlich dünnen Wandschicht derjenigen des angrenzenden Dampfes stets gleich ist.

4. Die Wand sei so dick, dass ihre periodischen Temperaturschwankungen sich nicht bis zur äussern Oberfläche erstrecken.

Abgesehen wird ferner

5. von Krümmungen und Kanten der Wand, sowie

6. von Wärmebewegungen längs derselben.

Gemäss diesen Annahmen handle es sich also um eine als Theil des Dampfcylinders betrachtete homogene und gleichförmig dicke ebene Wand, deren Flächengrösse = 1 Quadratmtr. sei, deren Temperatur an der äusseren Fläche constant, an der inneren in gegebener Weise periodisch veränderlich ist, während auch die Temperaturen in jeder dieser Flächen und somit in jeder damit parallelen Schnittfläche in allen ihren Punkten gleichzeitig gleich gross sind, die periodische Wärmebewegung also nur in normaler Richtung zu denselben stattfindet.

Sind nun E und E' zwei Schnittebenen beziehungsweise in den Entfernungen x und $x + dx$ Millim. von der Innenfläche der Wand, τ und $\tau + d\tau$ die augenblicklichen Temperaturen in denselben, so ist die Wärmemenge, welche infolge des Temperaturgefälles $\frac{\partial \tau}{\partial x}$ im Sinne von E' gegen E, also im Sinne gegen die Innenfläche in einem Zeitelement dt durch E hindurchfliesst, $= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$, unter λ den Wärmeleitungscoefficient, nämlich hier die Wärmemenge verstanden, welche durch eine Fläche = 1 Quadratm. in 1 Sek. infolge eines Temperaturgefälles = 1 (1^0 für 1 Millim.) hindurchströmt. Die gleichzeitig und in gleicher Richtung im Zeitelement dt durch E' strömende Wärme ist dann

$$= \lambda \left(\frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx \right) dt, \text{ folglich } \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx\, dt$$

die Wärme, welche mehr durch E', als durch E im Sinne von E' gegen E geleitet, und durch welche die Temperatur der Schicht zwischen beiden Ebenen um $\frac{\partial \tau}{\partial t} dt$ erhöht wird, entsprechend der Gleichung:

$$c\gamma\, dx \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} dt = \lambda \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} dx\, dt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wenn mit c die spezifische Wärme des Materials der Wand, mit γ das Gewicht einer Wandschicht von 1 Quadratm. Fläche und 1 Millim. Dicke bezeichnet wird. Mit der ferneren Bezeichnung

$$k = \frac{\lambda}{c\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

folgt aus (1) die folgende Differentialgleichung für τ als Function von x und t:

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = k \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3).$$

Während λ ein Mass der Wärmeleitungsfähigkeit des Materials der Wand ist, kann k in Gl. (3) mit Weber als Mass der Temperaturleitungsfähigkeit bezeichnet werden; gemäss (2) ist nämlich k die Temperaturzunahme einer Schicht von 1 Millim. Dicke, also vom Gewicht γ, infolge Mittheilung der Wärmemenge λ. Bei Voraussetzung gleichförmiger Rotation der vom Kolben angetriebenen Kurbel werde nun in (3) die Zeit t, welche vom Beginn eines Kolbenhubes an gerechnet sei, durch den gleichzeitigen Kurbelwinkel α ersetzt, für welchen, unter u die Umdrehungszahl in 1 Min. verstanden, die Beziehung gilt:

$$\alpha = \frac{2\pi u}{60} t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Indem dann

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial \alpha} \frac{2\pi u}{60}$$

ist, geht Gl. (3) über in:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{60 k}{\pi u} \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2}$$

oder, wenn auch noch statt der absoluten Schnitt- oder Schichttiefe x die relative Tiefe

$$\xi = x \sqrt{\frac{\pi u}{60 k}}, \quad \text{also} \quad \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} \frac{\pi u}{60 k} \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

eingeführt wird, in:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Gemäss dem Wesen der vorliegenden Aufgabe muss man versuchen, das Integral dieser Differentialgleichung (6) in solcher Form darzustellen, dass τ als periodische Function von α (mit der Periode $\alpha = 2\pi$ oder $=$ einem aliquoten Theil von 2π) und als solche Function von ξ erscheint, dass mit zunehmender relativer Tiefe ξ die periodischen Temperaturschwankungen abnehmen. Eine solche Function ist:

$$\tau = C e^{-p\xi} \cos(n\alpha - q\xi - \delta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

unter e die Basis der natürlichen Logarithmen und unter C, δ, n, p, q positive Constante verstanden; es fragt sich, ob letztere so bestimmt

werden können, dass der Differentialgleichung genügt wird. Nun ist nach (7), wenn

$$n\alpha - q\xi - \delta = \omega$$

gesetzt wird,

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = Ce^{-p\xi}(q \sin \omega - p \cos \omega)$$

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = Ce^{-p\xi}(-q^2 \cos \omega - pq \sin \omega - pq \sin \omega + p^2 \cos \omega)$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = Ce^{-p\xi}\left(\frac{p^2 - q^2}{2} \cos \omega - pq \sin \omega\right),$$

welcher Ausdruck mit

$$\frac{\partial \tau}{\partial \alpha} = Ce^{-p\xi}(-n \sin \omega)$$

gemäss (6) identisch ist, wenn

$$p = q = \sqrt{n}, \text{ also } \tau = Ce^{-\xi\sqrt{n}}(\cos n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta) \quad \ldots . \quad (8)$$

gesetzt wird. Dieser Gleichung zufolge wäre τ in irgend einer relativen Tiefe gleich gross für solche Kurbelwinkel α, welche sich um $\frac{m}{n}2\pi$ unterscheiden, unter m irgend eine ganze Zahl verstanden; nach der Natur der Aufgabe ist aber τ gleich gross für je zwei Kurbelwinkel, welche um 2π verschieden sind. In (8) ist deshalb $n = m =$ irgend einer ganzen Zahl zu setzen. Wenn aber zudem dieser Ausdruck von τ durch entsprechende Bestimmung der Constanten jedem beliebigen mit der Periode $\alpha = 2\pi$ gegebenen Aenderungsgesetz der Temperatur des angrenzenden Dampfes, somit der innersten Wandschicht ($\xi = 0$) soll angepasst werden können, so muss im Allgemeinen $\tau =$ einer Summe von Gliedern von der Form (8) gesetzt werden, in welchen bei verschiedenen Werthen der Constanten C und δ auch der ganzen Zahl n verschiedene Werthe beigelegt werden, am einfachsten und angemessensten der Reihe nach die Werthe $n = 1, 2, 3 \ldots$ Schliesslich kann dem allgemeinen Integral von Gl. (6) noch irgend ein Glied hinzugefügt werden, welches bei den in dieser Gleichung angedeuteten Differentiationen wegfällt. Ein solches Glied muss in Beziehung auf α constant, in Beziehung auf ξ linear sein, hat also im Allgemeinen die Form:

$$A_0 + a\xi,$$

unter A_0 und a Constante verstanden; indem es aber als nicht periodisches Glied den Mittelwerth von τ darstellt, der im vorliegenden Falle von ξ nicht abhängt, ist hier $a = 0$. Als allgemeiner Ausdruck von τ ergiebt sich also:

$$\tau = A_0 + \Sigma C_n e^{-\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta_n) \dots\dots (9),$$

wenn jetzt für das 1., 2., 3. . . . *n*te Glied der durch Σ angedeuteten Summe,

$$\begin{array}{llll} \text{nämlich für } n = 1 & 2 & 3 & \dots n \\ C = C_1 & C_2 & C_3 & \dots C_n \\ \delta = \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \dots \delta_n \end{array}$$

gesetzt wird. Weil

$$\cos(n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta_n) = \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n})\cos\delta_n + \sin(n\alpha - \xi\sqrt{n})\sin\delta_n$$

ist, kann mit

$$A_n = C_n \cos\delta_n \text{ und } B_n = C_n \sin\delta_n \dots\dots\dots (10)$$

dem Ausdrucke auch die Form gegeben werden:

$$\tau = A_0 + \Sigma A_n e^{-\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n}) + \Sigma B_n e^{-\xi\sqrt{n}} \sin(n\alpha - \xi\sqrt{n}) \quad (11).$$

Sind die Coefficienten in Gl. (9) oder (11) bekannt, so lässt sich für jede relative Tiefe ξ mit den Abscissen α und zugehörigen Ordinaten τ eine Curve zeichnen, welche das Aenderungsgesetz der Temperatur τ in dieser Tiefe darstellt. Jede dieser Temperaturcurven besteht aus congruenten Theilen je von der Länge 2π im Sinne der Abscissenaxe: ihre Höhe = dem Unterschiede der grössten und kleinsten betreffenden Temperatur ist entsprechend dem Factor $e^{-\xi\sqrt{n}}$ um so kleiner, je grösser ξ, so dass mit wachsender Tiefe sich die Curven mehr und mehr einer Geraden nähern, welche mit der Abscissenaxe im Abstande A_0 = der mittleren Wandtemperatur parallel ist. Der Summand $-\xi\sqrt{n}$ neben $n\alpha$ lässt erkennen, dass auch die Abscissen der Scheitelpunkte der gleichen Curvenstrecken um so grösser sind, dass also in jeder Periode die grösste und die kleinste Temperatur um so später eintritt, je grösser ξ ist. An der innern Wandfläche ($\xi = 0$) ist die Gleichung der Temperaturcurve nach (11):

$$\begin{aligned} \tau &= A_0 + \Sigma A_n \cos n\alpha + \Sigma B_n \sin n\alpha \\ &= \left.\begin{aligned} A_0 + A_1 \cos\alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha + \dots \\ + B_1 \sin\alpha + B_2 \sin 2\alpha + B_3 \sin 3\alpha + \dots \end{aligned}\right\} \dots (12). \end{aligned}$$

Indem aber dieses $\tau = f(\alpha)$ durch das dem Indicatordiagramm entsprechende Aenderungsgesetz der Temperatur des berührenden gesättigten Dampfes gegeben ist, gewährt Gl. (12) das Mittel zur Bestimmung der Coefficienten A und B. Es könnten ausser A_0 noch n der übrigen Coefficienten A nebst den entsprechenden n Coefficienten B bestimmt werden durch Auflösen der $2n + 1$ Gleichungen, welche aus (12) durch Einsetzen von

$2n + 1$ Coordinatenpaaren der gegebenen Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ erhalten werden.

Ein solches Bestimmungsverfahren wäre indessen sehr weitläufig und liesse es auch zweifelhaft, wie jene $2n + 1$ Punkte der gegebenen Temperaturcurve am besten auszuwählen sind. Die grösste Annäherung der Curve (12) an die gegebene $\tau = f(\alpha)$, welche bei Annahme gewisser Glieder in der Gleichung der ersteren möglich ist, wird nun aber dann erreicht, wenn die Summe der Quadrate aller zwischen $\alpha = 0$ und $\alpha = 2\pi$ vorkommenden Fehler

$$A_0 + \Sigma A_n \cos n\alpha + \Sigma B_n \sin n\alpha - f(\alpha)$$

oder wenn die Summe der Producte dieser Fehlerquadrate und der Constanten $d\alpha$, nämlich das Integral

$$\int_0^{2\pi} [A_0 + \Sigma A_n \cos n\alpha + \Sigma B_n \sin n\alpha - f(\alpha)]^2 d\alpha = min.$$

ist. Würde etwa

$$\tau = A_0 + A_m \cos m\alpha + B_m \sin m\alpha + A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha$$

gesetzt, unter m und n irgend zwei ganze Zahlen verstanden, so würden solche Werthe der Coefficienten A, B die grösste Annäherung gewähren, welche der Gleichung entsprechen:

$$\int_0^{2\pi} [A_0 + A_m \cos m\alpha + B_m \sin m\alpha + A_n \cos n\alpha + B_n \sin n\alpha - f(\alpha)]^2 d\alpha = min. \quad (13).$$

Durch Zerlegung dieses Integrals in die Bestandtheile, welche den Gliedern des entwickelten Quadrats unter dem Integralzeichen entsprechen, geht mit Rücksicht darauf, dass, wenn alle Integrale zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = 2\pi$ genommen werden,

$$\int \cos m\alpha\, d\alpha = \int \sin m\alpha\, d\alpha = \int \cos n\alpha\, d\alpha = \int \sin n\alpha\, d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \sin m\alpha\, d\alpha = \int \cos n\alpha \sin n\alpha\, d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \cos n\alpha\, d\alpha = \int \sin m\alpha \sin n\alpha\, d\alpha = 0$$

$$\int \cos m\alpha \sin n\alpha\, d\alpha = \int \sin m\alpha \cos n\alpha\, d\alpha = 0$$

$$\int \cos^2 m\alpha\, d\alpha = \int \sin^2 m\alpha\, d\alpha = \int \cos^2 n\alpha\, d\alpha = \int \sin^2 n\alpha\, d\alpha = \pi$$

ist, die Bedingung (13) über in:

$$\pi (2A_0^2 + A_m^2 + B_m^2 + A_n^2 + B_n^2) -$$

$$- \int_0^{2\pi} [2A_0 + 2A_m \cos m\alpha + 2B_m \sin m\alpha + 2A_n \cos n\alpha + 2B_n \sin n\alpha - f(\alpha)] f(\alpha) d\alpha = min.$$

Der Ausdruck auf der linken Seite ist hier als Function von A_0, A_m, B_m, A_n, B_n zu betrachten, deren nach den einzelnen dieser Coefficienten genommene Differentiale somit gemäss der Forderung $= 0$ sein müssen. Das Differential nach A_0 liefert mit Rücksicht darauf, dass alle diese Coefficienten A, B als unabhängig von α aus den betreffenden Theilintegralen herausgeschrieben werden können, die Gleichung:

$$4\pi A_0 - 2\int_0^{2\pi} f(\alpha)\, d\alpha = 0,$$

den Differentialen nach A_n und nach B_n entsprechen die Gleichungen:

$$2\pi A_n - 2\int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha\, d\alpha = 0$$

$$2\pi B_n - 2\int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha\, d\alpha = 0,$$

so dass sich ergiebt:

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha)\, d\alpha \\ A_n &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha) \cos n\alpha\, d\alpha \\ B_n &= \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(\alpha) \sin n\alpha\, d\alpha \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14).$$

Aus der Herleitung ist klar, dass dieselben Ausdrücke gefunden worden wären, wenn die Glieder mit A_m und B_m fortgelassen, oder wenn noch beliebige andere hinzugezogen worden wären. Mit A_n und B_n findet man für jedes n nach (10):

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \text{und} \quad \delta_n = arctg \frac{B_n}{A_n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15),$$

so dass die Temperaturänderungen für jede relative Tiefe ξ oder gemäss (5) für jede absolute Tiefe x nun auch vermittels Gl. (9) verfolgt werden können. —

In Betreff der Wärmemenge $= Q$, welche während einer gewissen Kurbeldrehung vom Dampfe zur Cylinderwand durch 1 Quadratmeter ihrer Innenfläche übergeht (oder umgekehrt, entsprechend einem negativen Q), kann man zunächst bemerken, dass die

durch 1 Quadratmeter eines mit dieser Wandfläche parallelen Schnitts im Zeitelement dt im Sinne von aussen nach innen strömende Wärme

$$= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt,$$

also die von innen nach aussen während der Kurbeldrehung du strömende Wärme

$$dQ = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial \xi} \frac{d\xi}{dx} \frac{dt}{du} du$$

ist, oder gemäss (4) und (5):

$$dQ = -\lambda \frac{30}{\pi u} \sqrt{\frac{\pi u}{60 k}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} du = -\lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi u k}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} du.$$

Indem nun nach (9):

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \Sigma C_n \sqrt{n}\, e^{-\xi\sqrt{n}} \left[-\cos(nu - \xi\sqrt{n} - \delta_n) + \sin(nu - \xi\sqrt{n} - \delta_n)\right]$$

ist, ergiebt sich insbesondere mit $\xi = 0$ das Element der vom Dampfe in die Wand strömenden Wärme:

$$dQ = \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi u k}} \cdot \Sigma C_n \sqrt{n} \left[\cos(nu - \delta_n) - \sin(nu - \delta_n)\right] du.$$

Durch Integration, Multiplication mit $\sqrt{u}$ und Hinzufügung einer Constanten S_0 folgt daraus:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi k}} \cdot \Sigma \frac{C_n}{\sqrt{n}} \left[\sin(nu - \delta_n) + \cos(nu - \delta_n)\right],$$

welcher Ausdruck wegen

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4}$$

und indem

$$S_n = \lambda \sqrt{\frac{30}{\pi k}} \frac{C_n}{\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

gesetzt wird, auch geschrieben werden kann:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \Sigma S_n \sin\left(nu - \delta_n + \frac{\pi}{4}\right) \quad \ldots\ldots (17).$$

Dieser Gleichung zufolge ist die Wärme Q, welche während einer gewissen Kurbeldrehung, insbesondere z. B. während der Einströmung des Dampfes von diesem an die Wand übergeht, unter sonst gleichen Umständen umgekehrt proportional $\sqrt{u}$, und dasselbe gilt von dem als Mehrverbrauch von Dampf gerechneten

Abkühlungsverlust B_1 für einen Hub, nämlich, unter r_1 die der Einströmungsspannung entsprechende specifische Verdampfungswärme verstanden, von

$$B_1 = \frac{Q}{r_1}.$$

Der im vorigen Paragraph mit B bezeichnete und ebenso verstandene stündliche Abkühlungsverlust wäre also

$$B = 60 \,.\, 2u \frac{Q}{r_1} \text{ proportional } \sqrt{u}$$

entsprechend der Bemerkung im vorigen Paragraph, dass dieses B unter übrigens gleichen Umständen mit der Schnelligkeit des Ganges zwar wachsen werde, jedoch in geringerem Verhältnisse wie diese, somit wie die stündliche Leistung der Maschine oder wie der entsprechende nutzbare Dampfverbrauch. —

Würde unter Q die Wärmemenge verstanden, welche während einer gewissen Kurbeldrehung, nämlich von einer gewissen Kurbellage an, von der die Integrationsconstante S_0 abhängt, bis zu der durch α bestimmten Lage einen Schnitt in der relativen Tiefe ξ pro 1 Quadratmeter im Sinne von innen nach aussen durchströmt, so wäre offenbar in (17) nur S_n mit $e^{-\xi\sqrt{n}}$ zu multipliciren, sowie $\xi\sqrt{n}$ von $n\alpha$ zu subtrahiren.

Für jede relative Tiefe ξ lässt sich mit den Abscissen α und zugehörigen Ordinaten $Q\sqrt{u}$ eine Curve zeichnen, deren jede ebenso wie jede der oben so genannten Temperaturcurven aus congruenten Theilen je von der Länge 2π im Sinne der Abscissenaxe besteht, und wobei verschiedene Constante S_0 nur verschiedenen Höhenlagen der horizontalen Abscissenaxe entsprechen. Alle diese Wärmecurven, von welchen übrigens nur die auf die innere Wandfläche ($\xi = 0$) sich beziehende von unmittelbarem Interesse und gemeint ist, wenn von der Wärmecurve ohne weitere Bezeichnung die Rede sein wird, sind gemäss den Erörterungen dieses Paragraph durch die Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ für $\xi = 0$ bestimmt, sobald die durch λ und k gemessenen Leitungsfähigkeiten der Wand für Wärme und Temperatur bekannt sind.

§. 114. Praktische Durchführung der formell gelösten Aufgabe.

Die im vorigen Paragraph behandelte Aufgabe hat zwar durch die Gleichungen (14), (15), (16), (17) ausser (9) oder (11) ihre formelle Lösung gefunden, doch wird deren Ausführung mit Rücksicht auf die vor Allem zu bestimmenden Coefficienten A_0, A_n, B_n gemäss (14) durch den

Umstand erschwert, dass die in Betracht kommende Dampftemperatur $\tau = f(\alpha)$ durch ein betreffendes Indicatordiagramm nur als empirische Function, d. h. vermittels einzelner zusammengehöriger Werthe von τ und α gegeben ist, und zwar mit Rücksicht auf die lediglich empirische Beziehung zwischen Druck und Temperatur gesättigten Dampfes selbst dann wenn bezüglich jenes Indicatordiagramms eine mathematisch bestimmte Gesetzmässigkeit angenommen wird.

Die Bestimmung von A_0 in einem gegebenen Falle betrifft übrigens jene Bemerkung insofern nicht, als die Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2\pi$ einen hinlänglich einfachen solchen Verlauf zu haben pflegt, dass sie für mässig grosse Intervalle $\varDelta\alpha$ mit genügender Annäherung durch geradlinige Strecken, im Ganzen somit durch ein einbeschriebenes Polygon mit nicht allzu kleinen Seitenlängen ersetzt werden kann. Wird dann etwa

$$2\pi = 2m\delta, \text{ also } \delta = \frac{\pi}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

gesetzt, unter m eine mässig grosse ganze Zahl verstanden, und ist für

$$\begin{array}{llllll} \alpha = 0 & \delta & 2\delta & \ldots & (2m-1)\delta & 2m\delta \\ \tau = \tau_0 & \tau_1 & \tau_2 & \ldots & \tau_{2m-1} & \tau_{2m}, \end{array}$$

so kann nach (14)

$$A_0 = \frac{\delta}{2\pi}\left(\frac{\tau_0 + \tau_1}{2} + \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} + \ldots + \frac{\tau_{2m-1} + \tau_{2m}}{2}\right)$$

gesetzt werden, also mit Rücksicht auf (1) und wegen $\tau_0 = \tau_{2m}$:

$$A_0 = \frac{\tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_{2m}}{2m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2).$$

Anders verhält es sich mit den Coefficienten A_n und B_n wegen des unter dem Integralzeichen zu $\tau = f(\alpha)$ hinzukommenden Factors $\cos n\alpha$ bezw. $\sin n\alpha$. Die wellenförmige Curve mit solcher Ordinate für die Abscisse α besteht von $\alpha = 0$ bis $\alpha = 2\pi$ aus n ganzen Wellen, so dass $2m$ sehr erheblich $> n$ sein müsste, um die Curve in den Intervallen $\varDelta\alpha = \delta = \frac{\pi}{m}$ mit genügender Annäherung durch gerade Linien ersetzen zu können. Wenn unter solchen Umständen mit τ und τ' irgend zwei aufeinander folgende der Temperaturwerthe τ_0, τ_1, τ_2 ... bezeichnet werden, welche den Kurbelwinkeln α und $\alpha + \delta$ entsprechen, und wenn die Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ für dieses Intervall wieder durch eine gerade Linie ersetzt, also

$$\left.\begin{array}{l} \tau = a + b\alpha \\ \tau' = a + b(\alpha + \delta \end{array}\right\} \text{ mit } b = \frac{\tau' - \tau}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

gesetzt wird, so ist das Integral im Ausdrucke von A_n, Gl. (14), deren Variable auch mit irgend einem andern Buchstaben ϑ bezeichnet werden kann, nachdem hier unter α ein bestimmter Werth derselben verstanden wurde, in $2m$ Theile von der Form

$$\Delta J = \int_{\alpha}^{\alpha+\delta} (a + b\vartheta) \cos n\vartheta \, d\vartheta$$

zu zerlegen, und weil nun das unbestimmte Integral abgesehen von einer hinzuzufügenden Constanten:

$$\int (a + b\vartheta) \cos n\vartheta \, d\vartheta = \frac{1}{n} \int (a + b\vartheta) \, d \sin n\vartheta$$
$$= \frac{1}{n} \left[(a + b\vartheta) \sin n\vartheta - \frac{b}{n} \int \sin n\vartheta \, . \, n d\vartheta \right]$$
$$= \frac{a + b\vartheta}{n} \sin n\vartheta + \frac{b}{n^2} \cos n\vartheta$$

ist, ergiebt sich mit Rücksicht auf (3):

$$\Delta A_n = \frac{1}{\pi} \Delta J = \frac{-\tau \sin n\alpha + \tau' \sin n(\alpha + \delta)}{n\pi} + \frac{\tau - \tau'}{n^2 \pi \delta} [\cos n\alpha - \cos n(\alpha + \delta)] \quad (4).$$

In der Summe der analog dieser Gleichung gebildeten Ausdrücke aller $2m$ Bestandtheile von A_n fallen die ersten Glieder dieser Ausdrücke fort, indem sie mit Rücksicht darauf, dass

$$\tau_0 = \tau_{2m} \quad \text{und} \quad \sin 0 = \sin n \, . \, 2\pi$$

ist, aus paarweise entgegengesetzt gleichen Gliedern bestehen. Man findet also:

$$A_n = \frac{1}{n^2 \pi \delta} \left[(\tau_0 - \tau_1)(\cos n \, . \, 0 - \cos n\delta) + (\tau_1 - \tau_2)(\cos n\delta - \cos 2n\delta) + \ldots \right.$$
$$\left. \ldots + (\tau_{2m-1} - \tau_{2m})(\cos (2m - 1) n\delta - \cos 2mn\delta) \right]$$
$$= \frac{1}{n^2 \pi \delta} \sum_{k=1}^{k=2m} \tau_k [-\cos (k - 1) n\delta + 2 \cos kn\delta - \cos (k + 1) n\delta]$$

oder wegen

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2},$$

also

$$\cos (k + 1) n\delta + \cos (k - 1) n\delta = 2 \cos kn\delta \cos n\delta$$

$$A_n = \frac{2(1 - \cos n\delta)}{n^2 \pi \delta} \sum_{k=1}^{k=2m} \tau_k \cos kn\delta$$
$$= \frac{4}{n^2 \pi \delta} \sin^2 \frac{n\delta}{2} (\tau_1 \cos n\delta + \tau_2 \cos 2n\delta + \ldots + \tau_{2m} \cos 2mn\delta) \quad . \ . \ (5).$$

Ebenso findet man:

$$B_n = \frac{4}{n^2\pi\delta}\sin^2\frac{n\delta}{2}(\tau_1 \sin n\delta + \tau_2 \sin 2n\delta + \ldots + \tau_{2m}\sin 2mn\delta) \quad (6).$$

Die Ausdrücke von A_n und B_n, wenn nach der Regel gebildet, welcher der Ausdruck (2) von A_0 entspricht, wären = den durch m dividirten, in (5) bezw. (6) eingeklammerten Summen; sie waren aber hier noch mit dem Factor

$$\frac{4m}{n^2\pi\delta}\sin^2\frac{n\delta}{2} = \frac{4}{n^2\delta^2}\sin^2\frac{n\delta}{2} = \left(\frac{\sin\frac{n\delta}{2}}{\frac{n\delta}{2}}\right)^2$$

zu multipliciren, der < 1 ist und, wie es natürlich der Fall sein musste, um so mehr sich der Grenze 1 nähert, je kleiner δ ist.

Wenn statt (5) und (6)

$$\left.\begin{aligned} A_n &= \frac{2(1-\cos n\delta)}{n^2\pi\delta} r_n \cos\delta_n \\ B_n &= \frac{2(1-\cos n\delta)}{n^2\pi\delta} r_n \sin\delta_n \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

gesetzt wird, unter r_n eine positive Grösse, und unter δ_n einen positiven oder negativen spitzen oder stumpfen Winkel verstanden, so dass $\cos\delta_n$ und $\sin\delta_n$ jede Grösse zwischen -1 und $+1$ haben können, so hat r_n die Bedeutung einer gewissen Temperatur, während δ_n gemäss (15) im vorigen Paragraph den schon in Gl. (9) daselbst ebenso bezeichneten Winkel bedeutet; r_n und δ_n sind dann bestimmt durch die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} r_n \cos\delta_n &= \sum \tau_k \cos kn\delta \\ r_n \sin\delta_n &= \sum \tau_k \sin kn\delta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

beide Summen von $k = 1$ bis $k = 2m$ genommen. Die Bestimmung dieser Summen für viele Werthe 1, 2, 3 ... von n wäre besonders zeitraubend und lästig; man kann aber bemerken, dass die Werthe von r_n und δ_n gleich sind für je zwei solche Werthe von n, welche sich um $2m$ oder um ein Vielfaches $2m'$ von $2m$ unterscheiden, weil dann die betreffenden zwei Werthe von $kn\delta = kn\frac{\pi}{m}$ um

$$k \,.\, 2m'\frac{\pi}{m} = k\frac{m'}{m}\,.\,2\pi,$$

d. h. um ein Vielfaches von 2π verschieden sind. Nachdem also r_n und δ_n von $n = 1$ bis $n = 2m$ bestimmt sind, kehren dieselben Werthe in derselben Reihenfolge für grössere n periodisch wieder. Innerhalb einer

Periode ($n = 1$ bis $n = 2m$) sind ferner paarweise die Werthe von r_n gleich gross, von δ_n entgegengesetzt gleich; denn

$$\text{für } n' + n = 2m \text{ ist } kn'\delta + kn\delta = k.2\pi,$$

folglich

$$\cos kn'\delta = \cos kn\delta \text{ und } \sin kn'\delta = -\sin kn\delta.$$

Indem endlich nach (8) für $n = m$:

$$r_m \cos\delta_m = -\tau_1 + \tau_2 - \tau_3 + .. + \tau_{2m} \quad \ldots\ldots\ldots (9),$$

$$r_m \sin\delta_m = 0$$

ist, folgt r_m = dem Absolutwerth der algebraischen Summe in Gl. (9), $\delta_m = 0$ oder π, jenachdem jene Summe positiv oder negativ ist. Zu bestimmen gemäss (8) bleiben also r_n und δ_n nur noch für

$$n = 1 \quad 2 \quad 3 \ldots m-1,$$

bei der meistens genügenden Annahme $m = 6$ somit 5 Werthpaare durch Rechnung oder durch ein graphisches Verfahren; in Betreff des letzteren sei auf die erwähnte Schrift von Dr. Kirsch verwiesen.

Mit den Werthen von r_n findet man jetzt gemäss (7) auch die entsprechenden Werthe von

$$C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \frac{2(1-\cos n\delta)}{n^2\pi\delta} r_n = \frac{2m}{n^2\pi^2}\left(1 - \cos\frac{n\pi}{m}\right) r_n \quad (10),$$

z. B. mit $m = 6$, entsprechend einem Winkel δ von 30^0, nach Kirsch:

$C_1 = 0{,}1629\, r_1$ $\quad C_2 = 0{,}1520\, r_2$ $\quad C_3 = 0{,}1351\, r_3$ $\quad C_4 = 0{,}1140\, r_4$

$C_5 = 0{,}0908\, r_5$ $\quad C_6 = 0{,}0675\, r_6$ $\quad C_7 = 0{,}0463\, r_7$ $\quad C_8 = 0{,}0285\, r_8$

$C_9 = 0{,}0150\, r_9$ $\quad C_{10} = 0{,}0061\, r_{10}$ $\quad C_{11} = 0{,}0013\, r_{11}$ $\quad C_{12} = 0$

Der Factor von r_n im Ausdrucke von C_n, welcher verschwindet, so oft n = einem Vielfachen von $2m$ ist, nimmt mit wachsender Stellenzahl n schnell ab, und es wird bei der Annahme $m = 6$ seine Bestimmung über $n = 2m = 12$ hinaus kaum in Betracht kommen, indem dann die früheren Werthe von r_n nach Obigem wiederkehren.

Mit C_n ergiebt sich weiter S_n gemäss Gl. (16) im vorigen Paragraph, endlich gemäss (17) daselbst mit S_n und δ_n auch die bis zu einem Kurbelwinkel α in 1 Quadratm. Wandfläche einströmende Wärmemenge Q. Hierbei wird die Berücksichtigung einer Gliederzahl n meistens genügen, welche $< 2m$ bezw. < 12 ist, indem wegen des Factors $\frac{1}{n^2}$ von C_n, also $\frac{1}{n^2\sqrt{n}}$ von S_n mit wachsender Stellenzahl die Glieder schnell abnehmen. Dem construirenden Techniker wird übrigens von Kirsch auch diese Ermittelung von Q durch ein graphisches Verfahren erleichtert.

§. 115. Anwendung auf verschiedene Theile der Wandung eines Dampfcylinders.

Zwischen verschiedenen Theilen der Wandfläche ist hier einstweilen nur insofern ein Unterschied zu machen, als das Aenderungsgesetz der Temperatur des sie berührenden Dampfes für dieselben verschieden ist. In dieser Hinsicht sind zu unterscheiden:

1. solche Flächen, welche beständig von Dampf auf derselben Seite des Kolbens berührt werden. Dazu gehören, und zwar für jede der beiden Seiten des Cylinders, die betreffende Deckelfläche und die ihr zugekehrte Kolbenfläche nebst dem bei kleinstem Abstande dieser Flächen, nämlich beim Hubwechsel zwischen ihnen befindlichen schmalen Theil der Mantelfläche und der Oberfläche des gleichzeitig innerhalb des Cylinders befindlichen kleinen Stücks der Kolbenstange; wesentlich gehört dazu auch die Innenfläche des Dampfcanals bis zum Dampfvertheilungsorgan.

2. Flächen, welche zwar auch nur vom Dampf auf derselben Seite des Kolbens, aber nicht beständig, sondern mit Unterbrechungen berührt werden. Dazu gehören die ringförmigen Streifen der Mantelfläche, welche bei den Hubwechseln von den Kolbenringen bedeckt werden, und die Oberfläche der Kolbenstange, insoweit letztere sich abwechselnd innerhalb des Cylinders befindet oder nicht.

3. der zwischen den vorgenannten Streifen liegende Hauptheil der Mantelfläche, welcher von jedem Parallelkreise der Umfläche des Kolbens bestrichen und deshalb bald von dem auf der einen, bald von dem auf der andern Seite des Kolbens befindlichen Dampfe, dazwischen jedesmal vom Kolben selbst berührt wird.

Die Gesammtgrössen dieser dreierlei Flächen, erstere zwei für beide Cylinderseiten zusammen, fand Kirsch durch Messungen von 5 Eincylindermaschinen von verschiedenen Systemen im Mittel:

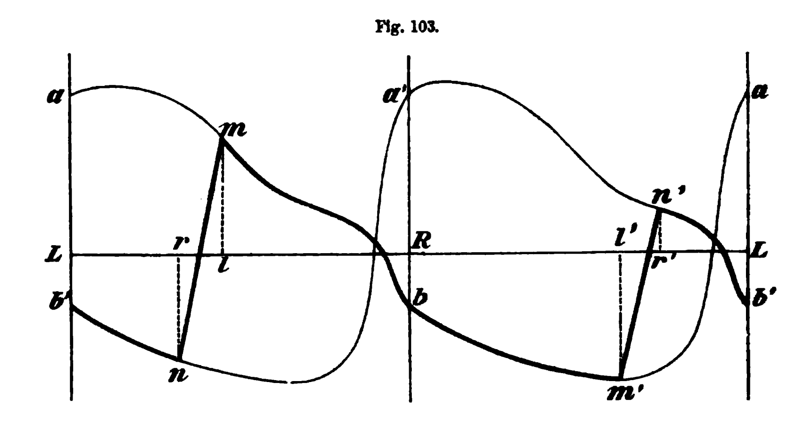
$$F_1 = 9{,}7\,F, \qquad F_2 = 3{,}4\,F, \qquad F_3 = 7{,}0\,F,$$

unter F den Cylinderquerschnitt verstanden, so dass, wenn auch zur Vereinfachung der Untersuchung F_2 etwa im Verhältnisse 2 : 1 zu den Flächen F_1 (Typus : Deckel) und zu den Flächen F_3 (Typus : Mantel) gerechnet wird, doch wenigstens letztere Flächen, unter mittleren Umständen von den Gesammtgrössen

$$F_1 = 12\,F \quad \text{und} \quad F_3 = 8\,F$$

zu unterscheiden bleiben. Während $\tau = f(\alpha)$ für alle Stellen der Fläche F_1 dieselbe dem Indicatordiagramm entsprechende Temperaturcurve bedeutet, ist dieselbe, was F_3 betrifft, bei Voraussetzung ganz symmetrischer Kolbenbewegung nur für je zwei solche Ringelemente von F_3, welche in Beziehung auf den mittleren Cylinderquerschnitt symmetrisch liegen, von gleicher Form, der Lage nach nur um π im Sinne der Abscissenaxe gegenseitig verschoben erscheinend, so dass nur die Hälfte von F_3 besonderer Untersuchung bedarf. Dabei wird es genügen, diese Hälfte in einige, etwa in drei gleich breite Ringstreifen zu theilen, für welche die Temperaturverhältnisse gleichförmig = denjenigen gesetzt werden, welche in ihren Mittellinien stattfinden.

Fig. 103.



In Fig. 103, worin R der Mittelpunkt der horizontalen Strecke LL sei, und zwar $LR = RL = \pi$, sei z. B. $ambm'a$ die bei jeder Kurbelumdrehung sich wiederholende, von einem Hubwechsel an gerechnete Temperaturcurve auf der linken Seite des Kolbens, $b'na'n'b'$ die ihr gleiche, nur um die Strecke π horizontal verschobene Temperaturcurve für die rechte Kolbenseite. Sind dann Lr und Ll = den Winkeln, welche, vom Hubwechsel links an gerechnet, von der Kurbel durchlaufen werden, bis ein gewisses Ringelement der Mantelfläche F_3 beziehungsweise vom rechten und vom linken Rande der Liederungsfläche des von links nach rechts beweglichen Kolbens erreicht wird, ferner Rl' und Rr' = den vom Hubwechsel rechts an gerechneten Kurbelwinkeln bis zur Erreichung desselben Ringelements bezw. vom linken und vom rechten Rande der Liederungsfläche des von rechts nach links beweglichen Kolbens, und wird die Temperatur des Ringelements, welche gemäss den Annahmen in §. 113 derjenigen des angrenzenden Dampfes stets gleich ist, während der kurzen

Zeit, in der es vom Kolben überstrichen wird, als gleichförmig veränderlich angenommen, so ist $b'nmbm'n'b'$, Fig. 103, unter nm und $m'n'$ gerade Strecken verstanden, die Temperaturcurve $\tau = f(\alpha)$ jenes Ringelements für die Kurbelumdrehung, zu welcher nach den in den vorigen Paragraphen erklärten Regeln die ($\xi = 0$ entsprechende) Wärmecurve $Q = F(\alpha)$ gefunden werden kann, welche dann das Gesetz des Wärmeaustausches zwischen Dampf und Wand pro Quadratmeter an der Stelle des Ringelementes darstellt.

Beispielsweise bestimmte Kirsch auf solche Weise die Wärmecurve für die Deckelfläche F_1 und für drei gleich breite Ringstreifen der Mantelfläche F_3 bis zur Cylindermitte einer Maschine von 0,2 Füllung bei 0,05 schädlichem Raum, 5 Atm. Einströmungsspannung bei 0,21 Atm. Ausströmungsspannung, Breite der Kolbenringfläche (Liederungsfläche) $= {}^1/_8$ Hub, Umdrehungszahl = 100 und unter der Voraussetzung, dass bei Kurbelwinkeln von 150^0, 330^0 und 345^0 bezw. die Ausströmung, die Compression und die Einströmung beginnt, endlich mit den Annahmen $\lambda = 16$, $k = 18$. Während dann bei jeder Umdrehung für die Deckelfläche eine einmalige Wärmeeinströmung und Wärmeausströmung vom Dampf zur Wand und umgekehrt im Betrage von 109 Cal. pro 1 Quadratmeter gefunden wurde, ergab sich für die Ringstreifen eine zweimalige Ein- und Ausströmung kleinerer Wärmemengen, deren Grössen sich gegen den innersten Streifen hin einander nähern, nämlich hier 48 und 41 Cal. betragen. Im Falle dieses Beispiels findet an allen Wandstellen, wenn sie mit ausströmendem Dampf in Berührung sind, Abgabe von Wärme an diesen Dampf statt; beim Deckel ist das in geringerem Grade auch bei Berührung mit dem expandirenden Dampfe der Fall, wogegen der Mantel dann Wärme von diesem Dampfe empfängt zum Schaden der Expansionsarbeit. Der Mehrverbrauch an einströmendem Betriebsdampf rührt im Falle des Beispiels nur vom Einfluss der Deckelfläche F_1 her, in welche bei der Einströmung des Dampfes auch Wärme und zwar mit abnehmender Schnelligkeit (einer ansteigenden, nach oben convexen Wärmecurve entsprechend) einströmt, während die Mantelfläche F_3 bei dieser 0,2 Füllung überhaupt nur dicht an den Enden mit einströmendem Dampf während kurzer Zeit in Berührung kommt. Man kann schliessen, dass, während durch Heizung der Cylinderdeckel vorzugsweise der Abkühlungsverlust, nämlich der von Abkühlung herrührende Mehrverbrauch an Dampf verkleinert wird, das Heizen des Mantels wenigstens bei kleinen Füllungen weniger den Dampfverbrauch verkleinert, als vielmehr die zu gewinnende Expansionsarbeit vergrössert.

§. 116. Prüfung der Annahmen.

Von den unter 1. bis 4. in §. 113 erwähnten Annahmen, welche den vorhergehenden Entwicklungen zugrunde liegen, ist

1) die Annahme, dass die Wärmeleitung der Cylinderwand von ihrer Temperatur unabhängig sei, ohne Zweifel nicht ganz zutreffend, wenn auch gerade für Gusseisen betreffende Experimentalbestimmungen nicht vorliegen. Wie aber Kirsch in seiner erwähnten Schrift unter Verweisung auf die Quellen anführt, fanden Kirchhoff und Hansemann für Bessemerstahl mit 0,519% Kohlenstoff und 0,343% Silicium:

$$k = 11{,}48 - 0{,}019\,(\tau - 15),$$

für Puddelstahl mit 0,254% Kohlenstoff und 0,077% Silicium:

$$k = 16{,}37 - 0{,}027\,(\tau - 15),$$

für Eisen (Schmiedeeisen) mit 0,129% Kohlenstoff und 0,08% Silicium:

$$k = 16{,}94 - 0{,}034\,(\tau - 15),$$

das Mass der Temperaturleitungsfähigkeit k folglich für je 1^0 Temperaturzunahme abnehmend um bezw.

$$\Delta k = 0{,}019 \qquad 0{,}027 \qquad 0{,}034.$$

Für Eisen ohne nähere Bezeichnung (vermuthlich Schmiedeeisen) fand ferner:

Weber bei $\tau = 39^0$: $k = 17{,}01$

Angström bei $\tau = 50^0$: $k = 18{,}38$

Lorenz: $k = 17{,}91$.

Wenn auch die Gesetzmässigkeit der Aenderung von k mit τ zuverlässiger, insbesondere für Gusseisen bekannt wäre, müsste man sich doch damit begnügen, einen constanten Mittelwerth von k, entsprechend einer mittleren hier vorkommenden Temperatur, in die Rechnung einzuführen. Würde letztere etwa $= 115^0$ angenommen, und bezüglich der Bestimmungen von Weber und von Angström die Abnahme von k für 1^0 Temperaturzunahme $= 0{,}03$ vorausgesetzt, so wären gemäss den ersteren 5 Bestimmungen, bei welchen eine Temperatur überhaupt angegeben ist, die $\tau = 115$ entsprechenden Werthe von

$$k = 9{,}6 \qquad 13{,}7 \qquad 13{,}5 \qquad 14{,}7 \qquad 16{,}4.$$

Der Durchschnitt für Stahl und Schmiedeeisen wäre $k = 13{,}6$ oder mit Rücksicht zugleich auf die Bestimmung von Lorenz in runder Zahl ungefähr:

$$k = 15.$$

Vorbehaltlich späterer Berichtigung durch neue Versuche wird eine solche Zahl vorläufig auch als Mittelwerth von k für Gusseisen unter den hier in Betracht kommenden Umständen anzunehmen sein.

Der Wärmeleitungscoefficient λ hat zu k ein constantes Verhältniss, indem nach (2), §. 113

$$\lambda = c\gamma k$$

ist, unter c die specifische Wärme des Gusseisens und unter γ Kgr. das Gewicht von 1 Cubikdecimeter desselben, nämlich das Gewicht einer Schicht von 1 Quadratmeter Fläche und 1 Millimeter Dicke verstanden. Mit den ungefähr zutreffenden Annahmen $c = 0{,}12$ und $\gamma = 7{,}5$ ergiebt sich:

$$\lambda = 0{,}12 \,.\, 7{,}5\, k = 0{,}9 \,.\, 15 = 13{,}5.$$

2) Es wurde ferner angenommen, das beim Eintritt von Wärme in die Wand an derselben gebildete Condensationswasser bleibe an ihr haften, bis es durch die austretende Wärme wieder verdampft wird, während es auch der Fall sein könnte, dass jenes Wasser an den verticalen oder gegen den Horizont geneigten Wandtheilen schnell genug herabrinnt, um dieselben schon vor beendigtem Wärmeaustritt entgegen der Annahme trocken werden, die Temperatur der innersten Wandschicht somit erheblich über die Dampftemperatur sich erheben zu lassen, wobei das abwärts geflossene Wasser grösstentheils als solches vom ausströmenden Dampfe ausgeblasen würde. Um hierüber ein Urtheil zu gewinnen, kommt insbesondere die ungefähre Dicke der Wasserschicht in Betracht, um deren Haften an der Wand es sich handelt. Nun wurde bei dem im vorigen Paragraph angeführten Beispiel einer Condensationsmaschine mit 0,2 Füllung und 5 Atm. Einströmungsspannung für die Flächen vom Deckeltypus eine periodische Ein- und Ausströmung von Wärme im Betrage von $Q = 109$ Cal. pro Quadratmeter gefunden, freilich mit $\lambda = 16$, $k = 18$. Werden gemäss obigen Erwägungen λ und k in demselben Verhältnisse 15 : 18 verkleinert, so wird gemäss (16), §. 113, jedes S_n und dann gemäss (17) daselbst auch Q im Verhältniss

$$\sqrt{\frac{15}{18}} = \sqrt{\frac{5}{6}} = 0{,}913$$

kleiner, wird also Q reducirt auf

$$0{,}913 \,.\, 109 = 99{,}5 \text{ Cal.}$$

Diese Wärmeeinströmung in die Wand findet fast nur während der Dampfeinströmung in den Cylinder statt, also bei der Dampfspannung von 5 Atm. entsprechend einer specifischen Condensationswärme = 499 Cal., so dass auf einem Quadratmeter dieser Wandfläche

$$\frac{99,5}{499} = 0,2 \text{ Kgr.} = 0,2 \text{ Liter}$$

Dampf condensirt würden, entsprechend einer Wasserschicht von 0,2 Millimeter Dicke. Nun waren bei jenem Beispiele 100 Umdrehungen in der Minute vorausgesetzt, so dass eine Umdrehung 0,6 Sek. dauert, und wenn auch die Ausströmung der Wärme erheblich langsamer stattfindet, als die Einströmung, fast 0,5 Sek. in Anspruch nimmt, so findet doch das Maximum des Wasserbeschlags nur augenblicklich statt. Ungefähr würde also die Frage darauf hinaus kommen, ob die fast vollständige Haftung einer Wasserschicht von etwa 0,1 Millim. Dicke etwa eine halbe Sekunde lang selbst an den verticalen oder stark geneigten Wandstellen zu erwarten ist? Mag das auch wohl denkbar sein, so wird doch bei langsam gehenden Maschinen die Sache zweifelhafter; bei nur 50 Umdrehungen, aber übrigens im Falle des Beispiels, müsste eine Schicht von ungefähr 0,14 Millim. Dicke etwa eine Sekunde lang haften u. s. f.

Unmittelbar wird diese Frage kaum durch Versuche zuverlässig zu entscheiden sein, eher mittelbar durch Vergleichung der Erfahrungen in Betreff des Dampfverbrauchs von Maschinen ohne Dampfmantel mit den Rechnungsergebnissen auf Grund der in Rede stehenden Annahme, nachdem die übrigen Unsicherheiten mehr geklärt sein werden, als es zur Zeit der Fall ist.

3) Unter der Voraussetzung, dass die vorbesprochene Annahme zutrifft. ein Wasserbeschlag der Wand somit stets vorhanden ist, wurde im §. 113 weiter angenommen, dass der Wärmeübergang vom Dampf zur Wand und umgekehrt ohne Widerstand stattfindet, dass somit die innere Oberflächentemperatur der letzteren der Dampftemperatur stets gleich zu setzen ist. Streng genommen wird hier ein zweifacher Widerstand vorhanden sein, ein Leitungswiderstand der Wasserschicht und ein Uebergangswiderstand zwischen ihr und der Wand, und muss dann die Oberflächentemperatur der letzteren infolge beider Ursachen bei der Wärmeeinströmung um Endliches kleiner, bei der Wärmeausströmung um Endliches grösser sein, als die Dampftemperatur, wenn diese auch mit derjenigen der Wasserschicht an der beiderseitigen Berührungsfläche als identisch zu betrachten ist. Indem das Wasser die Wärme etwa 18 mal so schlecht leitet, als Eisen, entspräche einer Wasserschicht von 0,1 Millim. eine Eisenschicht von 1,8 Millim. Dicke. Indem man sich auch den Uebergangswiderstand zwischen Wasser und Eisen durch den äquivalenten Leitungswiderstand einer Eisenschicht ersetzt denkt, wäre dem ganzen in

Rede stehenden Widerstande durch eine Vergrösserung der Wanddicke nach innen um $z > 1{,}8$ Millim. Rechnung zu tragen; mit

$$\zeta = z\sqrt{\frac{\pi u}{60 k}} \text{ gemäss (5), §. 113,}$$

als zu z gehöriger relativer Tiefe fände man die zwischen Dampf und Wand ausgetauschte Wärme Q nach einer Bemerkung zu Ende von §. 113 dadurch, dass in Gl. (17) daselbst S_n mit $e^{-\zeta\sqrt{n}}$ multiplicirt und $\zeta\sqrt{n}$ von nu subtrahirt wird. Die betreffende Wärmecurve erführe dadurch eine Verkleinerung der Veränderlichkeit ihrer Ordinaten, sowie im Ganzen eine Verschiebung längs der Abscissenaxe.

Mit Rücksicht auf die Kleinheit der durchschnittlichen Dicke des Wasserbeschlags, sowie des Widerstandes gegen den Wärmeaustausch zwischen Wasser und Eisen gemäss sonstigen Erfahrungen lässt sich übrigens annehmen, dass durch die hier besprochene frühere Annahme die ausgetauschte Wärme Q nur unerheblich zu gross gesetzt wird.

4) Damit die Uebertragung der im Vorhergehenden entwickelten Gesetze auf Dampfmaschinencylinder zulässig sei, muss wesentlich die Annahme zutreffen, dass die Wand hinlänglich dick sei, um ihre periodischen Temperaturschwankungen sich nicht bis zur äusseren Oberfläche erstrecken zu lassen, oder wenigstens nur in einem zu vernachlässigenden Betrage. Zur Prüfung dieser Annahme werde der einfache, grosser Erstreckungsweite der Temperaturschwankungen aber ohne Zweifel günstige ideale Fall einer Maschine ohne Expansion und Compression, ohne Vorein- und Vorausströmung zu Grunde gelegt, so dass die hier hauptsächlich in Betracht kommenden Deckelflächen während der aufeinander folgenden einfachen Hübe abwechselnd entweder nur mit einströmendem Dampf von der Temperatur τ_1 oder nur mit ausströmendem Dampf von der kleineren Temperatur τ_2 in Berührung kommen. Bei $s = 0{,}75$ Mtr. Hub und $c = 2{,}5$ Sekundenmtr. mittlerer Kolbengeschwindigkeit ist die Umdrehungszahl

$$u = \frac{60 c}{2 s} = 100,$$

und bei einem Durchmesser des Cylinders von ungefähr 0,4 Mtr., sowie beim Betriebe mit hochgespanntem Dampf, würde die Wandstärke wenigstens etwa $x = 25$ Millim. gemacht werden, entsprechend mit $k = 15$ gemäss §. 113, Gl. (5) der relativen Wanddicke:

$$\xi = 25\sqrt{\frac{\pi \cdot 100}{60 \cdot 15}} = 14{,}8.$$

Für diesen Fall können nun die Coefficienten A_0, A_n, B_n leicht unmittelbar nach §. 113, Gl. (14) bestimmt werden. Es ist danach nämlich:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\left(\int_0^\pi \tau_1\, d\alpha + \int_\pi^{2\pi} \tau_2\, d\alpha\right) = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

$$A_n = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\tau_1}{n}(\sin n\alpha)_0^\pi + \frac{\tau_2}{n}(\sin n\alpha)_\pi^{2\pi}\right] = 0 \quad \ldots\ldots (1)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\tau_1}{n}(\cos n\alpha)_\pi^0 + \frac{\tau_2}{n}(\cos n\alpha)_{2\pi}^\pi\right]$$

oder wegen

$$\cos(n\,.\,0) = \cos(n\,.\,2\pi) = 1, \qquad \cos n\pi = \mp 1,$$

wobei das obere oder das untere Vorzeichen gilt, jenachdem n eine ungerade oder eine gerade Zahl ist,

$$B_n = \frac{1}{\pi}\left[\frac{\tau_1}{n}(1 \pm 1) + \frac{\tau_2}{n}(\mp 1 - 1)\right.$$

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{2}{n\pi}(\tau_1 - \tau_2) \text{ für } n = 1,\ 3,\ 5\ \ldots \\ &= 0 \text{ für } n = 2,\ 4,\ 6\ \ldots \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots (2).$$

Gemäss Gl. (11), §. 113, ergiebt sich somit:

$$\tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2} + \frac{2}{\pi}(\tau_1 - \tau_2)\Sigma\frac{1}{n}e^{-\xi\sqrt{n}}\sin(n\alpha - \xi\sqrt{n}) \quad \ldots (3),$$

wobei die Summanden der Summe Σ mit $n = 1,\ 3,\ 5\ \ldots$ zu bilden sind.*

Das erste Glied auf der rechten Seite von Gl. (3) ist die Mitteltemperatur der Wand, das zweite Glied die periodische Abweichung von derselben. Ist τ' das Maximum, τ'' das Minimum von τ in der relativen Tiefe ξ, so sind τ' und τ'' um höchtens

$$\frac{2}{\pi}(\tau_1 - \tau_2)\Sigma\frac{1}{n}e^{-\xi\sqrt{n}}$$

---

* Für $\xi = 0$ ist $\tau = \tau_1$ oder $\tau = \tau_2$, jenachdem
α zwischen 0 und π, 2π und 3π ...
oder zwischen π und 2π, 3π und 4π ...
liegt. Aus (3) ergiebt sich also die unendliche Reihe:

$$\sin\alpha + \frac{\sin 3\alpha}{3} + \frac{\sin 5\alpha}{5} + \ldots = \pm\frac{\pi}{4}$$

und zwar $= +\frac{\pi}{4}$ oder $= -\frac{\pi}{4}$, jenachdem
$\alpha = 0$ bis π, 2π bis 3π ...
oder $= \pi$ bis 2π, 3π bis 4π ...
ist, wie auch anderweitig nachgewiesen werden kann.

bezw. grösser oder kleiner, als die Mitteltemperatur, nämlich um weniger, als den Absolutwerth, welchen das zweite Glied auf der rechten Seite von (3) dann haben würde, wenn, was thatsächlich nicht der Fall ist, in allen Summanden von Σ gleichzeitig (für denselben Werth von α)

$$\sin\left(n\alpha - \xi\sqrt{n}\right) = 1 \text{ oder } = -1$$

wäre. Somit ist

$$\frac{\tau' - \tau''}{\tau_1 - \tau_2} < \frac{4}{\pi}\Sigma\frac{1}{n}e^{-\xi\sqrt{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$< \frac{4}{\pi}\Sigma\, num\left[lg = -\left(lg\, n + m\,\xi\sqrt{n}\right)\right] \quad \ldots\ldots (5),$$

unter lg einen Brigg'schen Logarithmus und unter

$$m = 0{,}434294$$

das Verhältniss desselben zu dem betreffenden natürlichen Logarithmus verstanden.

Nach (5) findet man z. B. für

$$\xi = 5 \qquad\qquad \xi = 10$$

$$\frac{\tau' - \tau''}{\tau_1 - \tau_2} < 0{,}008657 \text{ bezw. } < 0{,}000058,$$

wobei zur Berechnung mit solcher Annäherung für $\xi = 5$ nur die Glieder mit $n = 1, 3, 5$ nöthig waren, für $\xi = 10$ das erste Glied mit $n = 1$ ausreichte. Bei halb so grosser Umdrehungszahl wäre die relative Wanddicke unter sonst gleichen Umständen $= 10{,}5$ und würde auch in diesem Falle die Temperaturschwankung an der Aussenfläche weniger, als 0,000058 derjenigen an der Innenfläche betragen. Die in Rede stehende Annahme erweist sich somit als durchaus zulässig. —

Zu weiterer Prüfung der Gesammtheit von Voraussetzungen mögen hier noch an zwei Beispielen die Ergebnisse der theoretischen Entwicklung mit den Erfahrungen in Betreff des als Mehrverbrauch von Dampf verstandenen stündlichen Abkühlungsverlustes B verglichen werden, indem dabei als Ausdruck solcher Erfahrungen für Eincylindermaschinen die Hrabák'sche empirische Formel (3), §. 112, angesehen wird. Nun war z. B. von Kirsch für eine Eincylindermaschine von $e_1 = 0{,}2$ Füllung und $m = 0{,}05$ schädlichem Raum bei $u = 100$ Umdrehungen, $p_1 = 5$ Atm. Einströmungs- und $p_2 = 0{,}21$ Atm. Ausströmungsspannung mit $\lambda = 16$ und $k = 18$ (§. 115) die pro Quadratmeter Deckelfläche und pro Umdrehung ausgetauschte Wärme $= 109$ Cal. bestimmt worden, welche aber in §. 116 unter 2) mit $k = 15$ und $\lambda = 0{,}9\,k$ auf

99,5 Cal. reducirt wurde. Gemäss den Zeichnungen von **Kirsch** treten 92% dieser Wärme

$$= 0,92 \,.\, 99,5 = 91,5 \text{ Cal.}$$

während der zwei Dampfeinströmungsperioden einer Umdrehung in die Wand pro Quadratmeter ein, und sind es auch fast nur diese Flächen F_1 vom Typus: Deckel, welche mit einströmendem Dampfe in Berührung kommen. Entsprechend der specifischen Condensationswärme = 499 Cal. werden also bei jeder Umdrehung

$$\frac{91,5}{499} = 0,183 \text{ Kgr.}$$

des einströmenden Dampfes condensirt. Wird nun die Cylinderweite $d = 0,4$ Mtr., also der Querschnitt:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,1257 \text{ Quadratmtr.}$$

angenommen, und nach §. 115:

$$F_1 = 12\, F = 1,508 \text{ Quadratmtr.,}$$

so ergiebt sich der stündliche Abkühlungverlust:

$$B = 60 \,.\, 100 \,.\, 1,508 \,.\, 0,183 = 1655 \text{ Kgr.}$$

Nach §. 112, Gl. (3) ist dagegen mit $s = 0,75$ Mtr. und $\beta = 400$:

$$B = 400 \,.\, 0,25 \,.\, 0,4\,(0,4 + 0,75) \,.\, 4,79 = 220,4 = \frac{1655}{7,5}.$$

Dieser erhebliche Unterschied dürfte weder durch die wohl reichliche Annahme von F_1 nach **Kirsch** und durch die Unsicherheit der **Hrabák**'schen Formel, noch durch zu gross angenommene Coefficienten λ, k und durch Vernachlässigung eines Wärmeübergangswiderstandes vom Dampf zur Wand genügend erklärt werden können, hauptsächlich vielmehr die Annahme unter 2) als wahrscheinlich unzutreffend erscheinen lassen.

Als weiteres Beispiel werde, wie oben unter 4), eine Maschine ohne Expansion und Compression, ohne Vorein- und Vorausströmung vorausgesetzt, mit den Cylinderdimensionen $d = 0,4$ Mtr., $s = 0,75$ Mtr., $m = 0,05$ und mit $u = 100$ hier bei Dampfspannungen $p_1 = 7$ Atm. und $p_2 = 1,2$ Atm., also $\tau_1 = 165,3^0$ und $\tau_2 = 105,2^0$. Aus obigen Gleichungen (1) und (2) und aus Gl. (15), §. 113, folgt:

$$C_n = 0 \quad \text{für} \quad n = 2,\ 4,\ 6 \ldots$$

$$C_n = \frac{2}{n\pi}(\tau_1 - \tau_2) \quad \text{und} \quad \delta_n = \frac{\pi}{2} \quad \text{für} \quad n = 1,\ 3,\ 5 \ldots$$

und dann aus Gl. (16), §. 113:

$$S_n = 0 \quad \text{für} \quad n = 2,\ 4,\ 6\ \ldots$$

$$S_n = \frac{2}{\pi}\lambda\sqrt{\frac{30}{\pi k}}\,\frac{\tau_1 - \tau_2}{n\sqrt{n}} \quad \text{für} \quad n = 1,\ 3,\ 5\ \ldots$$

Nach Gl. (17), §. 113, ist endlich:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + \frac{2}{\pi}\lambda\sqrt{\frac{30}{\pi k}}(\tau_1 - \tau_2)\sum\frac{1}{n\sqrt{n}}\sin\left(n\alpha - \frac{\pi}{4}\right)\ \ldots\ (6)$$

mit $n = 1, 3, 5 \ldots$, woraus sich zwischen den Grenzen $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi$ für die bei der Dampfeinströmung an 1 Quadratm. Wandung übergehende Wärme der Ausdruck ergiebt:

$$Q\sqrt{u} = \frac{2}{\pi}\lambda\sqrt{\frac{30}{\pi k}}(\tau_1 - \tau_2)\sum\frac{1}{n\sqrt{n}}\left[\sin\left(n\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

oder, wegen

$$\sin\left(n\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

für ungerade n,

$$Q\sqrt{u} = \frac{2}{\pi}\lambda\sqrt{\frac{60}{\pi k}}(\tau_1 - \tau_2)\sum\frac{1}{n\sqrt{n}}\ \ldots\ldots\ldots\ (7).$$

Die Berechnung der Summe

$$1 + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{7}} + \ldots$$

erfordert trotz zulässiger Vereinfachungen die Berücksichtigung einer grossen Zahl von Gliedern und wird nahe $= 1{,}673$ gefunden. Aus (7) folgt dann mit $k = 15$, $\lambda = 13{,}5$ und mit den oben angegebenen Werthen von u, τ_1 und τ_2:

$$Q = 97{,}5 \text{ Cal.}$$

und die bei jeder Umdrehung an 1 Quadratmeter Wandfläche condensirte Dampfmenge

$$= \frac{97{,}5}{490} \text{ nahe} = 0{,}2 \text{ Kgr.},$$

entsprechend der Verdampfungswärme = 490 Cal. für Dampf von 7 Atm. Spannung. Mit

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0{,}1257$$

ist nun hier gemäss §. 115 die ganze Abkühlungsfläche ungefähr

$$= 20\,F, \text{ etwa} = 2{,}5 \text{ Quadratm.}$$

zu setzen, so dass sich der als Mehrverbrauch von Dampf gerechnete stündliche Abkühlungsverlust der Maschine ergeben würde:

$$B = 60 \,.\, 100 \,.\, 2{,}5 \,.\, 0{,}2 = 3000 \text{ Kgr.},$$

wogegen nach §. 112, Gl. (3) mit $\beta = 400$:

$$B = 400 \,.\, 1{,}05 \,.\, 0{,}4 \,.\, 1{,}15 \,.\, 5{,}8 = 1120 = \frac{3000}{2{,}7}$$

wäre. Dass der Unterschied beider Werthe von B in diesem Falle viel kleiner ist, rührt grossentheils ohne Zweifel daher, dass die Hrabák'sche empirische Formel für B vorwiegend kleineren Füllungen angepasst ist: dass ihr Coefficient β nur zwischen engeren Grenzen von e_1 nahe gleich gross zu wählen ist, kann schon daraus geschlossen werden, dass die Flächen vom Deckeltypus, welche den Abkühlungsverlust B vorzugsweise verursachen, bei allen Füllungen dieselben sind, und dass somit B kaum proportional $e_1 + m$ gesetzt werden kann.

§. 117. Einfluss von Krümmungen der Abkühlungsflächen, sowie von Wärmeströmungen längs denselben.

Die unter 5. und 6. im §. 113 erwähnten Abstractionen, die den bisherigen Entwicklungen zugrunde lagen, beziehen sich theils auf die thatsächliche Krümmung besonders des Dampfcylinders und der Kolbenstange, theils auf Wärmeströmungen, welche nicht in normaler Richtung zu den betreffenden Abkühlungsflächen, z. B. im Sinne der Mantelfläche stattfinden wegen Verschiedenheit der radialen Wärmeströmung in den verschiedenen Ringelementen des Cylinders (§. 115). Es fragt sich, ob und unter welchen Bedingungen die bisherige Vernachlässigung dieser Umstände zulässig war, ev. wie mit Rücksicht auf dieselben die Untersuchung zu corrigiren wäre.

1) Die Krümmung einer Fläche F beeinflusst die in normaler Richtung durch dieselbe stattfindende Wärmeströmung insofern, als die im unendlich kleinen Abstande dx mit F parallele und von demselben, wenn auch veränderlichen Wärmestrome zu durchsetzende Fläche F' grösser oder kleiner, als F ist, jenachdem die Wärmebewegung im Sinne FF' von der concaven zur convexen Seite oder umgekehrt stattfindet. Sind r_1 und r_2 die Hauptkrümmungshalbmesser im Punkte P von F, ist $PP' = dx$ das Element der Normalen bis zu ihrem Schnittpunkte P' mit F', wird ferner in der Berührungsebene von F im Punkte P um diesen als Mittelpunkt ein unendlich kleiner Kreis von der Flächengrösse f beschrieben und eine zu F stets normale Gerade um den Umfang des Kreises herumgeführt, so wird die dadurch erzeugte conoidische geradlinige Fläche C, innerhalb

welcher die Wärmeströmung normal zu F stattfinde, von der Ebene, welche F' in P' berührt, in einer Ellipse von der Flächengrösse f' geschnitten, deren Hauptaxen zum Durchmesser des Kreises $= f$ die Verhältnisse

$$1 \pm \frac{dx}{r_1} \text{ und } 1 \pm \frac{dx}{r_2}$$

haben, wobei, falls die Mittelpunkte der Hauptkrümmungen von F auf derselben Seite dieser Fläche liegen, die oberen oder unteren Zeichen gelten, jenachdem die Wärmeströmung im Sinne PP' von der concaven zur convexen Seite oder umgekehrt stattfindet. Indem dann

$$\frac{f'}{f} = \left(1 \pm \frac{dx}{r_1}\right)\left(1 \pm \frac{dx}{r_2}\right) = 1 \pm \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) dx$$

ist, erfolgt die normale Wärmeströmung durch F bei P unter sonst gleichen Umständen ebenso, wie durch eine Kugelfläche vom Halbmesser r, wenn

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

ist. Die Untersuchung darf sich deshalb beschränken auf die radiale Wärmebewegung in einer Hohlkugel, welche an der Innenfläche, oder in einer Vollkugel, welche an der Aussenfläche einer gegebenen periodischen Temperaturschwankung unterworfen ist, wobei mit Rücksicht auf die Ergebnisse der Prüfung unter 4) im vorigen Paragraph die Wanddicke der Hohlkugel als unbegrenzt gross vorausgesetzt werden darf.

Die Fundamentalgleichung für solche Wärmebewegung ergiebt sich durch eine einfache Betrachtung, welche derjenigen analog ist, die in §. 113 zu der Gleichung (3) führte. Sind τ und $\tau + d\tau$ die augenblicklichen Temperaturen in zwei concentrischen Flächen der Kugel, bezw. Hohlkugel, deren Halbmesser $= x$ und $= x + dx$ Millim. sind, und welche von einem Kegel, dessen Spitze im Kugelmittelpunkte liegt, bezw. in den Flächen $F = 1$ und $F' = 1 + 2\,\frac{dx}{x}$ Quadratm. geschnitten werden, so ist die Wärmemenge, welche infolge des Temperaturgefälles $\frac{\partial \tau}{\partial x}$ im Sinne von F' gegen F, also radial einwärts in einem Zeitelement dt durch F hindurchströmt, $= \lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$ bei der bisherigen Bedeutung von λ. Die gleichzeitig und in gleicher Richtung durch F' strömende Wärme ist dann hier

46*

$$= \lambda\left(1 + 2\frac{dx}{x}\right)\left(\frac{\partial\tau}{\partial x} + \frac{\partial^2\tau}{\partial x^2}dx\right)dt,$$

und indem durch den Ueberschuss dieser durch F' über jene durch F radial einwärts geleitete Wärme die Temperatur der Körperschicht zwischen beiden Flächen um $\frac{\partial\tau}{\partial t}dt$ erhöht wird, ergiebt sich bei denselben Bedeutungen von c und γ, wie im §. 113, hier die Gleichung:

$$c\gamma dx \cdot \frac{\partial\tau}{\partial t}dt = \lambda\left(1 + 2\frac{dx}{x}\right)\left(\frac{\partial\tau}{\partial x} + \frac{\partial^2\tau}{\partial x^2}dx\right)dt - \lambda\frac{\partial\tau}{\partial x}dt$$

$$= \lambda\left(\frac{\partial^2\tau}{\partial x^2} + \frac{2}{x}\frac{\partial\tau}{\partial x}\right)dx\,dt$$

oder mit der früheren Bezeichnung $k = \frac{\lambda}{c\gamma}$:

$$\frac{\partial\tau}{\partial t} = k\left(\frac{\partial^2\tau}{\partial x^2} + \frac{2}{x}\frac{\partial\tau}{\partial x}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

für $x = \infty$ übergehend in die Gleichung (3), §. 113.

Wenn man statt t und x auch hier den Kurbelwinkel α und die relative Tiefe ξ (hier als relativer Radius zu bezeichnen) einführt gemäss (4) und (5), §. 113:

$$\alpha = \frac{2\pi u}{60}t \quad \text{und} \quad \xi = x\sqrt{\frac{\pi u}{60k}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

so geht Gl. (2) über in:

$$\frac{2\pi u}{60}\frac{\partial\tau}{\partial\alpha} = k\frac{\pi u}{60k}\frac{\partial^2\tau}{\partial\xi^2} + \frac{2k}{\xi}\frac{\pi u}{60k}\frac{\partial\tau}{\partial\xi}$$

$$\frac{\partial\tau}{\partial\alpha} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2\tau}{\partial\xi^2} + \frac{1}{\xi}\frac{\partial\tau}{\partial\xi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

oder auch wegen

$$\frac{\partial(\tau\xi)}{\partial\alpha} = \xi\frac{\partial\tau}{\partial\alpha}$$

$$\frac{\partial(\tau\xi)}{\partial\xi} = \xi\frac{\partial\tau}{\partial\xi} + \tau, \quad \text{also} \quad \frac{\partial^2(\tau\xi)}{\partial\xi^2} = \xi\frac{\partial^2\tau}{\partial\xi^2} + 2\frac{\partial\tau}{\partial\xi}$$

in die der Gleichung (6), §. 113, mit $\tau\xi$ statt τ entsprechende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial(\tau\xi)}{\partial\alpha} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2(\tau\xi)}{\partial\xi^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5).$$

Ihr entspricht analog Gl. (9), §. 113:

$$\tau\xi = \Sigma C_n e^{-\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta_n),$$

unter C_n und δ_n Constante verstanden, wobei aber im Allgemeinen noch ein in Beziehung auf ξ lineares Glied, etwa $B_0 + C_0 \xi$ hinzuzufügen ist. Der Ausdruck von τ als Function von α und ξ, welcher durch Division des Ausdrucks von $\tau\xi$ durch ξ mit Fortlassung des der vorliegenden Aufgabe nicht entsprechenden, weil weder von α und ξ unabhängigen, noch periodischen Gliedes $\frac{B_0}{\xi}$ erhalten wird, kann aber noch durch die Hinzufügung solcher Glieder, welche aus den übrigen durch Vertauschung von ξ mit $-\xi$ bei beliebiger Aenderung der Constanten C_n, δ_n hervorgehen, ergänzt werden, weil die zugrunde liegende Differentialgleichung (4) durch solche Vertauschung nicht geändert wird. Von dem somit sich ergebenden allgemeinen Integral

$$\tau = C_0 + \Sigma \frac{C_n}{\xi} e^{-\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha - \xi\sqrt{n} - \delta_n) - \Sigma' \frac{C'_n}{\xi} e^{\xi\sqrt{n}} \cos(n\alpha + \xi\sqrt{n} - \delta'_n)$$

mögen indessen mit Kirsch nur die Glieder berücksichtigt werden, welche, entsprechend $n = 1$, die grösste Periode $\alpha = 2\pi$ haben und das Aenderungsgesetz von τ vorwiegend bedingen; es sei also:

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi} e^{-\xi} \cos(\alpha - \xi - \delta) - \frac{C'}{\xi} e^{\xi} \cos(\alpha + \xi - \delta') \quad . . . (6),$$

oder auch (mit nur entsprechend geänderten Constanten):

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi} e^{-\xi} \sin(\alpha - \xi - \delta) - \frac{C'}{\xi} e^{\xi} \sin(\alpha + \xi - \delta') \quad . . . (7).$$

Für die Wärmemenge dQ, welche im Zeitelement dt, bezw. während der elementaren Kurbeldrehung $d\alpha$ durch die zum Radius x, bezw. relativen Radius ξ gehörige Fläche $F = 1$ radial **auswärts** hindurchströmt, gilt die Gleichung:

$$dQ = -\lambda \frac{\partial \tau}{\partial x} dt$$

oder mit Rücksicht auf (3):

$$dQ = -\lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi u k}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha = -\frac{q}{\sqrt{u}} \frac{\partial \tau}{\partial \xi} d\alpha \quad . . . . . . (8)$$

mit der Bezeichnung:

$$q = \lambda \sqrt{\frac{30}{2\pi k}} \quad . . . . (9),$$

insbesondere für $k = 15$, $\lambda = 0{,}9\,k$:

$$q = \frac{\lambda}{\sqrt{\pi}} = 7{,}62 \quad . . . . (9a).$$

Dabei ergiebt sich $\frac{\partial \tau}{\partial \xi}$ aus (6) oder (7) als ein Ausdruck, in welchem, wenn insbesondere dQ das Element der durch 1 Quadratmeter der inneren Oberfläche einer Hohlkugel oder äusseren Oberfläche einer Vollkugel vom Radius r strömenden Wärme bedeuten soll,

$$\xi = \varrho = r\sqrt{\frac{\pi u}{60 k}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

= dem betreffenden relativen Radius zu setzen ist, für $k = 15$:

$$\varrho = \frac{r}{30}\sqrt{\pi u} = 0{,}059\, r\sqrt{u} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10a).$$

Indem es sich hier nur um einen Ueberblick über die Art und ungefähre Grösse des Einflusses der Wandkrümmung handelt, werde nun mit Kirsch (in seiner mehrerwähnten Schrift) das Gesetz der Temperaturschwankung an der vom Dampf berührten Oberfläche, nämlich die Gleichung der Temperaturcurve daselbst in der einfachen, von ihm so genannten Normalform:

$$\tau = A_0 + A \sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

angenommen, auf welche die Gleichung $\tau = f(\alpha)$ gebracht werden kann, indem von der ihr zunächst zu gebenden allgemeinen Form (12), §. 113, in welcher die Coefficienten durch Gl. (14) daselbst bestimmt sind, nur die Glieder mit A_0, A_1 und B_1 berücksichtigt werden, dann $A_1 = A \sin\delta$, $B_1 = A\cos\delta$, endlich α statt $\alpha + \delta$ gesetzt, d. h. der Anfangspunkt von α um δ verlegt wird.

a. Im Falle der an ihrer Innenfläche vom Dampf berührten Hohlkugel nimmt die Temperaturschwankung mit wachsenden ξ beständig ab und verschwindet mit $\xi = \infty$. In Gl. (7) muss deshalb $C' = 0$ sein, und damit sie für $\xi = \varrho$ mit Gl. (11) übereinstimme, muss

$$C_0 = A_0 \quad \text{und} \quad \frac{C}{\varrho}.e^{-\varrho}\sin(\alpha - \varrho - \delta) = A\sin\alpha,$$

$$\text{somit} \quad C = A\varrho e^{\varrho} \quad \text{und} \quad \delta = -\varrho$$

sein, wodurch (7) übergeht in:

$$\tau = A_0 + A\frac{\varrho}{\xi}e^{\varrho-\xi}\sin(\alpha - \xi + \varrho) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Daraus folgt:

$$\frac{\partial\tau}{\partial\xi} = -A\frac{\varrho}{\xi}e^{\varrho-\xi}\left[\left(1+\frac{1}{\xi}\right)\sin(\alpha-\xi+\varrho) + \cos(\alpha-\xi+\varrho)\right]$$

und erhält Gl. (8) mit $\xi = \varrho$ die Form:

$$dQ = \frac{q}{\sqrt{u}} A \left[\left(1 + \frac{1}{\varrho}\right) \sin\alpha + \cos\alpha \right] d\alpha.$$

Für die durch 1 Quadratmeter der Innenfläche radial auswärts strömende Wärme Q ergiebt sich also:

$$Q\sqrt{u} = S_0 + qA\left[\sin\alpha - \left(1 + \frac{1}{\varrho}\right)\cos\alpha\right]$$

$$= S_0 + S\sin(\alpha - \varphi) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (13),$$

wenn

$$S\cos\varphi = qA \quad \text{und} \quad S\sin\varphi = qA\left(1 + \frac{1}{\varrho}\right)$$

gesetzt wird, also

$$S = qA\sqrt{1 + \left(1 + \frac{1}{\varrho}\right)^2} \quad \text{und} \quad tg\,\varphi = 1 + \frac{1}{\varrho} \quad \ldots \ldots (14),$$

während der ebenen Wand ($\varrho = \infty$) unter sonst gleichen Umständen

$$S = S' = qA\sqrt{2} \quad \text{und} \quad tg\,\varphi = tg\,\varphi' = 1$$

entspräche. Je kleiner ϱ ist, desto grösser sind also die Schwankungen S der Wärmecurve, und um einen desto grösseren Winkelweg φ bleibt sie hinter der Temperaturcurve (11) zurück.

Von praktischer Bedeutung ist dieser Umstand bezüglich der Krümmung des Cylinders einer Dampfmaschine nicht. Ist ϱ eine grosse Zahl, so kann nämlich

$$\frac{S}{S'} = \sqrt{1 + \frac{1}{\varrho}} = 1 + \frac{1}{2\varrho}$$

gesetzt werden; damit dann

$$S - S' < 0{,}01\,S', \quad \varphi - \varphi' < 34'$$

sei, braucht nur $\varrho > 50$, nach (10a) folglich

$$r > \frac{847}{\sqrt{u}}, \quad \text{z. B. } r > 169 \quad 85 \text{ Millim.}$$

zu sein für $u =$ 25 100.

Dasselbe gilt vom Cylinderdurchmesser $= 2r_1$, der wegen $r_2 = \infty$ nach (1) $= r$ ist.

b. Im Falle der vom Dampf berührten Vollkugel müssen für $\xi = 0$ die dann einzeln unendlich grossen periodischen Glieder in (7) zusammen einen endlichen Werth haben; die dazu nöthige Beziehung zwischen C', δ' und C, δ ergiebt sich daraus, dass für unendlich kleine ξ bei Vernachlässigung unendlich kleiner Grössen höherer Ordnung

$$e^{-\xi} \sin(\alpha - \xi - \delta) = (1 - \xi)[\sin(\alpha - \delta) - \xi \cos(\alpha - \delta)]$$
$$= \sin(\alpha - \delta) - \xi[\sin(\alpha - \delta) + \cos(\alpha - \delta)]$$
$$= \sin(\alpha - \delta) - \xi\sqrt{2}\sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right)$$

ist, Gl. (7) also übergeht in:

$$\left.\begin{aligned} \tau_0 = C_0 &+ \frac{C}{\xi}\sin(\alpha - \delta) - C\sqrt{2}\sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right) \\ &- \frac{C'}{\xi}\sin(\alpha - \delta') - C'\sqrt{2}\sin\left(\alpha - \delta' + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}\right\} \quad . . (15),$$

so dass zum Verschwinden der unendlich grossen Glieder mit $\frac{1}{\xi}$

$$C' = C \text{ und } \delta' = \delta$$

sein muss. Dann ist die Temperatur im Mittelpunkte nach (15):

$$\tau_0 = C_0 - 2C\sqrt{2}\sin\left(\alpha - \delta + \frac{\pi}{4}\right) \quad . . . . (16)$$

und in irgend einer Kugelfläche nach (7):

$$\tau = C_0 + \frac{C}{\xi}[e^{-\xi}\sin(\alpha - \xi - \delta) - e^{\xi}\sin(\alpha + \xi - \delta)] \quad . . (17).$$

Damit letztere Gleichung für $\xi = \varrho$ mit Gl. (11) übereinstimme, muss $C_0 = A_0$ und, wie man ferner leicht findet,

$$\left.\begin{aligned} C\sin\delta &= -A\varrho\sin\varrho\,\frac{e^{\varrho} + e^{-\varrho}}{e^{2\varrho} - 2\cos 2\varrho + e^{-2\varrho}} \\ C\cos\delta &= -A\varrho\cos\varrho\,\frac{e^{\varrho} + e^{-\varrho}}{e^{2\varrho} - 2\cos 2\varrho + e^{-2\varrho}} \end{aligned}\right\} \quad . . . . . (18)$$

sein, wodurch C und δ bestimmt sind. Bezüglich der betreffenden Entwicklung sei hier auf das Werk von Dr. Kirsch verwiesen; ebenso auch bezüglich der durch 1 Quadratmeter der Kugeloberfläche radial einwärts strömenden Wärme, welche durch Integration von (8) nach Umkehrung des Vorzeichens mit $\xi = \varrho$ gefunden wird. Es ergiebt sich:

$$\left.\begin{aligned} Q\sqrt{u} &= S_0 + S\sin(\alpha - \varphi) \\ \text{mit} \begin{cases} S\sin\varphi = qA\left[\dfrac{e^{2\varrho} + 2\sin 2\varrho - e^{-2\varrho}}{e^{2\varrho} - 2\cos 2\varrho + e^{-2\varrho}} - \dfrac{1}{\varrho}\right] \\ S\cos\varphi = qA\,\dfrac{e^{2\varrho} - 2\sin 2\varrho - e^{-2\varrho}}{e^{2\varrho} - 2\cos 2\varrho + e^{-2\varrho}} \end{cases} \end{aligned}\right\} \quad . . . . (19).$$

Wie die von Kirsch ausgerechneten Beispiele erkennen lassen, sind in diesem Falle, je kleiner ϱ, desto kleiner auch die Schwankungen S der Wärmecurve und desto kleiner die Winkelwege φ.

um welche sie hinter der Temperaturcurve (11) zurückbleibt. Sind wieder S' und φ' die Werthe von S und φ für $\varrho = \infty$, so ist $S' - S$ kleiner, $\varphi' - \varphi$ grösser, als bezw. $S - S'$ und $\varphi - \varphi'$ für gleiches ϱ im Falle *a*. Bei einem Durchmesser z. B. der Kolbenstange von

$$2r_1 = r > \frac{847}{\sqrt{u}} \text{ Millim.}$$

wäre $S' - S < 0{,}01\ S'$ und $\varphi' - \varphi < 35'$. Während aber solche Grösse von $2r_1$ als Cylinderweite ungewöhnlich klein ist, wäre sie als Dicke der Kolbenstange ungewöhnlich gross, so dass die Beurtheilung der Wärmebewegung auch in der Kolbenstange nach den für eine ebene Wand entwickelten Regeln und Formeln gewöhnlich S um einige Procente, φ um einige Winkelgrade zu gross ergeben wird. Bei der untergeordneten Bedeutung, welche der Oberfläche der Kolbenstange als einer Abkühlungsfläche zukommt, würde indessen ein solcher Fehler hier selbst dann ohne praktische Bedeutung sein, wenn die Grundlagen der ganzen Untersuchung zuverlässiger wären, als es thatsächlich zur Zeit der Fall ist; wenigstens ist der Fehler wohl nicht grösser, als derjenige, welcher dadurch begangen werden kann, dass die in Rede stehende Stangenfläche, welche gemäss der Unterscheidung von dreierlei Abkühlungsflächen F_1, F_2, F_3 (§. 115) in der Hauptsache zu F_2 gehört, zur Vereinfachung der Untersuchung nach Schätzung theils zu F_1, theils zu F_3 gerechnet wird.

2) **Nicht normal gegen Wandflächen gerichtete Wärmeströmungen** können zunächst durch die rechtwinklig einspringenden Kanten zwischen den Deckel-, Mantel-, Kolben- und Kolbenstangenflächen, sowie zwischen den einzelnen Flächen der Dampfcanäle verursacht werden, weil die solchen hohlen Kantenwinkeln gegenüber liegenden Scheitelräume der Wandung, welche bei durchweg normal zur Wand gerichteter Wärmeströmung von derselben ausgeschlossen sein würden, thatsächlich daran betheiligt sein müssen. Indem man sich vorstellen kann, dass dadurch die Richtung des Wärmestroms so abgelenkt wird, dass sie zwischen zwei Ebenen, welche in kleinen Abständen mit der Kante parallel und zu den in dieser rechtwinklig zusammenstossenden Wandflächen normal sind, stetig von der zur einen in die zur andern Wandfläche normale Richtung übergeht, kann der Einfluss solcher einspringenden Kante ebenso beurtheilt werden, wie gemäss den Erörterungen unter 1) derjenige einer gegen den angrenzenden Dampf hin concaven Wandkrümmung. Für die Wärmeströmung durch die beiden in der Kante zusammenstossenden Wandstreifen je von der Breite b Millim. ist dann das Verhältniss dieser

Fläche = f für eine beliebige Kantenlänge zu der ihr in unendlich kleinem Abstande dx äquidistanten Schnittfläche = f' massgebend, nämlich

$$\frac{f'}{f} = \frac{2b + \frac{\pi}{2}dx}{2b} = 1 + \frac{\pi}{4}\frac{dx}{b}$$

und wenn es = dem entsprechenden Verhältniss bei einer Hohlkugel vom innern Radius r, nämlich auch

$$\frac{f'}{f} = \left(1 + \frac{dx}{r}\right)^2 = 1 + 2\frac{dx}{r}$$

gesetzt wird, so folgt

$$r = \frac{8}{\pi}b, \text{ also } \varrho = \frac{8}{\pi}\beta \;\ldots\ldots\ldots\ldots (20),$$

wenn gemäss (10a)

$$\frac{\varrho}{r} = \frac{\beta}{b} = 0{,}059\sqrt{u} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

gesetzt wird. Nun sind nach (14) die Schwankungen S der Wärmecurve, und sind somit die durch die innere Wandfläche solcher Hohlkugel strömenden Wärmemengen Q grösser, als für eine ebene Wand unter sonst gleichen Umständen, im Verhältnisse

$$\sqrt{\frac{1}{2}\left[1 + \left(1 + \frac{1}{\varrho}\right)^2\right]} = \sqrt{1 + \frac{1}{\varrho}\left(1 + \frac{1}{2\varrho}\right)} = 1 + \frac{1}{2\varrho}\left(1 + \frac{1}{4\varrho}\right) = 1 + \varepsilon$$

bei Vernachlässigung der Glieder von höherer, als der zweiten Potenz, in dem nach Potenzen von $\frac{1}{\varrho}$ entwickelten Ausdrucke. Indem die Temperaturschwankung bei ebenen Wänden schon in einer relativen Tiefe von ungefähr $\xi = 3$ weniger, als 0,01 derjenigen an der Oberfläche zu betragen pflegt (siehe z. B. §. 116 unter 4), wird auch β, dessen Werth hier übrigens nur nebensächlich in Betracht kommt, nahe ebenso gross, etwa = π zu setzen sein. Nach (20) ist dann

$$\varrho = 8, \quad 1 + \frac{1}{4\varrho} = \frac{33}{32}$$

und kann jene verhältnissmässige Vergrösserung von Q für die Kantenstreifen noch einfacher mit Rücksicht zugleich auf (20) und (21):

$$\varepsilon = \frac{32}{64}\frac{1}{\varrho} = \frac{33}{64}\frac{\pi}{8}\frac{1}{\beta} = \frac{0{,}2025}{\beta} = \frac{0{,}2025}{0{,}059\sqrt{u}}\frac{1}{b} = \frac{3{,}43}{b\sqrt{u}}$$

gesetzt werden. Ist dann für je 1 Quadratmeter im Ganzen vorhandener Wandfläche die durchschnittliche Kantenlänge = l Mtr., die Flächengrösse der Kantenstreifen also

$$= \frac{2bl}{1000} \text{ Quadratmtr.},$$

so ergiebt sich die auf die ganze Wandfläche bezogene verhältnissmässige Vergrösserung von Q durchschnittlich

$$= \frac{2bl}{1000}\varepsilon = \frac{2bl}{1000}\,\frac{3{,}43}{b\sqrt{u}} = 0{,}00686\,\frac{l}{\sqrt{u}},$$

also unabhängig von b. Sie ist $< 0{,}01$ und kann ausser Betracht bleiben, wenn

$$l < 1{,}46\sqrt{u} \quad \dots\dots\dots\dots\dots \quad (22)$$

ist, was in der Regel der Fall sein wird. —

Wie schon früher (§. 83) bei der allgemeinen Besprechung der thermischen Wechselwirkung zwischen Dampf und Cylinderwand bemerkt wurde, und wie durch die Untersuchung der radialen Wärmebewegung in verschiedenen Ringelementen dieser Wand (§. 115) auch quantitativ näher bestimmt werden kann, nimmt die mittlere Temperatur der Cylinderwand von beiden Enden gegen die Mitte hin etwas ab, so dass die periodische radiale Wärmeströmung von einer Längsströmung beiderseits gegen die Mitte hin begleitet sein muss. Gemäss der bisherigen Voraussetzung, dass eine Wärmeabgabe nach aussen nicht stattfindet, hat jene Längsströmung eine Zurückführung von Wärme an den Dampf zur Folge; übrigens ergiebt sich dieser Einfluss als so geringfügig, dass auch seine Vernachlässigung mit Rücksicht auf das praktische Bedürfniss und auf die in anderer Hinsicht weit grösseren Unsicherheiten gerechtfertigt ist.

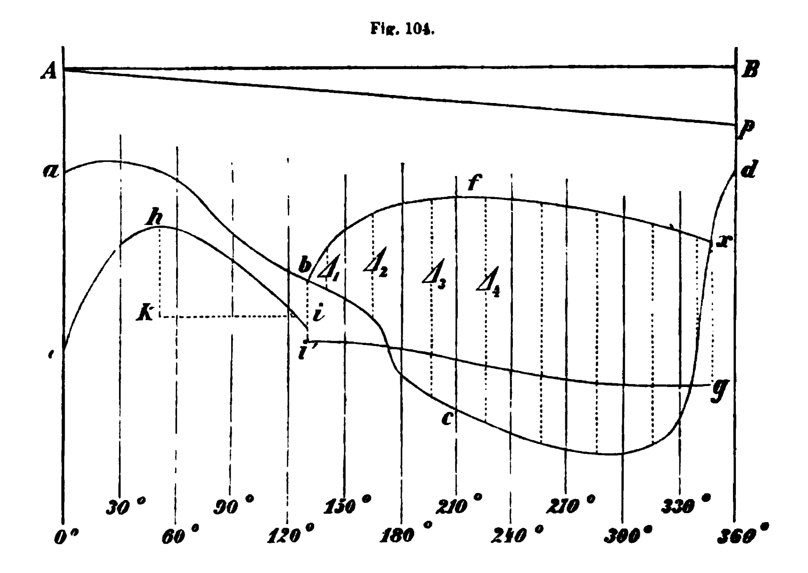
§. 118. Einfluss des Trockenwerdens der Wände.

Die Prüfung der Annahmen, welche den bisherigen Entwicklungen zugrunde liegen (§. 116), hatte besonders das unter 2. im §. 113 vorausgesetzte beständige Feuchtbleiben der inneren Wandflächen als zweifelhaft erscheinen lassen. Ein Trockenwerden der von aussen nicht geheizten Cylinderwand an einer gewissen Stelle, welches nur während des Ausströmens von Wärme aus derselben zum Dampf wegen erfolgter Verdampfung des vorher bei der Einströmung von Wärme auf ihr entstandenen, durch theilweises Niederfliessen schon verminderten Wasserbeschlages stattfinden kann, bewirkt eine Temperaturerhöhung der inneren Wandschichten gewissermassen durch Aufstau der zurückströmenden Wärme, welche aus der trockenen Wand nur infolge eines gewissen Ueberschusses der Temperatur ihrer Innenfläche über die Temperatur des angrenzenden

Dampfes an letzteren übergehen kann; die damit verbundene Erhöhung der mittleren Wandtemperatur wirkt vermindernd zurück auf die folgende Einströmung von Wärme in die Wand. Eine directe Bestimmung der betreffenden Wärmeströmung ist hier praktisch kaum ausführbar; es genügt indessen eine angenäherte Bestimmung durch Probiren, und zwar am einfachsten mittels graphischen Verfahrens.

In Figur 104 seien $A - 0^0$ und $B - 360^0$ zwei parallele Gerade, welche zur Erleichterung des Ausdrucks als vertical bezeichnet seien; ihre Entfernung $= 2\pi$, bezw. $= 360^0$ ist durch parallele Gerade in 12

Fig. 104.



gleiche Theile getheilt, wie sie im Allgemeinen passend sind, um gemäss §. 114 aus der Temperaturcurve für die innere Wandfläche die entsprechende Wärmecurve für dieselbe abzuleiten. Unter der zunächst gemachten Voraussetzung beständigen Feuchtbleibens der Wand, und auf Grund der Annahme 3, §. 113, fällt jene Temperaturcurve $abcxd$ mit derjenigen zusammen, welche das Aenderungsgesetz der Dampftemperatur bei einer Umdrehung darstellt; von der entsprechenden Wärmecurve W ist in Fig. 104 nur ein Stück ehi gezeichnet, dessen Scheitelpunkt h den Kurbelwinkel bestimmt, bei welchem die Wärmebewegung durch die Wandfläche sich umkehrt, die Einströmung von Wärme in Ausströmung übergeht. Ist nun gemäss dem Massstabe für die Ordinaten der Wärmecurve die verticale Strecke hk = dem Producte von $\sqrt{u}$ und derjenigen Wärme, deren

Austritt erfahrungsmässig oder der Annahme zufolge noch eben durch Verdampfung eines Wasserbeschlags vermittelt wird, so könnte das Curvenstück hi den Verlauf des Wärmeaustritts nur bis zu dem Punkte darstellen, in welchem es von der Horizontalen durch k geschnitten wird, ab die Temperaturcurve nur bis zu dem vertical darüber liegenden Punkte; weil aber infolge der erwähnten Rückwirkung der im weiteren Verlauf veränderten Temperaturcurve auf die ganze Wärmecurve ihr Scheitel h herabgedrückt werden wird, so möge vorgreifend die Feuchtigkeit der Wand bis zu einer etwas weiter weg und tiefer liegenden Stelle i als andauernd vorläufig angenommen werden. Die Curve abc gilt dann als Temperaturcurve der inneren Wandfläche bis zu dem vertical über i liegenden Punkte b und erfährt auf dieser Strecke ab keine nachträgliche Aenderung bis auf eine sich vielleicht als nöthig ergebende kleine Verrückung von b.

Von der Stelle b an wird nun aber die Temperaturcurve eine ganz andere; sie steigt mit abnehmender Schnelligkeit an, um vielleicht langsam sich wieder abwärts zu neigen, nachdem die Temperaturdifferenz zwischen Dampf und angrenzender Wandschicht so gross geworden ist, dass auch von der trocknen Wand der dem periodischen Beharrungszustande entsprechende Wärmeübergang zum Dampfe stattfinden kann. Dieses Stück bfx der Temperaturcurve ist vorbehaltlich nachträglicher Prüfung nach Schätzung zu zeichnen, was mit wahrscheinlich um so kleinerem Fehler wird geschehen können, je öfter solche Annahme unter ähnlichen Umständen früher etwa schon gemacht und geprüft wurde; vom Durchschnittspunkte x mit der Temperaturcurve des Dampfes an ist letztere wieder zugleich diejenige der inneren Wandfläche. Die Prüfung der Temperaturcurve $abfxd$ bezüglich des Stücks zwischen b und x hat nun in zweifacher Hinsicht zu geschehen, nämlich in Betreff ihrer Gestalt und der Lage des Abzweigungspunktes b. Letztere ist als passend zu erachten, wenn die aus der Temperaturcurve $abfxd$ gemäss §§. 113, 114 abgeleitete neue Wärmecurve W', von welcher in Fig. 104 das zwischen den Verticalen durch b und durch x enthaltene Stück durch die Curve $i'g$ dargestellt sei, eine solche Höhe ihres Scheitelpunktes h' über dem Punkte i' ergiebt, welche nahe $= hk$ ist; ein kleiner Unterschied ist ohne practische Bedeutung, weil die Annahme der mit $\sqrt{u}$ multiplicirten Wärmemenge $= hk$, welche zur Verdampfung des nicht abwärts geflossenen Condensationswassers nöthig ist, wohl immer ziemlich unsicher bleiben wird.

Die angenommene Gestalt des Curvenstücks bfx kann geprüft werden durch Vergleichung des Stückes $i'g$ der entsprechenden Wärmecurve W' mit der Gesetzmässigkeit des Wärmeaustritts aus der trockenen Wand,

welche erfahrungsgemäss als hinlänglich zutreffend in ähnlichen Fällen anzunehmen ist. Wenn diese austretende Wärme proportional der betreffenden Temperaturdifferenz $\varDelta$ und für 1 Sekunde $= \mu \varDelta$ gesetzt wird, auf 1 Quadratmtr. Wandfläche bezogen, so wäre sie für die Zeit einer Umdrehung

$$= \frac{60}{u} \mu \varDelta,$$

falls der Ueberschuss der Temperatur der inneren Wandfläche über diejenige des Dampfes hierbei beständig $= \varDelta$ bliebe; und wenn diese Wärmemenge, multiplicirt mit $\sqrt{u}$, also die Grösse

$$\frac{60 \mu \varDelta}{\sqrt{u}}$$

in dem für die Ordinaten der Wärmecurve angenommenen Massstabe $= Bp$ in Fig. 104 gemacht, AB horizontal gezogen wird, so müsste Ap die Richtung der Wärmecurve $i'g$ sein an einer Stelle, welcher die augenblickliche Temperaturdifferenz $\varDelta$ entspricht. Werden also die Mittelwerthe dieser Differenzen $\varDelta$, mit Rücksicht auf den zugrunde liegenden Temperaturmassstab = den verticalen Strecken $\varDelta_1, \varDelta_2, \varDelta_3 \ldots$ zwischen bfx und bcx, für die Streifen zwischen den in die Figur eingetragenen betreffenden Verticalen durch Messung bestimmt, und auf der Verticalen $B - 360^0$ von B aus die Strecken

$$\begin{array}{cccc} Bp_1 & Bp_2 & Bp_3 & \ldots \\ = \dfrac{60 \mu \varDelta_1}{\sqrt{u}} & \dfrac{60 \mu \varDelta_2}{\sqrt{u}} & \dfrac{60 \mu \varDelta_3}{\sqrt{u}} & \ldots \end{array}$$

abgetragen, so kann die Wärmecurve von i' aus als angenähertes Polygon gezeichnet werden, indem dessen Seiten jedesmal bis zur nächsten Hülfsverticale der Reihe nach parallel $Ap_1, Ap_2, Ap_3 \ldots$ gezogen werden. Durch die genügende Uebereinstimmung dieses Polygons mit dem betreffenden Stück $i'g$ der vorher gefundenen Wärmecurve wird letztere als hinlänglich zutreffend bestätigt, während anderenfalls leicht ersichtlich ist, in welchem Sinne $\varDelta_1, \varDelta_2, \varDelta_3 \ldots$ durch andere Annahme des Stückes bfx der Temperaturcurve zu ändern sind, um die entsprechend geänderte Wärmecurve in besserer Uebereinstimmung mit dem neu zu zeichnenden Polygon zu finden.

Der Factor μ ist ohne Zweifel theils durch Leitung, theils durch Strahlung der Wärme, durch die wirbelnde Bewegung des mehr oder weniger feuchten Dampfes und durch andere Umstände bedingt, welche bei Versuchen im Laboratorium kaum hinlänglich angenähert hergestellt

werden könnten. Der hier passende, einstweilen ganz unbekannte Werth dieses Coefficienten ist deshalb wohl nur durch Beobachtungen an Dampfmaschinen genügend festzustellen, indem insbesondere die mittlere Temperatur der Cylinderwand zu messen versucht wird, welche von der Temperaturcurve, somit von μ in solcher Weise abhängt, dass daraus umgekehrt unter sonst bekannten Umständen auf μ geschlossen werden kann. Wenn übrigens der in Rede stehende Vorgang durch Herabrinnen von Condensationswasser an den Wänden verursacht wird, so müssen liegende und stehende Dampfcylinder, die einen und andern an verschiedenen Stellen sich verschieden verhalten, worauf bei den fraglichen Temperaturmessungen Rücksicht zu nehmen wäre. Hier konnte einstweilen nur ein praktisches Verfahren zur angenäherten Bestimmung des periodischen Wärmeaustausches durch zeitweilig trocken werdende Wandflächen unter Voraussetzung eines bekannten entsprechenden Werthes von μ besprochen werden.

§. 119. Wärmebewegung in der Wandung eines geheizten Dampfcylinders.

Wenn der Dampfcylinder mit frischem Kesseldampf geheizt ist, dessen Temperatur τ'', wenn auch je nach den Verhältnissen der Dampfzuleitung mehr oder weniger kleiner, als die Temperatur im Kessel, doch etwas grösser sein wird, als die Temperatur des in den Cylinder einströmenden Dampfes, um so mehr also grösser ist, als die Mitteltemperatur τ' der inneren Wandfläche an irgend einer Stelle, so kann die Temperatur der durch Condensation von Dampf stets feuchten äusseren Wandfläche constant $= \tau''$ gesetzt werden. Vermöge des Temperaturgefälles $= \frac{\tau'' - \tau'}{s}$ bei s Millimeter Wanddicke findet dann durch 1 Quadratmtr. Wandfläche eine Wärmeströmung

$$= \lambda \frac{\tau'' - \tau'}{s} \text{ Cal. in 1 Sek.}$$

normal einwärts statt, oder für eine Umdrehung im Betrage von

$$q = \frac{60}{u} \lambda \frac{\tau'' - \tau'}{s} \text{ Cal.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

Während die Mitteltemperatur der Wand des ungeheizten, aber gegen Wärmeverluste nach aussen geschützten Cylinders in jeder Tiefe $= \tau'$ war, bezw. $= A_0$ (§. 113, Gl. 9), ist sie jetzt in verschiedenen relativen Tiefen ξ verschieden, nämlich, wenn σ die relative Wanddicke bedeutet, welche zu s dasselbe Verhältniss hat, wie ξ zu der entsprechenden absoluten Tiefe x (§. 113, Gl. 5),

$$= \tau' + (\tau'' - \tau')\frac{\xi}{\sigma} = A_0 + a\xi \text{ (§. 113)},$$

mit $A_0 = \tau'$ entsprechend:

$$a = \frac{\tau'' - \tau'}{\sigma}.$$

Indem jetzt im Beharrungszustande bei jeder Umdrehung aus 1 Quadratmeter Innenfläche q Cal. mehr austreten, als durch dieselbe eingetreten waren, muss jedenfalls diese Fläche zeitweilig trocken werden, so dass die Untersuchung der Wärmebewegung mit leicht zu übersehenden Aenderungen gemäss den Erörterungen im vorigen Paragraph geschehen kann. Zeichnet man zunächst die Temperaturcurve der inneren Wandfläche für eine Umdrehung identisch mit derjenigen *abcd* (Fig. 104) des im Cylinder auf der betreffenden Kolbenseite befindlichen Dampfes, und bestimmt dazu die Wärmecurve gemäss den §§. 113, 114, also ohne Rücksicht auf den der Heizung entsprechenden Wärmestrom, so ergiebt sich daraus die Wärmecurve W mit Rücksicht auf die Heizung, indem die Ordinaten der Punkte, welche in den mit 30°, 60°, 90° ... 360° bezeichneten Verticalen (Fig. 104) liegen, bezw. verkleinert werden um

$$\frac{1}{12}q\sqrt{u} \quad \frac{2}{12}q\sqrt{u} \quad \frac{3}{12}q\sqrt{u} \quad \dots \quad q\sqrt{u}.$$

Von dieser Wärmecurve W, deren Endpunkt in der Verticale 360° um $q\sqrt{u}$ tiefer liegt, als der Anfangspunkt in der Verticale 0°, sei *ehi* mit dem Scheitelpunkt h ein Stück; mit Rücksicht auf die Wärmemenge $= w$, deren Austritt aus der Wand voraussichtlich durch Verdampfung eines noch vorhandenen Wasserbeschlags vermittelt wird, und in Betreff welcher in Fig. 104 die verticale Strecke $hk = w\sqrt{u}$ gemacht ist, sei nun wieder *bi* nach Schätzung eine Verticale, welche mit Rücksicht auf die entsprechende Aenderung (Verflachung) der Curve W voraussichtlich dem Augenblicke ungefähr entspricht, in welchem die Wand trocken wird und die Temperaturcurve der inneren Wandfläche sich über diejenige des angrenzenden Dampfes erhebt. Wenn dann das Stück *bfx* dieser Temperaturcurve wieder nach Schätzung angenommen und dazu die Wärmecurve ohne Rücksicht auf Heizung bestimmt, ferner aus dieser die neue Wärmecurve W' nach Obigem durch Verkleinerung der Ordinaten um entsprechende Theile von $q\sqrt{u}$ abgeleitet wird, so ist hierbei in Betracht zu ziehen, dass q gemäss obiger Gleichung (1) jetzt kleiner geworden ist, indem τ', früher = dem Mittelwerth der Ordinaten der Curve *abcd*, jetzt als Mittelwerth der Ordinaten der neuen Temperaturcurve *abfxd* sich vergrössert hat.

Die Prüfung der Wärmecurve W' insofern, als das Stück $i'g$ derselben zwischen den Verticalen durch b und durch x der Gesetzmässigkeit des Wärmeaustritts aus der trocknen Wand unter den obwaltenden Umständen genügend entsprechen muss, und dass die Tiefe des Punktes i' unter dem oberen Scheitelpunkte h' nahe $= hk$ sein soll, kann wieder ebenso geschehen, wie es im vorigen Paragraph besprochen wurde; die Ausführung in einem bestimmten Falle scheitert freilich auch hier einstweilen an der Unbekanntschaft mit dem Werthe, welcher dem dort mit μ bezeichneten Coefficienten beizulegen ist.

§. 120. Berechnung des Abkühlungsverlustes auf Grund vereinfachender Annahmen.

Nachdem die Erörterungen in den vorhergehenden Paragraphen gezeigt haben, dass die genauere thermodynamische Bestimmung des Wärmeaustausches zwischen dem Betriebsdampfe einer Dampfmaschine und der Cylinderwandung, somit auch des Abkühlungsverlustes ($= B_1$ pro Hub, bezw. $= B$ pro Stunde, §. 112) in bestimmten Fällen wegen fehlender experimenteller Grundlagen z. Z. nicht ausführbar ist, jedenfalls aber immer sehr weitläufig und zeitraubend sein würde, während andrerseits eine rein empirische Bestimmung (§. 112) mit zu grossen Fehlern verbunden sein kann, dürfte wenigstens einstweilen ein mittleres Verfahren brauchbar sein, durch welches, dem Genauigkeitsgrade der Effectbestimmung ungefähr entsprechend, ein Ausdruck des Abkühlungsverlustes zwar durch mathematische Herleitung, aber auf Grund vereinfachender Annahmen zu bestimmen gesucht wird, vorbehaltlich seiner Controle und Ergänzung durch die praktische Erfahrung.*

Von der vorhergehenden Entwicklung werde das Gesetz (§. 113, Gl. 17) verwerthet, dass die Wärme Q, welche während einer gewissen Kurbeldrehung α in die Wand einströmt, unter sonst gleichen Umständen umgekehrt proportional $\sqrt{u}$ zu setzen ist, also auch, wenn mit z die Zeitdauer der Kurbeldrehung α bezeichnet wird,

$$Q \text{ proportional } \sqrt{z} \text{ oder } dQ \text{ proportional } \frac{dz}{\sqrt{z}}.$$

Wenn dann ausserdem die einströmende Wärme dem Ueberschuss der Dampftemperatur τ_1 über die mittlere Wandtemperatur τ, womit sie

* Siehe den Aufsatz des Verfassers in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1884, S. 293.

natürlich zunimmt, einfach proportional gesetzt wird, so ist die Wärme dQ, welche während eines Zeitelements dt vom einströmenden Dampfe an das Element dW der von ihm berührten Wand abgegeben wird,

$$dQ = \mu (\tau_1 - \tau) \frac{dW}{\sqrt{z}} dt \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

unter μ eine erfahrungsmässige Constante, und unter z die Zeitdauer verstanden, während welcher die Berührung des einströmenden Dampfes mit dem Wandelement dW bis zum betreffenden Augenblicke stattfand. Dass dQ mit zunehmender Berührungsdauer abnehmen muss, ergiebt sich schon aus der allgemeinen Erwägung, dass damit die Temperatur der inneren Wandschichten bei constanter Temperatur τ_1 der innersten Schicht zunimmt, somit das Temperaturgefälle abnimmt.

Um nun den Abkühlungsverlust für einen Hub $= B_1$ Kgr. condensirten Dampfes auf Grund von Gl. (1) vorbehaltlich nachträglicher Besprechung des Abhängigkeitsgesetzes der mittleren Wandtemperatur τ zu bestimmen, mögen bei Voraussetzung des Meters als Längeneinheit die folgenden Buchstabenbezeichnungen benutzt werden:

d Durchmesser des Cylinders,

s Länge des Kolbenhubes,

x irgend ein vom Beginn des Hubes an gerechneter Kolbenweg,

φ in Bogenmass entsprechender Drehungswinkel der Kurbel,

t entsprechende Zeit in Sekunden,

s_1 Füllungshub,

φ_1 entsprechender Werth von φ,

τ_1 Temperatur des Füllungsdampfes,

τ mittlere Temperatur der Cylinderwandung,

c mittlere Kolbengeschwindigkeit,

σ ein Coefficient, welcher ausdrückt, in welchem Verhältniss zu Anfang des Hubes die Berührungsfläche zwischen Dampf und gesammter Cylinderwand grösser ist, als das Doppelte des Cylinderquerschnitts, somit ein Coefficient, welcher gemäss §. 115 durchschnittlich ungefähr $= 2{,}5$ ist. Ausserdem sei

r_1 die der Temperatur τ_1 entsprechende Verdampfungswärme des Wassers,

$F = \frac{1}{4} \pi d^2$ der Cylinderquerschnitt,

$U = \pi d$ der Umfang desselben.

Dann ist nach einem Kolbenwege $x < s_1$ die Summe der Quotienten der vom einströmenden Dampfe berührten Wandflächen durch die Quadrat-

wurzeln der seit dem Hubanfange verflossenen betreffenden Berührungszeiten

$$=\frac{2\sigma F}{\sqrt{t}}+\int_0^x\frac{U\,dx'}{\sqrt{t-t'}},$$

wenn mit x' ein Kolbenweg $< x$, mit φ' und t' die entsprechenden Werthe von φ und t bezeichnet werden, so dass $t-t'$ die Zeit ist, seit welcher im betreffenden Augenblick das im Abstande x' vom Anfange des Hubes befindliche Ringelement der Cylinderwand vom Kolben überstrichen, also vom einströmenden Dampfe berührt wurde. Wegen

$$x=\frac{s}{2}(1-\cos\varphi),\quad \text{also}\quad dx=\frac{s}{2}\sin\varphi\, d\varphi$$

bei Voraussetzung einfacher Sinusbewegung,

$$\frac{\pi}{2}ct=\frac{s}{2}\varphi,\quad \text{also}\quad t=\frac{s}{\pi c}\varphi$$

und wegen analoger Beziehungen zwischen x', φ', t' ist die obige Quotientensumme auch

$$=\frac{2\sigma F}{\sqrt{t}}+U\frac{s}{2}\sqrt{\frac{\pi c}{s}}\int_0^\varphi\frac{\sin\varphi'\,d\varphi'}{\sqrt{\varphi-\varphi'}}$$

$$=\frac{2\sigma F}{\sqrt{t}}+\frac{U}{2}\sqrt{\pi c s}\,.\,\Phi$$

mit der Bezeichnung

$$\Phi=\int_0^\varphi\frac{\sin\varphi'\,d\varphi'}{\sqrt{\varphi-\varphi'}}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(2).$$

Gemäss dem zugrunde gelegten Gesetze (1) ist nun der im Zeitelement dt condensirte Gewichtstheil des Füllungsdampfes:

$$dB_1=\mu\frac{\tau_1-\tau}{r_1}\left(\frac{2\sigma F}{\sqrt{t}}+\frac{U}{2}\sqrt{\pi c s}\,.\,\Phi\right)dt$$

oder mit Rücksicht auf die Beziehung zwischen t und φ:

$$dB_1=\mu\frac{\tau_1-\tau}{r_1}\left(\sqrt{\frac{s}{\pi c}}\frac{2\sigma F}{\sqrt{\varphi}}+\frac{s}{\pi c}\frac{U}{2}\sqrt{\pi c s}\,.\,\Phi\right)d\varphi$$

$$=\mu\frac{\tau_1-\tau}{r_1}\sqrt{\frac{s}{\pi c}}\left(4\,\sigma F\,.\,d\sqrt{\varphi}+\frac{sU}{2}\Phi\, d\varphi\right)$$

oder mit Rücksicht auf die Bedeutungen von F und U:

$$dB_1 = \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} d^2 \sqrt{\frac{\pi s}{c}} \left(\sigma . d \sqrt{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{s}{d} \Phi d\varphi \right).$$

Hieraus ergiebt sich durch Integration für das bei einem einfachen Kolbenhube während der Einströmung condensirte Dampfgewicht der Ausdruck:

$$B_1 = \int_0^{\varphi_1} dB_1 = \mu \frac{\tau_1 - \tau}{r_1} d^2 \sqrt{\frac{\pi s}{c} \varphi_1} \left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1) \right] \ldots\ldots (3)$$

mit

$$f(\varphi_1) = \frac{1}{2\sqrt{\varphi_1}} \int_0^{\varphi_1} \Phi d\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Zur Bestimmung dieser Function $f(\varphi_1)$ ist zuerst das mit Φ bezeichnete Integral (2) zu entwickeln. Setzt man dazu für $\sin \varphi'$ die bekannte Reihe:

$$\sin \varphi' = \varphi' - \frac{\varphi'^3}{3!} + \frac{\varphi'^5}{5!} - \ldots$$

mit den Bezeichnungen

$$3! = 1.2.3, \qquad 5! = 1.2.3.4.5 \text{ u. s. f.}$$

und bezeichnet man ferner das Integral

$$\int_0^{\varphi} \frac{\varphi'^m d\varphi'}{\sqrt{\varphi - \varphi'}} \text{ mit } J_m,$$

so ist

$$\Phi = J_1 - \frac{J_3}{3!} + \frac{J_5}{5!} - \ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Die Integrale J, auf welche somit Φ zurückzuführen ist, haben die Form:

$$\int_0^a \frac{x^m dx}{\sqrt{a - x}}.$$

Es ist aber

$$\int \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}} = -2 \int x^m . d\sqrt{a-x}$$

$$= -2x^m \sqrt{a-x} + 2m \int x^{m-1} dx \sqrt{a-x}$$

$$= -2x^m \sqrt{a-x} + 2ma \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{a-x}} - 2m \int \frac{x^m dx}{\sqrt{a-x}}$$

$$= -\frac{2}{2m+1} x^m \sqrt{a-x} + \frac{2ma}{2m+1} \int \frac{x^{m-1} dx}{\sqrt{a-x}}.$$

Das erste Glied auf der rechten Seite ist $= 0$ für $x = 0$ und für $x = a$; somit ist

$$\int_0^a \frac{x^m\,dx}{\sqrt{a-x}} = \frac{2\,m\,a}{2\,m+1}\int_0^a \frac{x^{m-1}\,dx}{\sqrt{a-x}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

und bei wiederholter Anwendung des in dieser Reductionsformel liegenden Gesetzes:

$$\int_0^a \frac{x^m\,dx}{\sqrt{a-x}} = \frac{2\,m\,a}{2\,m+1}\cdot\frac{2\,(m-1)\,a}{2\,(m-1)+1}\int_0^a \frac{x^{m-2}\,dx}{\sqrt{a-x}},$$

somit auch bei Vertauschung von a mit φ, x mit φ':

$$J_m = \frac{4\,(m-1)\,m}{(2\,m-1)\,(2\,m+1)}\,\varphi^2\,J_{m-2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Hiernach können alle in (5) vorkommenden Integrale J_3, J_5, $J_7 \ldots$ auf das erste J_1 zurückgeführt werden, für welches sich aus (6) ergiebt:

$$J_1 = \frac{2}{3}\,\varphi\int_0^\varphi \frac{d\varphi'}{\sqrt{\varphi-\varphi'}} = \frac{4}{3}\,\varphi\,\sqrt{\varphi}\,.$$

Damit folgt nach einander aus (7):

$$J_3 = \frac{4\,.\,2\,.\,3}{5\,.\,7}\,\varphi^2 J_1 = \frac{4^2.\,3!}{3\,.\,5\,.\,7}\,\varphi^3\sqrt{\varphi}$$

$$J_5 = \frac{4\,.\,4\,.\,5}{9\,.\,11}\,\varphi^2 J_3 = \frac{4^3.\,5!}{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9\,.\,11}\,\varphi^5\sqrt{\varphi} \quad \text{u. s. w.,}$$

damit aus (5):

$$\Phi = \frac{4}{3}\,\varphi\,\sqrt{\varphi} - \frac{4^2}{3\,.\,5\,.\,7}\,\varphi^3\sqrt{\varphi} + \frac{4^3}{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9\,.\,11}\,\varphi^5\sqrt{\varphi} - \ldots$$

$$\int_0^{\varphi_1}\Phi\,d\varphi = \frac{4}{3}\cdot\frac{2}{5}\,\varphi_1^{\,2}\sqrt{\varphi_1} - \frac{4^2}{3.5.7}\cdot\frac{2}{9}\,\varphi_1^{\,4}\sqrt{\varphi_1} + \frac{4^3}{3.5.7.9.11}\cdot\frac{2}{13}\,\varphi_1^{\,6}\sqrt{\varphi_1} - \ldots$$

und endlich gemäss (4):

$$f(\varphi_1) = \frac{(2\,\varphi_1)^2}{3\,.\,5} - \frac{(2\,\varphi_1)^4}{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9} + \frac{(2\,\varphi_1)^6}{3\,.\,5\,.\,7\,.\,9\,.\,11\,.\,13} - \ldots \quad \ldots (8).$$

$$= \frac{2!}{5!}\,(4\,\varphi_1)^2 - \frac{4!}{9!}\,(4\,\varphi_1)^4 + \frac{6!}{13!}\,(4\,\varphi_1)^6 - \ldots \quad \ldots\ldots\ldots (9).$$

Die letzte Form (9) der Reihe, deren Bildungsgesetz ebenso wie das der andern (8) deutlich erkennbar ist, ist für die Berechnung am geschicktesten mit Hülfe einer Tabelle der Fakultäten $n!$, bezw. ihrer Logarithmen.

Nachstehend sind einige Werthe von $f(\varphi_1)$ mit entsprechenden Werthen von φ_1 (in Gradmass und in Bogenmass) und der zugehörigen Füllungsgrade

$$e_1 = \frac{s_1}{s} = \frac{1}{2}(1 - \cos\varphi_1)$$

zusammengestel.

φ_1^0	φ_1	e_1	$f(\varphi_1)$	φ_1^0	φ_1	e_1	$f(\varphi_1)$
30°	0,5236	0,067	0,0715	60°	1,0472	0,250	0,2727
35°	0,6109	0,090	0,0972	65°	1,1345	0,289	0,3161
40°	0,6981	0,117	0,1260	70°	1,2217	0,329	0,3618
45°	0,7854	0,146	0,1582	80°	1,3963	0.413	0,4589
50°	0,8727	0,179	0,1935	90°	1,5708	0,500	0,5617
55°	0,9599	0,213	0,2317				

Die Benutzung von Gl. (3) erfordert noch angemessene Annahmen von μ und der mittleren Wandtemperatur τ, während die übrigen darin vorkommenden Buchstabengrössen ohne weiteres gegeben sind oder, wie insbesondere σ, mit hinlänglicher Annäherung den Umständen des betreffenden Falles angepasst werden können. In Betreff dieser Temperatur τ dürfte die von Werner* aufgestellte empirische Formel:

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{1 + \lambda} \frac{\pi}{\varphi_1 + \pi} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10),$$

in welcher τ_2 die Temperatur des ausströmenden Dampfes bedeutet, so passend sein, wie es bei ihrer Einfachheit überhaupt erwartet werden kann, obschon der Coefficient λ, welcher je nach der Vollkommenheit der Ummantelung zwischen 0 und 1 angenommen werden soll, sehr willkürlich bleibt. Für einen Cylinder ohne Dampfmantel wäre danach mit $\lambda = 0$ bei verschwindend kleiner Füllung ($\varphi_1 = 0$):

$$\tau_1 - \tau = \tau_1 - \tau_2, \text{ also } \tau = \tau_2$$

und bei vollständiger Füllung ($\varphi_1 = \pi$):

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2}, \text{ also } \tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2};$$

für einen vollkommen (einschliesslich Deckel) ummantelten Cylinder mit $\lambda = 1$ bei verschwindend kleiner Füllung ($\varphi_1 = 0$):

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{2}, \text{ also } \tau = \frac{\tau_1 + \tau_2}{2}$$

und bei vollständiger Füllung ($\varphi_1 = \pi$):

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1883, S. 267.

$$\tau_1 - \tau = \frac{\tau_1 - \tau_2}{4}, \quad \text{also} \quad \tau = \frac{3\,\tau_1 + \tau_2}{4}.$$

Uebrigens dürfte auch bei möglichst vollkommener Heizung des Cylinders (einschliesslich Deckel) mit frischem Dampf $\lambda < 1$ anzunehmen sein, bei Heizung mit Ausschluss der Deckel $\lambda < 0,5$ gemäss der Bemerkung zu Ende von §. 115.

Die Coefficienten μ und λ sind zu bestimmen durch Vergleichung von Gl. (3) mit den Ergebnissen von Versuchen mit Dampfmaschinen bei verschiedenen Werthen von d, s, c, φ_1 und bei verschiedenen Arten der Ummantelung des Cylinders. Es lässt sich übrigens erwarten, dass ein ungefähr zutreffender Werth von μ schon gewonnen wird durch Vergleichung jener Gleichung (3) mit der Hrabák'schen empirischen Formel (3), §. 112, bei Voraussetzung einer Maschine mit einem ungeheizten Cylinder ($\lambda = 0$). Es werde z. B. angenommen:

$$e_1 = 0,25 \quad \text{entsprechend} \quad \varphi_1 = 60^0, \quad \text{ferner} \quad c = 3, \quad \sigma = 2,5$$

und dabei 1) für eine Auspuffmaschine:

$$d = 0,5 \qquad s = 1 \qquad p_1 = 6 \quad \text{entsprechend} \quad \tau_1 = 159,2$$
$$p_2 = 1,2 \quad \text{entsprechend} \quad \tau_2 = 105,2$$

2) für eine Maschine mit Condensation:

$$d = 1 \qquad s = 2 \qquad p_1 = 4 \quad \text{entsprechend} \quad \tau_1 = 144$$
$$p_2 = 0,2 \quad \text{entsprechend} \quad \tau_2 = 60,5.$$

Dann folgt aus (10):

$$\tau_1 - \tau = 32,4 \quad \text{und} \quad = 50,1;$$

damit aus (3) mit Rücksicht auf obige Tabelle hinsichtlich $f(\varphi_1)$:

$$B_1 = 0,0523\,\mu \quad \text{und} \quad = 0,451\,\mu \text{ Kgr.},$$

also der stündliche Abkühlungsverlust

$$B = \frac{3600\,c}{s} = 565\,\mu \quad \text{und} \quad = 2435\,\mu \text{ Kgr.},$$

während nach (3) im §. 112 mit $m = 0,05$ und $\beta = 450$

$$B = 486 \text{ bezw.} = 1539 \text{ Kgr.}$$

wäre, entsprechend $\mu = 0,86$ bezw. $= 0,63$. Diese Verschiedenheit der sich ergebenden Werthe von μ ist bei der erheblichen Formverschiedenheit der verglichenen Beziehungen nicht auffallend. Es lässt sich aber wohl erwarten, dass schon mit einem aus noch mehr solchen Vergleichungen abgeleiteten Mittelwerth von μ, wenn ausserdem bei Heizung nur des Cylindermantels etwa $\lambda = 0,2$ bis $0,3$ und bei Heizung auch der Deckel etwa $\lambda = 0,6$ bis $0,8$ gesetzt wird, der Abkühlungsverlust durch die hier

entwickelte halb theoretische Gleichung (3) im Allgemeinen zutreffender, als durch vollkommen empirische Formeln gefunden wird.

Bei Mehrcylindermaschinen sind die Buchstabengrössen in den Gleichungen (3) und (10) auf den Hochdruckcylinder zu beziehen, in welchen der Dampf zuerst einströmt; dasselbe galt bezüglich des Ausdrucks (2), §. 112, für den stündlichen nutzbaren Dampfverbrauch A, nämlich, wenn daselbst F in Quadratmetern ausgedrückt und $= 10000 \frac{\pi}{4} d^2$ gesetzt wird, in der Gleichung:

$$A = 3600 \frac{\pi}{4} d^2 c \left[e_1 + m\left(1 - \frac{p_c}{p_1}\right)\right] \gamma_1 \text{ Kgr.},$$

gemäss welcher A nahe proportional $d^2 c e_1 \gamma_1$ ist. Vergleicht man damit den stündlichen Abkühlungsverlust $= B$ Kgr., nämlich nach (3) und (10):

$$B = \frac{3600 c}{s} B_1 = 3600 \mu \frac{\tau_1 - \tau_2}{(1+\lambda) r_1} \frac{\pi}{\varphi_1 + \pi} d^2 \sqrt{\frac{\pi c}{s} \varphi_1} \left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1)\right],$$

so ergiebt sich der verhältnissmässige Abkühlungsverlust unter gewissen Umständen in Betreff der etwa vorhandenen Heizung des Cylinders, sowie in Betreff des Zustandes des einströmenden Dampfes, also für gegebene Werthe von λ, γ_1 und r_1 angenähert:

$$\frac{B}{A} = C \frac{\tau_1 - \tau_2}{\sqrt{cs}} \frac{\sqrt{\varphi_1}\left[\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1)\right]}{e_1 (\varphi_1 + \pi)} \ldots\ldots\ldots (11),$$

unter C eine Constante verstanden. Der letzte Factor dieses Ausdrucks bringt die Abhängigkeit vom Füllungsgrade (e_1 oder φ_1) zum Ausdruck, sofern bei den gewöhnlich vorkommenden Füllungen $e_1 < 0,5$ ($\varphi_1 < 90^0$) in der Summe

$$\sigma + \frac{s}{d} f(\varphi_1)$$

der erste Bestandtheil σ von hinlänglich überwiegender Grösse ist, um für $\frac{s}{d}$ hier näherungsweise einen Mittelwerth, etwa $= 2$ setzen zu dürfen. Dann findet man z. B. mit $\sigma = 2,5$:

$\dfrac{\sqrt{\frac{\varphi_1}{\pi}}\,[2,5 + 2 f(\varphi_1)]}{e_1\left(\frac{\varphi_1}{\pi} + 1\right)} =$	13,8	7,72	5,27	3,42
für $\varphi_1 =$	30^0	45^0	60^0	90^0
also $\frac{\varphi_1}{\pi} =$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$.

Bei Füllungen $< 0{,}5$ nimmt also der verhältnissmässige Abkühlungsverlust mit wachsender Füllung ab, wie schon besonders wegen des überwiegenden Einflusses der Abkühlungsflächen vom Deckeltypus zu erwarten war. Ausserdem ist er um so kleiner, je grösser unter sonst gleichen Umständen die mittlere Kolbengeschwindigkeit c und die Hublänge s, nämlich nahe umgekehrt proportional $\sqrt{cs}$. Bei Mehrcylindermaschinen ist er endlich kleiner, als bei Eincylindermaschinen, sowohl wegen grösserer Füllung des Hochdruckcylinders, als wegen höherer Temperatur τ_2 des aus demselben ausströmenden Dampfes.

II. Luftmotoren.

§. 121. Einleitende Bemerkungen.

Als Luftmotor wird hier ein Wärmemotor bezeichnet, dessen Arbeitsflüssigkeit (§. 60), wenn auch nicht immer atmosphärische Luft, doch eine solche luftförmige Flüssigkeit ist, welche mit hinlänglicher Annäherung als dem Mariotte'schen und dem Gay-Lussac'schen Gesetze unterworfen betrachtet werden kann, entsprechend der Zustandsgleichung $pv = RT$. Wie gemäss §. 60 Wärmemotoren überhaupt, können insbesondre die Luftmotoren eine offene oder geschlossene Feuerung haben, und im ersten Falle, in welchem die Arbeitsflüssigkeit stets atmosphärische Luft ist, selbst offene oder geschlossene Maschinen sein, während im zweiten Falle die Maschine stets offen ist. Luftmotoren der letzteren Art, bei welchen die Arbeitsflüssigkeit ein Gemisch von gasförmigen Verbrennungsproducten mit überschüssiger atmosphärischer Luft ist, pflegen als Feuerluftmaschinen bezeichnet zu werden.

Im Gegensatz zu Dampfmaschinen, bei welchen der dem Gewinn von Arbeit aus Wärme zugrunde liegende Kreisprocess der Arbeitsflüssigkeit wenig Verschiedenheiten zeigt und dem idealen oder Carnot'schen Processe (§. 61), entsprechend einer aus zwei Isothermen und zwei Adiabaten bestehenden Zustandscurve, stets nahe kommt, ist bei Luftmotoren solcher Kreisprocess von sehr verschiedener Art. Auf die Eigenthümlichkeiten dieser verschiedenen Kreisprocesse und auf ihre Folgen bezüglich der Wärmeausnutzung, sowie auf die Art und beschränkte Vollkommenheit ihrer Verwirklichung durch die Anordnung der Maschine hat sich hier die theoretische Erörterung vorzugsweise zu erstrecken.

Von dem Arbeitsvermögen, welches in einem Brennstoffe chemisch gebunden aufgespeichert ist, und welches durch dessen vollkommene Verbrennung als Wärme frei würde, lässt sich durch einen Wärmemotor stets nur ein geringer Theil als Nutzarbeit gewinnen; das Verhältniss, in welchem es der Fall ist, im §. 62 als bezüglicher wirthschaftlicher Wirkungsgrad η_w bezeichnet, wurde dort als Product von 6 Factoren dargestellt:

$$\eta_w = \eta_1 \eta_2 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)(1 - w)\, \eta_c \eta_i \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1);$$

das Product der 3 letzten dieser Factoren, am angeführten Orte der mechanische Wirkungsgrad genannt, ist das Verhältniss der gewonnenen Nutzarbeit nicht sowohl zu dem in dem aufgewendeten Brennstoffe enthaltenen Arbeitsvermögen, als vielmehr zu der Arbeit, welche durch den idealen Carnot'schen Process gewonnen würde, wenn er ohne Verluste zwischen derselben grössten und kleinsten (absoluten) Temperatur T_1 bezw. T_2 verliefe, wie der wirkliche Kreisprocess in der Maschine. Principiell charakteristisch für einen Wärmemotor in theoretischer Beziehung und deshalb fast allein hier in Betracht kommend sind übrigens nur die Factoren

$$1 - \frac{T_2}{T_1} \text{ und } \eta_c,$$

von welchen der zweite im §. 62 der calorische Wirkungsgrad genannt wurde, während der erste, indem er für den Carnot'schen zwischen den Grenztemperaturen T_1 und T_2 verlaufenden Process das Verhältniss der dabei gewonnenen Arbeit zum Arbeitswerth der mitgetheilten Wärme darstellt, als Wirkungsgrad des Carnot'schen Processes bezeichnet werden kann. Indem η_c das Verhältniss der Arbeit bedeutet, welche dem wirklichen Kreisprocesse entspricht, zu derjenigen, welche bei denselben Grenztemperaturen dem idealen oder Carnot'schen Processe entsprechen würde, ist dann der Wirkungsgrad des wirklichen Kreisprocesses

$$= \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)\eta_c = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2),$$

wenn Q_1 die dabei mitgetheilte, Q_2 die entzogene, also, indem hier umkehrbare Kreisprocesse vorausgesetzt sind, $Q_1 - Q_2$ die in (sogenannte indicirte) Arbeit verwandelte Wärme bedeutet. Von den übrigen Factoren von η_w betreffen η_1 und η_2, die Wirkungsgrade der Feuerung und des Heizcanals, die Verbrennung und die Art der Wärmemittheilung an die Arbeitsflüssigkeit, $1 - w$ den Wärmeverlust durch Leitung, Strahlung und Undichtheiten, η_i als indicirter Wirkungsgrad den Arbeitsverlust durch

Nebenwiderstände, alle somit nicht die Art der Verwandlung von Wärme in Arbeit, den wesentlichsten Vorgang eines Wärmemotors.

Der Wirkungsgrad (2) des Kreisprocesses ist um so grösser, je grösser η_c und T_1 sind, und je kleiner T_2 ist. Der Vergrösserung von η_c durch Annäherung des Kreisprocesses an den idealen Verlauf steht aber der Umstand erschwerend entgegen, dass dann das Verhältniss des grössten zum kleinsten Druck der Arbeitsluft allzu erheblich werden würde, also, indem der kleinste Druck zu genügender Verkleinerung des grössten Volumens und zur Verhinderung des Eindringens äusserer Luft in die Maschine nicht viel kleiner, als der Atmosphärendruck sein darf, oder auch u. U. infolge betreffender Anordnungen nicht kleiner sein kann, dass dann der grösste Druck übermässig gross würde und damit erfahrungsmässig das Entweichen von Arbeitsluft durch die Poren der bis zum Glühen heissen Metallwände. Solche Durchlässigkeit der letzteren für gepresste Gase wächst zugleich mit der Temperatur; hierdurch und durch die beschränkte Widerstandsfähigkeit der für Kolben und Kolbenstangen anzuwendenden Schmiermittel gegen den Einfluss der Hitze wird auch die Vergrösserung von T_1 beschränkt. Die kleinste Temperatur T_2 ist natürlich wenigstens = der Temperatur des zur Wärmeentziehung dienenden Kühlwassers, in der Regel aber viel grösser. Bei offenen Maschinen ist die Entziehung von Wärme in die Atmosphäre verlegt, gleichwohl in der Regel eine Kühlvorrichtung angeordnet zur Vermeidung allzu grosser Erwärmung des Cylinders.

Die Vergleichung der Wirkungsgrade der Kreisprocesse verschiedener Arten von Wärmemotoren hat somit auf Grund der Annahme gleicher grösster und kleinster Pressungen, sowie gleicher Grenztemperaturen T_1 und T_2 der Arbeitsluft zu geschehen; mit Rücksicht auf letzteren Umstand ist es einerlei, ob hierbei jene Wirkungsgrade selbst oder ihre Factoren η_c, die sogenannten calorischen Wirkungsgrade verglichen werden, da die einen und andern ein gegebenes, bezw. angenommenes Verhältniss zu einander haben.

Für die verhältnissmässige Vortheilhaftigkeit verschiedener Kreisprocesse bei Wärmemotoren ist übrigens nicht nur ihr Wirkungsgrad als massgebend zu erachten, sondern wesentlich auch das grösste Volumen, welches die Arbeitsluft zur Erzielung einer gewissen indicirten Arbeit bei diesen Kreisprocessen vorübergehend annehmen muss, und womit die nöthige Grösse der Maschine zunimmt. Die Kosten einer gewissen Arbeitsgrösse sind nämlich ausser durch diejenigen des aufzuwendenden Brennstoffes wesentlich auch durch die Kosten

der Maschine bedingt, letzteres bei Luftmotoren im Allgemeinen in höherem Grade, als bei Dampfmaschinen, besonders dann, wenn es sich um einen häufiger unterbrochenen Betrieb handelt. Während bei Dampfmaschinen der Factor $1 - \frac{T_2}{T_1}$ praktisch kaum über 0,3 hinaus zu steigern ist (§. 80), kann er zwar bei Luftmotoren $> 0,5$ sein, doch wird dieser Vorzug mehr, als aufgewogen namentlich durch die viel engeren Grenzen der zulässigen Luftpressung und durch die kleinere Grösse des calorischen Wirkungsgrades η_c, so dass zu einem verlangten Nutzeffect eine grössere Maschine erfordert wird, um so mehr, als damit auch der indicirte Wirkungsgrad η_i wegen zunehmender Reibungswiderstände abnimmt. Als Mass für die Beurtheilung in fraglicher Hinsicht werde mit J. Engel* die von ihm so genannte Raumarbeit angenommen, nämlich die durch einen Kreisprocess gewonnene (hier immer als indicirte verstandene) Arbeit, bezogen auf die Einheit des grössten Volumens der Arbeitsluft.

Was die Verwirklichung des entsprechenden Kreisprocesses durch die Anordnung der Maschine betrifft, so finden die denselben stets zusammensetzenden vier Vorgänge, Mittheilung und Entziehung von Wärme, Expansion und Compression der Arbeitsluft, entweder in vier verschiedenen Räumen der Maschine statt, oder in drei, oder in zwei verschiedenen Räumen, oder sie sind gar in einen einzigen Raum zusammengedrängt, letzteres indessen nur bei offenen Maschinen mit geschlossener Feuerung, und abgesehen vom atmosphärischen Luftraum, in welchem, ohne dass er als besonders herzustellender Raum zu rechnen ist, ein Theil des Kreisprocesses hier stattfindend vorgestellt werden kann. Die Räume, in welchen die Erhitzung und die Abkühlung der Arbeitsluft stattfindet durch Umgebung derselben mit Heizgasen, bezw. mit Kühlwasser, sind mit denjenigen, aus welchen und in welche die Ueberströmung der Luft zu erfolgen hat, durch hinlänglich enge Canäle verbunden, um bei gleichem Druck doch verschiedene Temperaturen in diesen communicirenden Räumen zu ermöglichen. Bei geschlossenen Maschinen, die hier zunächst in Betracht gezogen werden sollen, hat bisher hauptsächlich die als möglichst einfach und zusammengedrängt erscheinende Anordnung mit zwei Räumen, einem heissen und einem kalten, Anwendung gefunden, und zwar entweder so, dass diese cylindrisch gestalteten Räume beide durch anschliessend bewegliche Kolben abgesperrt sind, oder so, dass nur im kalten Raume ein denselben abschliessender Kolben beweglich ist,

* Ergänzungen zur Theorie der Heissluftmaschinen. Dingler's polytechnisches Journal, 1888, Bd. 269.

während zwischen ihnen ein nicht dicht abschliessend beweglicher langgestreckter cylindrischer Körper, ein sogenannter Verdränger, abwechselnd die Luft aus dem kalten in den heissen Raum und umgekehrt hinein drängt; dass bei dieser letzteren Anordnung, vertreten durch die am meisten verbreitete Lehmann'sche Maschine, die Dichtung eines Kolbens nur in kaltem Raume hergestellt und erhalten zu werden braucht, ist ein praktisch erheblicher Vortheil.

Wenn auch bei solchen Einrichtungen die Temperatur, sowie das Gesetz der Mittheilung und Entziehung von Wärme an verschiedenen Stellen der Arbeitsluft gleichzeitig verschieden ist, so ist doch der Druck der in periodischer Folge in Expansion und Compression begriffenen Luft an allen Stellen derselben als gleichzeitig gleich gross zu betrachten, einem bestimmten für die Arbeitsleistung massgebenden Volumendruckdiagramm (Indicatordiagramm) entsprechend. Zur Gewinnung eines Urtheils über die relative Vortheilhaftigkeit verschiedenartiger solcher Diagramme, somit auch über die zur Verwirklichung derselben dienenden Anordnungen der Maschine, ist es nützlich, solche Diagramme vorläufig unter der vereinfachenden Voraussetzung zu erörtern, dass sie Zustandscurven der Arbeitsluft sind, gleich wie wenn die als umkehrbar betrachteten Zustandsänderungen der letzteren in einem einzigen Raume stattfänden. Dabei ist es den obwaltenden Umständen, den stets wiederkehrenden 4 Vorgängen der Expansion und Compression, Mittheilung und Entziehung von Wärme, entsprechend und dient es zugleich zu übersichtlicher Gruppirung möglicher Fälle, solche Zustandscurven ebenso, wie es diejenige des Carnot'schen Processes ist, als aus 4 Curvenstücken bestehend zu betrachten je mit der Gleichung $pv^m =$ Const. (Bd. I, §. 20) und zwar mit demselben Werthe von m für die gegenüber liegenden dieser Curven; dabei bleibt noch immer eine unendlich grosse Mannigfaltigkeit möglicher Fälle, von welchen diejenigen, welche $m = 0$, $m = 1$, $m = n$ ($= 1{,}41$ für atmosphärische Luft) und $m = \infty$, nämlich constantem Druck, constanter Temperatur, Ausschluss von Mittheilung und Entziehung von Wärme, oder constantem Volumen entsprechen, von besonderem Interesse sind. Zeuner nennt solche Curven polytropische.

Während die Raumarbeit durch die Art des Kreisprocesses bestimmt ist, insoweit sie sich durch die Zustandscurve zu erkennen giebt, kann der Wirkungsgrad des Kreisprocesses auch dadurch mitbedingt und zwar wesentlich vergrössert werden, dass die jeweils entzogene Wärme zum Theil vorläufig aufgespeichert wird, um bei der folgenden Wärmemittheilung mit verwendet zu werden. Die Wirksamkeit der dazu dienenden Vor-

richtung (im Wesentlichen bestehend in einem mit einer Metallmasse von grosser Oberfläche, z. B. mit Drahtgewebe angefüllten, von der Luft zu durchströmenden prismatischen Raume), des sogenannten Regenerators, ist freilich selbst wieder von der Art des Kreisprocesses abhängig; er war schon bei den ältesten Luftmotoren der Gebrüder Stirling und von Ericsson vorgesehen, ist aber später, als die Anwendung des Luftmotors und seine Concurrenz mit der Dampfmaschine, durch Erfahrung belehrt, nur noch für das Kleingewerbe beansprucht wurde, meistens fortgelassen worden, theils zur Vereinfachung, theils infolge von Unterschätzung oder Verkennung seines Werthes. Seine weitere Verwendung und Ausbildung auch bei mit atmosphärischer Luft arbeitenden Motoren für den kleineren Gewerbebetrieb würde aber ohne Zweifel dazu beitragen können, die Verdrängung derselben durch Gasmotoren neben Dampfmaschinen aufzuhalten, oder sie wenigstens dort vortheilhaft erscheinen zu lassen, wo Gasmotoren durch die Umstände ausgeschlossen sind. Insbesondre bei oft zu unterbrechendem Betriebe haben sie gegenüber der Dampfmaschine, ausser kleinerer Gefahr mit entsprechender Beschränkung des Betriebes, den Vorzug geringerer Verluste an Zeit und Wärme bei der In- und Ausserbetriebsetzung, wenn auch freilich diese Verluste bei Gasmotoren noch kleiner, fast verschwindend klein sind, und ausserdem eine zu bedienende besondere Feuerung dabei wegfällt.

Wenn bei Dampfmaschinen der abgehende Dampf zur Vorwärmung des Speisewassers benutzt wird, so ist das im Grunde nichts anderes, als die Wirkung eines Regenerators. Bei Luftmotoren z. B. mit zwei Räumen A_1 und A_2, in welchen die Temperaturen T_1 und T_2 nahe constant erhalten werden, kann aber der Regenerator zwischen diesen noch wirksamer eingerichtet werden, indem in ihm im Beharrungszustande bei genügender Länge drei Schichten sich herstellen, in welchen zunächst A_1 die Temperatur T_1, zunächst A_2 die Temperatur T_2 vorhanden ist, dazwischen eine Schicht mit stetigem Uebergang von T_1 zu T_2; letztere verschiebt sich dann bei jedem Ueberströmen der Luft von A_1 in A_2 oder umgekehrt im Sinne gegen A_2 oder umgekehrt, so dass die Luft in jeden dieser Räume stets mit derjenigen Temperatur einströmt, welche in demselben schon stattfindet. —

Wenn der wirthschaftliche Wirkungsgrad η_w stets nur klein gefunden wird nicht nur bei Luft-, sondern auch bei Wärmemotoren von irgend einer Art, so beruht das nicht auf mangelhafter Einrichtung derselben, sondern auf einem principiellen Mangel jeder Arbeitsgewinnung aus Wärme, welche durch Verbrennung von Brennstoffen entwickelt wird, einem Mangel,

der auch durch die besten Wärmemotoren nicht beseitigt werden kann. Wenn analoger Weise z. B. bei einem Wassermotor von einem wirthschaftlichen Wirkungsgrade gesprochen werden sollte, so wäre darunter das Verhältniss des Nutzeffects zu demjenigen Effect zu verstehen, welcher dem in der Zeiteinheit vom betreffenden Wasserlauf abgezweigten (in den Obergraben einfliessenden) Wasserquantum und dem Gefälle einer gegebenen Flussstrecke entspricht; die Rechte Anderer auf die Ausnutzung anderer Strecken desselben Flusses könnten dabei nicht in Betracht kommen. Dieser wirthschaftliche Wirkungsgrad eines Wassermotors wäre kleiner, als der schlechtweg so genannte oder mechanische Wirkungsgrad desselben, im Wesentlichen nur infolge derjenigen Theile des Gefälles der verfügbaren Flussstrecke, welche zur Ermöglichung der strömenden Bewegung des Betriebswassers im Zufluss- und im Abflusscanal, sowie ev. zur Bewegung des etwa aufgestauten Flusswassers nöthig sind. Während hier die Wirthschaftlichkeit sich bezöge auf die möglichst vollständige Ausnutzung des einem gewissen Geldwerthe äquivalenten Arbeitsvermögens, welches der Wasserführung eines Flusses und dem Gefälle einer bestimmten Strecke desselben entspricht, bezieht sie sich bei Wärmemotoren auf den ganzen Wärmegehalt, bezw. auf das ganze äquivalente Arbeitsvermögen des aufzuwendenden Brennstoffs, wodurch dessen Preis für den Einzelnen bedingt ist wegen der mannigfachen Verwendungen auch der Verbrennungswärme als solcher, wobei die daraus erzielbare mechanische Arbeit gleichgültig ist. Das Arbeitsvermögen eines Brennstoffes, welches unbeschadet der Rechte Anderer vollständig ausgenutzt werden dürfte, lässt sich aber eben in der Form von mechanischer Arbeit nur sehr unvollständig verwerthen, weil jede Verbrennung der hier in Betracht kommenden Brennstoffe unter den herstellbaren Umständen nur unvollständig stattfindet und mit sonstigen Wärmeverlusten verbunden ist, und weil insbesondre T_2 natürlich nicht kleiner sein kann, als die Temperatur an der Erdoberfläche, T_1 aber aus vorwiegend praktischen Gründen erheblich kleiner sein muss, als die durch die Verbrennung höchstens erzielbare Temperatur.

Das in Brennstoffen, zumal in Steinkohlen, chemisch gebunden aufgespeicherte Arbeitsvermögen ist zwar die concentrirteste Form desselben, die wir haben, und insofern besonders werthvoll. Aber wenn es erlaubt ist, die Wirthschaftlichkeit nicht sowohl vom Standpunkte des Einzelnen, sondern von dem der ganzen Menschheit aus zu beurtheilen, so ist es zugleich diejenige Form, in welcher wir durch die Benutzung vom Capital zehren, wogegen wir z. B. durch Wasser- und Windmotoren nur Zinsen

eines Capitals verbrauchen, welches uns auf unabsehbare Zeiten mit der Sonnenwärme, überhaupt mit ausserhalb der Erde liegenden Quellen gegeben ist.*

a. Luftmotoren mit offener Feuerung.

1. Geschlossene Maschinen.

α. Allgemeine Erörterungen.

§. 122. Theoretische Grundlagen.

Für den Gebrauch im folgenden seien hier die theoretischen Grundlagen gemäss Bd. I mit einigen Ergänzungen zusammengestellt, und zwar in der Weise verallgemeinert, dass jetzt nicht vom Volumen v der Gewichtseinheit (spec. Volumen), sondern vom ganzen Volumen $= V$ Cubikm. der jeweils in Betracht kommenden Luftmenge $= G$ Kgr. gesprochen, dass also $v = \frac{V}{G}$ gesetzt, und unter $G\,dU$ bezw. $G\,dQ$ mit der Bezeichnung dU bezw. dQ die Zunahme des inneren Arbeitsvermögens bezw. die von

* Wenn der Werth eines Brennstoffes nur als Arbeitswerth desselben aufgefasst wird, bedingt durch die damit durch Verbrennung und umkehrbare Zustandsänderungen höchstens erzielbare mechanische Arbeit, entsprechend dem von Zeuner so genannten „effectiven Wirkungsgrad der ganzen Anlage“ = dem Verhältniss der effectiv gewonnenen Arbeit zu jenem Arbeitswerth (nicht Arbeitsvermögen oder Energie) des dazu verwendeten Brennstoffs, so ergiebt sich dieser Wirkungsgrad natürlich grösser, als der oben so genannte wirthschaftliche Wirkungsgrad, indem damit der erwähnte principielle Mangel jeder Arbeitsgewinnung aus Verbrennungswärme im Wesentlichen eliminirt wird. Allein jener Arbeitswerth des Brennstoffs ist nicht eine allgemein, sondern nur auf Grund gewisser Voraussetzungen bestimmbare Grösse, die insbesondere von den Umständen abhängt, unter welchen die Verbrennung stattfindet. Beide Auffassungen, diejenige von Zeuner und die von ihm so genannte Redtenbacher'sche, haben je nach dem Gesichtspunkt ihre Berechtigung, und es kann nicht mit Recht die eine als schlechtweg unrichtig und veraltet infolge der Lehren der mechanischen Wärmetheorie, die andere als allein richtig bezeichnet werden. Hier ist es vorgezogen worden, Redtenbacher's Auffassung zugrunde zu legen, weil der wirthschaftliche Wirkungsgrad eine allgemein nicht nur definirbare, sondern auch zahlenmässig bestimmbare Grösse ist, die den Zeuner'schen effectiven Wirkungsgrad als Factor enthält, weil ferner der seinen Preis bestimmende Werth eines Brennstoffs nur zum Theil durch seinen Arbeitswerth bedingt, und weil schliesslich die durch den Gesammtwerth bedingte Wirthschaftlichkeit der Verwerthung für die Vortheilhaftigkeit einer betreffenden Anlage, insbesondere auch eines Wärmemotors massgebend ist, insoweit dieselbe vom Brennstoff überhaupt abhängt.

aussen mitgetheilte Wärme für diese ganze Luftmenge bei ihrer elementaren, als umkehrbar vorausgesetzten Zustandsänderung verstanden werden soll. Ist dann nach wie vor p der Druck (Kgr. pro Quadratm.), T die absolute Temperatur, so ist nach Bd. I, §. 18, Gl. (4):

$$pV = GRT \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

unter R eine Constante verstanden, welche für irgend ein Gas mit der Dichtigkeit δ in Beziehung auf atmosphärische Luft von gleichem Druck und gleicher Temperatur den Werth hat:

$$R = \frac{29,27}{\delta}.$$

Sind ferner c_p und c_v die spec. Wärmen bezw. für constanten Druck und für constantes Volumen, und ist A der Wärmewerth der Arbeitseinheit, so ist nach den Gleichungen (5), (6), (7) a. a. O.

$$dQ = \frac{1}{R}(c_p\, p\, dV + c_v\, V dp) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$= G c_v dT + A p dV \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$= G c_p\, dT - A V dp \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Darin ist $A = \frac{1}{424}$ und für atmosphärische Luft nach Bd. I, §. 17:

$$c_p = 0{,}2375 \quad \text{und} \quad c_v = 0{,}1684,$$

während für irgend ein Gas die beiden sogenannten Hauptgleichungen zusammenfallen in der Gleichung (Bd. I, §. 19, Gl. 1):

$$c_p - c_v = AR \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

wofür nach Bd. I, §. 19, Gl. (2) und (3) auch sehr nahe gesetzt werden kann:

$$c_p - c_v = \frac{0{,}0691}{\delta} = \frac{2}{m},$$

unter m das Molekulargewicht (Wasserstoff = 2) verstanden; für einen beobachteten Werth von c_p ergiebt sich daraus c_v. Nach Bd. I, §. 19, Gl. (4) und (5) ist endlich:

$$dU = G\frac{c_v}{A}dT = \frac{d(pV)}{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

mit

$$n = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}41 \text{ für atm. Luft. —}$$

Nach Bd. I, §. 14, Gl. (6) ist für jeden umkehrbaren Kreisprocess:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0,$$

also auch bei Multiplication mit $\frac{G}{A}$ und der jetzigen Bedeutung von dQ:

$$\int \frac{dQ}{AT} = 0.$$

Es ist also $\frac{dQ}{AT}$ das vollständige Differential einer Function der den Wärmezustand charakterisirenden Elemente, z. B. von p und V; wird es $= dP$ gesetzt, also

$$dP = \frac{dQ}{AT}, \text{ so ist } \Delta P = \int \frac{dQ}{AT} \quad \ldots\ldots\ldots (7).$$

Indem $dQ = 0$ und $dP = 0$ sich gegenseitig bedingen, kann $P =$ Const. als Gleichung einer adiabatischen Zustandscurve gelten; und wenn in der Gleichung (7) für ΔP das Integral längs einer beliebigen Zustandscurve von einem Punkte der Adiabate $P = P_1$ bis zu einem Punkte der Adiabate $P = P_2$ genommen wird, so heisse ΔP die Zunahme des Wärmegewichts beim Uebergange von der Adiabate P_1 zur Adiabate P_2. Wäre jene Zustandscurve eine Isotherme, also T constant $= T_1$, so wäre $\Delta P = \frac{Q}{AT_1}$, welche Grösse bereits in Gl. (61) dieses Bandes nach Zeuner als ein Wärmegewicht bezeichnet worden war.

Ist $a_1 a_2$ irgend eine Zustandscurve, bezogen also auf rechtwinklige Axen der V und der p, ist ferner $\alpha_1 \alpha_2$ die Curve, deren Punkte die den Punkten von $a_1 a_2$ entsprechenden Werthe von P und T zu rechtwinkligen Coordinaten haben, so hat diese von Zeuner als Abbildung von $a_1 a_2$ bezeichnete Curve $\alpha_1 \alpha_2$ die Eigenschaft, dass ein elementarer Flächenstreifen derselben, der von ihr, von der P-Axe und von den dazu senkrechten Ordinaten der Endpunkte eines Curvenelements von $\alpha_1 \alpha_2$ begrenzt wird, also der Flächenstreifen

$$= TdP = \frac{dQ}{A} \text{ ist nach (7),}$$

und dass folglich, wenn Q die bei der Zustandsänderung längs $a_1 a_2$ mitgetheilte Wärme bedeutet,

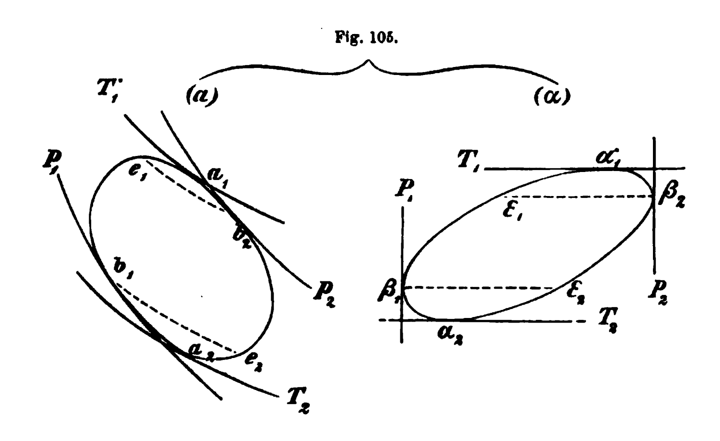
$$\frac{Q}{A} = \int TdP = \text{Fläche } \beta_1 \alpha_1 \alpha_2 \beta_2$$

ist, unter β_1 und β_2 die Projectionen von α_1, α_2 auf die P-Axe verstanden. Ist die Abbildung $\alpha_1 \alpha_2$ einmal gezeichnet, wozu die Ausdrücke (2) — (4) von dQ mit der Gleichung (1) zwischen p, V und T nebst der Beziehung (7) die Hülfsmittel darbieten, so ist diese graphische Bestimmung von Q bequemer und auch sicherer, als die in Bd. I, §. 16, besprochene,

weil die durch a_1 gehende Isodyname und die durch a_2 gehende Adiabate sich oft unter sehr kleinem Winkel schneiden.

Nach Obigem ist natürlich die Abbildung einer Isotherme eine mit der P-Axe, die Abbildung einer Adiabate eine mit der T-Axe parallele Gerade, ferner die Abbildung einer geschlossenen Zustandscurve, einem Kreisprocess entsprechend, selbst eine geschlossene Curve.

Fig. 105.



In diesem Sinne sei in Fig. 105 die Figur (α) die Abbildung von (a), so dass die Berührungspunkte α_1 und α_2 der ersteren mit den Abbildungen T_1, T_2 der einschliessenden Isothermen den Berührungspunkten a_1 und a_2 der letzteren mit T_1, T_2 entsprechen, die Berührungspunkte β_1 und β_2 der ersteren Figur mit den Abbildungen P_1, P_2 der einschliessenden Adiabaten den Berührungspunkten b_1 und b_2 der letzteren mit P_1, P_2. Auf dem Wege $b_1 a_1 b_2$ bezw. $\beta_1 \alpha_1 \beta_2$ findet Mittheilung einer gewissen Wärmemenge Q_1, auf dem Wege $b_2 a_2 b_1$ bezw. $\beta_2 \alpha_2 \beta_1$ findet Entziehung einer gewissen Wärmemenge Q_2 statt. Dabei wird $\frac{Q_1 - Q_2}{A}$, also die gewonnene Arbeit, sowohl durch die von der einen, als durch die von der anderen Curve umschlossene Fläche dargestellt, im Falle von Fig. (α) nur auch jede der beiden Arbeiten $\frac{Q_1}{A}$ und $\frac{Q_2}{A}$ einfach durch die leicht zeichenbare Fläche, welche zwischen P_1 und P_2, der P-Axe und $\beta_1 \alpha_1 \beta_2$ bezw. $\beta_2 \alpha_2 \beta_1$ liegt. Sind $\beta_1 \varepsilon_2$ und $\beta_2 \varepsilon_1$ horizontal, entsprechend den Isothermen $b_1 e_2$ und $b_2 e_1$, so kann die auf dem Wege $\beta_2 \varepsilon_2$ bezw. $b_2 e_2$ entzogene Wärme, wenn sie zeitweilig in einem sogenannten Regenerator aufgespeichert wird, zur Unterstützung der zwischen denselben Temperaturen stattfindenden Wärmemittheilung auf dem Wege $\beta_1 \varepsilon_1$ bezw. $b_1 e_1$ wieder benutzt

werden. Uebrigens soll solche Regeneratorwirkung erst später bei ausgeführten Wärmemotoren näher in Betracht gezogen werden. —

Für eine polytropische Zustandscurve mit der Gleichung:

$$p V^m = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

unter p und V positive Grössen und unter m eine beliebige Zahl zwischen $-\infty$ und $+\infty$ verstanden, ist nach Bd. I, §. 20:

$$\frac{dp}{dV} = -m\frac{p}{V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

während sich durch nochmalige Differentiation ergiebt:

$$\frac{d^2p}{dV^2} = -m\frac{V\frac{dp}{dV} - p}{V^2} = m(m+1)\frac{p}{V^2} \quad \ldots\ldots (10).$$

Aus (9) und (10) folgt, dass, wenn m positiv ist, der Druck mit wachsendem Volumen abnimmt und die Curve concav im Sinne der positiven p-Axe gekrümmt ist, dass aber, wenn m negativ ist, der Druck mit wachsendem Volumen stets zunimmt, dagegen die Curve nur so lange im Sinne der positiven p-Axe concav, wie $m < -1$ ist. Für $m = -1$ ist nach (9) und (10):

$$\frac{dp}{dV} = \frac{p}{V} \text{ und } \frac{d^2p}{dV^2} = 0,$$

die Curve folglich eine durch den Ursprung der Coordinaten gehende Gerade. Liegt sie zwischen den Geraden, welche $m = -1$ und $m = 0$ entsprechen, so ist sie convex im Sinne der positiven p-Axe.

Für eine solche der Gleichung (8) entsprechende Zustandscurve, von welcher zwei Punkte die Coordinaten p_1, V_1 und p, V haben, ist nach Bd. I, §. 20:

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^m \text{ und } \frac{T}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^{m-1} = \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} \quad \ldots\ldots (11)$$

und die specifische Wärme c constant, nämlich:

$$c = \frac{m-n}{m-1}c_v \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Letztere ist immer positiv, ausser wenn m zwischen 1 und n, die Curve also zwischen zwei durch denselben Punkt gehenden solchen Curven liegt, von denen die eine isothermisch, die andere adiabatisch ist.

Bei einem solchen Uebergange vom Zustande p_1, V_1, T_1 zum Zustande p, V, T ist ferner die Expansionsarbeit mit Rücksicht auf (9):

$$E = \int_{V_1}^{V} p\,dV = pV - p_1 V_1 - \int_{V_1}^{V} V\,dp = pV - p_1 V_1 + m\int_{V_1}^{V} p\,dV$$

$$E = \frac{pV - p_1 V_1}{1 - m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13),$$

ferner die Zunahme an innerem Arbeitsvermögen gemäss (6):

$$\Delta U = G\frac{c_v}{A}(T - T_1) = \frac{pV - p_1 V_1}{n - 1} \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

oder wegen (13):

$$\Delta U = \frac{1 - m}{n - 1} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

Die dabei mitgetheilte Wärme ist mit Rücksicht auf (12), (14) und (15):

$$Q = Gc(T - T_1) = \frac{c}{c_v}A(\Delta U) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

$$= \frac{m - n}{m - 1}\,\frac{1 - m}{n - 1} AE = \frac{n - m}{n - 1} AE \quad \ldots\ldots\ldots (17).$$

Vermittels (1) und (11) können diese Gleichungen auf verschiedene andere Formen gebracht werden; so ist z. B. auch

$$E = \frac{GR}{m - 1}(T_1 - T) = \frac{GRT_1}{m - 1}\left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

$$= \frac{p_1 V_1}{m - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V}\right)^{m-1}\right] = \frac{p_1 V_1}{m - 1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}}\right] \quad \ldots (19).$$

Ist insbesondre die Zustandscurve eine Isotherme, also

$$T = T_1 \qquad m = 1 \qquad c = \infty \qquad \Delta U = 0,$$

so werden E und Q logarithmisch, nämlich nach §. 20 a. a. O.

$$E = GRT_1\, ln\frac{V}{V_1} = GRT_1\, ln\frac{p_1}{p} = \frac{Q}{A} \quad \ldots\ldots\ldots (20).$$

Endlich erhält man auch für die Zunahme ΔP des Wärmegewichts beim Uebergang vom Zustande p_1, V_1, T_1 zum Zustande p, V, T gemäss Gl. (8), weil nach (7):

$$A\,dP = \frac{dQ}{T} = Gc\frac{dT}{T}$$

ist, mit Rücksicht auf (11) und (12):

$$A\Delta P = Gc\, ln\frac{T}{T_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

$$= Gc(m - 1)\, ln\frac{V_1}{V} = Gc_v(m - n)\, ln\frac{V_1}{V} \quad \ldots\ldots (22)$$

$$= Gc\frac{m - 1}{m}\, ln\frac{p}{p_1} = Gc_v\frac{m - n}{m}\, ln\frac{p}{p_1} \quad \ldots\ldots\ldots (23).$$

§. 123. Kreisprocesse zwischen zwei Paaren gleichartiger polytropischer Curven.

Die Zustandscurve des Kreisprocesses der Luft bestehe (Fig. 106) aus zwei Curvenpaaren

$a_2 a_0$ und $a_1 a$ mit der Gleichung $pV^{m_1} = \text{Const.}$

$a_0 a_1$ und $a a_2$ mit der Gleichung $pV^{m_2} = \text{Const.}$

Die specifische Wärme sei im ersten Falle $= c_1$, im zweiten $= c_2$, bestimmt durch Gleichung (12) im vorigen Paragraph bezw. mit $m = m_1$ und $m = m_2$. Druck, Volumen und Temperatur, letztere hier immer als absolute Temperatur verstanden, seien in den Punkten (Zuständen) a_2, a_0, a_1, a bezw.

$$p_2 V_2 T_2 \qquad p_0 V_0 T_0 \qquad p_1 V_1 T_1 \qquad p V T.$$

Diese Grössen stehen in folgenden Beziehungen zu einander. Indem nach (11), §. 122:

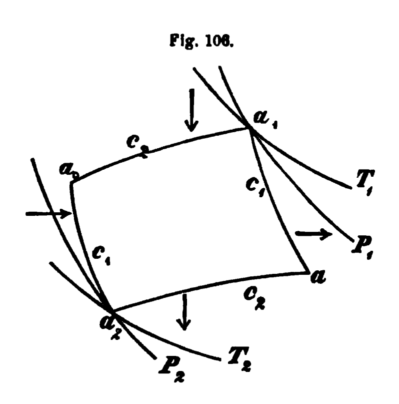
$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{V}{V_1}\right)^{m_1-1} \text{ und } \frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{m_1-1}$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{m_2-1} \text{ und } \frac{T_2}{T} = \left(\frac{V}{V_2}\right)^{m_2-1}$$

ist, ergiebt sich durch Multiplication der in der ersten und zweiten Reihe stehenden je zwei dieser Gleichungen:

$$\frac{T_1 T_2}{T_0 T} = \left(\frac{V_0 V}{V_1 V_2}\right)^{m_1-1} = \left(\frac{V_0 V}{V_1 V_2}\right)^{m_2-1}.$$

Letztere können wegen Verschiedenheit von m_1 und m_2 zusammenbestehen nur im Falle:



$$\frac{V_0 V}{V_1 V_2} = 1 = \frac{T_1 T_2}{T_0 T}$$

und folgt also:

$$T_1 T_2 = T_0 T \text{ und } V_1 V_2 = V_0 V \quad . \; . \; (1),$$

dann wegen (1), §. 122 auch:

$$p_1 p_2 = p_0 p \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2).$$

Die Zustandscurve liege zwischen den durch a_1, a_2 gehenden Isothermen $a_1 T_1$, $a_2 T_2$ und Adiabaten $a_1 P_1$, $a_2 P_2$, so dass m_1 und m_2 nicht positiv > 1 und $< n$ sein sollen. T_1 ist dann die grösste, T_2 die kleinste Temperatur, und sind nach vorigem Paragraph c_1 und c_2 positiv, findet also Mittheilung von Wärme $= Q_1$ längs $a_2 a_0 a_1$,

Entziehung von Wärme $= Q_2$ längs $a_1 a a_2$ statt, die eine wie die andere zwischen denselben Temperaturgrenzen, so dass im Princip Q_2 ganz und gar zur Mittheilung von Q_1 wieder benutzt werden könnte.

Die Prüfung des Kreisprocesses soll nach §. 121 mit Rücksicht auf seinen Wirkungsgrad (oder den calorischen Wirkungsgrad η_c) und auf die Raumarbeit, bezw. auf

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{AV'}$$

geschehen, unter V' das grösste Volumen der Arbeitsluft verstanden. Was den Wirkungsgrad betrifft, so ist

$$Q_1 = G\left[c_2 (T_1 - T_0) + c_1 (T_0 - T_2)\right] \quad \ldots \ldots \ldots (3)$$

$$Q_2 = G\left[c_1 (T_1 - T) + c_2 (T - T_2)\right] \quad \ldots \ldots \ldots (4),$$

also

$$Q_1 - Q_2 = G(c_2 - c_1)(T_1 - T_0 + T_2 - T) \quad \ldots \ldots (5)$$

oder, weil mit $T = \frac{T_1 T_2}{T_0}$ nach (1):

$$T_1 - T_0 + T_2 - T = \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots \ldots (6)$$

ist, auch

$$Q_1 - Q_2 = G(c_2 - c_1) \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots \ldots (7).$$

In (6) und (7) kann auch T_0 mit T vertauscht werden, weil dasselbe in (1) und in $T_1 - T_0 + T_2 - T$ geschehen kann. Aus (7) und (3) folgt endlich:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{c_2 - c_1}{T_0}}{\frac{c_2}{T_0 - T_2} - \frac{c_1}{T_0 - T_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8).$$

Wenn die Curven $a_0 a_1$ und $a a_2$ bezw. in den Isothermen $a_1 T_1$ und $a_2 T_2$ liegen, also $c_2 = \infty$ ist, so erscheint die rechte Seite von Gl. (8) in unbestimmter Form, entsprechend dem Umstande, dass dann Q_1 und Q_2 theilweise anders geartete Functionen sind. Gemäss §. 122, Gl. (20) ist dann nämlich

$$Q_1 = G\left[c_1 (T_0 - T_2) + ART_1 \, ln \frac{p_0}{p_1}\right]$$

$$Q_2 = G\left[c_1 (T_1 - T) + ART_2 \, ln \frac{p_2}{p}\right]$$

oder weil in diesem Falle

$$T_0 = T_1 \text{ und } T = T_2$$

sowie nach (2) und §. 122, Gl. (11):

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p}\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}$$

ist, wobei p_0 und p hier im Falle $m_1 > n$ und < 0 die Grenzwerthe des Drucks sind,

$$Q_1 = G\left[c_1(T_1 - T_2) + ART_1 \ln\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}\right] \quad \ldots\ldots (9)$$

$$Q_2 = G\left[c_1(T_1 - T_2) + ART_2 \ln\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}}\right] \quad \ldots\ldots (10).$$

Daraus folgt:

$$Q_1 - Q_2 = GAR(T_1 - T_2)\ln\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}} \quad \ldots\ldots (11),$$

hieraus und aus (9) der Wirkungsgrad des Kreisprocesses.

Die **Raumarbeit** ist, wenn entsprechend

$$V' = \frac{GRT'}{p'}$$

T' und p' die dem grössten Volumen V' der Arbeitsluft entsprechenden Werthe von Temperatur und Druck bedeuten, nach Gl. (7):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{c_2 - c_1}{AR}\frac{p'}{T'}\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0} \quad \ldots\ldots (12)$$

und, wenn dieser Ausdruck im Falle $c_2 = \infty$, $T_0 = T_1$ in unbestimmter Form erscheint, gemäss Gl. (11):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{p'}{T'}(T_1 - T_2)\ln\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m_1}{m_1-1}} \quad \ldots\ldots (13).$$

Im Folgenden sei gesetzt:

$$\lambda = \frac{T_1}{T_2} \text{ und } \mu = \frac{P_1}{P_2},$$

unter P_1 den grössten, P_2 den kleinsten Druck verstanden, und zwar höchstens etwa

$$\lambda = 2, \text{ z. B. } T_2 = 300 - 350, \; T_1 = 600 - 700$$
$$\mu = 5, \text{ z. B. } P_2 = 1 \text{ Atm.}, \quad P_1 = 5 \text{ Atm.}$$

Dabei ist es aber nicht immer der Fall, dass diese Grenzwerthe von λ und μ gleichzeitig stattfinden können.

Befinden sich z. B. die zwei Paare polytropischer Curven in den Grenzlagen, in welchen das eine Paar adiabatisch, das andere isothermisch ist, entsprechend dem Carnot'schen Processe mit

$$m_1 = n,\ \ m_2 = 1 \text{ und } c_1 = 0,\ \ c_2 = \infty,$$

so ist nach (9) und (11):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14),$$

also $\eta_c = 1$ (§. 121, Gl. 2) so gross wie möglich. Aber dieser grosse Wirkungsgrad müsste durch sehr kleine Raumarbeit erkauft werden. Nach Gl. (13) ist nämlich wegen

$$T' = T = T_2,\ \ p' = p = P_2 = \frac{P_1}{\mu}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \lambda \text{ und } \frac{p_0}{p} = \frac{P_1}{P_2} = \mu$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = P_1 \frac{\lambda - 1}{\mu} \ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{n}{n-1}}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15),$$

und damit dieser Ausdruck positiv sei, muss vor Allem

$$\mu > \lambda^{\frac{n}{n-1}}, \text{ also } \mu > 10{,}845 \text{ für } \lambda = 2$$

sein mit $n = 1{,}41$; oder wenn μ höchstens $= 5$ sein soll,

$$lg\lambda < \frac{n-1}{n} lg\mu, \text{ also } \lambda < 1{,}597 \text{ für } \mu = 5.$$

Die hiermit positive Raumarbeit wäre aber vielleicht nur verschwindend klein; damit sie bei gegebenen Werthen von P_1 und μ (P_1 und P_2) möglichst gross sei, nach (15) also

$$(\lambda - 1)\left(\ln\mu - \frac{n}{n-1}\ln\lambda\right) = max$$

$$(\lambda - 1)\left(-\frac{n}{n-1}\frac{1}{\lambda}\right) + \ln\mu - \frac{n}{n-1}\ln\lambda = 0,$$

müsste λ gemäss der Gleichung

$$\frac{n}{n-1}\left(\ln\lambda + \frac{\lambda - 1}{\lambda}\right) = \ln\mu$$

bestimmt werden, wodurch gefunden wird:

$$\lambda = 1{,}282 \text{ für } \mu = 5,$$

nach (14) und (15) folglich:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}22 \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}0426\ P_1 \quad \ldots\ldots (16),$$

worin P_1 in Kgr. für 1 Quadratmtr. auszudrücken ist, um die Raumarbeit in Meterkgr. für 1 Cubikmtr. zu erhalten.

Wäre die Zustandscurve des Kreisprocesses ein **Rechteck mit verticalen und horizontalen Seiten** (die V-Axe hier immer horizontal gedacht), entsprechend

$$m_1 = \infty, \quad m_2 = 0 \quad \text{und} \quad c_1 = c_v, \quad c_2 = c_p,$$

so wäre, weil bei constantem Volumen die absolute Temperatur der Pressung proportional ist, $T_0 = \mu T_2$ und nach Gl. (8):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\dfrac{c_p - c_v}{\mu T_2}}{\dfrac{c_p}{(\mu - 1) T_2} - \dfrac{c_v}{\mu T_2 - T_1}}$$

$$= \frac{1}{\mu} \frac{c_p - c_v}{\dfrac{c_p}{\mu - 1} - \dfrac{c_v}{\mu - \lambda}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (17)$$

und nach (12) wegen

$$\frac{p'}{T'} = \frac{p_1}{T_1} = \frac{P_1}{T_1}$$

und mit Rücksicht auf Gl. (5), §. 122:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{c_p - c_v}{AR} \frac{P_1}{T_1} \frac{(T_1 - \mu T_2)(\mu - 1) T_2}{\mu T_2}$$

$$= P_1 \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\lambda}\right)(\mu - 1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (18).$$

Damit diese Raumarbeit positiv sei, muss $\mu < \lambda$, damit sie aber auch bei gegebenen Werthen von P_1 und λ möglichst gross sei, also

$$1 - \frac{\mu}{\lambda} - \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda} = max, \quad -\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu^2} = 0,$$

wäre $\mu = \sqrt{\lambda}$ zu machen. Damit und mit $\lambda = 2$ würde aus (17) und (18):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}0568 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}0858\, P_1 \quad \ldots \ldots (19)$$

gefunden. Bei gegebener grösster Pressung P_1 wäre also im Vergleich mit dem Carnot'schen Process hier die erzielbare Raumarbeit zwar das Doppelte, dagegen der Wirkungsgrad nur wenig mehr, als ein Viertel.

Beide hier beispielsweise betrachtete Kreisprocesse erscheinen als unvortheilhaft; in den folgenden Paragraphen sollen solche besprochen werden, bei welchen das eine der beiden Paare von Zustandscurven adiabatisch oder isothermisch ist, wobei, was das andere Paar betrifft, besonders verticale und horizontale Gerade in Betracht kommen werden.

§. 124. Kreisprocesse zwischen zwei Adiabaten und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven.

Entsprechend dieser Voraussetzung sei in Fig. 106:

$$m_1 = n \text{ und } c_1 = 0;$$

dann ist nach Gl. (8) im vorigen Paragraph:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

der Wirkungsgrad eines solchen Kreisprocesses also um so grösser bei gegebenen Temperaturen T_1 und T_2, je grösser T_0.

Wenn ferner hier m_2 mit m, c_2 mit c bezeichnet wird, so sei

$$-\infty < m < 0, \text{ also } c_v < c < c_p.$$

Es ist dann

$$V' = V \text{ und } P_1 = p_1, \quad P_2 = p_2 \quad \ldots \ldots \ldots (2),$$

nach Gl. (12) im vorigen Paragraph folglich

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = \frac{c}{AR} \frac{p}{T} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0}$$

oder wegen

$$\frac{p}{T} = \frac{T_0}{T_1 T_2} p_1 \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \frac{T_0}{T_1 T_2} P_1 \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \frac{P_1}{T_1} \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^{\frac{1}{n-1}}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = \frac{c}{AR} P_1 \frac{T_2^{\frac{1}{n-1}}}{T_1} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}} \quad \ldots \ldots (3).$$

Auch ist

$$\mu = \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_1}{p_0} \frac{p_0}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^{\frac{m}{m-1}} \left(\frac{T_0}{T_2}\right)^{\frac{n}{n-1}} \quad \ldots \ldots \ldots (4).$$

Bei gegebenen Werthen von T_1, T_2 und P_1 ist also der Wirkungsgrad dieses Kreisprocesses durch T_0 bedingt, während die Raumarbeit und μ (somit P_2) ausserdem von m abhängen, indem auch c nach §. 122, Gl. (12) durch m bestimmt ist.

Um T_0 so zu bestimmen, dass die Raumarbeit, insoweit sie von T_0 abhängt, möglichst gross sei, ist nach (3)

$$\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}} = max$$

zu machen, also mit $\frac{n}{n-1} = x$:

$$-T_0^{2-x} + (T_1 + T_2)\,T_0^{1-x} - T_1 T_2 T_0^{-x} = max$$

$$-(2-x)\,T_0^{1-x} + (1-x)(T_1 + T_2)\,T_0^{-x} + x\,T_1 T_2 T_0^{-1-x} = 0$$

oder, wenn mit $-(2-x)$ dividirt, mit T_0^{1+x} multiplicirt wird,

$$T_0^2 - \frac{1-x}{2-x}(T_1 + T_2)\,T_0 - \frac{x}{2-x}\,T_1 T_2 = 0$$

oder endlich wegen

$$\frac{1-x}{2-x} = \frac{-1}{n-2} \text{ und } \frac{x}{2-x} = \frac{n}{n-2}:$$

$$T_0^2 - \frac{T_1 + T_2}{2-n}\,T_0 + \frac{n}{2-n}\,T_1 T_2 = 0.$$

Dieser Gleichung entspricht:

$$T_0 = \frac{1}{2-n}\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 - n(2-n)\,T_1 T_2}\right) \quad . . (5);$$

das positive Vorzeichen der Wurzel ist ausgeschlossen, weil mit $T_1 = \lambda\,T_2$ und $n = 1{,}41$

$$\frac{T_1 + T_2}{2(2-n)} = \frac{1 + \frac{1}{\lambda}}{1{,}18}\,T_1 > T_1$$

und $T_0 < T_1$ ist.

Aus (5) folgt mit $n = 1{,}41$ und $T_1 = 2\,T_2$:

$$T_0 = 1{,}2447\,T_2; \qquad T = \frac{T_1 T_2}{T_0} = 1{,}6068\,T_2.$$

Der Ueberschuss der Lufttemperatur, mit welcher die Wärmeentziehung beginnt, über diejenige, mit welcher die Wärmemittheilung anfängt, ist

$$T - T_0 = 0{,}3621\,T_2 = 108{,}6 \text{ bei } T_2 = 300,$$

und dieser Temperatur entsprechend wäre eine Regeneratorwirkung möglich. Die Einsetzung obigen Verhältnisses von T_0 zu T_2 in Gl. (1) giebt den Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}1966$$

und die Einsetzung in (3) zusammen mit $\lambda = 2$, $n = 1{,}41$ und

$$A\,R = c_p - c_v = 0{,}2375 - 0{,}1684 = 0{,}0691$$

giebt die Raumarbeit:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A\,V} = 0{,}6300\,c\,P_1.$$

Letztere ist innerhalb der hier vorausgesetzten Grenzen von m proportional c, am grössten für $c = c_p$. Beispielsweise gelten für $\lambda = 2$ und folgende Werthe von m die darunter stehenden Werthe von c (§. 122, Gl. 12), der Raumarbeit im Verhältniss zu P_1 und von μ nach Gl. (4):

$m =$	$-\infty$	-1	0
$c =$	0,1684	0,2029	0,2375
$\frac{Q_1 - Q_2}{AT'} \frac{1}{P_1} =$	0,1061	0,1278	0,1496
$\mu =$	3,411	2,691	2,123

Die Vergleichung mit den im vorigen Paragraph besprochenen Grenzfällen lässt die relative Vortheilhaftigkeit dieses Kreisprocesses mit $m = 0$ erkennen. Man könnte sie vielleicht noch etwas erhöhen, indem m etwas > 0 gemacht würde, jedenfalls aber nur wenig;* ungefähr kann man sagen, dass von den Kreisprocessen zwischen zwei Adiabaten derjenige am geeignetsten ist, welcher ausserdem zwischen zwei horizontalen Geraden stattfindet, entsprechend der Mittheilung von Wärme bei constantem grössten Druck und der Entziehung von Wärme bei constantem kleinsten Druck. Mit $\lambda = 2$ und $\mu = 2{,}123$ ist dann:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}1966 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{AT'} = 0{,}1496\,P_1 \quad \ldots\ldots (6),$$

dabei $T - T_0 = 0{,}362\,T_2 = 0{,}362\,(T_1 - T_2)$ die Temperatur, gemäss welcher eine Aufspeicherung von Wärme im Princip stattfinden könnte.

§. 125. Kreisprocesse zwischen zwei Isothermen und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven.

In Fig. 106 seien jetzt aa_2 und a_0a_1 Isothermen, entsprechend

$$m_2 = 1 \quad \text{und} \quad c_2 = \infty.$$

Für die andern zwei Curven sei m_1 mit m, c_1 mit c bezeichnet, und es sei

$$-\infty < m < 0, \qquad c_v < c < c_p.$$

In diesen Fällen ist

$$V' = V_1 \quad \text{und} \quad P_1 = p_0, \quad P_2 = p \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

* J. Engel findet z. B. in dem Aufsatze, welcher in der Anmerkung zu §. 121 angeführt wurde, die Raumarbeit am grössten (jedoch nur sehr wenig grösser, als für $m = 0$) für $m = 0{,}16$ bei Voraussetzung von $T_2 = 303$ und $T_1 = 473$.

so dass sich der Wirkungsgrad des Processes aus §. 123, Gl. (9) und (11) mit $T_1 = \lambda T_2$ und $P_1 = \mu P_2$ ergiebt:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{(\lambda - 1)\, ln \dfrac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}}{\dfrac{c}{AR}(\lambda - 1) + \lambda\, ln \dfrac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

und die Raumarbeit aus §. 123, Gl. (13):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = p_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda}\, ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} = P_1 \frac{\lambda - 1}{\lambda} \frac{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}{\mu}\, ln \frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} \quad \ldots \quad (3)$$

wegen

$$p_1 = p\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{m}{m-1}} = P_1 \frac{\lambda^{\frac{m}{m-1}}}{\mu} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (4).$$

Setzt man

$$\frac{\mu}{\lambda^{\frac{m}{m-1}}} = x \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5),$$

so muss wenigstens $x > 1$ sein, was innerhalb der vorausgesetzten Grenzen vom m mit $\mu > \lambda$ der Fall ist. Damit aber bei gegebenen Werthen von λ und P_1 die Raumarbeit möglichst gross sei, ist

$$\frac{lnx}{x} = max, \quad \text{also} \quad x\frac{1}{x} - lnx = 0,$$

$$lnx = 1, \quad x = e = 2{,}718 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

zu machen, somit das den isothermischen Zustandsänderungen entsprechende Compressions- und Expansionsverhältniss:

$$\frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p_1} \quad \text{nach §. 123, Gl. (2)}$$

$$= \frac{P_1}{p_1} \quad \text{nach (1)}$$

$$= x = e \quad \text{nach (4)} - (6).$$

Die grösste Raumarbeit ist dann aber unabhängig von der Art der nicht isothermischen Zustandsänderungen innerhalb der vorausgesetzten Grenzen von m, nämlich nach (3):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = \frac{\lambda - 1}{\lambda e} P_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

während der entsprechende Wirkungsgrad nach (2) wird:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{c}{AR} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8).$$

Die Gleichung $x = e$, aus welcher wegen (5)

$$\lambda^{\frac{m}{m-1}} = \frac{\mu}{e}, \quad \text{also} \quad \frac{m}{m-1} = \frac{ln\mu - 1}{ln\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

folgt, entspricht übrigens, wenn ausser λ auch μ (ausser P_1 auch P_2) gegeben ist, bestimmten Werthen von m, c und $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. Wäre etwa $\lambda = 2$, $\mu = 5$, so folgte aus (9):

$$m = \frac{ln\mu - 1}{ln\mu - 1 - ln\lambda} = -7{,}28$$

$$c = \frac{m - n}{m - 1} c_v = 1{,}0495\, c_v \;(\text{§. 122, Gl. 12})$$

$$\frac{c}{AR} = \frac{c}{c_p - c_v} = \frac{1{,}0495}{n - 1} = 2{,}56 \;(\text{§. 122, Gl. 5}).$$

Der Wirkungsgrad wäre also nach (8):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{2{,}56 + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Entsprechend $\lambda = 2$, $\mu = 5$, $m = -7{,}28$ und bei isothermischem Expansions- und Compressionsverhältniss $= e$ folgt endlich aus (10) und (7):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}2193 \quad \text{und} \quad \frac{Q_1 - Q_2}{AV'} = 0{,}184\, P_1 \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Wie die Vergleichung mit Gl. (6) im vorigen Paragraph erkennen lässt, ist ein Kreisprocess zwischen zwei Isothermen noch vortheilhafter einzurichten, als zwischen zwei Adiabaten. —

Bei unverändertem Werthe von $x = e$, somit auch der Raumarbeit gemäss (7) oder (11) bei ausserdem unveränderten Werthen von λ und P_1, könnte übrigens der Wirkungsgrad gemäss (8) noch etwas vergrössert werden durch Verkleinerung von c bis c_v, entsprechend $m = -\infty$ oder verticalen Geraden $a_2 a_0$ und $a_1 a$ als nicht isothermischen Zustandscurven. Mit $\lambda = 2$ wäre dann

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{1}{n - 1} + 2} = 0{,}2253 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12);$$

nach (5) wäre dann aber auch $\mu = \lambda e = 2e$, also der kleinste Druck P_2 etwas kleiner, als der Atmosphärendruck zu machen, wenn der grösste nicht mehr, als 5 Atm. betragen soll.

Wären unter sonst gleichen Umständen $a_2 a_0$ und $a_1 a$ horizontale Gerade, entsprechend $m = 0$, $c = c_p$, so wäre

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} + 2} = 0{,}1839 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

bei unveränderter Raumarbeit, nach (5) dabei $\mu = e$. Die Druckschwankung würde dadurch gegenüber dem vorigen Falle auf die Hälfte reducirt, der Wirkungsgrad aber verkleinert, und selbst noch etwas kleiner, als gemäss (6) im vorigen Paragraph bei horizontalen geraden Zustandscurven zwischen Adiabaten. —

Hierbei ist, wie bisher bei Kreisprocessen in einem einzigen Raume, die Wirksamkeit eines in solchem Falle praktisch unausführbaren Regenerators nicht weiter berücksichtigt worden. In der That könnte diese Wirksamkeit (bei entsprechender Aenderung der im Folgenden zu besprechenden praktischen Ausführung) gerade bei Kreisprocessen von der hier in Rede stehenden Art, welche Indicatordiagrammen mit zwei Isothermen entsprechen, besonders gross sein, eine erhebliche Vergrösserung des Wirkungsgrades zur Folge haben. Gemäss den Gleichungen (9) und (10) im §. 123 sind nämlich die Wärmemengen, welche bei den nicht isothermischen Zustandsänderungen längs $a_2 a_0$ und $a_1 a$ (Fig. 106) bezw. mitgetheilt und entzogen werden, gleich gross

$$= G c_1 (T_1 - T_2),$$

und indem sie auch zwischen denselben Temperaturgrenzen mitzutheilen bezw. zu entziehen sind, könnte im Princip die eine wiederholt aufgespeichert werden, um dann jedesmal die andere gerade zu ersetzen. Wäre das mit Hülfe eines Regenerators vollkommen ausführbar, so würde die von aussen jeweils neu mitgetheilte Wärme nur längs $a_0 a_1$ (Fig. 106) mitgetheilt, die nach aussen abgeführte Wärme nur längs $a a_2$ abgeführt. In obiger Gleichung (8) würde dann das Glied mit c (bezw. c_1) wegfallen, und der Wirkungsgrad

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda} = 0{,}5 \text{ für } \lambda = 2$$

sein, entsprechend einem möglichst grossen calorischen Wirkungsgrad $\eta_c = 1$. —

Sind B_0 mit der Pressung b_0 und B_1 mit der Pressung b_1 irgend zwei solche Punkte bezw. der polytropischen Curven $a_2 a_0$ und $a a_1$, welche auf einer Isotherme $B_0 B_1$ liegen, so ist nach §. 122, Gl. (23) die Zunahme des Wärmegewichts beim Uebergang von B_0 nach B_1, entsprechend $m = 1$:

$$\Delta P = G \frac{c_v}{A}(1 - n) \ln \frac{b_1}{b_0} = G \frac{c_p - c_v}{A} \ln \frac{b_0}{b_1}$$

$$= G R \ln \frac{b_0}{b_1} = G R \ln \frac{p_0}{p_1}$$

mit Rücksicht auf §. 122, Gl. (5), und wegen $b_0 p_1 = b_1 p_0$ nach §. 123, Gl. (2). Die Abbildungen (Fig. 105, §. 122) aller solcher Isothermenstrecken $B_0 B_1$ sind also gleich lange horizontale Strecken, oder die Abbildungen der polytropischen Curven $a_2 a_0$ und $a a_1$ sind horizontal äquidistant, so dass sie durch Verschiebung im Sinne der P-Axe von Fig. 105 (α) zur Deckung gebracht werden können.

Damit übrigens die Abbildungen von zwei Curven horizontal äquidistant seien, muss nur das Verhältniss der Pressungen b_0, b_1 von zwei Punkten B_0, B_1 derselben, die in einer Isotherme liegen, constant sein, ohne dass die Curven polytropisch zu sein brauchen. Denn es ist beim Uebergange von B_0 zu B_1 nach §. 122, Gl. (7):

$$\Delta P = \int \frac{dQ}{A T}$$

und folglich nach (4) und (1) daselbst mit $dT = 0$:

$$\Delta P = -\int \frac{V dp}{T} = -G R \int \frac{dp}{p}$$

$$= -G R \ln \frac{b_1}{b_0} = G R \ln \frac{b_0}{b_1} = \text{Const.},$$

wenn $\frac{b_0}{b_1}$ constant ist. Hiernach kann, wenn eine jener Curven gegeben ist, die andre leicht gefunden werden.

§. 126. Zustände eines Gases in zwei communicirenden veränderlichen Räumen bei Mittheilung von Wärme an dieselben.

Die Zustandsänderung der Arbeitsflüssigkeit eines Wärmemotors findet nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, in demselben Raume statt, sondern in verschiedenen und zwar im Allgemeinen veränderlichen Räumen, in deren jedem die Zustandsänderung als umkehrbar gelten kann, und welche, während sie einzeln geheizt oder gekühlt oder weder geheizt noch gekühlt sind, so durch in der Regel enge Verbindungswege zusammenhängen,

dass die augenblicklichen Pressungen in ihnen zwar als gleich anzunehmen sind, die Temperaturen jedoch wesentlich verschieden sein können. Den Untersuchungen über das Verhalten der Arbeitsluft in ausgeführten Wärmemotoren liegen deshalb unter anderem die Beziehungen zugrunde, die zwischen den Elementen und ihren gleichzeitigen Aenderungen stattfinden, welche die Wärmezustände in zwei solchen communicirenden Räumen charakterisiren, und zwischen den Wärmemengen, die diesen gleichzeitig mitgetheilt werden.*

Die beiden Räume seien mit A und B bezeichnet; die Gewichte, Volumina und absoluten Temperaturen der gleichzeitig in ihnen befindlichen Luftmengen seien

$$\begin{array}{ccccc} G_x & V_x & T_x & \text{in} & A \\ G_y & V_y & T_y & \text{in} & B \end{array}$$

bei demselben Drucke $= p$. Mit den Bezeichnungen

$$G = G_x + G_y \quad \text{und} \quad V = V_x + V_y \quad \ldots\ldots \quad (1),$$

wobei G constant ist, sei durch die Gleichung (Zustandsgleichung):

$$p V = R G T \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

T als die augenblicklich mittlere Temperatur in A und B zusammen definirt. Indem dann gemäss der Zustandsgleichung auch

$$p V_x = R G_x T_x \quad \text{und} \quad p V_y = R G_y T_y \quad \ldots\ldots \quad (3)$$

ist, folgt aus (3), (1) und (2):

$$G_x T_x + G_y T_y = \frac{p V}{R} = G T \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

$$\frac{V_x}{T_x} + \frac{V_y}{T_y} = \frac{R G}{p} = \frac{V}{T} \quad \ldots\ldots \quad (5).$$

Es sei nun B derjenige von beiden Räumen, in welchen während eines Zeitelements eine Luftmenge $= dG_y$ Kgr. aus dem andern Raume A zuströmt; unterdessen werde A die Wärme dQ_x, B die Wärme dQ_y (algebraisch verstanden) mitgetheilt. Erstere kann ebenso, als ob A hierbei abgesperrt wäre, berechnet, also nach §. 122, Gl. (4) gesetzt werden:

$$dQ_x = G_x c_p dT_x - A V_x dp \quad \ldots\ldots \quad (6);$$

denn wenn auch thatsächlich eine unendlich kleine Luftmenge ausströmt, und infolge dessen die Zustandsänderung etwas anders ist, als bei abgesperrtem Raume, so hat das doch nur eine verschwindende, weil verhältnissmässig unendlich kleine Aenderung des selbst unendlich kleinen dQ_x zur Folge. Mit Rücksicht auf (3) und auf §. 122, Gl. (5) folgt aus (6):

* Diese Aufgabe wurde von Zeuner zuerst im „Civilingenieur", 1883, Bd. 29. S. 557 behandelt unter der Ueberschrift: „Ueber die Wirkung des Verdrängers bei Heiss- und Kaltluftmaschinen".

$$dQ_x = Ap\,V_x\left(\frac{c_p}{AR}\frac{dT_x}{T_x} - \frac{dp}{p}\right)$$

$$= Ap\,V_x\left(\frac{n}{n-1}\frac{dT_x}{T_x} - \frac{dp}{p}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ (7).$$

Für dQ_y gilt nun aber nicht nur der Ausdruck, welcher aus dieser letzten Gleichung durch Vertauschung von x mit y hervorgeht, sondern es ist ihm ausserdem der Ausdruck der Wärme hinzuzufügen, die dem Uebergang der in B einströmenden Luftmenge dG_y von der Temperatur T_x zu T_y bei dem Drucke p entspricht, und ist also:

$$dQ_y = Ap\,V_y\left(\frac{n}{n-1}\frac{dT_y}{T_y} - \frac{dp}{p}\right) + c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y \quad \ldots\ (8);$$

der zweite Summand dieses Ausdrucks ist nämlich von derselben Grössenordnung wie der erste, weil die in B stattfindende Zustandsänderung der zwar unendlich kleinen Luftmenge dG_y doch von verhältnissmässig endlicher Grösse sein kann.

Wenn für dQ_x der erste Ausdruck (6), und für das erste Glied von dQ_y der entsprechende Ausdruck gesetzt wird, so ergiebt sich mit $V = V_x + V_y$ die beiden Räumen zusammen in einem Zeitelement mitgetheilte Wärme $dQ = dQ_x + dQ_y$:

$$dQ = c_p\,(G_x\,dT_x + G_y\,dT_y) - AVdp + c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y$$

oder, weil wegen $dG_y = -dG_x$ und mit Rücksicht auf (4)

$$c_p\,(T_y - T_x)\,dG_y = c_p\,(T_x\,dG_x + T_y\,dG_y)$$
$$= c_p\,(G\,dT - G_x\,dT_x - G_y\,dT_y)$$

ist, auch:

$$dQ = Gc_p\,dT - AVdp \quad \ldots\ldots\ldots\ (9).$$

Die Vergleichung mit der übereinstimmenden Gleichung (4), §. 122, lässt erkennen, dass diese ganze Wärmemenge dQ ebenso gross ist, als ob die Luft in A und B zusammen ausser dem gleichen Drucke p stets auch dieselbe Temperatur = der mittleren Temperatur T hätte. Ausgedrückt durch p und V kann gemäss (2) und (5) daselbst auch geschrieben werden:

$$dQ = \frac{1}{R}(c_p\,p\,dV + c_v\,Vdp)$$

$$= \frac{A}{n-1}(np\,dV + Vdp) \quad \ldots\ldots\ldots\ (10).$$

Damit übrigens, wie hier vorausgesetzt wurde, A der Abfluss-, B der Zuflussraum sei, muss mit Rücksicht auf (3) natürlich sein:

$$d\frac{G_y}{G_x} = d\left(\frac{V_y}{V_x}\frac{T_x}{T_y}\right) > 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ (11).$$

β. Ausgeführte Maschinen.

§. 127. Kreisprocess in vier Räumen.

Einem solchen Kreisprocesse der Arbeitsluft entsprach die Maschine, welche ursprünglich schon im Jahre 1833 von Ericsson vorgeschlagen wurde. Wenn sie auch praktische Verwendung weder bisher gefunden hat, noch in der Folge verspricht, seitdem an eine Concurrenz des Luftmotors (ausgenommen etwa des Gasmotors) mit der Dampfmaschine im Grossen vorläufig nicht mehr gedacht wird, ihre Anwendung vielmehr im Wesentlichen auf das Kleingewerbe beschränkt worden ist, wobei thunlichste Einfachheit und Gedrängtheit als ein Haupterforderniss erscheint, mag sie doch hier zuerst besprochen werden, weil die Zerlegung des Kreisprocesses in vier verschiedene Vorgänge bei ihr am deutlichsten, nämlich auch äusserlich hervortritt. Dieser Kreisprocess ist derselbe, welcher unter den zwischen zwei Adiabaten stattfindenden im §. 124 principiell als besonders vortheilhaft erkannt wurde, indem er ausserdem einer Mittheilung und Entziehung von Wärme je bei constantem Drucke entspricht. Er stimmt also im Princip überein mit der im §. 80 besprochenen Verwirklichung des Kreisprocesses einer Dampfmaschine in einem Kessel, Expansionscylinder, Condensator und Compressionscylinder; nur war dort ein solcher Kreisprocess zugleich der ideale, was hier nicht der Fall ist, weil die horizontalen geraden Linien constanten Drucks nicht zugleich Isothermen sind. Statt des Dampfkessels und Condensators werde hier allgemeiner vom Heizraum R_1 und Kühlraum R_2 gesprochen, während Expansions- und Compressionscylinder, beide beiderseits geschlossen, also doppeltwirkend, bezw. mit C_1 und C_2 bezeichnet seien; das Hubvolumen von C_1 ist grösser, als das von C_2.

Infolge entsprechender Grössen von R_1 und R_2 werden die Pressungen darin als constant, bezw. $= p_1$ und $= p_2$ vorausgesetzt; der Kolben K_1 in C_1 sei im Begriff, einen neuen Hub zu beginnen, der Kolben K_2 in C_2 befinde sich an einer mittleren Stelle. Indem jetzt K_1 sich bis zu einer mittleren Stelle, K_2 bis zum Hubende bewegt, strömt die Luft vom Gewichte G aus C_2 vor K_2 durch R_1 in C_1 hinter K_1 mit constanter Pressung p_1 ein und mit einer Temperatur, die entsprechend von T_0 vor K_2 bis T_1 hinter K_1 hierbei zunehme; die derselben dazu in R_1 mitzutheilende Wärme ist

$$Q_1 = G c_p (T_1 - T_0) \qquad (1).$$

Im jetzt folgenden zweiten Theile des Kreisprocesses bleibe K_2 am Hubende stehen, während die betreffende Verbindung von C_1 mit R_1 geschlossen wird und K_1 sich bis zum Hubende weiter bewegt; die hinter K_1 in C_1 abgesperrte Luft dehne sich dabei adiabatisch aus bis zum Drucke p_2 und zur Temperatur T, entsprechend der Gleichung:

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \mu^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Im dritten Zeitabschnitte sollen sich beide Kolben vom einen zum andern Ende jedes Cylinders zurückbewegen, so dass bei geöffneten betreffenden Verbindungen mit R_2 die Luft $= G$ Kgr. aus C_1 vor K_1 durch R_2 hindurch in C_2 hinter K_2 einströmt mit constanter Pressung p_2 und mit einer Temperatur, welche von T vor K_1 bis T_2 hinter K_2 abnimmt. Die Wärme, welche ihr dabei im Kühlraume R_2 entzogen werden muss, ist

$$Q_2 = Gc_p\,(T - T_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Endlich werde C_2 von R_2 abgesperrt und die Luft in C_2 durch den abermals bis zur anfänglichen Mittelstelle zurückkehrenden Kolben K_2 bis zum Zustande p_1, T_0 adiabatisch comprimirt gemäss der Gleichung:

$$\frac{T_0}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \mu^{\frac{n-1}{n}} = \frac{T_1}{T} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4).$$

Ist die Maschine doppeltwirkend, können also die Cylinder C_1, C_2 an beiden Enden mit R_1, R_2 in Verbindung gebracht werden so, dass die Ueberströmung aus C_2 in C_1 nebst Compression in C_2 und Expansion in C_1 immer gleichzeitig mit Ueberströmung aus C_1 in C_2 auf den andern Kolbenseiten stattfindet, so wird bei jedem Doppelhub der Kolben eine indicirte Arbeit

$$E = 2\,\frac{Q_1 - Q_2}{A} = 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,(T_1 - T_0 + T_2 - T)$$

gewonnen, oder mit Rücksicht auf §. 123, Gl. (6) und auf obige Gl. (4):

$$E = 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,\frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0}$$

$$= 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,\frac{\left(T_1 - T_2\,\mu^{\frac{n-1}{n}}\right)\left(\mu^{\frac{n-1}{n}} - 1\right)}{\mu^{\frac{n-1}{n}}}$$

$$= 2\,G\,\frac{c_p}{A}\,T_2\left(\frac{\lambda}{\mu^{\frac{n-1}{n}}} - 1\right)\left(\mu^{\frac{n-1}{n}} - 1\right) \quad \ldots \ldots (5).$$

Derselbe Ausdruck wäre auch durch Ausdruck der Ein- und Ausströmungsarbeiten, der Expansions- und bezw. Compressionsarbeiten für beide Cylinder, und durch algebraische Addition dieser Ausdrücke gefunden worden. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses ohne Regenerator ergiebt sich wie im §. 124, Gl. (1). Zur Vergleichung der indicirten Arbeit mit dem ganzen dazu nöthigen, den Preis der Anlage bedingenden lufterfüllten Raume müsste aber hier E mit der Summe der Räume von C_1, C_2, R_1, R_2 verglichen, und würde das betreffende Verhältniss nur klein gefunden werden, um so mehr, als die Voraussetzung constanten Drucks im Heizraum und im Kühlraum natürlich um so zutreffender ist, je grösser dieselben sind; die Expansion und die Compression werden wegen des Einflusses der Cylinderwandungen auch nicht ganz adiabatisch sein.

Ein Regenerator, welcher wegen $T > T_0$ (§. 124) wenigstens einem Theil der Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$ entsprechen könnte, wäre so anzuordnen, dass er von der Arbeitsluft auf dem Wege von C_1 zu R_2 im einen Sinne, auf dem Wege von C_2 zu R_1 im andern Sinne durchströmt wird.

§. 128. **Kreisprocess in drei Räumen.**

Ein Kreisprocess von solcher Art kann auf folgende Weise verwirklicht werden, wie es thatsächlich u. A. bei der Maschine von Laubereau-Schwartzkopff geschehen ist, und, wie es scheint, auch bei dem ältesten praktisch brauchbaren Luftmotor der Gebr. Stirling vom Jahre 1827.* Auch neuere geschlossene Luftmotoren, z. B. die Maschine von Zipf und Langsdorff**, sind von solcher Art. In einem beiderseits geschlossenen Cylinder, der an der einen Seite bis nahe zur Mitte von aussen geheizt, an der andern bis nahe zur Mitte von aussen gekühlt wird, ist ein gleichfalls cylindrischer Verdränger D axial beweglich, dessen Länge ungefähr halb so gross, wie die Länge, und dessen Durchmesser wenig kleiner ist, als der Durchmesser jenes ihn enthaltenden Cylinders. In letzterem bleiben dann beiderseits von D zwei Räume übrig, ein heisser $= H$ und ein kalter $= K$, welche je nach der Stellung von D veränderlich sind; ihre (abgesehen von schädlichen Räumen) gleich grossen Maximalwerthe, den Stellungen von D dicht am einen oder dicht am anderen Ende des Cylinders entsprechend, seien mit J bezeichnet. Mit K steht durch einen möglichst kurzen und nicht zu weiten Canal ein Arbeitscylinder C in

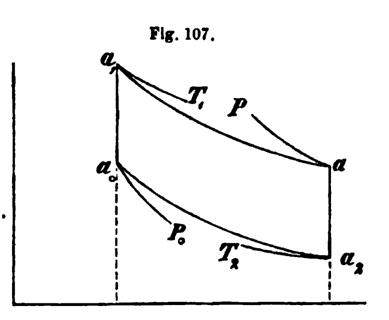
* J. O. Knoke, „die Kraftmaschinen des Kleingewerbes", S. 74.

** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1887, S. 951.

Verbindung, und zwar an dem Ende, an welchem C durch einen Deckel geschlossen, während er andrerseits offen ist; in C ist ein Arbeitskolben anschliessend beweglich. Im Princip und unter der Voraussetzung, dass in H constant die höchste Temperatur T_1, in K constant die niedrigste Temperatur $= \frac{1}{\lambda} T_1$ herrscht, und dass die Wand des weder geheizten, noch gekühlten Cylinders C keine Wärme während eines Spieles durchlässt, finde nun das letztere, bestehend aus 4 Theilen, folgendermassen statt, wobei mit C zugleich das Hubvolumen des ebenso bezeichneten Arbeitscylinders bezeichnet werde.

Zu Anfang eines Doppelhubes befinde sich der Arbeitskolben dicht am Deckel von C, der Verdränger dicht am kalten Ende des betreffenden Cylinders, so dass (abgesehen von den bei dieser principiellen Betrachtung stets unberücksichtigt gelassenen schädlichen Räumen) $H = J$, $K = 0$ ist und die ganze Arbeitsluft das Volumen J und die Temperatur T_1 hat; der Druck sei dann $= p_1$, entsprechend dem Punkte a_1 mit dieser Ordinate p_1 des Indicatordiagramms für den Arbeitscylinder C (Fig. 107). Im ersten Zeittheil bleibe nun D in Ruhe, während der Arbeitskolben seine ganze Hublänge gegen das offene Ende von C durchläuft. Wäre dabei H ungeheizt wie der Arbeitscylinder, so fiele die betreffende Strecke $a_1 a$ der Indicatorcurve mit der Adiabate durch a_1 zusammen; indem aber immer Luft von der Temperatur T_1 nachströmt, wird $a_1 a$ thatsächlich zwischen jener Adiabate und der Isotherme durch a_1 liegen, ohne übrigens eine polytropische Curve sein zu müssen. In diesen Beziehungen finden also die Voraussetzungen von §. 123 (Fig. 106) hier nicht statt. Im zweiten Zeittheil bleibe der Arbeitskolben in Ruhe, D bewege sich bis zum heissen Ende des Verdrängercylinders, die Luft in letzterem aus $H = J$ bis 0 in $K = 0$ bis J drängend, also aus der Temperatur T_1 in T_2 versetzend. Indem dadurch bei unverändert bleibender Gesammtgrösse aller Räume, insbesondere auch des Raumes C für sich, der Druck in ihnen abnimmt, ist das entsprechende Stück des Indicatordiagramms für den Arbeitscylinder eine verticale Gerade aa_2, Fig. 107. Im dritten Zeittheil sei D unbewegt, der Arbeitskolben kehre in die Anfangslage zurück. Wäre die Luft in C hierbei abgesperrt, so würde der Druck

Fig. 107.



darin adiabatisch wachsen; wegen des Ausströmens von Luft aus C nimmt er aber weniger schnell zu, liegt also die Druckcurve $a_2 a_0$ unter der Adiabate durch a_2, jedoch über der Isotherme, welche Druckcurve wäre, wenn die Temperatur auch im Arbeitscylinder constant $= T_2$ wäre. Dem vierten Zeittheil entspricht die Druckcurve $a_0 a_1$, Fig. 107, wenn D in die Anfangslage zurückkehrt, während der Arbeitskolben ruht. Die Wärmemittheilung erfolgt hier auf dem Wege $a_0 a_1 a$, die Wärmeentziehung auf dem Wege $a a_2 a_0$, während a_1 nach wie vor der höchsten, a_2 der niedrigsten Temperatur, bezw. T_1 und T_2, entspricht.

Ein Regenerator wäre hier am einfachsten so anzuordnen, dass der ganze Raum des Verdrängers D mit locker geschichteten guten Wärmeleitern von grosser Oberfläche gefüllt würde, so dass bei seiner Bewegung die Luft aus H in K und umgekehrt grösstentheils ihn durchströmt, Wärme abgebend ($a a_2$) oder aufnehmend ($a_0 a_1$). Im Folgenden werde die Theorie eines solchen Wärmemotors ohne Regenerator besprochen. Sie erfordert die Bestimmung der algebraischen Werthe der in den einzelnen 4 Zeittheilen vom Arbeitskolben geleisteten Arbeiten L_1, L_2, L_3, L_4 und der den beiden Theilen H und K des Verdrängercylinders mitgetheilten Wärmemengen H_1, H_2, H_3, H_4 und K_1, K_2, K_3, K_4.*

Was nun die Gleichung der Druckcurve $a_1 a$ im Arbeitscylinder für den ersten Zeittheil betrifft, so ist nach §. 126, Gl. (7) mit

$$dT_x = dT_1 = 0, \quad V_x = J \quad \text{und} \quad dQ_x = dQ:$$

$$dQ = -AJdp \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1).$$

Nach §. 126, Gl. (10), ist aber auch, wenn mit V das von 0 bis C zunehmende augenblickliche Luftvolumen im Arbeitscylinder, mit p der entsprechende Druck bezeichnet, also dort $J + V$ statt V geschrieben wird,

$$dQ = \frac{A}{n-1}[npdV + (J + V)dp] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2),$$

und aus der Gleichsetzung beider Ausdrücke von dQ folgt die Differentialgleichung:

$$np\,dV + (nJ + V)\,dp = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3),$$

welche dem Integral

$$p\,(nJ + V)^n = \text{Const.} = p_1\,(nJ)^n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

als Gleichung von $a_1 a$ (Fig. 107) entspricht, wenn p_1 den Luftdruck im Arbeitscylinder am Anfang des fraglichen Zeittheils bedeutet. Ueberhaupt seien jetzt die Zustände in letzterem in den durch a_1, a, a_2, a_0 in Fig. 107 charakterisirten Augenblicken beziehungsweise mit

* Siehe Zeuner's technische Thermodynamik, Bd. I, S. 65.

$$p_1,\ T_1 \qquad p,\ T \qquad p_2,\ T_2 \qquad p_0,\ T_0$$

bezeichnet, während zur Verhütung von Verwechselungen die in K herrschende constante Temperatur jetzt mit $\frac{1}{\lambda} T_1$ bezeichnet sei. Nach (4) ist dann mit dieser neuen Bedeutung von p, für welche $V = C$ ist,

$$\frac{p}{p_1} = \left(\frac{nJ}{nJ + C}\right)^n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

und ferner, weil das Gewicht der Arbeitsluft in allen Räumen zusammen am Anfang und am Ende des ersten Zeittheils gemäss der Zustandsgleichung:

$$GR = \frac{p_1 J}{T_1} = \frac{pJ}{T_1} + \frac{pC}{T}$$

ist, auch

$$\frac{T}{T_1} = \frac{p}{p_1 - p} \frac{C}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (6).$$

Die Arbeit, welche auf den Arbeitskolben übertragen wird, ist mit Rücksicht auf (4):

$$L_1 = \int_0^C p\,dV = p_1 (nJ)^n \int_0^C \frac{dV}{(nJ + V)^n}$$

$$= p_1 (nJ)^n \frac{1}{n-1} \left[\frac{1}{(nJ)^{n-1}} - \frac{1}{(nJ + C)^{n-1}}\right]$$

$$= \frac{n}{n-1} p_1 J \left[1 - \left(\frac{nJ}{nJ + C}\right)^{n-1}\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7)$$

oder auch wegen (5):

$$L_1 = \frac{n}{n-1} p_1 J \left(1 - \frac{p}{p_1} \frac{nJ + C}{nJ}\right)$$

$$= \frac{1}{n-1} \left[n (p_1 - p) J - pC\right] \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (8).$$

Endlich ist die dem heissen Raume mitgetheilte Wärme gemäss (1):

$$H_1 = A (p_1 - p) J \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (9).$$

Im zweiten Zeittheile ist $H + K + C$ constant, dabei auch C constant, K zunehmend von 0 bis J, H abnehmend von J bis 0. Der Druck am Ende dieser Zeit ist durch das als gegeben vorausgesetzte grösste Druckverhältniss $\mu = \frac{p_1}{p_2}$ bestimmt, während die entsprechende Temperatur im Arbeitscylinder durch Gleichsetzung der Gewichte vorhandener Arbeitsluft in den Zuständen gefunden wird, welche für den Arbeitscylinder den

Punkten a_1 und a_2, Fig. 107, entsprechen, nämlich aus der Gleichung gefunden wird:

$$(GR =) \frac{p_1 J}{T_1} = \frac{p_2 J}{\frac{1}{\lambda} T_1} + \frac{p_2 C}{T_2},$$

woraus folgt:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 C}{(p_1 - \lambda p_2) J} = \frac{1}{\mu - \lambda} \frac{C}{J} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Arbeit wird nicht geleistet: $L_2 = 0$. In Betreff der mitgetheilten Wärme werde mit Zeuner die unbedenkliche Annahme gemacht, dass die für zwei communicirende Räume entwickelte Gleichung (10), §. 126, auch für mehr, als zwei solche Räume gilt, wenn darin unter V immer das Gesammtvolumen derselben, hier constant $= C + J$, verstanden wird. Wegen $dV = 0$ ist ihr auf den zweiten Zeittheil bezogenes Integral hier:

$$K_2 + H_2 = \frac{A}{n - 1} (C + J)(p_2 - p) \quad \ldots\ldots \quad (11).$$

Um die Wärmen K_2 und H_2 einzeln zu finden, wäre freilich streng genommen die Untersuchung von §. 126 auf drei Räume unter den hier in Betracht kommenden Umständen auszudehnen. Zwar ist Gl. (7) daselbst auf den hier vorliegenden veränderlichen Abflussraum $V_x = H$ von constanter Temperatur $T_x = T_1$ ohne Zweifel anwendbar, also für ein Element des in Rede stehenden Zeittheils zu setzen:

$$dH_2 = - AH dp,$$

unter p den augenblicklichen Druck im Gesammtraume $H + K + C$ verstanden; was aber die Beziehung zwischen H und p betrifft, so werde in C während dieses ganzen Zeittheils die Temperatur mit Zeuner constant = einem Mittelwerth zwischen T und T_2 gesetzt

$$= \frac{1}{\lambda_0} T_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12).$$

Dann ergiebt sich für jeden Augenblick dieses Zeitraums mit $K = J - H$ nach der Zustandsgleichung:

$$(GR =) \frac{p_1 J}{T_1} = \frac{pC}{\frac{1}{\lambda_0} T_1} + \frac{pH}{T_1} + \frac{p(J - H)}{\frac{1}{\lambda} T_1}$$

und somit:

$$\frac{p_1}{p} J = \lambda_0 C + H + \lambda (J - H); \qquad H = \frac{1}{\lambda - 1} \left(\lambda_0 C + \lambda J - \frac{p_1}{p} J \right) \quad (13)$$

und nach Substitution dieses Ausdrucks von H in obiger Gleichung für dH_2 durch Integration derselben:

$$H_2 = -\frac{A}{\lambda - 1}\left[(\lambda_0 C + \lambda J)(p_2 - p) - p_1 J \int_p^{p_1} \frac{dp}{p}\right]$$

$$= \frac{A}{\lambda - 1}\left[(\lambda_0 C + \lambda J)(p - p_2) - p_1 J \ln \frac{p}{p_2}\right] \quad . . . (14).$$

Durch (11) und (14) ist endlich auch K_2 bestimmt.*

Im dritten Zeittheil bewegt sich bei ruhendem Verdränger der Arbeitskolben zurück zur Anfangslage, so dass die Arbeitsluft in den

---

* Um obige Annahme einer constant bleibenden Mitteltemperatur in C zu vermeiden, müsste die Temperatur T in C als weitere Unbekannte und damit auch eine weitere Gleichung aufgestellt werden, nämlich ausser obiger Gleichung (11) und ausser (§. 126, Gl. 7)

$$dH_2 = -AH\,dp \; . . . . (a)$$

auch noch eine Gleichung für dK_2. Was letztere betrifft, so kann man bemerken, dass in K nicht nur aus H, sondern auch aus C Arbeitsluft einströmt. Denn wenn die in H und in C augenblicklich enthaltenen Luftgewichte mit G_h und G_c bezeichnet werden, ihre gleichzeitigen elementaren Aenderungen mit dG_h und dG_c, so ist mit Rücksicht auf die Zustandsgleichung

$$pC = G_c R T,$$

da p abnimmt und die verhältnissmässige Aenderung von T wesentlich kleiner ist, G_c abnehmend, dG_c negativ wie dG_h. Analog §. 126, Gl. (8) ist dann mit T_y = einer Constanten, $V_y = K = J - H$:

$$dK_2 = -A(J - H)\,dp - c_p\left(\frac{T_1}{\lambda} - T_1\right)dG_h$$
$$- c_p\left(\frac{T_1}{\lambda} - T\right)dG_c$$

oder auch wegen

$$G_h = \frac{pH}{RT_1}; \qquad dG_h = \frac{1}{RT_1}\,d(pH)$$

$$G_c = \frac{pC}{RT}; \qquad dG_c = \frac{C}{R}\,d\frac{p}{T}$$

$$dK_2 = -A(J - H)\,dp + \frac{c_p}{R}\left[\frac{\lambda - 1}{\lambda}\,d(pH) + \frac{\lambda T - T_1}{\lambda}\,C\,d\frac{p}{T}\right] \quad . . . (b).$$

Die Gleichungen (a) und (b) ergeben dH_2 und dK_2 als Differentialfunctionen von H, p, T, welche behufs der Integration durch zwei Beziehungen auf Functionen von einer Veränderlichen zu reduciren wären. Eine erste solche Beziehung ergiebt sich, indem wieder die Summe der durch die (absoluten) Temperaturen dividirten Producte von Druck und Volumen für alle drei communicirenden Räume zusammen und für irgend einen Augenblick des in Rede stehenden Zeitabschnitts $= \frac{p_1 J}{T_1} =$ jener Grösse zu Anfang des ganzen Kreisprocesses, und dabei

$$T \text{ statt } \frac{1}{\lambda_0} T_1, \quad \text{also } \lambda_0 = \frac{T_1}{T}$$

Kühlraum $K = J$ zusammengedrängt wird. Wenn jetzt für irgend einen Augenblick während dieses Vorgangs mit V, p, T die zusammengehörigen Werthe von Volumen, Druck und Temperatur der Luft bezeichnet werden, welche zwischen Kolben und Deckel des Arbeitscylinders enthalten ist, so ist, indem dieser Raum Abflussraum ist, nach Gl. (7), §. 126, mit $dQ_x = 0$, $V_x = V$, $T_x = T$:

$$\frac{n}{n-1}\frac{dT}{T} = \frac{dp}{p}, \text{ also } \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots (15),$$

insbesondere die Beziehung zwischen Druck und Temperatur am Anfang und Ende der Compressionscurve $a_2 a_0$, Fig. 107,

$$\frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (16),$$

gleich als ob die betreffende Zustandsänderung in einem Raume bei unveränderter Luftmenge adiabatisch wäre. Thatsächlich ist ihre Gleichung bestimmt durch die Zustandsgleichung, bezogen auf irgend einen und auf den letzten Augenblick der mit Ausnahme dieses letzten hierbei in zwei Räumen befindlichen Arbeitsluft:

$$(GR =)\ \frac{pV}{T} + \frac{pJ}{\frac{1}{\lambda}T_1} = \frac{p_0 J}{\frac{1}{\lambda}T_1},$$

---

gesetzt wird. So folgt aus (13):

$$(\lambda - 1)H - \lambda J = \frac{T_1}{T}C - \frac{p_1}{p}J \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (c).$$

Eine zweite Beziehung wird erhalten, wenn das Differential von Gl. (11), wobei p constant und p_2 allein veränderlich $= p$ zu setzen ist, mit $dH_2 + dK_2$ gemäss (a) und (b) verglichen wird. So findet man wegen

$$\frac{A}{n-1}(C + J)\,dp + AJ\,dp = A\frac{C + nJ}{n-1}\,dp$$

und wegen

$$\frac{AR}{c_p} = \frac{c_p - c_v}{c_p} = 1 - \frac{1}{n} = \frac{n-1}{n}:$$

$$\frac{C + nJ}{n}\,dp = \frac{\lambda - 1}{\lambda}\,d(pH) + \frac{\lambda T - T_1}{\lambda}\,C\,d\frac{p}{T} \quad \ldots\ldots\ldots (d).$$

Im Princip sind nun zwar durch (c) und (d) zwei der drei Grössen H, p, T als Functionen der dritten bestimmt, so dass dann die Gleichungen (a) und (b) in Bezug auf diese übrig gebliebene dritte integrirt werden könnten, um H_2 und K_2 zu erhalten. Doch stände die Umständlichkeit des Verfahrens zum Genauigkeitsbedürfnisse nicht in angemessenem Verhältniss.

in welcher Gleichung, weil die Temperatur T_0 der aus dem Arbeitscylinder in den Kühlraum ganz verdrängten Luft = der Temperatur in diesem, d. h.

$$T_0 = \frac{1}{\lambda} T_1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

sein muss, auch T_0 an die Stelle von $\frac{1}{\lambda} T_1$ gesetzt werden darf, so dass daraus folgt:

$$\frac{p}{p_0} V \frac{T_0}{T} + \frac{p}{p_0} J = J$$

oder mit Rücksicht auf (15):

$$\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{V}{J} + \frac{p}{p_0} = 1 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

als Gleichung der Compressionscurve $a_2 a_0$, Fig. 107. Mit $p = p_2$ und $V = C$ ergiebt sich daraus p_0, damit T_0 aus (16).

Die (negative) Expansionsarbeit L_3 ist

$$L_3 = \int p\, dV$$

oder, weil nach (18):

$$\frac{V}{J} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-\frac{1}{n}}$$

$$\frac{dV}{J} = -\frac{1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}-1} \frac{dp}{p_0} - \frac{n-1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} \frac{dp}{p_0}$$

ist,

$$L_3 = -J \int_{p_2}^{p_0} \left[\frac{1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{-\frac{1}{n}} + \frac{n-1}{n}\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right] dp$$

oder mit $x = \frac{p}{p_0}$ und $a = \frac{p_2}{p_0}$:

$$L_3 = J p_0 \int_1^a \left(\frac{1}{n} x^{-\frac{1}{n}} + \frac{n-1}{n} x^{\frac{n-1}{n}}\right) dx$$

$$= J p_0 \left(\frac{1}{n} \frac{a^{-\frac{1}{n}+1} - 1}{-\frac{1}{n}+1} + \frac{n-1}{n} \frac{a^{\frac{2n-1}{n}} - 1}{\frac{2n-1}{n}}\right)$$

$$L_3 = J p_0 \left[\frac{1}{n-1}\left\{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right\} + \frac{n-1}{2n-1}\left\{\left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{2n-1}{n}} - 1\right\}\right] . \quad (19).$$

Was endlich die natürlich auch negative Wärme K_3 betrifft, die dem Kühlraume, somit überhaupt der Arbeitsluft mitgetheilt wird, so ist nach §. 126, Gl. (10), worin V das Gesammtvolumen bedeutet,

$$dK_3 = \frac{A}{n-1}[npdV + (J+V)dp]$$

$$= \frac{A}{n-1}[npdV + d\{p(J+V)\} - pdV]$$

$$= \frac{A}{n-1}d[p(J+V)] + ApdV$$

$$K_3 = \frac{A}{n-1}[p_0 J - p_2(J+C)] + AL_3 \quad \ldots\ldots (20).$$

Indem im vierten Zeittheil die Arbeitsluft bei constantem Volumen aus dem kalten in den heissen Raum verdrängt, also aus der Temperatur $T_0 = \frac{1}{\lambda} T_1$ in die höchste Temperatur T_1 versetzt wird, wird ihre Pressung im Verhältniss

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} = \lambda \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

erhöht. Die Arbeit ist dabei $L_4 = 0$. Nach §. 126, Gl. (10) ist ferner

$$K_4 + H_4 = \frac{AJ}{n-1}(p_1 - p_0) = \frac{AJp_1}{n-1}\frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad \ldots\ldots (22)$$

und nach Gl. (7) daselbst mit $V_x = K$, $T_x = \text{Const.}$:

$$dK_4 = -AKdp.$$

Die zur Integration dieser Differentialgleichung nöthige Beziehung zwischen K und p ergiebt sich aus der Zustandsgleichung, bezogen auf einen beliebigen und auf den letzten Augenblick des in Rede stehenden Zeittheils, nämlich aus der Gleichung:

$$(GR =) \frac{pK}{\frac{1}{\lambda}T_1} + \frac{p(J-K)}{T_1} = \frac{p_1 J}{T_1}.$$

Daraus folgt:

$$(\lambda - 1)pK + pJ = p_1 J$$

$$dK_4 = -A\frac{(p_1 - p)J}{(\lambda - 1)p}dp = \frac{AJ}{\lambda - 1}\left(dp - p_1\frac{dp}{p}\right)$$

$$K_4 = \frac{AJ}{\lambda - 1}\left(p_1 - p_0 - p_1 \ln\frac{p_1}{p_0}\right)$$

$$= \frac{AJp_1}{\lambda - 1}\left(\frac{\lambda - 1}{\lambda} - \ln\lambda\right) = AJp_1\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\ln\lambda}{\lambda - 1}\right) \quad \ldots\ldots (23).$$

Aus (22) und (23) ergiebt sich:

$$H_4 = AJp_1\left(\frac{1}{\lambda}\frac{\lambda - n}{n-1} + \frac{ln\lambda}{\lambda - 1}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24).$$

Die ganze indicirte Arbeit, welche durch einen Kreisprocess gewonnen wird, ist nun

$$E = L_1 + L_3 = (8) + (19) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25),$$

die dem heissen Raume dabei im Ganzen mitgetheilte Wärme:

$$Q_1 = H_1 + H_2 + H_4 = (9) + (14) + (24) \quad \ldots\ldots \quad (26)$$

und die dem kalten Raume entzogene Wärme:

$$Q_2 = -(K_2 + K_3 + K_1) = -[(11) - (14) + (20) + (23)] \quad . \quad (27).$$

Durch Einsetzen der durch Bezifferung angezogenen Ausdrücke findet man, wie es sein muss, $Q_1 - Q_2 = A\,E$, nämlich:

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = \frac{1}{n-1}[n(p_1 - p)J - pC] + L_3 \quad \ldots \quad (28).$$

Das Verhältniss der Räume C und J ist dadurch bestimmt, dass die Arbeitsluft, wenn sie am Ende des dritten Zeittheils in den kalten Raum zusammengedrängt ist, eine Temperatur besitzt, welche einerseits gemäss Fig. 107 mit T_0 bezeichnet wurde, andrerseits $= \frac{1}{\lambda}T_1 =$ der als constant vorausgesetzten Temperatur des Kühlraums sein muss, entsprechend Gl. (17). Aus Gl. (18) folgt nämlich mit Rücksicht auf (15) für den dritten Zeittheil:

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot \frac{V}{J} + \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1\,.$$

Setzt man hierin für den Anfang dieses Zeittheils

$$V = C \text{ und } T = T_2,$$

dann nach (17) und (10):

$$\frac{T_2}{T_0} = \frac{T_1}{T_0}\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}\frac{C}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (29),$$

so ergiebt sich:

$$\left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\frac{C}{J}\right)^{\frac{1}{n-1}} \cdot \frac{C}{J} + \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\frac{C}{J}\right)^{\frac{n}{n-1}} = 1$$

$$\left(\frac{J}{C}\right)^{\frac{n}{n-1}} = \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)^{\frac{n}{n-1}} + \left(\frac{\lambda}{\mu - \lambda}\right)^{\frac{1}{n-1}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (30).$$

Würde mit Zeuner beispielsweise $\lambda = 2$, $\mu = 4$ angenommen, so wäre mit $n = 1{,}41$ nach (30) und (29):

$$\frac{J}{C} = 2^{\frac{n-1}{n}} = 1{,}223 \quad \text{und} \quad \frac{T_2}{T_0} = \frac{1}{1{,}223}$$

sowie das Verhältniss der höchsten Temperatur (im heissen Raume) zur niedrigsten Temperatur (im Arbeitscylinder zu Anfang der Compression):

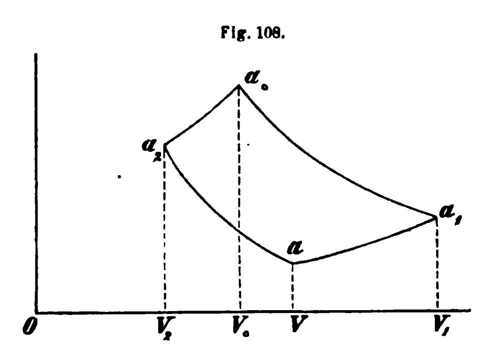
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_1}{T_0}\frac{T_0}{T_2} = 2 \,.\, 1{,}223 = 2{,}45.$$

Die Raumarbeit wäre mit Rücksicht auf den Raum des Arbeits- und des Verdrängercylinders zusammen zu beurtheilen, also etwa im Verhältniss $C : C + 2J$ kleiner zu setzen, als wenn der Kreisprocess in einem Raume stattfände zwischen zwei verticalen Geraden und zwei polytropischen Curven, die zwischen Isothermen und Adiabaten enthalten sind.

§. 129. Kreisprocess in zwei Räumen.

Luftmotoren, bei welchen der Kreisprocess der Arbeitsluft (abgesehen von schädlichen Räumen) lediglich in einem geheizten und in einem gekühlten Raume stattfindet, haben als geschlossene Motoren bisher vorzugsweise Anwendung gefunden, und zwar entspricht dieser Process einem Volumendruckdiagramm (Abscisse = Gesammtvolumen, Ordinate = entsprechendem überall gleichem Druck), welches im Princip, nämlich unter der Voraussetzung, dass im Heizraum und im Kühlraum beständig die höchste bezw. niedrigste Temperatur (T_1 bezw. T_2) stattfindet, durch zwei Isothermen und durch zwei andere gleichartige polytropische Curven gebildet wird: siehe Fig. 108 und §. 125. Es wird im Sinne $a a_2 a_0 a_1 a$ vom mittleren Zustande der Arbeitsluft durchlaufen, deren Pressungen und Gesammtvolumina in den Zuständen a, a_2, a_0, a_1 bezw.

Fig. 108.



mit p und V, p_2 und V_2, p_0 und V_0, p_1 und V_1 bezeichnet seien. Längs $a a_2$ befindet sich die Luft nur im Kühlraum mit der Temperatur T_2, längs $a_0 a_1$ nur im Heizraum mit der Temperatur T_1; längs $a_2 a_0 a_1$ findet

überwiegend oder ausschliesslich Wärmemittheilung, längs $a_1 a a_2$ findet überwiegend oder ausschliesslich Wärmeentziehung statt. Mit Zeuner* gehe die Betrachtung des principiellen Kreisprocesses vom Zustande a aus, so dass die Zeitabschnitte, welche den Zustandsänderungen $a a_2$, $a_2 a_0$, $a_0 a_1$ und $a_1 a$ entsprechen, bezw. als erster, zweiter, dritter und vierter Zeittheil bezeichnet werden.

Maschinen der in Rede stehenden Art sind in zwei wesentlich verschiedenen Anordnungen, nach Rider und nach Lehmann ausgeführt worden; im ersten Falle werden die zwei Räume in zwei getrennten, aber communicirenden Cylindern durch Arbeitskolben begrenzt, im andern Falle in einem einzigen Cylinder durch Arbeitskolben und Verdränger. Die letztere, gedrängteste Ausführung fand in Deutschland fast allein grössere Verbreitung. In beiden Fällen kann durch einen gerade hier besonders vortheilhaften Regenerator, bei der Rider-Maschine von Anfang an in der That ausgeführt, der Wirkungsgrad sehr erhöht werden, wie im §. 125 allgemein besprochen wurde.

1) Bei der Anordnung nach Rider sind zwei Cylinder C_1 und C_2, beide einerseits durch Deckel geschlossen, andrerseits offen, von aussen (ausgenommen in der Nähe der offenen Seiten) bezw. geheizt und gekühlt, so dass die Temperaturen T_1 und T_2 constant darin herrschen mögen. Diese Cylinder, in welchen hohle Taucherkolben K_1 und K_2 anschliessend beweglich sind, stehen innerhalb der Anschlussflächen, nämlich an solchen Stellen, wo K_1 und K_2 nicht ganz anschliessen, durch einen kurzen Canal in Verbindung; zwischen K_1 und K_2 befindet sich die Arbeitsluft, durch den Verbindungscanal in zwei Theile geschieden, deren Volumina veränderlich und verschieden, deren Pressungen veränderlich gleich, und deren Temperaturen unveränderlich ungleich, bezw. $= T_1$ und $= T_2$ sind. Die grössten Werthe dieser Volumina, nämlich die Hubvolumina der ebenso bezeichneten Cylinder, seien bezw. $= C_1$ und $= C_2$. Damit sich K_1 nicht längs zu heisser Dichtungsfläche bewege, ist letztere von einem Ringcanal in der Wand von C_1 umgeben, der von Kühlwasser durchströmt wird.

Anfangs befinde sich K_1 zunächst dem Deckel von C_1, K_2 am offenen Ende von C_2, so dass, abgesehen von schädlichen Räumen, das Volumen der Arbeitsluft $V = C_2$ ist mit dem Drucke p, die Temperatur $= T_2$. Im ersten Zeittheil ist K_1 in Ruhe, während sich K_2 um den Betrag des Volumens $C_2 - V_2$ einwärts bewegt, bei constanter Temperatur T_2 die Arbeitsluft bis zum Zustande V_2, p_2 in C_2 comprimirend: a_2, Fig. 108.

* Technische Thermodynamik, Bd. I, §. 61 u. ff.

Im zweiten Zeittheil bewegt sich K_1 auswärts um das Volumen V_0 in eine mittlere Lage, K_2 geht weiter bis zum Deckel, die Arbeitsluft ganz in das Volumen V_0 von C_1 verdrängend und ihren Zustand in V_0, p_0, T_1 überführend. Ob und wie der Druck hierbei wächst, hängt vom Verhältniss der Volumina V_0, V_2 ab.

Im dritten Zeittheil ruht K_2, während K_1 sich weiter um das Volumen $C_1 - V_0$ ganz nach aussen bewegt, so dass die Arbeitsluft in C_1 bei constanter Temperatur T_1 expandirt bis zum Zustande $V_1 = C_1$, p_1, entsprechend dem Punkte a_1, Fig. 108.

Im vierten Zeittheil endlich bewegt sich K_1 um das Volumen C_1 zurück bis zum Deckel des betreffenden Cylinders, K_2 um das Volumen C_2 zurück bis zum offenen Ende dieses anderen Cylinders. Die Arbeitsluft geht in das anfängliche Volumen $V = C_2$ über bei von T_1 bis T_2 abnehmender Temperatur. Ob und wie der Druck dabei von p_1 bis p veränderlich ist, hängt von den Bewegungen und Raumgeschwindigkeiten beider Kolben ab, welche bei möglicher Weise noch unendlich grosser Mannigfaltigkeit von solcher Art vorausgesetzt sind, dass $a_1 a$ und $a_2 a_0$, Fig. 108, gleichartige polytropische Curven werden.

Kurz zusammengefasst sind die aufeinander folgenden 4 Vorgänge: 1. Compression im kalten Raum, 2. Ueberströmen aus diesem in den heissen, 3. Expansion im heissen Raum, 4. Ueberströmen aus diesem in den kalten.

Im Cylinder C_1 findet die Volumvergrösserung der darin befindlichen Luft längs $a_2 a_0 a_1$, Fig. 108, bei durchschnittlich grösserem Drucke statt, als die Verkleinerung dieses Volumens längs $a_1 a$; ein davon abgenommenes Indicatordiagramm bei Bewegung der Indicatorrolle durch K_1 zeigt also einen rechtläufigen Kreisprocess, einer positiven Expansionsarbeit entsprechend. In C_2 dagegen findet die Verkleinerung des Volumens der eingeschlossenen Luft längs $a a_2 a_0$ bei durchschnittlich höherem Drucke statt, als die Vergrösserung desselben längs $a_1 a$, so dass ein abgenommenes Indicatordiagramm bei Bewegung der Indicatorrolle durch K_2 einem rückläufigen Kreisprocess mit überschüssig aufgewendeter Compressionsarbeit entspricht. Durch die Differenz der von zwei solchen Indicatordiagrammen umgrenzten Flächen wird die indicirte Arbeit gemessen, die bei einem Spiel der Maschine gewonnen wird.

Die Anwendung eines Regenerators geschieht in der Weise, dass er in dem Verbindungscanal zwischen beiden Cylindern angebracht wird, um von der Arbeitsluft im zweiten und vierten Zeittheil, Wärme bezw. aufnehmend und abgebend, durchströmt zu werden. Die Dimensionen dieses Verbindungscanals sind dann entsprechend zu vergrössern, so

dass sein Volumen kaum mehr (als schädlicher Raum) zu vernachlässigen ist.

2) Bei der Anordnung nach Lehmann sind die beiden Cylinder C_1, C_2 in einem einzigen vereinigt, der einerseits durch einen Boden geschlossen, andrerseits offen, an der ersten Seite von aussen geheizt, an der letzten von aussen gekühlt ist. In diesem Cylinder, und zwar ungefähr halb so lang wie derselbe, ist hier K_1 als Verdränger axial beweglich, so dass auf seinen beiden Seiten im Princip stets gleicher Druck herrscht; am gekühlten offenen Ende bewegt sich K_2 anschliessend als Arbeitskolben. Während im vorigen Falle unter 1) die beiden Kolben an den offenen Seiten der betreffenden Cylinder unmittelbar mit Kurbeln der Schwungradwelle verbunden werden konnten, ist hier die Stange zur Bewegung des Verdrängers gedichtet durch die Mitte des Arbeitskolbens geführt, der seinerseits mit zwei seitlichen Kolbenstangen verbunden ist.

Unter der Voraussetzung, dass in dem Raum zwischen Cylinderdeckel und Verdränger (heisser Raum) beständig die Maximaltemperatur T_1, in dem Raum zwischen Verdränger und Arbeitskolben (kalter Raum) beständig die Minimaltemperatur T_2 herrscht, gilt auch hier das Volumendruckdiagramm Fig. 108, als Indicatordiagramm hier zu erhalten bei Bewegung der Indicatorrolle durch den Arbeitskolben, entsprechend wieder den aufeinander folgenden 4 Vorgängen: 1. Compression im kalten Raum, 2. Ueberströmen aus diesem in den heissen, 3. Expansion im heissen Raum, 4. Ueberströmen aus diesem in den kalten. Die gleichzeitigen Bewegungen von Verdränger und Arbeitskolben sind dabei im Princip folgende, wenn die Stellungen derselben zunächst dem Deckel oder dem offenen Ende des Cylinders bezw. als innerste oder als äusserste Stellung bezeichnet werden.

Anfangs (*a*, Fig. 108) befindet sich der Verdränger in innerster, der Arbeitskolben in einer mittleren Stellung. Während ersterer ruht, bewegt sich letzterer im ersten Zeittheil einwärts auch bis zur innersten Stellung, wobei das Volumen der Arbeitsluft von V bis zum Minimum V_2 abnimmt, ihr Druck bei constanter kleinster Temperatur von p bis p_2 zunimmt.

Im zweiten Zeittheil bewegen sich Verdränger und Arbeitskolben zusammen nach aussen in mittlere Stellungen, ersterer aber mehr, als letzterer, so dass beide zu Ende des Zeitabschnitts fast zur Berührung kommen und dann die Arbeitsluft aus dem kalten in den heissen Raum verdrängt ist. Ihr Volumen ist dann $= V_0$ geworden $=$ der Raumbewegung des Verdrängers, ihr Druck $= p_0$, die Temperatur $= T_1$.

Im dritten Zeittheil bleiben Verdränger und Arbeitskolben beständig in Berührung, indem sie sich weiter auswärts bis zur äussersten Stellung

bewegen. Das Volumen der im heissen Raum expandirenden Arbeitsluft geht dabei in das Maximum V_1 über, der Druck abnehmend in p_1.

Im vierten Zeittheil bewegen sich Verdränger und Arbeitskolben zusammen einwärts, ersterer erheblich mehr, als letzterer, nämlich bis zur anfänglichen innersten, der Arbeitskolben bis zur anfänglichen Mittelstellung. Temperatur und Volumen der Arbeitsluft nehmen dabei bezw. von T_1 bis T_2, V_1 bis V ab, während ihr Druck von p_1 in p übergeht.

Während also mit Bezug auf Fig. 108 in den unterschiedenen vier Zeitabschnitten die Raumbewegungen von K_1 (des jetzigen Verdrängers) ebenso, wie im vorigen Falle,

$$\text{bezw.} = 0 \qquad O V_0 \qquad V_0 V_1 \qquad V_1 O$$

sind, sind die Raumbewegungen von K_2 (des alleinigen Arbeitskolbens der Lehmann'schen Maschine) in genannter Figur jetzt

$$\text{nicht} = V V_2 \qquad V_2 O \qquad 0 \qquad O V.$$
$$\text{sondern} = V V_2 \qquad V_2 V_0 \qquad V_0 V_1 \qquad V_1 V.$$

Das Hubvolumen von K_1 ist also wieder $C_1 = O V_1$, dasjenige von K_2 aber $C_2 = V_1 V_2$ statt $= O V$.

Die Lehmann'sche Maschine wurde früher, etwa seit 1868, mit liegendem Cylinder gebaut, wobei der lange Verdränger durch eine Führungsrolle unterstützt war. Mit Ersparung dieser Rolle und mit erheblicher Verkleinerung der zur Aufstellung der Maschine nöthigen Grundfläche wurde später die stehende Anordnung vorgezogen,* wobei ausserdem zur Unterstützung des Temperaturwechsels der Luft zwischen T_1 und T_2 durch Vergrösserung der Heiz- und Kühlfläche der Verdränger nicht ohne, sondern mit Anschluss und Dichtung im betreffenden Cylinder coaxial beweglich ist, indem die Luft genöthigt wird, einen anderen zusammengesetzten hohlcylindrischen und ringförmigen engen Canal von grosser Oberfläche zu durchströmen, um von der einen auf die andre Seite des Verdrängers zu gelangen, freilich mit Vergrösserung des Druckunterschiedes auf diesen beiden Seiten durch Vergrösserung des betreffenden Widerstandes; charakteristisch für den Verdränger als solchen ist in der That nicht der hohlcylindrische Spielraum zwischen ihm und dem festliegenden äusseren Cylinder, sondern die hierdurch nur am einfachsten erreichbare grundsätzliche Gleichheit des Drucks bei Verschiedenheit der Temperatur in den Räumen auf beiden Seiten des Verdrängers.

Die Lehmann'sche Anordnung und Wirkungsweise hat anderen

* J. O. Knoke „die Kraftmaschinen des Kleingewerbes", Fig. 92.

Heissluftmaschinen mehrfach als Muster gedient. Im Princip ist sie z. B. nicht verschieden von O. Stenberg's Maschine (1877), welche sich im Wesentlichen nur durch eine andere Bewegung des Verdrängers und des dazu dienenden Mechanismus von jener unterscheidet. Hier, wo eine principiell ruckweise statt thatsächlich in der Regel stetiger Bewegung von Arbeitskolben und Verdränger vorausgesetzt, die Art der constructiven Ausführung überhaupt nicht berücksichtigt wird, kommen jene Unterschiede nicht in Betracht.

Die Maschine von Rennes* in Utrecht, ursprünglich gemäss der principiellen Anordnung und Wirkungsweise gebaut, welche im vorigen Paragraph besprochen wurden, nur mit schwingendem Arbeitscylinder, wurde später wesentlich umgestaltet zu einer Zwillingsmaschine, System Lehmann, bei eigenartiger constructiver Ausführung. —

Ohne auf die vielfachen constructiven Anordnungen weiter einzugehn, welche sich im Princip an die Lehmann'sche Maschine anschliessen, sei nur kurz auf die Art der Regelung bei zu schnellem Gange der Maschine hingewiesen. Während dieselbe gewöhnlich bisher mit Verlust von Arbeitsvermögen durch Bremsung der Schwungradwelle oder durch Ausströmung gespannter Luft aus einem sich öffnenden Ventil zu geschehen pflegte, selbstthätig mit Hülfe eines Regulators zu erzielen, wurde von Slaby darauf hingewiesen, dass es richtiger sei, den Verdrängerhub zu diesem Zweck veränderlich zu machen, ein Gedanke, welcher von Buschbaum ausgeführt wurde durch eine Maschine freilich, welche dem in §. 128 besprochenen System mit Kreisprocess in drei Räumen beizurechnen ist.**

Das Sinken des Luftdrucks unter den Atmosphärendruck kann durch ein an passender Stelle anzubringendes, einwärts sich öffnendes Ventil verhindert werden. Sollte dieser Druck nicht kleiner werden, als ein gewisser grösserer Minimalwerth P_2, so könnte man durch die Maschine eine kleine Hülfsluftpumpe betreiben, welche die Luft in einem Windkessel comprimirt, so lange sie nicht bei einem Drucke $> P_2$ aus einem in die Atmosphäre sich öffnenden belasteten Ventil entweicht, ferner diesen Windkessel mit dem Maschinencylinder verbinden mit einem Ventil an der Verbindungsstelle, welches sich in den Cylinder öffnet, wenn darin der Druck $< P_2$ werden sollte.

Die Anwendung eines Regenerators, bei der Lehmann'schen Maschine ebenso berechtigt, wie bei der Rider'schen, kann in der Weise

---

* J. O. Knoke, S. 134 u. ff.

** J. O. Knoke, Fig. 119 und folgende.

geschehen, dass er bei thunlichster Verkleinerung der Spielraumweite zwischen der Innenwand des fest liegenden Cylinders und der Aussenwand des Verdrängers in diesem so angebracht wird, dass er in der Hauptsache von der Arbeitsluft auf ihrem Wege vom kalten zum heissen Raum und umgekehrt durchströmt werden muss.

§. 130. Theorie des Luftmotors nach Rider, aber ohne Regenerator.

Wie im §. 128 seien wieder mit H_1, H_2, H_3, H_4 die Wärmemengen bezeichnet, welche dem heissen Raume, mit K_1, K_2, K_3, K_4 diejenigen, welche dem kalten Raume bezw. im ersten, zweiten, dritten und vierten Zeitabschnitt (entsprechend aa_2, a_2a_0, a_0a_1, a_1a, Fig. 108 im vorigen Paragraph) mitgetheilt werden, wobei K_1 und K_2 als Grössen nicht verwechselt werden können mit K_1 und K_2 als Bezeichnungen der beiden Arbeitskolben. Da die Luft im ersten Zeittheil ganz im kalten Raume comprimirt wird, im dritten ganz im heissen Raume expandirt, ist dann $H_1 = 0$ und $K_3 = 0$, sowie nach §. 122, Gl. (20) und mit Rücksicht auf Fig. 108:

$$K_1 = GART_2 \, ln \frac{p}{p_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$H_3 = GART_1 \, ln \frac{p_0}{p_1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2).$$

Im zweiten Zeittheil, in welchem die Arbeitsluft aus dem Volumen V_2 des kalten in das Volumen V_0 des heissen Raums übergeht, ist die diesen beiden Räumen zusammen mitgetheilte Wärme gemäss der zu Ende von §. 126 im Anschluss an Gl. (9) daselbst gemachten Bemerkung:

$$Q = Gc(T_1 - T_2),$$

wenn mit c die specifische Wärme für diese in einem Raume stattfindend gedachte Zustandsänderung bezeichnet wird, entsprechend dem Exponenten m der Gleichung $pV^m =$ Const. des Curvenstücks a_2a_0, Fig. 108. Indem dann nach §. 122, (12) und (5)

$$c = \frac{m-n}{m-1} c_v = \frac{m-n}{m-1} \frac{AR}{n-1}$$

ist, ergiebt sich auch:

$$Q = GAR \frac{m-n}{(m-1)(n-1)} (T_1 - T_2) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3).$$

Diese Wärme ist $= H_2 + K_2$. Dabei ist die elementare Wärme dK_2, welche dem Abflussraum in einem Zeitelement mitgetheilt wird, während

bei constanter Temperatur $T_x = T_2$ sein Volumen V_x von V_2 bis 0 abnimmt und der Druck p von p_2 bis p_0 zunimmt, nach §. 126, Gl. (7):

$$dK_2 = -A V_x \, dp,$$

woraus, weil nach §. 126 (5), unter V das augenblickliche Gesammtvolumen der Luft verstanden,

$$\frac{V_x}{T_2} + \frac{V - V_x}{T_1} = \frac{GR}{p} \text{ mit } p V^m = p_2 V_2^m$$

ist, folglich

$$V_x \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{GR}{p} - \frac{V}{T_1} = \frac{GR}{p} - \frac{V_2}{T_1}\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{m}},$$

sich nach Einsetzung des hieraus zu entnehmenden Ausdrucks von V_x durch Integration ergiebt:

$$K_2 = -A \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \int_{p_2}^{p_0} \left[\frac{GR}{p} - \frac{V_2}{T_1}\left(\frac{p_2}{p}\right)^{\frac{1}{m}}\right] dp$$

$$= A V_2 \frac{T_2}{T_1 - T_2} p_2^{\frac{1}{m}} \frac{1}{\frac{1}{m} - 1}\left(-\frac{1}{p_0^{\frac{1}{m} - 1}} + \frac{1}{p_2^{\frac{1}{m} - 1}}\right) - GAR \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_0}{p_2}$$

oder wegen

$$p_2 V_2 = GRT_2$$

$$K_2 = GAR\left[\frac{T_2^2}{T_1 - T_2} \frac{m}{1 - m}\left\{1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1-m}{m}}\right\} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_0}{p_2}\right]$$

oder endlich, weil das erste Glied des grossen Klammerausdrucks

$$= \frac{m T_2}{m - 1} \frac{\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{m T_2}{m - 1}$$

ist gemäss §. 122 (11),

$$K_2 = GAR\left(\frac{m T_2}{m - 1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_0}{p_2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (4).$$

Aus (3) und (4) folgt dann $H_2 = Q - K_2$, also

$$H_2 = GAR\left[\frac{m - n}{(m - 1)(n - 1)} T_1 - \frac{n}{n - 1} T_2 + \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_0}{p_2}\right] . \; (5).$$

Im vierten Zeittheil ist der heisse Raum Abflussraum; aus (4) und (5) erhält man deshalb durch Vertauschung von H und K, T_1 und T_2, und indem p_2 durch p_1, p_0 durch p ersetzt wird,

$$H_2 = GAR\left(\frac{m\,T_1}{m-1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\,ln\,\frac{p_1}{p}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

$$K_4 = GAR\left[\frac{m-n}{(m-1)(n-1)}\,T_2 - \frac{n}{n-1}\,T_1 + \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\,ln\,\frac{p_1}{p}\right] . \ (7).$$

Die Wärmemengen Q_1 und Q_2, welche im Ganzen bezw. dem heissen Raume mitzutheilen, dem kalten zu entziehen sind, ergeben sich nun gemäss obigen Gleichungen (1), (2) und (4) — (7) mit Rücksicht auf

$$p_1 p_2 = p_0 p \ \text{(§. 123, Gl. 2)}$$

$$AR = \frac{n-1}{n}\,c_p \ \text{(§. 122, Gl. 5)}$$

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} \ \text{(§. 122, Gl. 11)}$$

$$Q_1 = H_2 + H_4 + H_3$$

$$= GAR\left(\frac{n}{n-1}\,T_1 - \frac{n}{n-1}\,T_2 + T_1\,ln\,\frac{p_0}{p_1}\right)$$

$$= G\left[c_p\,(T_1 - T_2) + AR\,T_1\,ln\,\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}\right] \quad \ldots\ldots (8),$$

$$Q_2 = -\,(K_2 + K_4 + K_1)$$

$$= GAR\left(-\frac{n}{n-1}\,T_2 + \frac{n}{n-1}\,T_1 + T_2\,ln\,\frac{p_2}{p}\right)$$

$$= G\left[c_p\,(T_1 - T_2) + AR\,T_2\,ln\,\frac{p_0}{p}\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}\right] \quad \ldots\ldots (9).$$

Die Ausdrücke von Q_1 und Q_2 unterscheiden sich von den Gleichungen (9) und (10) in §. 123, welche der Zustandsänderung zwischen zwei Isothermen in einem einzigen Raume entsprechen, falls auch in diesen, wie hier, m_1 und c_1 mit m und c bezeichnet werden, nur dadurch, dass c_p an die Stelle von c getreten ist, so dass ein Unterschied überhaupt nicht stattfände, wenn die Druckcurven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, horizontale Gerade wären, entsprechend $m = 0$, $c = c_p$.

Mit $AR = \frac{n-1}{n}\,c_p$ und

$$\frac{T_1}{T_2} = \lambda, \quad \frac{p_0}{p} = \mu \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

ist nach (8) und (9) auch

$$Q_1 = G c_p T_2 \left[\lambda - 1 + \frac{n-1}{n} \lambda \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (11)$$

$$Q_2 = G c_p T_2 \left[\lambda - 1 + \frac{n-1}{n} ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (12),$$

oder wegen $V = C_2 =$ dem Hubvolumen des kalten Cylinders und

$$G c_p \frac{n-1}{n} T_2 = G A R T_2 = A p C_2$$

$$Q_1 = A p C_2 \left[\frac{n}{n-1} (\lambda - 1) + \lambda \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (13)$$

$$Q_2 = A p C_2 \left[\frac{n}{n-1} (\lambda - 1) + ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (14)$$

ferner die bei jedem Spiel in Arbeit verwandelte Wärme:

$$Q_1 - Q_2 = A p C_2 (\lambda - 1) \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots \ldots (15)$$

und der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} \frac{1}{ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots \ldots (16).$$

Bei gegebenem Temperaturverhältniss λ ist letzterer um so grösser, je grösser μ; damit er positiv sei, muss jedenfalls sein:

$$\mu > \lambda^{\frac{m}{m-1}} \quad \ldots \ldots (17).$$

Damit der Vorgang in vorausgesetzter Weise stattfinde, müssen die Hubvolumina C_1, C_2 der ebenso bezeichneten Cylinder und die Räume V_0, V_2 derselben, in welchen die Arbeitsluft sich zeitweilig zusammengedrängt befindet, gewisse Verhältnisse zu einander haben. Mit Rücksicht auf die Vorgänge im zweiten und im vierten Zeitabschnitt ist nämlich

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^m = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} \text{ und } \frac{p}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V}\right)^m = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}},$$

also wegen $V_1 = C_1$ und $V = C_2$, mit $\lambda = \frac{T_1}{T_2}$:

$$\frac{p_2}{p_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^m = \lambda^{\frac{m}{1-m}} = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^m.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} = \lambda^{\frac{1}{1-m}} \quad \ldots \ldots (18)$$

und mit $\mu = \frac{p_0}{p}$, sowie mit Rücksicht auf die isothermische Beschaffenheit von $a_0 a_1$, Fig. 108:

$$\frac{V_0}{C_1} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{p_1}{p_0} = \frac{p}{p_0}\frac{p_1}{p} = \frac{1}{\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}} \quad \ldots\ldots\ldots (19).$$

Durch (18) und (19) sind C_1, C_2, V_0, V_2 bestimmt, wenn eine dieser Grössen ausser m, λ, μ gegeben ist.

Die durch ein Spiel gewonnene indicirte Arbeit ist nach (15):

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = p\,C_2\,(\lambda - 1)\,ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots (20).$$

Um diese Arbeit mit dem dazu benöthigten Raum, wäre hier E etwa mit $C_1 + C_2$ zu vergleichen, und wenn der betreffende Quotient hier als Raumarbeit bezeichnet wird, wäre diese nach (20) und (18):

$$\frac{E}{C_1 + C_2} = p\,\frac{(\lambda - 1)\,ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)}{\lambda^{\frac{1}{1-m}} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots (21).$$

Bei gegebenem kleinsten Druck p und bei sonst gegebenen Grössen ist auch sie, wie der Wirkungsgrad, um so grösser, je grösser μ.

Indem freilich μ, also der grösste Druck $p_0 = \mu p$ beschränkt ist, wäre, wenn p_0 gegeben ist, die Raumarbeit am grössten

$$\text{mit } \lambda^{\frac{m}{1-m}} = a \text{ für } \frac{ln\,(a\mu)}{\mu} = max$$

$$\mu\,\frac{a}{a\mu} - ln\,(a\mu) = 0; \qquad ln\,(a\mu) = 1$$

$$\mu = \frac{e}{a} = e\,\lambda^{\frac{m}{m-1}}; \qquad ln\mu = 1 + \frac{m}{m-1}\,ln\lambda \quad \ldots\ldots (22),$$

wenn also μ das e-fache des Grenzwerths gemäss (17) ist. In solchem Falle wäre nach (16) der Wirkungsgrad:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{n}{n-1} + \frac{\lambda}{\lambda - 1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16a)$$

und nach (21) die Raumarbeit:

$$\frac{E}{C_1 + C_2} = p\,\frac{\lambda - 1}{\lambda^{\frac{1}{1-m}} + 1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21a).$$

Beispielsweise sei übrigens p gegeben, dabei

$$\lambda = 2 \text{ und } \mu = 4,$$

während jede der Curven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, eine gerade Linie sei, und zwar entweder eine verticale ($m = \infty$), oder eine durch den Ursprung

gehende ($m = -1$), oder eine horizontale ($m = 0$). Man findet dann mit $n = 1{,}41$ nach (18), (16) und (21)

$$
\begin{array}{llll}
\text{für } m = & \infty & -1 & 0 \\
\frac{C_1}{C_2} = & 1 & 1{,}414 & 2 \\
\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = & 0{,}144 & 0{,}188 & 0{,}223 \\
\frac{E}{C_1 + C_2}\frac{1}{p} = & 0{,}347 & 0{,}431 & 0{,}462 \\
\lambda^{\frac{m}{m-1}} = & 2 & 1{,}414 & 1 < \mu \quad \ldots\ldots (17).
\end{array}
$$

Unter den vorausgesetzten Umständen ist es hiernach vortheilhaft, die Einrichtung thunlichst so zu treffen, dass im zweiten und vierten Zeitabschnitt, bei der Ueberströmung der Luft aus einem in den anderen Cylinder, der Druck constant bleibt. Bei den Ausführungen der Rider'schen Maschine, freilich mit Regenerator, mit stetigen Kolbenbewegungen und mit schädlichen Räumen, verhält es sich thatsächlich anders, indem dabei C_1 nahe $= C_2$ zu sein pflegt.

§. 131. Theorie des Luftmotors, System Rider, mit Regenerator.

Der Regenerator befindet sich in dem entsprechend weit und lang gemachten Canal, der die beiden Cylinder verbindet, deren Hubvolumina mit C_1 und C_2 bezeichnet wurden; er sei mit Drahtgeflecht oder dergl. von hinlänglicher Masse erfüllt, um annehmen zu dürfen, dass die im zweiten Zeittheil von C_2 nach C_1 hindurchströmende Luft in ihm von T_2 auf T_1 erwärmt, die im vierten Zeittheil von C_1 nach C_2 strömende Luft in ihm von T_1 bis T_2 abgekühlt wird. Man kann sich nämlich dann vorstellen, dass sich im Beharrungszustande (nach vielmaligem Hin- und Herströmender Arbeitsluft) drei Schichten im Regenerator herstellen: zwei äussere zunächst den Cylindern C_1 und C_2 mit den Temperaturen T_1 und T_2 von Drahtgeflecht und Luft in dessen Hohlräumen, dazwischen eine mittlere Schicht, in welcher ein stetiger Uebergang von der einen in die andere Grenztemperatur stattfindet; bei jedesmaliger Luftströmung von C_2 nach C_1 wird in demselben Sinne diese mittlere Schicht im Regenerator etwas verschoben und die mittlere Temperatur in demselben etwas erniedrigt, während es sich in beiden Beziehungen umgekehrt bei umgekehrter Luftströmung verhält. Es lässt sich annehmen, dass die mittlere

Temperatur im Regenerator um den Mittelwerth $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ hin- und herschwankt, abnehmend im zweiten, zunehmend im vierten Zeitabschnitt, jenachdem nämlich die Arbeitsluft, aus C_2 nach C_1 strömend, Wärme dem Regenerator entzieht, oder umgekehrt. Einigermassen werden solche Schwankungen der Mitteltemperatur im Regenerator auch im ersten und dritten Zeittheil stattfinden. Wenn nämlich im ersten die Luft im kalten Cylinder verdichtet wird, so muss sich solche Verdichtung auch in den Luftraum des Regenerators hinein erstrecken, einer Erhöhung der Temperatur darin entsprechend als Fortsetzung derselben im vorhergegangenen vierten Zeittheil; ebenso erstreckt sich im dritten die Ausdehnung der Luft im heissen Cylinder auch zurück in den Regenerator, einer Erniedrigung der Temperatur darin entsprechend als Fortsetzung derselben im vorhergegangenen zweiten Zeittheil. Sofern übrigens die Temperaturen der sich berührenden Luft- und Metalltheile im Regenerator stets als gleich gross zu betrachten sind, kann bei sehr überwiegender Masse der letzteren die in Rede stehende Temperaturschwankung nur sehr unbedeutend sein, noch geringfügiger, als bei dem Hindurchströmen der Arbeitsluft im zweiten und im vierten Zeitabschnitt.

Von solchen Erwägungen, welche dazu führen würden, von Schwankungen der mittleren Temperatur im Regenerator im ersten und dritten Zeittheil unbedingt, für den ganzen Verlauf des Kreisprocesses wenigstens unter der Voraussetzung zu abstrahiren, dass die Masse der Metallfüllung desselben vielmal grösser ist, als diejenige der Arbeitsluft in der Maschine, geht nun Zeuner hier nicht aus; zu Gunsten grosser Einfachheit der sich ergebenden Ausdrücke nimmt er vielmehr eine erhebliche Veränderlichkeit jener mittleren Temperatur an, und zwar eine solche, dass das Product derselben und des Gesammtvolumens der in den Cylindern befindlichen Arbeitsluft unveränderlich ist*. Ist nämlich

V das augenblickliche Volumen der Arbeitsluft, welche sich in den Cylindern, ausschliesslich des constanten Luftraums

C_3 des Regenerators befindet,

T' die entsprechende augenblickliche mittlere Temperatur in diesem,

p der entsprechende Druck in allen communicirenden Räumen,

G das constante Gesammtgewicht der in allen diesen Räumen V und C_3 befindlichen Luft, so wird angenommen:

$$VT' = \text{Const.} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1).$$

* Ausdrücklich stellt Zeuner diese Hypothese zwar nur für die isothermischen Aenderungen im ersten und dritten Zeittheil auf, wendet sie aber demnächst auch für den zweiten und vierten Zeittheil an. „Technische Thermodynamik“, Bd. I. §. 66.

Im ersten Zeittheil, in welchem die Luft, ganz im kalten Cylinder und im Regenerator sich befindend, darin comprimirt wird, in ersterem gemäss der Zustandscurve $a a_2$, Fig. 108 in §. 129, ist nun nach der Zustandsgleichung, bezogen auf diese beiden Luftmengen,

$$\frac{GR}{p} = \frac{V}{T_2} + \frac{C_3}{T'}; \qquad G R T_2 = \left(1 + \frac{C_3 T_2}{V T'}\right) p V$$

oder, wenn gemäss (1), unter q eine Constante und unter T_3 den Werth von T' im Anfangszustande a, Fig. 108, verstanden, in welchem $V = C_2$ ist,

$$\frac{C_3 T_2}{V T'} = \frac{C_3 T_2}{C_2 T_3} = q \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

gesetzt wird,

$$G R T_2 = (1 + q) p V \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3).$$

Entsprechend ist im dritten Zeittheil für die Expansion im heissen Cylinder und im Regenerator:

$$\frac{GR}{p} = \frac{V}{T_1} + \frac{C_3}{T'}$$

$$G R T_1 = \left(1 + \frac{C_3 T_1}{V T'}\right) p V = (1 + \lambda q) p V \quad \ldots \ldots \ldots (4)$$

nach (2) und mit $\lambda = \frac{T_1}{T_2}$.

Die Gleichungen (3) und (4) zeigen, dass bei Zeuner's Hypothese (1) den Curven $a a_2$ und $a_0 a_1$, Fig. 108, Gleichungen von der Form $p V =$ Const. zugeschrieben werden, dass sie also, weil sie constanten Temperaturen entsprechen, als polytropische Curven angenommen werden ($p V^m =$ Const. mit $m = 1$), gleich als ob V die Volumina unveränderlicher Luftgewichte wären, also auch der Luftgehalt des Regenerators weder im ersten Zeittheil zunähme, noch im dritten abnähme, thatsächlich im Gegensatz zu Zeuner's Annahmen selbst. Aus demselben Grunde sind auch $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, indem ihnen nach wie vor die Gleichung $p V^m =$ Const. beigelegt wird, keine polytropische Curven, werden aber gleichwohl als solche betrachtet, entsprechend den betreffenden Gleichungen in §§. 122, 123, insbesondere der Gleichung:

$$p_1 p_2 = p_0 p,$$

indem nach wie vor Druck und Volumen für die Zustände a, a_2, a_0, a_1 bezw. bezeichnet werden mit p und $V = C_2$, p_2 und V_2, p_0 und V_0, p_1 und $V_1 = C_1$.

Gemäss (3) und (4) ist insbesondere, unter p jetzt nicht einen veränderlichen, sondern jenen Druck im Anfangszustande verstanden,

$$GRT_2 = (1+q)pC_2 = (1+q)p_2V_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$GRT_1 = (1+\lambda q)p_0V_0 = (1+\lambda q)p_1C_1 \ldots\ldots\ldots (6).$$

Es folgt daraus wegen

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}} = \lambda^{\frac{m}{1-m}}$$

$$\frac{V_0}{V_2} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1+q}{1+\lambda q}\lambda^{1+\frac{m}{1-m}} = \frac{1+q}{1+\lambda q}\lambda^{\frac{1}{1-m}} \ldots\ldots (7)$$

und mit $\mu = \frac{p_0}{p}$ wegen

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{p}{p_2} = \frac{p}{p_0}\,\frac{p_1}{p} = \frac{1}{\mu\lambda^{\frac{m}{1-m}}}$$

$$\frac{V_0}{C_1} = \frac{V_2}{C_2} = \frac{1}{\mu\lambda^{\frac{m}{1-m}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Letztere Gleichung ist mit (19) im vorigen Paragraph identisch, (7) mit (18) daselbst nur um so mehr, je kleiner q ist.

Was nun die dem heissen und dem kalten Raum mitzutheilenden Wärmemengen H_1, H_2, H_3, H_4 und K_1, K_2, K_3, K_4 betrifft, so ergeben sie sich sehr einfach für den ersten und dritten Zeittheil. Im ersten ist $H_1 = 0$ und nach §. 126 (6):

$$dK_1 = -AVdp = -Ad(pV) + ApdV,$$

also, da pV constant ist, $dK_1 =$ dem Wärmewerth der elementaren Arbeit, folglich K_1 bei Division von G durch $1+q$ gemäss (3):

$$K_1 = \frac{GART_2}{1+q}\,ln\frac{p}{p_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (9),$$

analog Gl. (1) im vorigen Paragraph. Für den dritten Zeittheil ergiebt sich ebenso $K_3 = 0$ und mit Rücksicht auf (4)

$$H_3 = \frac{GART_1}{1+\lambda q}\,ln\frac{p_0}{p_1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

analog Gl. (2) im vorigen Paragraph. Wenn auch der heisse Cylinder hierbei Zuflussraum ist, sofern Luft in denselben aus dem Regenerator zuströmt (trotz der gegentheiligen obigen Folgerung), so würde doch diese Luft mit der im heissen Cylinder herrschenden Temperatur T_1 zu-

strömen, somit einen zusätzlichen Summand von H_3 gemäss §. 126, Gl. (8) nicht zur Folge haben.

Für den zweiten und vierten Zeittheil brauchen K_2, H_2 und K_4, H_4 überhaupt nicht einzeln berechnet zu werden, weil

$$K_2 + K_4 = H_2 + H_4 = 0$$

ist, wie sich durch folgende Ueberlegung ergiebt. Bedeutet nämlich V_x das Luftvolumen im kalten Cylinder und p den entsprechenden augenblicklichen Druck, so ist nach §. 126, (7) und (8)

$$dK_2 = dK_4 = -A\,V_x\,dp,$$

weil, wenn auch V_x im vierten Zeitabschnitt Zuflussraum ist, doch die Luft mit der darin schon herrschenden Temperatur ihm zuströmt. Auch ist dabei in beiden Fällen

$$\frac{V_x}{T_2} + \frac{V - V_x}{T_1} + \frac{C_3}{T'} = \frac{GR}{p},$$

also wegen

$$\frac{C_3}{T'} = q\,\frac{V}{T_2}$$

gemäss der als allgemein gültig vorausgesetzten Gleichung (2):

$$V_x\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) = \frac{GR}{p} - V\left(\frac{1}{T_1} + \frac{q}{T_2}\right) = \frac{GR}{p} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\,V,$$

somit

$$K_2 = -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\int_{p_2}^{p_0}\frac{dp}{p} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\int_{p_2}^{p_0} V\,dp\right]$$

$$= -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\,ln\,\frac{p_0}{p_2} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\left(p_0 V_0 - p_2 V_2 - \int_{V_2}^{V_0} p\,dV\right)\right].$$

Ebenso ist:

$$K_4 = -A\,\frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\left[GR\,ln\,\frac{p}{p_1} - \frac{1+\lambda q}{T_1}\left(pV - p_1 V_1 - \int_{V_1}^{V} p\,dV\right)\right],$$

unter p hier wieder (ausser unter dem Integralzeichen) den Druck im Zustande a, Fig. 108, statt des veränderlichen augenblicklichen Drucks verstanden. Dass diese Werthe von K_2 und K_4 entgegengesetzt gleich sind, folgt aus

$$\frac{p_0}{p_2} = \frac{p_1}{p}, \qquad p_0 V_0 = p_1 V_1, \qquad pV = p_2 V_2$$

und aus der entgegengesetzten Gleichheit der beiden Integrale, sofern deren Summe, entsprechend der Zustandsgleichung $pV^m =$ Const., nach §. 122 (13)

$$= \frac{1}{1-m}(p_0 V_0 - p_2 V_2 + pV - p_1 V_1) = 0$$

ist. Ebenso ergiebt sich $H_2 + H_4 = 0$. Freilich setzt jene Gleichung (13) in §. 122 ein unveränderliches Luftgewicht voraus, gleich als ob auch beim Ueberströmen der Luft durch den Regenerator hindurch der Luftgehalt des letzteren sich nicht änderte, sofern wenigstens $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, überhaupt polytropische Curven sein sollen.

Hiernach ist nun die Wärmemenge (Q_1 bezw. Q_2), die bei einem Kreisprocess dem heissen Raume mitzutheilen, dem kalten zu entziehen ist, mit Rücksicht auf (10) und (6), (9) und (5):

$$Q_1 = H_2 + H_4 + H_3 = H_3 = Ap_1 C_1 \, ln \frac{p_0}{p_1}$$

$$Q_2 = -(K_2 + K_4 + K_1) = -K_1 = ApC_2 \, ln \frac{p_2}{p}$$

oder wegen

$$\frac{p_0}{p_1} = \frac{p_2}{p} = \frac{p_0}{p}\frac{p}{p_1} = \mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}$$

und weil mit Rücksicht auf (7)

$$\frac{p_1 C_1}{p C_2} = \lambda^{\frac{m}{m-1}} \frac{1+q}{1+\lambda q} \lambda^{\frac{1}{1-m}} = \frac{\lambda(1+q)}{1+\lambda q}$$

ist,

$$Q_1 = ApC_2 \frac{\lambda(1+q)}{1+\lambda q} \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$

$$Q_2 = ApC_2 \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (12).$$

Die indicirte Arbeit für einen Kreisprocess ist

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{A} = pC_2 \frac{\lambda - 1}{1+\lambda q} \, ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots\ldots (13),$$

im Verhältniss $\frac{1}{1+\lambda q}$ kleiner, als E gemäss Gl. (20) im vorigen Paragraph. Wesentlich anders und (bei hinlänglich kleinem q) grösser ist aber der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{1+\lambda q}{\lambda(1+q)} = \frac{\lambda - 1}{\lambda(1+q)} \quad \ldots\ldots (14),$$

entsprechend dem calorischen Wirkungsgrad (dem Verhältniss der Wirkungsgrade des realen und des idealen oder Carnot'schen Processes zwischen denselben Grenztemperaturen):

$$\eta_c = \frac{1}{1+q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15),$$

welcher sich um so mehr der Einheit nähert, je kleiner q, je kleiner also nach (2) das Luftvolumen C_3 im Regenerator ist. —

Jedenfalls ist es möglich, diesen Luftraum vortheilhafter Weise so klein zu machen, dass er mit anderen hier stets unberücksichtigt gebliebenen schädlichen Räumen vergleichbar ist, dass nämlich der Regenerator eben noch ohne in Betracht kommenden Widerstand und entsprechenden Druckunterschied auf beiden Seiten desselben von der Luft durchströmt werden kann. Wäre das der Fall, so wäre diese ganze Untersuchung der Rider'schen Maschine mit Regenerator überflüssig, und mit Vermeidung einer zweifelhaften Hypothese in Betreff der darin herrschenden Temperatur nur die Theorie der Maschine ohne Regenerator im vorigen Paragraph entsprechend zu ändern gewesen. Solche Aenderung bezieht sich nur auf die Wärmemengen H_2, K_4 und deren Folgen; diese Wärmemengen sind jetzt andere, weil die Luft im zweiten Zeittheil in den heissen Raum mit der Temperatur T_1, im vierten in den kalten Raum mit der Temperatur T_2 einströmt, somit keiner Wärmemittheilung bedarf, um auf solche Temperatur gebracht zu werden.

Indem deshalb hier dK_2 denselben Ausdruck hat, wie $dK_2 = -AV_x\,dp$ im vorigen Paragraph, ergiebt sich leicht aus der Art und Weise, wie dort Gl. (4)

$$K_2 = GAR\left(\frac{mT_2}{m-1} - \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2}\, ln\,\frac{p_0}{p_2}\right)$$

gefunden wurde, dass darin, um K_4 zu erhalten, nur $\frac{p_0}{p_2}$ durch $\frac{p}{p_1}$ zu ersetzen ist, bei der Entwicklung des ersten Klammergliedes auch p_2, V_2 durch p_1, V_1, also wegen

$$p_2 V_2 = GRT_2, \qquad p_1 V_1 = GRT_1$$

auch einmal der Factor T_2 durch T_1. Dieses erste Glied entstand dort aus:

$$\frac{mT_2}{m-1}\,\frac{\left(\frac{p_0}{p_2}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{mT_2}{m-1},$$

wofür also hier zu setzen ist:

$$\frac{m T_1}{m-1} \frac{\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1}{\frac{T_1}{T_2} - 1} = \frac{m T_1}{m-1} \frac{\frac{1}{\lambda} - 1}{\lambda - 1} = - \frac{m T_2}{m-1},$$

so dass

$$K_4 = G A R \left(- \frac{m T_2}{m-1} + \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{p_1}{p} \right) = - K_2$$

wird, wegen $\frac{p_0}{p_2} = \frac{p_1}{p}$. Ebenso findet man $H_3 + H_4 = 0$, und ergeben sich dann überhaupt sofort die obigen Gleichungen (7), (8) und (11) — (15) mit $q = 0$. —

Ist C_3, somit q grösser, so ist es von m, also von der Beschaffenheit der Curvenstücke $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, abhängig, ob die Zeuner'sche Hypothese (1) mehr oder weniger zutrifft. Wären z. B., entsprechend $m = \infty$, $a_2 a_0$ und $a_1 a$ verticale Gerade, so bliebe im zweiten und vierten Zeitabschnitt V unveränderlich, nach (1) also auch T', obschon die den Regenerator durchströmende Luft Wärme in ihm aufgenommen, bezw. abgegeben hätte. Richtiger könnte Gleichung (1) sein, wenn m einen gewissen negativen Werth hätte, entsprechend solchen Lagen der Curvenstücke $a_2 a_0$ und $a_1 a$, wie die Figur andeutet; denn dann wäre im zweiten Zeittheil die Vergrösserung von V und die Aufnahme von Wärme vom Regenerator nach (1) mit Verkleinerung von T', im vierten Zeittheil die Verkleinerung von V und die Abgabe von Wärme an den Regenerator nach (1) mit Vergrösserung von T' verbunden. Trotz der Bedenken fraglicher Hypothese soll sie wegen der Einfachheit ihrer rechnerischen Ergebnisse im Folgenden zugrunde gelegt werden, indem sie vor allem um so weniger fehlerhaft ist, je kleiner q, indem aber nach (2) $q < \frac{C_3}{V}$ ist, und C_3 ohne Schwierigkeit auf solche Grössen beschränkt werden kann, welche mit sonstigen schädlichen Räumen vergleichbar sind, die bei den principiellen Untersuchungen hier immer im Vergleich mit V vernachlässigt wurden.

Wäre z. B. $\lambda = 2$, $\mu = 4$, ferner

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{\lambda + 1}{2} T_2, \text{ also } \frac{T_2}{T_3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{C_3}{C_2} = \frac{1}{4}, \text{ nach (2) also } q = \frac{1}{6},$$

so wäre $\frac{C_1}{C_2}$ nach (7) $= \frac{7}{8}$ des betreffenden Verhältnisswerthes gemäss (18), §. 130. C_1 und C_2 wären gleich gross, wie es bei ausgeführten Rider'schen Maschinen der Fall zu sein pflegt, für $m = -4{,}2$. Nach (14) ist der Wirkungsgrad $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ nur von λ und q abhängig, hier nahe $= 0{,}43$; er wird, wie die Beispiele zu Ende des vorigen Paragraph erkennen lassen, durch den Regenerator verhältnissmässig um so mehr vergrössert, je steiler die Curven $a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 108, verlaufen, wenigstens aber (für $m = 0$) ungefähr verdoppelt. Dieser Vortheil desselben wird durch den Umstand nicht aufgewogen, dass E nach (13) bei gleichen Werthen von m, λ, μ, p, C_2 nur 0,75 so gross ist. Die Verhältnisse, in welchen Q_1 und Q_2 gemäss (11) und (12) im Vergleich mit (13) und (14) im vorigen Paragraph durch den Regenerator sich ändern, sind unter verschiedenen Umständen verschieden.

§. 132. Luftmotor, System Lehmann, ohne und mit Regenerator.

Für dieses, wenigstens ohne Regenerator bisher am meisten verbreitete Luftmotorensystem gelten bei demselben Diagramm Fig. 108 auch dieselben Gleichungen, die in den beiden vorhergehenden Paragraphen entwickelt wurden. Nur ist jetzt, wenn wieder mit C_1 das Hubvolumen des an die Stelle des Arbeitskolbens K_1 dort tretenden Verdrängers, mit C_2 das Hubvolumen des Arbeitskolbens K_2 bezeichnet wird, C_2 und somit das Verhältniss $C_2 : C_1$ von anderer Bedeutung und Ausdrucksform. Es ist nämlich, wie schon im §. 129 hervorgehoben wurde, hier zwar ebenso, wie bei Rider's Maschine,

$$C_1 = V_1, \text{ dagegen } C_2 = V_1 - V_2.$$

1) Für Lehmann's Maschine ohne Regenerator ist also wegen

$$p_1 V_1 = G R T_1 \quad \text{und} \quad p_2 V_2 = G R T_2$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{V_2}{V_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}\frac{p_1}{p_2}$$

oder mit $\lambda = \frac{T_1}{T_2}$ und $\mu = \frac{p_0}{p}$ wegen

$$p_1 p_2 = p_0 p, \quad \text{also} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{p_0}{p_2}\frac{p}{p_2} = \left(\frac{p_0}{p_2}\right)^2 \frac{p}{p_0} = \frac{\lambda^{\frac{2m}{m-1}}}{\mu}$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{\lambda^{\frac{m+1}{m-1}}}{\mu} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1),$$

z. B. mit $\lambda = 2$, $\mu = 4$

$$\text{für } m = \infty \qquad -1 \qquad 0$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{4} \qquad \frac{7}{8}.$$

Die Ausdrücke von Q_1, Q_2 und E bei gegebenen Werthen von m, λ, μ, p und C_1 erhält man aus §. 130, (13), (14) und (20), wenn darin gemäss (18) daselbst

$$C_2 = C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}}$$

gesetzt wird, somit

$$Q_1 = A p C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + \lambda \, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (2)$$

$$Q_2 = A p C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} \left[\frac{n}{n-1}(\lambda - 1) + ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right)\right] \quad \ldots \ldots (3)$$

$$E = p C_1 \lambda^{\frac{1}{m-1}} (\lambda - 1) \, ln\left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \quad \ldots \ldots (4).$$

Für den Wirkungsgrad des Kreisprocesses gilt Gl. (16), §. 130. Als Raumarbeit kann hier das Verhältniss $\frac{E}{C_1 + K_1}$ betrachtet werden, unter K_1 das Volumen des Verdrängers verstanden; indem $K_1 > C_2$ zu sein pflegt, ist es als kleiner zu erachten, als die Raumarbeit $= \frac{E}{C_1 + C_2}$ von Rider's Maschine ohne Regenerator unter sonst gleichen Umständen. Durch lange Taucherkolben der letzteren kann übrigens dieser verhältnissmässige Raumunterschied mehr als ausgeglichen werden.

2) Für eine Lehmann'sche Maschine mit Regenerator ist nach den Gleichungen (5) und (6) im vorigen Paragraph:

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{V_2}{C_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \frac{1 + \lambda q}{1 + q} \frac{p_1}{p_2},$$

also mit Rücksicht auf obige Entwicklung von Gl. (1):

$$\frac{C_2}{C_1} = 1 - \frac{1 + \lambda q}{1 + q} \frac{\lambda^{\frac{m+1}{m-1}}}{\mu} \quad \ldots \ldots (5),$$

z. B. mit $\lambda = 2$, $\mu = 4$ und $q = \frac{1}{6}$

$$\text{für } m = \infty \qquad -1 \qquad 0$$

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{3}{7} \qquad \frac{5}{7} \qquad \frac{6}{7}.$$

Würde hier der ganze Hohlraum des Verdrängers zur Aufnahme des Regenerators verwendet, so wäre freilich dessen Luftvolumen C_3 wohl kaum auf $\frac{1}{4}$ C_2 zu beschränken, so dass $q = \frac{1}{6}$ würde mit $\frac{T_2}{T_3} = \frac{2}{3}$, wie zu Ende des vorigen Paragraph für das Beispiel einer Rider-Maschine mit Regenerator angenommen wurde. Indessen wäre es schon mit Rücksicht auf die Schwere des hier mit dem Verdränger hin- und herzubewegenden Regenerators rathsam, zu seiner Aufnahme nur einen gewissen centralen Theil des Verdrängerraums zu benutzen.

Die Ausdrücke von Q_1, Q_2 und E bei gegebenen Werthen von m, λ, μ, p und C_1 erhält man aus §. 131, (11), (12) und (13), wenn darin gemäss Gl. (7) daselbst

$$C_2 = C_1 \frac{1 + \lambda q}{1 + q} \lambda^{\frac{1}{m-1}}$$

gesetzt wird, somit

$$Q_1 = A p C_1 \lambda^{\frac{m}{m-1}} ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

$$Q_2 = A p C_1 \frac{1 + \lambda q}{1 + q} \lambda^{\frac{1}{m-1}} ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

$$E = p C_1 \frac{\lambda - 1}{1 + q} \lambda^{\frac{1}{m-1}} ln \left(\mu \lambda^{\frac{m}{1-m}}\right) \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8).$$

Für den calorischen und für den Wirkungsgrad des Kreisprocesses gelten die Gleichungen (15) und (14) im vorigen Paragraph; letzterer wird durch den Regenerator unter gleichen Umständen in demselben Verhältniss vergrössert, wie bei der Rider-Maschine, unter den hier vorausgesetzten Umständen also wenigstens verdoppelt gemäss der Ermittelung zu Ende des vorigen Paragraph. Sind auch die thatsächlichen Verhältnisse in mancher Hinsicht andere, so ist doch der Ansicht Zeuner's beizupflichten, dass durch Hinzufügung eines Regenerators die Lehmann'sche Maschine ohne Zweifel sehr zu verbessern wäre.

§. 133. Luftmotoren mit Kreisprocess in zwei Räumen bei stetiger Schubkurbelbewegung der Kolben.

Die im Vorhergehenden vorausgesetzten absatzweisen, ev. durch zeitweilige Stillstände unterbrochenen Kolbenbewegungen, welche ein Volumendruckdiagramm zur Folge hatten, das aus 4 verschiedenen, zu je zwei als gleichartig und polytropisch angenommenen Theilen besteht, finden sich bei ausgeführten Maschinen thatsächlich durch stetige Bewegungen

ersetzt. Hier sei als einfachste solche Bewegung eine derartige vorausgesetzt, wie sie von einer rotirenden Welle aus durch einen Kurbelschubmechanismus mit sehr langer Kurbelstange bewirkt wird, und zwar sowohl bezüglich der beiden Kolben K_1, K_2, als bezüglich des Kolbens K_2 und des Verdrängers K_1 einer Maschine mit Kreisprocess in zwei Räumen (abgesehen vom Luftraume eines etwa vorhandenen Regenerators), in welchen bezw. die constanten Temperaturen T_1 und T_2 erhalten werden, gemäss den Systemen Rider und Lehmann.*

1) Zunächst handle es sich um eine Rider'sche Maschine und zwar

a. mit Regenerator von derartig vollkommener Wirkung, dass die ihm entströmende Luft in den heissen Raum mit der Temperatur T_1, in den kalten mit der Temperatur T_2 einströmt. Die gleichzeitigen Grössen dieser beiden Räume seien bezw. $= V_x$ und $= V_y$ für den Drehungswinkel ω der Kurbelwelle, welcher von einem Augenblick an gerechnet sein soll, in welchem $V_x = 0$ ist, also K_1 sich in innerster Lage befindet, während dann K_2 in Bewegung gegen seine innerste Lage hin begriffen sei, entsprechend dem Winkel $\alpha < \pi$, um welchen die Kurbel von K_2 derjenigen von K_1 nacheile. Sind dann C_1 und C_2 bezw. die Maxima von V_x und V_y (die Hubvolumina der Kolben K_1 und K_2 bei Abstraction von schädlichen Räumen), so ist:

$$V_x = \frac{1}{2} C_1 (1 - \cos\omega); \quad V_y = \frac{1}{2} C_2 [1 - \cos(\omega - \alpha)] \quad . \; . \; (1).$$

Ist ferner wieder C_3 das Luftvolumen des Regenerators, T' die augenblickliche Mitteltemperatur in demselben, so ist nach der Zustandsgleichung, wenn sie auf den augenblicklichen Gesammtraum $= V_x + V_y + C_3$ mit dem Drucke p des darin befindlichen constanten Luftgewichtes G bezogen wird,

$$\frac{GR}{p} = \frac{V_x}{T_1} + \frac{V_y}{T_2} + \frac{C_3}{T'}$$

oder mit $T_1 = \lambda T_2$, und wenn mit $V = V_x + V_y$ gemäss §. 131, Gl. (1) und (2) wieder

$$VT' = \text{Const. und } \frac{C_3 T_2}{VT'} = q \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

gesetzt wird,

$$\frac{GRT_1}{p} = V_x + \lambda V_y + \lambda q (V_x + V_y)$$
$$= (1 + \lambda q) V_x + \lambda (1 + q) V_y \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3).$$

* Zeuner, technische Thermodynamik, Bd. I, §. 68.

Wenn diese Gleichung differenzirt und dann mit p multiplicirt wird, ergiebt sich:

$$-G R T_1 \frac{dp}{p} = (1 + \lambda q) p \, d V_x + \lambda (1 + q) p \, d V_y$$

gültig für jedes Element des Kreisprocesses. Das Integral der linken Seite dieser Differentialgleichung für eine ganze Umdrehung der Kurbelwelle ist $= 0$, weil p am Anfang und am Ende gleich ist; folglich ist auch das entsprechende Integral der rechten Seite $= 0$, oder es ist, wenn

$$E_1 = \int p \, d V_x \quad \text{und} \quad E_2 = -\int p \, d V_y,$$

beide Integrale auf einen ganzen Kreisprocess bezogen, die Arbeiten bedeuten, welche bezw. durch die Bewegungen von K_1 und K_2 gewonnen und verbraucht werden,

$$(1 + \lambda q) E_1 - \lambda (1 + q) E_2 = 0.$$

Hieraus und aus

$$E_1 - E_2 = E,$$

unter E die resultirende indicirte Arbeit für ein Spiel verstanden, folgt:

$$E_1 = \frac{\lambda (1 + q)}{\lambda - 1} E \quad \text{und} \quad E_2 = \frac{1 + \lambda q}{\lambda - 1} E \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4).$$

Die dem heissen Raume in einem Zeitelement mitgetheilte Wärme ist nach §. 126, Gl. (7) und (8) $= -A V_x dp$, einerlei ob V_x Ab- oder Zuflussraum ist, sofern im letzten Falle die Luft mit der in V_x herrschenden Temperatur zufliesst. Die Wärme, welche bei einem ganzen Spiel mitgetheilt wird, ist somit bei entsprechender Ausdehnung des Integrals zwischen wiederkehrenden Grenzwerthen von p und von V_x:

$$Q = -A \int V_x dp = -A \int [d (p V_x) - p \, d V_x]$$

$$= A \int p \, d V_x = A E_1; \text{ ebenso ist } Q_2 = A E_2 \quad \ldots\ldots \quad (5)$$

$=$ der Wärme, welche dem kalten Raum bei einem Spiel entzogen wird. Der **Wirkungsgrad des Kreisprocesses** ergiebt sich also mit Rücksicht auf (4):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1} = \frac{\lambda - 1}{\lambda (1 + q)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

ebenso, wie im §. 131, Gl. (14). Mit $q = 0$ geht er in die Grenze $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$ $=$ dem Wirkungsgrad des Carnot'schen Processes zwischen den Temperaturgrenzen T_1 und T_2 über. Es leuchtet ein, dass dieses Ergebniss, indem es unabhängig von den Gleichungen (1) erhalten wurde, allgemein

gültig ist, sofern die Temperaturen T_1, T_2 der Räume V_x, V_y constant und, falls C_3 nicht = 0 ist, die Gleichungen (2) erfüllt sind.

Zur Bestimmung der indicirten Arbeit E genügt gemäss (4) die Berechnung einer der Arbeiten E_1, E_2, wozu, nachdem V_x, V_y durch (1) als Functionen von ω gegeben sind, auch p durch ω auszudrücken ist. Zu dem Ende folgt aus (3) und (1):

$$\frac{2GRT_1}{p} = (1+\lambda q)C_1(1-\cos\omega) + \lambda(1+q)C_2[1-\cos(\omega-\alpha)]$$

oder mit der Bezeichnung:

$$a = \frac{1+\lambda q}{\lambda(1+q)}\,\frac{C_1}{C_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

$$\frac{2GRT_2}{(1+q)C_2}\,\frac{1}{p} = a(1-\cos\omega) + 1 - \cos\omega\cos\alpha - \sin\omega\sin\alpha$$

$$= a + 1 - (a+\cos\alpha)\cos\omega - \sin\alpha\sin\omega$$

oder endlich mit den weiteren Bezeichnungen:

$$b = \frac{2GRT_2}{(1+q)C_2(a+1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8),$$

$$\varepsilon\cos\beta = \frac{a+\cos\alpha}{a+1} \text{ und } \varepsilon\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{a+1} \quad \ldots\ldots (9)$$

$$p = \frac{b}{1-\varepsilon\cos(\omega-\beta)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Hiernach werden die Pressungen p dargestellt durch die Längen der vom Brennpunkte aus gezogenen Fahrstrahlen einer Ellipse, deren halber Parameter = b und deren verhältnissmässige Excentricität (Verhältniss der absoluten oder linearen Excentricität zur halben grossen Axe) = ε ist; und zwar entspricht dem Drehungswinkel ω der Kurbelwelle ein solcher Strahl, welcher mit der grossen Axe, verstanden im Sinne vom Brennpunkte gegen den Mittelpunkt, den Winkel $\omega - \beta$ bildet.

Ist p_1 der grösste, p_2 der kleinste Druck, so ist, bezw. entsprechend $\omega = \beta$ und $\omega = \pi + \beta$,

$$p_1 = \frac{b}{1-\varepsilon} \text{ und } p_2 = \frac{b}{1+\varepsilon}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} = \frac{p_1}{p_2}; \qquad \varepsilon = \frac{p_1-p_2}{p_1+p_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

$$b = (1+\varepsilon)p_2 = \frac{2p_1p_2}{p_1+p_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12),$$

während die zwei Gleichungen (9) ergeben:

$$tg\beta = \frac{\sin\alpha}{a + \cos\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13).$$

Mit Rücksicht auf (1) und (10) ist nun die Expansionsarbeit im heissen Cylinder für ein Spiel:

$$E_1 = \int p\, d\, V_x = \frac{b\, C_1}{2} \int \frac{\sin\omega\, d\,\omega}{1 - \varepsilon\cos(\omega - \beta)},$$

wenn die Integration zwischen zwei solchen Werthen von ω oder von $\omega - \beta$ ausgeführt wird, welche sich um 2π unterscheiden, oder mit $\omega - \beta = \delta$ wegen

$$\sin\omega = \sin(\omega - \beta + \beta) = \sin\delta\cos\beta + \cos\delta\sin\beta$$

$$E_1 = \frac{b\, C_1}{2}\left(\cos\beta \int_0^{2\pi} \frac{\sin\delta\, d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} + \sin\beta \int_0^{2\pi} \frac{\cos\delta\, d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta}\right) \quad \ldots (14).$$

Es ist aber

$$\int_0^{2\pi} \frac{\sin\delta\, d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = \frac{1}{\varepsilon}\, ln\, \frac{1 - \varepsilon\cos 2\pi}{1 - \varepsilon\cos 0} = 0,$$

ferner wegen

$$\cos\delta = \frac{-(1 - \varepsilon\cos\delta) + 1}{\varepsilon}$$

$$\int \frac{\cos\delta\, d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = -\frac{\delta}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon}\int \frac{d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta}$$

mit

$$\int \frac{d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = \frac{2}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}\, arctg\left(\sqrt{\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}}\, tg\,\frac{\delta}{2}\right),$$

wie sich durch Differentiation dieser letzten Gleichung leicht ergiebt, also, indem hier die Differenz der Werthe von *arctg* (0), welche $\delta = 0$ und $\delta = 2\pi$ entsprechen, $= \pi$ gesetzt werden muss,

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\delta\, d\,\delta}{1 - \varepsilon\cos\delta} = -\frac{2\pi}{\varepsilon} + \frac{2\pi}{\varepsilon\sqrt{1 - \varepsilon^2}},$$

somit endlich gemäss (14):

$$E_1 = \frac{\pi\, b\, C_1}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} - 1\right)\sin\beta \quad \ldots\ldots\ldots (15).$$

Weil nach (11) und (12)

$$1 - \varepsilon^2 = \frac{4 p_1 p_2}{(p_1 + p_2)^2}$$

$$\frac{b}{\varepsilon}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}} - 1\right) = \frac{2 p_1 p_2}{p_1 - p_2}\left(\frac{p_1 + p_2}{2\sqrt{p_1 p_2}} - 1\right) = \sqrt{p_1 p_2}\,\frac{\sqrt{p_1} - \sqrt{p_2}}{\sqrt{p_1} + \sqrt{p_2}}$$

ist, ferner gemäss (7) und der zweiten Gleichung (9)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \varepsilon(a+1) = \frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\,\frac{(1+\lambda q) C_1 + \lambda(1+q) C_2}{\lambda(1+q) C_2},$$

so folgt aus der ersten Gleichung (4) und aus (15) schliesslich die indicirte Arbeit mit $\mu = \frac{p_1}{p_2}$:

$$E = \frac{\lambda - 1}{\lambda(1+q)}\,\pi C_1 p_2 \sqrt{\mu}\,\frac{\sqrt{\mu} - 1}{\sqrt{\mu} + 1}\,\frac{\mu + 1}{\mu - 1}\,\frac{\lambda(1+q) C_2}{(1+\lambda q) C_1 + \lambda(1+q) C_2}\sin\alpha$$

$$= \frac{\pi(\lambda - 1) C_1 C_2 p_2}{(1+\lambda q) C_1 + \lambda(1+q) C_2}\,\frac{(\mu+1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu}+1)^2}\sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16).$$

Aus dieser Gleichung kann nicht ohne Weiteres geschlossen werden, dass E unter sonst gleichen Umständen am grössten ist für $\alpha = 90^0$, weil die Grössen

$$\frac{C_1}{C_2},\ \lambda,\ q,\ \alpha,\ \mu$$

in einer gewissen Beziehung stehen, analog wie Gl. (7) in §. 131 eine Beziehung zwischen den drei ersten dieser Grössen und dem Exponenten m zum Ausdruck brachte. Nach (11) ist nämlich

$$\frac{p_1}{p_2} = \mu = \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon},$$

nach der zweiten Gleichung (9) folglich

$$\mu = \frac{(a+1)\sin\beta + \sin\alpha}{(a+1)\sin\beta - \sin\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17).$$

Jenachdem nun in Gl. (13)

$$a + \cos\alpha \gtreqless 0, \text{ also } \beta \lesseqgtr 90^0$$

ist, ist ihr zufolge:

$$\sin\beta = \frac{tg\,\beta}{\pm\sqrt{1 + tg^2\beta}} = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{(a + \cos\alpha)^2 + \sin^2\alpha}}$$

und somit auch:

$$\mu = \frac{a + 1 + \sqrt{a(a + 2\cos\alpha) + 1}}{a + 1 - \sqrt{a(a + 2\cos\alpha) + 1}} \quad \ldots\ldots \quad (17a),$$

in welcher Gleichung α durch (7) als Function von $\frac{C_1}{C_2}$, λ, q bestimmt ist. Wäre z. B.

$$C_1 = C_2, \quad \lambda = 2, \quad q = 0{,}2$$

und $\alpha =$	90^0	100^0	110^0
so ergäbe sich $\mu =$	6,44	5,17	4,16
$\frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2} \sin\alpha =$	1,51	1,29	1,07

In der That wäre also E für $\alpha = 90^0$ am grössten; gleichwohl könnte es vorgezogen werden, die Kurbel von K_2 derjenigen von K_1 um mehr, als 90^0 nachfolgen zu lassen, um nicht für μ einen allzugrossen Werth zu erhalten.

Was in Gl. (16) die Grösse

$$q = \frac{C_3 T_2}{V T'}$$

betrifft, so genügt ihre ungefähre Bestimmung mit Rücksicht auf die Unzuverlässigkeit der Annahme $V T' =$ Const. Wird dieses constante Product so berechnet, dass dabei $V =$ dem Mittelwerth von $V = V_x + V_y$ und $T' =$ dem Mittelwerth T der mittleren Temperatur im Raume $V_x + V_y$ gesetzt wird, so ist nach §. 126, Gl. (5):

$$\frac{V}{T} = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2}\right); \quad V T' = \frac{1}{2}\left(\frac{C_1}{T_1} + \frac{C_2}{T_2}\right) T^2$$

und mit der Annahme $T^2 = T_1 T_2$:

$$V T' = \frac{C_1 T_2 + C_2 T_1}{2}; \quad q = \frac{2 C_3 T_2}{C_1 T_2 + C_2 T_1} = \frac{2 C_3}{C_1 + \lambda C_2} \quad (18),$$

z. B. $C_3 = 0{,}3\, C_1$ mit den obigen Annahmen: $C_1 = C_2$, $\lambda = 2$, $q = 0{,}2$. —

Mit Zeuner ist hier schliesslich die folgende Bemerkung zu machen, welche demnächst die Lehmann'sche auf die Rider'sche Maschine mit Kurbelbewegung zurückzuführen gestatten wird. Bei dieser ist nämlich nach Obigem die indicirte Arbeit für ein Spiel:

$$E = E_1 - E_2 = \int p\,(d V_x + d V_y) = \int p\, d V,$$

d. h. ebenso gross, als ob der Kreisprocess in einem Raume stattfände, dessen Volumen $V = V_x + V_y$ nach (1):

$$V = \frac{C_1 + C_2}{2} - \frac{1}{2}\left[(C_1 + C_2 \cos\alpha)\cos\omega + C_2 \sin\alpha \sin\omega\right]$$

ist. Setzt man hierin

$$C_1 + C_2 \cos\alpha = C_0 \cos\alpha_0 \quad \text{und} \quad C_2 \sin\alpha = C_0 \sin\alpha_0 \quad \ldots \quad (19)$$

oder

$$C_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2 + 2\, C_1 C_2 \cos\alpha} \quad \text{und} \quad tg\,\alpha_0 = \frac{C_2 \sin\alpha}{C_1 + C_2 \cos\alpha} \quad . \quad (20),$$

so wird

$$V = \frac{C_1 + C_2}{2} - \frac{C_0}{2} \cos(\omega - \alpha_0) \quad \ldots \quad (21)$$

$$V_{min} = \frac{C_1 + C_2 - C_0}{2} \quad \text{für } \omega = \alpha_0$$

$$V_{max} = \frac{C_1 + C_2 + C_0}{2} \quad \text{für } \omega = \pi + \alpha_0 .$$

Es bedeutet also C_0 den Unterschied des Maximums und des Minimums von V = dem Volumen, welches in einem Cylinder ein auch durch eine Kurbel bewegter Kolben hin und her durchlaufen müsste, um dieselbe Arbeit E zu leisten bei demselben Aenderungsgesetze (10) des Drucks, entsprechend $\omega = \alpha_0$ zu Anfang eines Hubes, also entsprechend dem Nacheilungswinkel α_0 der betreffenden Kurbel hinter derjenigen von K_1.

b. Ohne Regenerator ist $C_3 = 0$, $q = 0$, somit gemäss (4) und (16):

$$E_1 = \frac{\lambda}{\lambda - 1} E; \qquad E_2 = \frac{1}{\lambda - 1} E \quad \ldots \quad (22)$$

$$E = \frac{\pi(\lambda - 1)\, C_1 C_2 p_2}{C_1 + \lambda C_2} \; \frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2} \sin\alpha \quad \ldots \quad (23).$$

Dabei besteht zwischen $\frac{C_1}{C_2}$, λ, α, μ die Beziehung (17a), aber jetzt nach (7) mit $a = \frac{1}{\lambda}\frac{C_1}{C_2}$. Wäre z. B.

$$C_1 = C_2,\; \lambda = 2,$$

$$\text{also } a = 0{,}5 \text{ und } \mu = \frac{1{,}5 + \sqrt{1{,}25 + \cos\alpha}}{1{,}5 - \sqrt{1{,}25 + \cos\alpha}},$$

so folgte für $\alpha =$	90^0	100^0	110^0
$\mu =$	6,85	5,48	4,48
$\frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2} \sin\alpha =$	1,57	1,34	1,12

Indem nun aber die bei jedem Spiel wechselsweise vom kalten in den heissen Cylinder und umgekehrt strömende Luftmenge hierbei ohne Druckänderung bezw. von T_2 bis T_1 erwärmt oder von T_1 bis T_2 abgekühlt werden muss durch eine Wärmemenge $= A E_0$, welche dazu dem

heissen Cylinder mitzutheilen, bezw. dem kalten zu entziehen ist, ist hier nicht $Q_1 = A E_1$ und $Q_2 = A E_2$ nach (5), sondern

$$Q_1 = A(E_1 + E_0) \text{ und } Q_2 = A(E_2 + E_0) \quad \ldots \ldots (24)$$

und dann auch der Wirkungsgrad des Kreisprocesses:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_0} = \frac{E}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} E + E_0} = \frac{1}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} + \frac{E_0}{E}} \quad \ldots (25).$$

Zur Bestimmung von E_0 kann man bemerken, dass nach §. 126, Gl. (11) der kalte Raum V_y oder der heisse Raum V_x der Zuflussraum ist, jenachdem

$$d\left(\frac{V_y}{V_x} \frac{T_1}{T_2}\right) \gtreqless 0$$

ist, so dass der Augenblick der Umkehrung des Strömungssinnes der Gleichung entspricht:

$$V_x d V_y - V_y d V_x = 0$$

oder nach (1):

$$(1 - \cos \omega) \sin(\omega - \alpha) = [1 - \cos(\omega - \alpha)] \sin \omega$$

$$\sin \omega - \sin(\omega - \alpha) = \sin \omega \cos(\omega - \alpha) - \cos \omega \sin(\omega - \alpha)$$

$$2 \cos\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right) \sin \frac{\alpha}{2} = \sin \alpha$$

$$\cos\left(\omega - \frac{\alpha}{2}\right) = \cos \frac{\alpha}{2}.$$

Diese Gleichung wird zwischen $\omega = 0$ und $\omega = 2\pi$ erfüllt durch

$$\omega = 0, \quad \omega = \alpha \text{ und } \omega = 2\pi,$$

und zwar findet von $\omega = 0$ bis $\omega = \alpha$ die Einströmung in V_x statt, weil hierbei V_x von Null an wächst, während V_y bis Null abnimmt. Ist ΔG_x das dabei in V_x einströmende Luftgewicht, so ist

$$A E_0 = c_p (T_1 - T_2) \Delta G_x = c_p (T_1 - T_2) \Delta \frac{p V_x}{R T_1}$$

oder wegen $AR = c_p - c_v = (n - 1) c_v$ und mit $T_1 = \lambda T_2$:

$$E_0 = \frac{c_p}{AR} \frac{\lambda - 1}{\lambda} \Delta(p V_x) = \frac{n}{n - 1} \frac{\lambda - 1}{\lambda} \Delta(p V_x) \quad \ldots (26).$$

Die Aenderung des Products $p V_x$, während ω von 0 bis α zunimmt, ist aber nach (1) und (10):

$$\Delta(p V_x) = \frac{b}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \beta)} \frac{C_1}{2} (1 - \cos \alpha)$$

oder, indem nach den Gleichungen (9):

$$\varepsilon \cos(\alpha - \beta) = \frac{(a + \cos\alpha)\cos\alpha + \sin^2\alpha}{a+1} = \frac{a\cos\alpha + 1}{a+1}$$

und nach Gl. (7) mit $q = 0$:

$$a = \frac{1}{\lambda}\frac{C_1}{C_2},$$

somit

$$1 - \varepsilon\cos(\alpha - \beta) = 1 - \frac{C_1\cos\alpha + \lambda C_2}{C_1 + \lambda C_2} = \frac{C_1(1 - \cos\alpha)}{C_1 + \lambda C_2}$$

ist, auch

$$\Delta(p V_x) = \frac{b}{2}(C_1 + \lambda C_2) = \frac{p_1}{\mu + 1}(C_1 + \lambda C_2)$$

nach (12) und mit $p_1 = \mu p_2$. Schliesslich ist also nach (26):

$$E_0 = \frac{n}{n-1}\frac{\lambda - 1}{\lambda}\frac{p_1}{\mu + 1}(C_1 + \lambda C_2) \quad \ldots\ldots\ (27)$$

und mit Rücksicht auf (23):

$$\frac{E_0}{E} = \frac{n}{n-1}\frac{1}{\lambda}\frac{(C_1 + \lambda C_2)^2}{C_1 C_2}\left(\frac{\sqrt{\mu} + 1}{\mu + 1}\right)^2\frac{\sqrt{\mu}}{\pi\sin\alpha} \quad \ldots\ (28).$$

Wenn ein Regenerator zwar vorhanden, aber von sehr unvollkommener Wirkung wäre, die Luft bei ihrem Durchflusse durch denselben eine Erhöhung oder Erniedrigung der Temperatur erführe, die viel kleiner ist, als $T_1 - T_2$, so würde E nach (16), der Wirkungsgrad nach (25) mit einem aliquoten Theil von E_0 zu berechnen sein, und könnte dann der Vortheil des Regenerators hinsichtlich des Wirkungsgrades durch den Nachtheil bezüglich der Arbeit grossentheils aufgewogen werden. Letztere ist dann nämlich nach (16) und (23) kleiner im Verhältnisse

$$\frac{C_1 + \lambda C_2}{(1 + \lambda q)C_1 + \lambda(1 + q)C_2}$$

multiplicirt mit dem Verhältnisse, in welchem auch

$$\frac{(\mu + 1)\sqrt{\mu}}{(\sqrt{\mu} + 1)^2}\sin\alpha$$

etwas kleiner ist, z. B. für

$$C_1 = C_2,\quad \lambda = 2,\quad q = 0{,}2 \text{ und } \alpha = 90^0 \text{ bis } 110^0$$

ungefähr kleiner im Verhältnisse 0,76.

2) Die Berechnung der Maschine von Lehmann kann auf die der Rider'schen zurückgeführt werden. Die Vergleichung beider lässt den im letzteren Falle mit K_1 bezeichnet gewesenen Kolben als dem

Verdränger bei Lehmann entsprechend erscheinen, der auch den heissen Luftraum seiner Grösse nach bestimmt, während K_2 dort dem Arbeitskolben hier insofern entspricht, als derselbe nach aussen den kalten Luftraum begrenzt. Der principielle Unterschied besteht nur darin, dass das Gesammtvolumen der Arbeitsluft dort durch die Bewegungen beider Kolben, hier durch die Bewegung des Arbeitskolbens allein bestimmt wird. Nachdem aber oben zu Ende des Abschnitts a. durch Gl. (20) das Hubvolumen C_0 ausgedrückt worden ist, welches ein einziger das Gesammtvolumen bestimmender und durch eine Kurbel bewegter Kolben haben, sowie der Winkel α_0, um welchen seine Kurbel derjenigen von K_1 nacheilen müsste, wenn bei demselben Aenderungsgesetze des Drucks auch dieselbe Arbeit geleistet werden soll, ist nun, wenn für eine Lehmann'sche Maschine

C_1 = dem Hubvolumen des Verdrängers,

C_0 = dem Hubvolumen des Arbeitskolbens,

α_0 = dem Nacheilungswinkel der Kurbel des letzteren hinter der des ersteren gegeben sind, diese Maschine ebenso zu berechnen, wie eine Rider'sche, welcher bei demselben Werthe von C_1 solche Werthe von C_2 und α entsprechen, die gemäss (19) bestimmt sind durch die Gleichungen:

$$C_2 = \sqrt{C_1^2 + C_0^2 - 2\,C_1 C_0 \cos\alpha_0} \text{ und } tg\,\alpha = \frac{C_0 \sin\alpha_0}{C_0 \cos\alpha_0 - C_1} \quad (29).$$

Sollte sich hierbei $C_2 = C_1$ ergeben, so müsste nach (20) gegeben sein:

$$C_0 = C_1 \sqrt{2(1 + \cos\alpha)} = 2\,C_1 \cos\frac{\alpha}{2}$$

$$tg\,\alpha_0 = \frac{\sin\alpha}{1 + \cos\alpha} = tg\frac{\alpha}{2}; \quad \alpha_0 = \frac{\alpha}{2}.$$

Z. B. bei Versuchen, welche von Dr. Slaby und Brauer im Jahre 1878 mit verschiedenen Lehmann'schen Luftmaschinen (ohne Regenerator) angestellt wurden,* war u. A.

$$C_1 = 0{,}06754 \text{ Cub. Mtr.}, \quad C_0 = 0{,}705\,C_1, \quad \alpha_0 = 73^0.$$

Damit folgt aus (29):

$$C_2 = 1{,}042\,C_1 \text{ und } \alpha = 139^0\,40'.$$

Ferner war die indicirte Leistung dieser Maschine = 5,42 Pferdestärken bei 89 Umdrehungen in der Minute und bei einer gebremsten Leistung

* Beiträge zur Theorie der geschlossenen Luftmaschinen. Von Dr. A. Slaby, 1878. Sonderabdruck aus den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleisses.

= 2,3 Pferdestärken (entsprechend einem indicirten Wirkungsgrad von nur 0,42) gemessen worden, also die indicirte Arbeit für ein Spiel:

$$E = \frac{5,42 \,.\, 75 \,.\, 60}{89} = 274 \text{ Meterkgr.}$$

Ausserdem wurden

$$p_1 = 1,984 \text{ und } p_2 = 0,975 \text{ Atm., also } u = 2,035$$

durch Messung bestimmt. Die Einsetzung dieser Werthe ($p_2 = 0,975 \,.\, 10333$) in Gl. (23) ergiebt E als Function von λ, und durch ihre Vergleichung mit $E = 274$:

$$\lambda = 1,722.$$

Zur Controle kann damit

$$\text{nach (7): } \alpha = \frac{1}{\lambda}\frac{C_1}{C_2} = 0,5573 \text{ und nach (13): } \beta = 107^0\,34',$$

$$\text{dann nach (17): } \mu = 2,546 = 1,25 \,.\, 2,035$$

berechnet werden, also freilich μ um 25 % zu gross, was durch die von den Voraussetzungen obiger Theorie abweichenden Verhältnisse, insbesondere z. B. durch die Luftlässigkeit der Kolbenliederung und dadurch erklärlich ist, dass die Bewegungen des Kolbens und des Verdrängers nicht einfache Schubkurbelbewegungen waren.

Eine weitere Controle wird durch die Messung der Kühlwassermenge = 357 Liter = 357 Kgr. für eine Stunde und gebremste Pferdestärke dargeboten, sowie der mittleren Temperaturerhöhung dieses Wassers um 35,5° C. Danach ist nämlich

$$Q_2 = \frac{357 \,.\, 2,3}{60 \,.\, 89} \cdot 35,5 = 5,46 \text{ Cal.}$$

Nach (24) ist aber auch:

$$Q_2 = A\,(E_2 + E_0) = \frac{E_2 + E_0}{424}$$

und dabei nach (22):

$$E_2 = \frac{274}{0,722} = 380,$$

nach (27):

$$E_0 = \frac{1,41}{0,41}\,\frac{0,722}{1,722}\,\frac{1,984 \,.\, 10333}{3,035}\,(1 + 1,722 \,.\, 1,042)\,0,06754 = 1838,$$

also $Q_2 = 5,23$ wenig verschieden vom gemessenen Werthe. Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses ergiebt sich schliesslich nach Gl. (25):

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\dfrac{1,722}{0,722} + \dfrac{1838}{274}} = 0,11.$$

§. 134. Graphische Untersuchung geschlossener Luftmaschinen mit Kreisprocess in zwei Räumen.

Die Bewegungen der Kolben, bezw. des Kolbens und des Verdrängers einer geschlossenen Luftmaschine weichen oft von den bisher vorausgesetzten einfachen Bewegungen erheblich ab, und sind dabei auch die schädlichen Räume verhältnissmässig so gross, dass ihre Vernachlässigung unzulässig ist. In solchen Fällen kann eine graphische oder wenigstens theilweise graphische Untersuchung um so mehr vorgezogen werden, als die betreffenden Rechnungen und entsprechenden Formeln schon auf Grund der bisherigen Annahmen zum Theil sehr weitläufig und unbequem wurden. Wie eine solche Untersuchung ausgeführt werden kann, soll hier in theilweisem Anschluss an die Darstellung von Slaby* gezeigt wurden. Dabei wird nach wie vor angenommen, dass die Gewichtsmenge der in der Maschine enthaltenen Arbeitsluft, und dass die Temperaturen derselben im geheizten und im gekühlten Raume constant sind; allmähliche Uebergänge der einen Temperatur in die andere bleiben unberücksichtigt, oder werden wenigstens nur näherungsweise insofern berücksichtigt, als die betreffenden Räume, in welchen diese Uebergänge stattfinden, zu entsprechenden Theilen nach Schätzung dem heissen oder dem kalten Raume zugerechnet werden. Thatsächlich sind freilich die Temperaturen in letzteren Räumen um so veränderlicher, je schneller die Maschine läuft, je schneller also die Luft abwechselnd aus dem einen in den andern Raum überströmen muss, dabei wahrscheinlich mehr veränderlich im kalten, als im heissen Raume, wegen kleineren Unterschiedes der inneren und äusseren Temperatur bezüglich auf jenen, also wegen langsameren Wärmedurchgangs durch die Wandung; allein abgesehen davon, dass die Messung dieser Temperaturschwankungen kaum ausführbar wäre, würde ihre rechnerische oder graphische Berücksichtigung unverhältnissmässige Erschwerungen zur Folge haben. Die Constanz des Luftgewichts in der Maschine würde infolge Durchlässigkeit der glühend heissen Wand des Heizraumes für gepresste Luft im Sinne stetiger Abnahme erheblich gestört werden, wenn nicht die Maschine mit Einrichtungen zu entsprechendem Ersatz der verlorenen Luft versehen wäre, insbesondere z. B. mit einer solchen Kolbenliederung, welche sich einwärts öffnet, wenn die Pressung in der Maschine unter die der Atmosphäre sinkt.

Mit Slaby werde zunächst die meistens bisher ausgeführte Lehmann'sche Maschine ohne Regenerator vorausgesetzt. T_1 und T_2 seien

* Beiträge zur Theorie der geschlossenen Luftmaschinen von Dr. A. Slaby, 1878.

die Temperaturen bezw. des heissen und des kalten Luftraums, V_x und G_x, V_y und G_y deren veränderliche Volumina und Luftgewichte, p der gemeinschaftliche augenblickliche Druck, $G = G_x + G_y$ das unveränderliche Gesammtgewicht der eingeschlossenen Luft; in V_x und V_y sind die zugehörigen schädlichen Räume einbegriffen, nämlich ausser den kleinsten Räumen, welche zwischen dem Verdränger und einerseits dem geheizten Boden des zugehörigen Cylinders, andererseits dem Arbeitskolben wenigstens vorhanden sind, noch die nach Schätzung zu bestimmenden Theile des den Verdränger umgebenden Ringcanals, in welchem ein allmählicher Uebergang der Temperatur von T_1 bis T_2 stattfindet. Es ist dann

$$G = G_x + G_y = \frac{p}{R}\left(\frac{V_x}{T_1} + \frac{V_y}{T_2}\right)$$

oder mit

$$\frac{T_1}{T_2} = tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1),$$

unter α hier den nach Slaby sogenannten Temperaturwinkel verstanden,

$$p\,(V_x \cot g\,\alpha + V_y) = G R T_2$$

oder endlich, wenn F den Querschnitt des Cylinders bedeutet, worin Verdränger und Arbeitskolben beweglich sind, mit

$$V_x = Fx \quad \text{und} \quad V_y = Fy \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

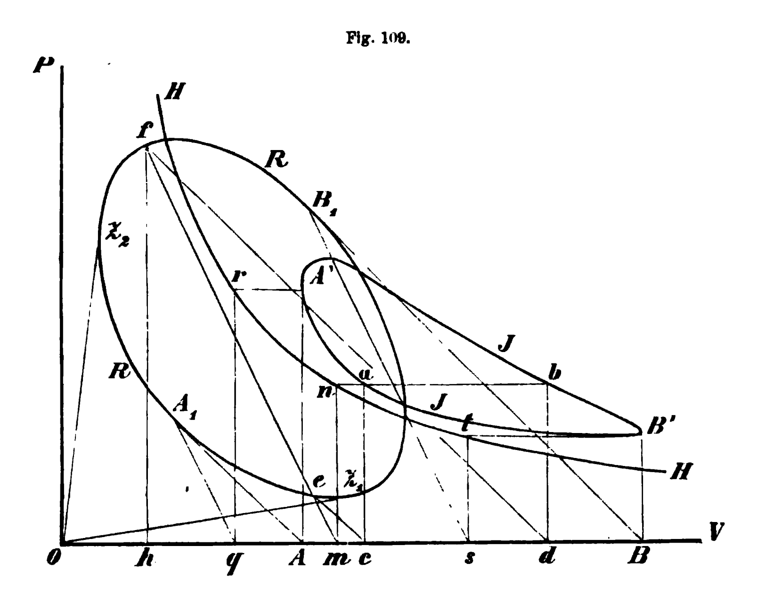
$$p\,(x \cot g\,\alpha + y) = \frac{G R T_2}{F} = \text{Const.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3).$$

Bei bekanntem Temperaturwinkel α ist durch diese Gleichung der Druck p für jede Kolbenstellung bestimmt, nämlich für jedes Paar zusammengehöriger, dem kinematischen Zusammenhange entsprechender durch Zeichnung bestimmbarer Werthe von x und y, sobald für eine Kolbenstellung jener Druck bekannt ist.

Für eine gegebene Maschine findet man den Temperaturwinkel α mit Hülfe eines derselben entnommenen Indicatordiagramms durch Zeichnung, Fig. 109, auf folgende Weise. OV und OP seien rechtwinklige Axen, längs welchen die Längen x, y und die Pressungen p als Abscissen und Ordinaten abgetragen werden sollen. OA sei die kleinste, OB die grösste Länge $x + y$, so dass A der innersten, B der äussersten Lage des Arbeitskolbens entspricht und AB = seiner Hublänge im Massstabe der Zeichnung ist. JJ sei das auf die Länge AB der Grundlinie reducirte Indicatordiagramm, über derselben in solcher Lage gezeichnet, dass im gewählten Massstabe seine Ordinaten (im Sinne OP) = den

betreffenden Pressungen p sind. RR sei eine Curve, die Curve der relativen Volumina nach Slaby, deren Abscissen (im Sinne OV) $= y$ und deren Ordinaten $=$ den entsprechenden Werthen von x sind, z. B. $Oh = y$, $hf = x$. Jeder Punkt f von RR entspricht einer gewissen Kolbenstellung d, welche erhalten wird, indem fd unter 45^0 gegen die

Fig. 109.



Coordinatenaxen geneigt bis zum Schnittpunkte d mit OV gezogen wird, weil dann $Od = fh + Oh = x + y$ ist; den Todtlagen A und B des Kolbens entsprechen insbesondere die Berührungspunkte A_1 und B_1 von RR mit Geraden, die durch A und B unter 45^0 gegen die Axen geneigt gezogen sind. Die kleinste Entfernung der Curve RR von OV ist etwas grösser, als die kleinste Entfernung des Verdrängers vom geheizten Boden des Verdrängercylinders (grösser um die Höhe des auf die Grundfläche F reducirten Theils des zu V_x gerechneten, den Verdränger umgebenden hohlcylindrischen Canals), der kleinste Abstand von RR und OP ist aus demselben Grunde etwas grösser, als die kleinste Entfernung des Verdrängers vom Kolben; sind $C_1 = Fc_1$ und $C_2 = Fc_2$ die Hubvolumina der letzteren, so ist $c_1 =$ der Länge der Projection von RR auf OP, dagegen ist $c_2 = AB$ nicht nothwendig $=$ der Strecke, in welcher sich RR auf OV projicirt, weil die Bewegung des Kolbens allein nur $x + y$ bestimmt, während y für sich zugleich durch die Bewegung des Verdrängers bedingt ist. Der einer Kolbenstellung d entsprechende Werth

von $x \, cotg \, \alpha + y$ ist $= Om$, wenn fm unter dem Winkel α gegen OV geneigt ist; Om und die entsprechende Ordinate $mn = p$ sind nach Gl. (3) Coordinaten einer gleichseitigen Hyperbel HH mit den Asymptoten OV und OP, welche durch den Punkt n bestimmt ist. Der entsprechende Punkt b von JJ ist der Durchschnittspunkt der durch d und durch n bezw. mit OP und OV parallel gezogenen Geraden.

Ist nun ab eine mit OV parallel gezogene Sehne von JJ, und sind ac und bd parallel OP, so sind c, d zwei Kolbenstellungen, welche gleichen Spannungen $p = ca = db$ entsprechen, somit nach (3) auch gleichen Werthen von $x \, cotg \, \alpha + y$. Wenn also e und f die den Punkten c und d von OV entsprechenden Punkte von RR (ce und df unter 45^0 gegen OV geneigt) sind, während auch die Aufeinanderfolge $eA_1 fB_1$ übereinstimmt mit der Folge $aA'bB'$, unter A' und B' die den Punkten A und B von OV entsprechenden Punkte von JJ verstanden, so muss, wenn OV von ef in m geschnitten wird, sowohl em, als fm unter dem Temperaturwinkel α gegen OV geneigt sein, so dass α im Schnittwinkel der Geraden ef mit OV gefunden wird. Die Ordinate in m schneidet die Gerade ab im Punkte n, durch welchen die Hyperbel HH gezeichnet werden kann.

Diese Hyperbel und der gefundene Winkel α können nun benutzt werden, um das der Maschine entnommene Indicatordiagramm (erhalten bei Drehung des Indicatorcylinders durch den Arbeitskolben) mit dem theoretischen Arbeits- oder Volumendruckdiagramm zu vergleichen, welches, durch a und b gehend, der Fundamentalgleichung (3) entspricht. Sollte z. B. der Punkt A' dieses theoretischen Diagramms gefunden werden, welcher, in der Ordinate zu A gelegen, der innersten Kolbenstellung entspricht, so wäre durch den entsprechenden Punkt A_1 von RR die Gerade $A_1 q$ unter dem Winkel α gegen OV geneigt (parallel fem) zu ziehen, qr parallel OP bis zum Schnittpunkte r mit der Hyperbel, endlich rA' parallel OV bis zum Schnittpunkte mit der Ordinate zu A. Der theoretisch grösste Druck wäre = der bis zur Hyperbel gerechneten Ordinate zu dem Punkte, in welchem die äusserste gegen OP zu gelegene und parallel fe gezogene Tangente von RR die Axe OV schneidet u. s. f.

Die von Slaby so gezeichneten Diagramme ergaben eine befriedigende Uebereinstimmung mit den betreffenden Indicatordiagrammen; $tg \, \alpha$ ergab sich insbesondere für die Lehmann'sche Maschine durchschnittlich nahe = 2,25. Was die Einzeltemperaturen T_1 und T_2 betrifft, so nimmt Slaby nach Schätzung an:

$$T_2 = 273 + 100 = 373^0,$$

entsprechend durchschnittlich:

$$T_1 = 2{,}25 . 373 = 839^0 = 273 + 566.$$

Für eine zu entwerfende Maschine müsste ausser dem kinematischen Zusammenhang, wodurch die Curve RR der relativen Volumina bestimmt ist, $tg\,\alpha$ zur Construction des theoretischen Diagramms angenommen werden, ausserdem p für eine gewisse Kolbenstellung, etwa für die äusserste Stellung B = dem Atmosphärendruck BB', Fig. 109, bei solcher Liederung des Arbeitskolbens, dass sie dem Druck in der Maschine nur wenig unter den Atmosphärendruck zu sinken gestattet. Würde dann $B_1 s$ unter dem Winkel α gegen OV geneigt, st parallel OP, $B't$ parallel OV gezogen, so wäre t ein Punkt der Hyperbel, womit diese selbst, dann mit ihrer Hülfe das Diagramm zu zeichnen ist. Dasselbe ergiebt durch die umschlossene Fläche die theoretische indicirte Arbeit = E für eine Umdrehung.

Die bei einem Kreisprocess der Arbeitsluft im heissen Raume durch die Feuerung mitgetheilte Wärme Q_1 und die derselben im kalten Raume durch das Kühlwasser entzogene Wärme Q_2, somit der Wirkungsgrad des Kreisprocesses = $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ sind folgendermassen zu beurtheilen.* Gemäss §. 126, Gl. (11)

* Hierbei ist von der Darstellung Slaby's abgewichen, welche vielmehr der folgenden Erwägung entspricht. Das Gewicht der in der Maschine eingeschlossenen Luft ist nach (3):

$$G = \frac{Fp}{RT_2}(x\,cotg\,\alpha + y).$$

Indem aber ein Theil davon, welcher jeweils zu Ende des Ueberströmens aus dem kalten in den heissen Raum oder umgekehrt bezw. im ersten oder zweiten zurückbleibt, an dieser Strömung nicht theilnimmt, und indem Slaby dieses Luftgewicht = G_0 von unverändert bleibenden Temperaturen

$$G_0 = \frac{Fp_m}{RT_2}(x_0\,cotg\,\alpha + y_0)$$

setzt, unter x_0 und y_0 die kleinsten Werthe von x und y, und unter p_m den Mittelwerth von p verstanden, setzt er die Wärme, welche jeweils zur Erwärmung oder zur Abkühlung der (in jedem Zeitelement bei ungeändert bleibendem Druck) überströmenden Luft aufzuwenden ist,

$$Q_0 = (G - G_0)\,c_p\,(T_1 - T_2)$$

und dann $Q_1 = Q_0$, $Q_2 = Q_0 - AE$. Gegen diese Berechnung von Q_0 kann aber eingewendet werden, dass der Druck p zu Ende der Strömung im einen oder im anderen Sinne nicht = p_m ist, und dass, wenn auch die dadurch zu viel oder zu wenig gerechnete Wärmemenge nur einen kleinen Theil von Q_0 betragen sollte, sie

ist der heisse Raum V_x Zuflussraum, so lange $\frac{V_x}{V_y} = \frac{x}{y}$ zunimmt. Das ist, wenn die Curve RR der relativen Volumina, Fig. 109, von Oz_1 und Oz_2 in z_1 und z_2 berührt wird, von derjenigen Lage an der Fall, welcher der Punkt z_1 entspricht, bis zu derjenigen, welcher z_2 entspricht. Sind $V_1 = Fx_1$ und $V_2 = Fx_2$ die zugehörigen Werthe von V_x, ferner p' und p'' die zugehörigen Pressungen = den bis zur Hyperbel oder bis zur Indicatorcurve JJ gerechneten Ordinaten zu den Punkten, in welchen OV bezw. von Geraden geschnitten wird, welche durch z_1 und z_2 unter den Winkeln α oder 45^0 gegen OV geneigt gezeichnet werden, so ist das Gewicht ΔG der bei jedem Spiele überströmenden Luft = dem Ueberschuss des Luftgewichts vom Zustande p'', T_1 im Volumen V_2 über dasselbe vom Zustande p', T_1 in V_1, also

$$\Delta G = \frac{p'' V_2 - p' V_1}{R T_1} = \frac{F}{R T_1}(p'' x_2 - p' x_1).$$

Die zur Temperaturänderung dieses Luftgewichtes um $T_1 - T_2$ ohne Druckänderung erforderliche Wärme ist:

$$A E_0 = \Delta G \,.\, c_p (T_1 - T_2)$$

oder mit Rücksicht auf den Ausdruck von ΔG und mit

$$\frac{c_p}{AR} = \frac{c_p}{c_p - c_v} = \frac{n}{n-1}$$

$$E_0 = \frac{n}{n-1}\frac{F}{T_1}(p'' x_2 - p' x_1)(T_1 - T_2)$$

$$= \frac{n}{n-1}\frac{\lambda - 1}{\lambda} F (p'' x_2 - p' x_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4).$$

Sind nun AE_1 und AE_2 die Wärmemengen, welche behufs der Arbeitsleistung $= E$ für ein Spiel bezw. dem heissen Raume mitgetheilt, dem kalten entzogen werden müssen, wobei natürlich $E_1 - E_2 = E$ ist, so ergiebt sich:

$$Q_1 = A(E_1 + E_0) \text{ und } Q_2 = A(E_2 + E_0) \quad \ldots\ldots (5).$$

Der entsprechende Wirkungsgrad des Kreisprocesses

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{E_1 - E_2}{E_1 + E_0} = \frac{E}{E_1 + E_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

---

doch im Vergleich mit AE zu gross sein kann, um vernachlässigt werden zu dürfen. Insbesondere aber ist nicht nur Q_2, sondern auch Q_1 ausser von Q_0 zugleich von der Arbeitsleistung abhängig, wie schon daraus zu folgern ist, dass, wenn die Maschine mit einem vollkommen wirkenden Regenerator versehen, somit $Q_0 = 0$ wäre, nicht $Q_1 = 0$ und $Q_2 = -AE$ sich ergeben dürfte.

muss gemäss der Bemerkung zu Gl. (6) im vorigen Paragraph, wenn die Maschine mit einem vollkommen wirkenden Regenerator versehen und somit $E_0 = 0$ ist, allgemein $= \frac{\lambda - 1}{\lambda}$ sein; es ist also

$$E_1 = \frac{\lambda}{\lambda - 1} E \text{ und } E_2 = \frac{1}{\lambda - 1} E \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7).$$

Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses wird dadurch:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{1}{\frac{\lambda}{\lambda - 1} + \frac{E_0}{E}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8),$$

der Form nach übereinstimmend mit Gl. (25) im vorigen Paragraph.

Durch Messung des für ein Spiel gebrauchten Kühlwassergewichtes W und seiner Temperaturerhöhung ΔT lässt sich mit Rücksicht auf die freilich nur unsicher bekannten Gesetze des Wärmedurchgangs durch feste Wände eine Controle für Q_2 und eine Gleichung zur Bestimmung der von Slaby nach Schätzung angenommenen Temperatur T_2 gewinnen. Es ist nämlich unter der Voraussetzung, dass der Kühlwassermantel sich bis zu der mittleren Lage der Grenze erstreckt, bis zu welcher auch im hohlcylindrischen Raum zwischen Verdränger und Cylinder die Lufttemperatur T_2 als vorhanden anzunehmen ist, die vom Kühlwasser für ein Spiel aufgenommene Wärme

$$= W.\Delta T = Q_2 - Q_3 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (9),$$

unter Q_3 die Wärme verstanden, welche gleichzeitig durch die Aussenwand des Kühlwassermantels, in welchem die bestimmbare absolute Temperatur T_3 des abfliessenden Kühlwassers herrscht, an die umgebende Luft von bekannter Temperatur T_0 abgegeben wird. Diese Wärmemenge Q_3 ist als Function der Grösse jener Aussenwand, ferner von $T_3 - T_0$ mit Hülfe eines erfahrungsmässigen Coefficienten auszudrücken, und ergiebt sich so aus (9) ein Controlwerth von Q_2. Wird aber auch Q_2 ausgedrückt, nämlich als Function der mittleren Grösse der an den kalten Luftraum V_y grenzenden Innenwand des Kühlwassermantels, ferner des Temperaturunterschiedes $T_2 - T_3$ und eines erfahrungsmässigen Coefficienten, so liefert die Vergleichung des Werthes dieses Ausdrucks von Q_2 mit

$$Q_2 = W.\Delta T + Q_3$$

eine Gleichung mit der Unbekannten T_2.

Z. B. bei den mehrerwähnten Versuchen von Brauer und Slaby wurde u. A. eine nominell einpferdige Lehmann'sche Maschine ohne Regenerator untersucht, für welche

$$F = 0{,}1087 \text{ Quadratm.}$$

war und durch das oben erklärte graphische Verfahren

$$tg\,\alpha = \lambda = 2{,}20$$

gefunden wurde. Ausserdem wurde bei durchschnittlich 106 Umdrehungen in der Minute

die indicirte Pferdestärke $= 2{,}37$
die gebremste Pferdestärke $= 1{,}31$

im Durchschnitt gefunden, so dass

$$E = \frac{2{,}37 \,.\, 75 \,.\, 60}{106} = 100{,}6 \text{ Meterkgr.}$$

sowie nach (7):

$$E_1 = 184{,}4 \text{ und } E_2 = 83{,}8 \text{ Meterkgr.}$$

war. Dem von Slaby bezüglich dieser Maschine mitgetheilten Diagramm kann ferner entnommen werden:

$$x_1 = 0{,}03 \text{ und } x_2 = 0{,}252 \text{ Mtr.}$$
$$p' = 1{,}104 \text{ und } p'' = 1{,}818 \text{ Atm.,}$$

womit und mit $n = 1{,}41$ nach Gl. (4) gefunden wird:

$$E_0 = 895{,}4 \text{ Meterkgr.,}$$

somit nach (5) und (6):

$$Q_1 = 2{,}547; \quad Q_2 = 2{,}309 \text{ Cal.}; \quad \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}093$$

statt 2,183 1,915 0,12

gemäss den Bestimmungen von Slaby. — Bezogen auf die Stunde und gebremste Pferdestärke wurden 163,4 Kgr. Kühlwasser gebraucht, die sich dabei um durchschnittlich $32{,}6^0$ erwärmten, entsprechend

$$W.\Delta T = \frac{1.31 \,.\, 163{,}4 \,.\, 32{,}6}{60 \,.\, 106} = 1{,}097 \text{ Cal.}$$

und gemäss (9):

$$Q_3 = 2{,}309 - 1{,}097 = 1{,}212 \text{ Cal.,}$$

so dass Q_3 einen grösseren Theil von Q_2 ausmachen würde, als die vom Kühlwasser aufgenommene Wärme. Zur Vergleichung mit sonstigen Erfahrungen fehlen in dieser Hinsicht die nöthigen Angaben. Indessen lässt sich doch schliessen, dass

$$T_2 - T_3 \text{ etwas } < \frac{Q_2}{Q_3}(T_3 - T_0)$$
$$< \frac{2{,}309}{1{,}212}(40 - 15),$$

also etwas $< 48^0$ gewesen sein wird bei Voraussetzung einer Lufttemperatur von 15^0 und weil das Kühlwasser mit ungefähr 40^0 abfloss. Die Temperatur im kalten Luftraum war dann $< 88^0$, und zwar um so kleiner, als der Kühlwassermantel sich bis zu solchen Stellen des langen hohlcylindrischen Raums zwischen Verdränger und Cylinder erstreckte, wo darin thatsächlich eine absolute Temperatur herrschte, die wesentlich $> T_2$ war, so dass im Uebrigen ein entsprechend kleinerer Temperaturunterschied $T_2 - T_3$ ausreichte, um den Rest der Wärmemenge Q_2 zunächst an das Kühlwasser zu übertragen. Die mittlere Temperatur im kalten Luftraum der Maschine dürfte deshalb mit 100^0 etwas zu gross geschätzt sein. — Setzt man die Wärmemenge, welche für eine Stunde und Bremspferdestärke der Arbeitsluft in der Maschine mitzutheilen war, nämlich

$$\frac{2{,}547\,.\,106\,.\,60}{1{,}31} = 6000\,\eta\,K,$$

unter K Kgr. die ebenso verstandene verbrauchte Kohlenmenge, unter $\eta\,(=\eta_1\,\eta_2$, §. 62) den Wirkungsgrad der Heizanlage verstanden, und wenn der fraglichen Kohle mit Slaby ein Heizwerth = 6000 Cal. zugeschrieben wird, so ergiebt sich

$$\eta K = 2{,}06$$

und weil thatsächlich ungefähr 4,5 Kgr. Kohle pro Stunde und Nutzpferdestärke gebraucht wurden,

$$\eta = \frac{2{,}06}{4{,}5} = 0{,}46. \text{ —}$$

Für eine Lehmann'sche Maschine mit Regenerator im Verdränger können die im Vorhergehenden besprochenen Untersuchungen und die betreffenden Gleichungen unverändert gelassen werden, wenn der Luftraum des Regenerators mit entsprechenden Theilen in V_x und in V_y eingerechnet wird; nur ist in den Gleichungen (5), (6) und (8) unter E_0 dann nur ein Theil der durch (4) bestimmten Grösse zu verstehen, und zwar ein um so kleinerer Theil, als je vollkommener die Wirkung des Regenerators vorausgesetzt wird.

Bei der Rider'schen Maschine ohne oder mit Regenerator ändern sich, nachdem vorher ihr kalter Cylinder nöthigenfalls auf den Querschnitt F des heissen reducirt worden ist durch solche Aenderungen der Entfernungen y seines Kolbens K_2 vom betreffenden Cylinderdeckel, dass die eingeschlossenen Luftvolumina unverändert bleiben, nur die Bedeutungen gewisser Dimensionen in Fig. 109. Während dann nämlich der Unterschied der grössten und kleinsten Ordinate x von RR bei der Lehmann'-

schen Maschine dem Hubvolumen C_1 des Verdrängers, bei der Rider'schen dem Hubvolumen C_1 des Kolbens K_1 als Hublänge entspricht, wird bei ersterer die Hublänge des Arbeitskolbens durch die Strecke AB dargestellt, bei letzterer dagegen die reducirte Hublänge des Kolbens K_2 durch den Unterschied der grössten und kleinsten Abscisse y von RR.

2. Offene Maschinen.

§. 135. Allgemeine Erörterungen.

Das Wesen eines offenen Luftmotors im Gegensatz zu einem geschlossenen geht am deutlichsten aus dem in §. 127 besprochenen Beispiel des letzteren hervor, indem man sich von den 4 besonderen Räumen, in welchen sich der Kreisprocess vollzieht, den Kühlraum weggelassen denkt, so dass die Arbeitsluft mit atmosphärischer Pressung und Temperatur in den Compressionscylinder angesaugt und nach ihrer Compression in diesem, ferner nach ihrer Wärmeaufnahme im Heizraum und nach der Ausdehnung im Expansionscylinder wieder mit atmosphärischen Druck, aber mit höherer als atmosphärischer Temperatur in die äussere Luft entweicht. Der diesem letzteren Umstande entsprechende Wärmeverlust kann durch einen Regenerator vermindert werden, den die entweichende Luft im einen, die dann angesaugte Luft im umgekehrten Sinne durchströmt; für eine derartige Maschine von Wilcox wird z. B. der auffallend kleine Verbrauch von 2,5 Kgr. Anthracitkohle für die Bremspferdestärke und Stunde angegeben.* Gemeinsam ist es allen offenen Luftmotoren bei sonst verschiedener Einrichtung, dass der kleinste Druck der Arbeitsluft dem atmosphärischen gleich ist; übrigens sind sie z. Z. vom Markte ganz verschwunden. Selbst die Ericsson'sche betreffende Maschine, welche mit der ihr zuletzt gegebenen thunlichst gedrängten und in mancher Hinsicht bemerkenswerthen, freilich des Regenerators entbehrenden Einrichtung eine Zeit lang Anwendung in der Kleinindustrie fand, hat nur noch historisches Interesse, soll aber doch im folgenden Paragraph als Vertreterin ihrer Gattung eine nähere Betrachtung erfahren um so mehr, als sie der seitdem vorzugsweise in Gebrauch gekommenen Maschine von Lehmann bezüglich ihrer Anordnung als Muster gedient hat.

Zuvor sei analog den allgemeinen Erörterungen (§§. 123—125) für geschlossene Maschinen, betreffend einen gedachten umkehrbaren Kreisprocess der Arbeitsluft in einem einzigen Raume, so dass das Volumen-

* Die Kraftmaschinen des Kleingewerbes. Von J. O. Knoke, 1887, S. 83.

druckdiagramm (Indicatordiagramm) zugleich eine Zustandscurve, und zwar eine aus zwei Paaren gleichartiger polytropischer Curven bestehende Zustandscurve ist (§. 123, Fig. 106), darauf hingewiesen, dass, indem hier die Compression und die Expansion im Princip adiabatisch stattfinden, auch nur Kreisprocesse zwischen zwei Adiabaten ($a_2 a_0$ und $a_1 a$, Fig. 106) und einem anderen Paar gleichartiger polytropischer Curven ($pv^m =$ const. mit $-\infty < m < 0$) gemäss §. 124 in Betracht kommen, wenn es sich darum handelt, den mit Rücksicht auf Wirkungsgrad und Raumarbeit vortheilhaftesten Verlauf des Kreisprocesses zu bestimmen. Nach (1) und (3), §. 124, ist dann der erstere:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_0},$$

die letztere:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = \frac{c}{AR} P_1 \frac{T_2^{\frac{1}{n-1}}}{T_1} \frac{(T_1 - T_0)(T_0 - T_2)}{T_0^{\frac{n}{n-1}}}$$

$$\text{mit } c = \frac{m-n}{m-1} c_v \text{ und } n = 1{,}41$$

und wobei hier P_1 den grössten Druck (Kgr. für 1 Quadratm.), T_2 die atmosphärische und kleinste, T_1 die grösste, T_0 diejenige absolute Temperatur bedeutet, welche durch die adiabatische Compression erreicht wird. Bezüglich auf letztere ist die Raumarbeit am grössten gemäss (5) a. a. O. für

$$T_0 = \frac{1}{2-n}\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{2}\right)^2 - n(2-n)\, T_1 T_2}\right),$$

z. B. mit $T_1 = 2\, T_2$ sehr nahe für $T_0 = 1{,}25\, T_2$, bezüglich auf m (also auf c) für $m = 0$, wenn also der Kreisprocess ausser zwischen Adiabaten zugleich zwischen zur v-Axe parallelen Geraden stattfindet, entsprechend der Wärmeentziehung bei constantem atmosphärischen, der Wärmemittheilung bei constantem grössten Druck. Ist $T_1 = 2\, T_2$, $T_0 = 1{,}25\, T_2$ und $m = 0$, so ist sehr nahe:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 0{,}20 \text{ und } \frac{Q_1 - Q_2}{A V'} = 0{,}15\, P_1 = 0{,}15 \,.\, 2{,}123 \,.\, 10333$$

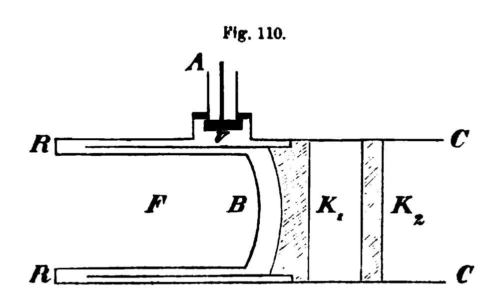
Meterkgr. Arbeit für 1 Cubikm. grössten Luftvolumens. Bezüglich dieses Processes mit adiabatischer Expansion und Compression, Mittheilung und Entziehung von Wärme je bei constantem Druck, gelten durchaus die Formeln von §. 127, indem der dort betrachtete Kreisprocess, obschon in

4 Räumen stattfindend, doch dem allein wesentlichen Umstande entspricht. dass der Zustand der Arbeitsluft jederzeit in allen Punkten derselbe ist: dabei bedeutet p_1 den oben mit P_1 bezeichneten grössten, p_2 den atmosphärischen Druck, T_2 die atmosphärische Temperatur, Q_2 die Wärme, welche bei jedem Spiel von der austretenden Luft an die Atmosphäre abgegeben wird, sofern sie einfach wirkend und ein Regenerator nicht vorhanden ist.

§. 136. **Offene Maschine von Ericsson.**

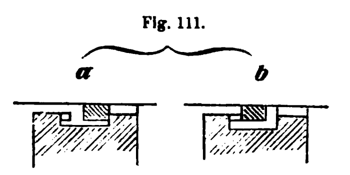
Die dieser Maschine zuletzt gegebene Einrichtung ist im Wesentlichen folgende. Ein horizontaler Cylinder CC ist einerseits offen, andrerseits durch einen hineinreichenden Feuertopf B geschlossen, zwischen welchem und dem Cylinder ein ringförmiger Raum RR verbleibt mit einem davon ins Freie führenden Abflussrohr A, Fig. 110. Das Ventil V in letzterem wird durch einen die Ventilstange angreifenden, seinerseits von einer Feder angegriffenen Hebel geschlossen erhalten, so lange nicht die Oeffnung erzwungen wird durch den dem Zug der Feder entgegenwirkenden Druck eines Daumens, welcher mit der Schwungradwelle, die quer über dem offenen Ende des Cylinders CC gelagert ist, rotirt. In diesem Cylinder bewegen sich zwei Kolben, der dicke und mit schlechten Wärmeleitern ausgefüllte Speisekolben K_1, an welchen ein in RR hineinreichender Blechcylinder angesetzt ist, und der mit einer Ledermanschette dicht anschliessende Arbeitskolben K_2. Die Kolbenstange von K_1 geht durch eine Stopfbüchse im Kolben K_2, der zwei seitwärts liegende Kolbenstangen hat. Alle diese Stangen sind durch Hebel und Kurbelstangen mit dem Kurbelzapfen der Schwungradwelle verbunden, so dass bei deren Rotation K_1 und K_2 gleichzeitige Wege hin und her durchlaufen von solcher Art, dass sich die Räume V_x zwischen B und K_1, V_y zwischen K_1 und K_2 wechselsweise vergrössern und verkleinern. Der Arbeitskolben K_2 hat leichte, aber grosse, einwärts sich öffnende Ventile, die durch Gewicht oder Feder geschlossen bleiben, so lange sie nicht durch einen kleinen Ueberdruck von aussen geöffnet werden. Der Speisekolben K_1 bildet am ganzen Umfange ein

Fig. 110.



Ringventil, indem er ringsum mit einer Nuth versehen und im Cylinder nicht dicht anschliessend beweglich, sondern durch zahnartige Vorsprünge mit Zwischenräumen unter sich geführt ist, Fig. 111; den Ventildeckel bildet ein Ring, der bei schneller Einwärtsbewegung von K_1 (ohne Ueberdruck in V_y) die Lage *a* annimmt und dadurch V_x gegen V_y abschliesst, während er bei schneller Auswärtsbewegung von K_1 (ohne Ueberdruck in V_x) sich gegen vereinzelte Vorsprünge, wie in Fig. 111 *b*, angedeutet, anlegt, so dass V_x und V_y mit einander communiciren. Durch diese Anordnungen wird beabsichtigt, dass die Luftbewegung nur durch die geöffneten Ventile von K_2 in den kalten Raum V_y, von da durch das geöffnete Ringventil von K_1 in den heissen Raum V_x, von hier endlich durch das geöffnete Ventil V, Fig. 110, in das Abflussrohr A erfolgen soll. Erwähnenswerth ist noch ein in Fig. 110 nicht angedeuteter Blechcylinder, welcher, an der ringförmigen Schlusswand des Raumes $R R$ befestigt, sich in den schmalen Raum zwischen der Aussenwand von $R R$ und dem an K_1 befestigten Blechcylinder hinein erstreckt; indem dann die ausströmende heisse Luft auf zickzackförmigem Wege an diesen cylindrischen Blechwänden entlang strömt, kann sie einen Theil ihrer Wärme an dieselben absetzen, um demnächst der umgekehrt aus V_y zuströmenden kalten Luft zurückgegeben zu werden. Es wird dadurch eine Art von Regeneratorwirkung ausgeübt, welcher aber, da die betreffenden Blechwände im dauernden Betriebe eine nur sehr wenig schwankende Temperatur annehmen werden, eine nur so geringe Erheblichkeit beizulegen ist, dass sie rechnerisch ausser Betracht bleiben kann. Ein Schwungkugelregulator verhindert zu schnellen Gang der Maschine durch Oeffnen eines besonderen Ventils zu unmittelbarem Entweichen eines Theils der Arbeitsluft.

Fig. 111.



Im Princip liegt nun dem Vorgange folgende Anschauung zugrunde bei Voraussetzung gewisser idealer Bewegungen von K_1 mit der Hublänge H und von K_2 mit der kleineren Hublänge h der Art, dass sich passend 3 Zeittheile einer Hin- und Herbewegung beider, einer Kurbelumdrehung entsprechend, unterscheiden lassen. Zu Anfang des **ersten Zeittheils** befinden sich beide Kolben in ihren äussersten Stellungen am offenen Ende des Cylinders $C C$ in kleiner Entfernung von einander. Während sie dann bei offen gehaltenem Ventil V gleichzeitig einwärts in ihre innersten Stellungen bewegt werden, vergrössert sich ihre Entfernung

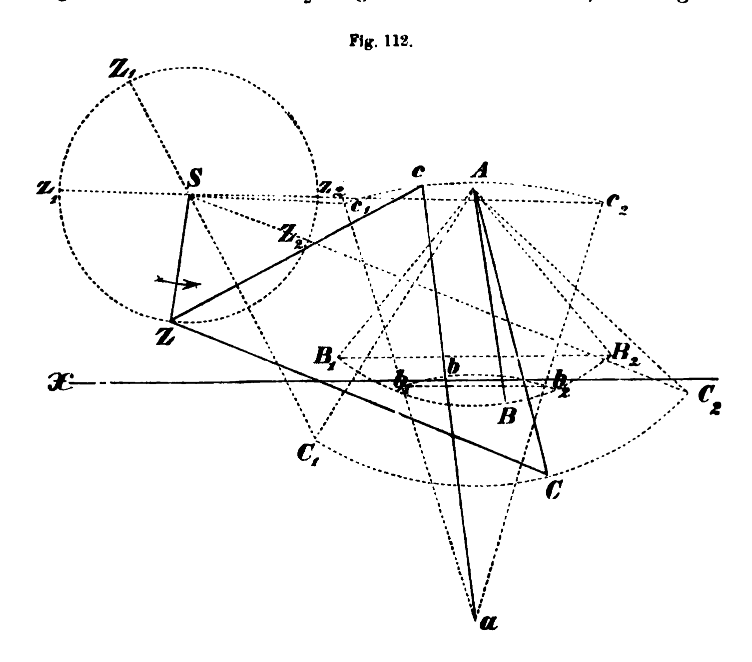
um $H-h$, so dass bei geschlossenem Ringventil von K_1, der Fig. 111, *a* entsprechend, und bei geöffneten Ventilen von K_2 äussere Luft in den kalten Raum V_y angesaugt, heisse Luft aus V_x durch A ausgeblasen wird. Jetzt wird zu Anfang des zweiten Zeittheils V geschlossen und, während K_2 stillsteht, K_1 gegen K_2 zurückbewegt bis zur früheren kleinsten gegenseitigen Entfernung, also um die Wegstrecke $H-h$. Dabei stellt das sich öffnende, in die Lage Fig. 111, *b* kommende Ringventil die Verbindung zwischen V_x und V_y her, während die Ventile von K_2 sich schliessen; der grösste Theil der in V_y befindlichen kalten Luft tritt in den heissen Raum V_x über und wird darin erhitzt bei wachsender, in beiden Räumen gleicher Pressung p. Endlich werden im dritten Zeittheil bei geschlossen bleibendem Ausblaseventil V beide Kolben gemeinschaftlich, nämlich mit gleich bleibender kleinster Entfernung um die Strecke h in ihre äussersten Lagen zurückbewegt, wobei auch die Ventile von K_2 geschlossen bleiben (sofern nicht der innere Druck schliesslich unter den Atmosphärendruck sinkt) und das Ringventil offen bleibt, so dass der abnehmenden Pressung entsprechend noch etwas Luft aus V_y nach V_x überströmen kann. Indem nun bei Abstraction von Reibungen im ersten Zeittheil nur eine kleine negative Arbeit wegen Ueberdrucks auf die Vorderfläche von K_1 und eine kleine positive Arbeit wegen Ueberdrucks auf die Hinterfläche von K_2 geleistet wird, im zweiten Zeittheil eine kleine negative Arbeit wegen Ueberdrucks auf die jetzt auf der anderen Seite liegende Vorderfläche von K_1, welche kleinen Arbeiten den Reibungsarbeiten hinzugerechnet werden mögen, wird die einzige positive Arbeit $= E$ für ein Spiel, welche wesentlich in Betracht kommt, während des dritten Zeittheils geleistet infolge des Ueberdrucks auf die Hinterfläche des mit K_1 zusammen nach aussen bewegten Arbeitskolbens K_2. Während des ganzen Vorgangs werde dabei die absolute Temperatur im Raume V_x constant $= T_1$, in V_y constant $= T_2$ (etwas grösser, als die atmosphärische Temperatur) gesetzt. Letzteres kann unbedenklich erscheinen, sofern eine Luftbewegung aus V_x nach V_y nie stattfindet, nur durch Leitung der Metallwände Wärmeübertragung an die Luft in V_y vermittelt wird; was freilich die Temperatur in V_x betrifft, so muss sie thatsächlich im ersten Zeittheile wachsen, und würde sie, wenn G_2 das Luftgewicht ist, welches im zweiten Zeittheil von V_y nach V_x überströmt, während des zweiten und dritten Zeittheils eigentlich nur dann durchschnittlich nahe gleich gross zu setzen sein, wenn sich diese Zeitabschnitte verhielten

$$= G_2 c_v (T_1 - T_2) : A E_1$$

bei Voraussetzung gleichmässiger Wärmemittheilung durch den Heiztopf, und unter E_1 die Expansionsarbeit der eingeschlossenen Luft im dritten Zeittheil verstanden.

Um den Erfolg der vorausgesetzten idealen Kolbenbewegung ohne zeitweiligen Stillstand von K_2 angenähert zu erzielen, ist folgende An-

Fig. 112.



ordnung getroffen: Fig. 112, worin die Gerade X die horizontale Cylinderaxe, der Punkt S die dazu senkrechte horizontale Axe der Schwungradwelle, A und a zwei mit dieser parallele Schwingungsaxen bedeuten, A in gleicher Höhe mit S und vertical über a gelegen. Mit A sind die etwas verschieden gerichteten Hebel AB und AC, mit a die gleich gerichteten Hebel ab und ac verbunden; B und b hängen bezw. mit den zu K_1 und K_2 gehörigen Kolbenstangen zusammen, C und c werden von den Kurbelstangen ZC und Zc angegriffen. B schwingt in einem Bogen $B_1 B_2$, dessen Sehne $= H$ parallel X ist, und dessen Pfeil von X halbirt wird; b schwingt in einem Bogen $b_1 b_2$, dessen Sehne $= h$ auch parallel X ist und dessen Pfeil von X halbirt wird. Dadurch sind bei gegebenen Werthen von H, h und bei angenommenen Lagen von A, a die Winkel $B_1 A B_2 = C_1 A C_2$ und $b_1 a b_2 = c_1 a c_2$, sowie die Längen AB und ab bestimmt. Auch ist, sofern A der Mittelpunkt des Pfeils des Schwingungsbogens $c_1 c_2$ von c sein soll, die Hebellänge ac bestimmt, ferner bei

angenommener Lage von S die Kurbellänge $SZ = r$ und die Kurbelstangenlänge $Zc = l$ durch die Gleichungen

$$l + r = Sc_2 \quad \text{und} \quad l - r = Sc_1 .$$

Endlich lässt sich die Länge AC durch Probieren so bestimmen, dass

$$SC_2 - SC_1 = 2r,$$

wonach die Länge der Kurbelstange

$$ZC = \frac{1}{2}(SC_2 + SC_1)$$

gefunden wird.

Nun bewegt sich K_2 wie die Horizontalprojection des Punktes b, in verjüngtem Massstabe also wie die des Punktes c, so dass K_2 eine ähnliche Bewegung hat wie ein Kolben, der durch einen gewöhnlichen Schubkurbelmechanismus mit einer nahe gleichförmig rotirenden Welle mittels einer freilich verhältnissmässig sehr kurzen Koppel verbunden ist; insbesondere erfolgen der Hingang und der Hergang von K_2 nahe in gleichen Zeiten und auf entgegengesetzt gleiche Weise. Anders verhält es sich mit dem Speisekolben K_1 wegen der etwas verschiedenen Richtungen AB, AC und besonders, weil S weit ausserhalb der Geraden liegt, die parallel mit der Sehne des Bogens C_1C_2 dessen Pfeilhöhe halbirt. Die Folge dieser Umstände ist nämlich zunächst, dass K_1 sich schneller einwärts, als auswärts bewegt, entsprechend bezw. den Zeiten des hohlen und des erhabenen Drehungswinkels Z_2SZ_1 der Kurbel; dadurch wird die Zeit abgekürzt, während welcher die heisse Luft mit nutzlos fortgesetzter Wärmeaufnahme ausgeblasen wird. Ferner finden die Grenzlagen von K_1 und K_2 nicht gleichzeitig statt, indem der erste Kolben dem zweiten bei nicht ganz gleichem Bewegungsgesetze voreilt. Während der Bewegung des Kurbelzapfens von Z_2 bis z_2 bewegen sich K_1 und K_2 auseinander, so dass die Ventile von K_2 sich leicht und schnell öffnen; während seiner Bewegung von z_2 bis Z_1 gehen beide einwärts, indem zugleich ihre Entfernung wächst, so dass heisse Luft ausgeblasen, kalte eingesaugt wird. Bei der Bewegung des Kurbelzapfens von Z_1 bis z_1 bewegen sich beide Kolben gegeneinander, so dass sich ihre Entfernung schnell verkleinert und dadurch ungefähr der Vorgang verwirklicht wird, welcher nach dem zugrunde liegenden Gedanken im zweiten Zeittheil (Stillstand von K_2) stattfinden sollte; endlich während der Bewegung von z_1 bis Z_2 bewegen sich K_1 und K_2 beide nach aussen, wobei sich ihre Entfernung zunächst zu verkleinern fortfährt, und ist das die fast eine halbe Umdrehung in Anspruch nehmende Zeit der Expansionswirkung infolge des im vorigen Zeittheil gestiegenen Drucks. —

Es sei nun in irgend einem Augenblick, während das Ausblaseventil geschlossen, das Ringventil von K_1 offen ist und die Ventile von K_2 geschlossen sind,

G das Gewicht der in den Räumen V_x und V_y zusammen enthaltenen Luft,

T_1 die als constant vorausgesetzte absolute Temperatur in V_x,

T_2 dieselbe in V_y,

p der Druck in beiden Räumen,

F der Cylinderquerschnitt,

so ist mit

$$V_x = Fx \quad \text{und} \quad V_y = Fy$$

gemäss der Zustandsgleichung:

$$G = \frac{Fp}{R}\left(\frac{x}{T_1} + \frac{y}{T_2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (1),$$

somit die Expansionsarbeit für ein Zeitelement

$$= Fp\,d(x+y) = GR\,\frac{d(x+y)}{\frac{x}{T_1} + \frac{y}{T_2}}.$$

Zur Integration dieser Gleichung müsste die Beziehung zwischen x und y analytisch ausgedrückt werden, die aber bei der wirklichen Maschine so wenig einfach ist, dass es vorgezogen werden muss, auf die Berechnung dieser Expansionsarbeit bei Voraussetzung der oben erklärten idealen Kolbenbewegung sich zu beschränken vorbehaltlich erfahrungsmässiger Bestimmung eines hinzuzufügenden Correctionscoefficienten. Das ist um so mehr gerechtfertigt, als schon die Voraussetzung constanter Werthe von T_1 und T_2 mehr oder weniger fehlerhaft sein wird.

Wird dann der kleinste Werth von x, dem schädlichen Raum von V_x entsprechend, mit s bezeichnet, der kleinste Werth von y aber $= 0$ gesetzt, und steigt der Druck p im zweiten Zeittheil (Stillstand von K_2) vom atmosphärischen Drucke p_0 bis p_1, wonach er im dritten Zeittheil wieder bis p_2 (etwas $> p_0$) abnimmt, so ist gemäss (1):

$$p_0\left(\frac{s}{T_1} + \frac{H-h}{T_2}\right) = p_1\,\frac{s+H-h}{T_1} = p_2\,\frac{s+H}{T_1},$$

also mit

$$\lambda = \frac{T_1}{T_2}, \quad \alpha = \frac{H-h}{H}, \quad \sigma = \frac{s}{H} \quad \ldots \ldots \ldots (2)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{s+(H-h)\lambda}{s+H-h} = \frac{\alpha\lambda+\sigma}{\alpha+\sigma} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3)$$

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{s + (H - h)\lambda}{s + H} = \frac{\alpha\lambda + \sigma}{1 + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5).$$

Damit der Voraussetzung gemäss $p_2 > p_0$ sei, also die Ventile von K_2 bis zum Ende der gemeinschaftlichen Auswärtsbewegung im dritten Zeittheil geschlossen bleiben, muss nach (4) mit Rücksicht auf (2):

$$\alpha > \frac{1}{\lambda}; \quad \frac{h}{H} = 1 - \alpha < \frac{\lambda - 1}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

sein. Als **indicirte Arbeit** E kommt nur der Ueberschuss der Expansionsarbeit im dritten Zeittheil über die Arbeit zur Ueberwindung des Atmosphärendrucks auf K_2 in Betracht, also

$$E = F(s + H)\, p_2 \ln \frac{p_1}{p_2} - Fhp_0$$

$$= FHp_0 \left[(\alpha\lambda + \sigma) \ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} - (1 - \alpha)\right] \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

mit Rücksicht auf (2), (4) und (5).

Als **Raumarbeit** kann hier das Verhältniss $\dfrac{E}{F(s + H)}$ gelten; als Function von α betrachtet ist sie nach (7) am grössten für

$$(\alpha\lambda + \sigma) \ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} + \alpha = max$$

$$(\alpha\lambda + \sigma) \frac{\alpha + \sigma}{1 + \sigma} \cdot \frac{-(1 + \sigma)}{(\alpha + \sigma)^2} + \lambda \ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} + 1 = 0$$

$$\ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\alpha\lambda + \sigma}{\alpha + \sigma} - 1\right) = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \sigma} \quad \ldots\ldots (8).$$

Das durch diese Gleichung bestimmte Hubverhältniss entspricht der Bedingung (6). Denn da α ein ächter, σ ein kleiner Bruch, ist

$$\frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \text{ wenig } < \frac{1}{\alpha}, \quad \frac{\alpha}{\alpha + \sigma} \text{ wenig } < 1,$$

so dass Gl. (8) mit $\beta = 1 - \alpha$ angenähert zu schreiben ist:

$$\ln \frac{1}{\alpha} = -\ln(1 - \beta) = \beta + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{1}{3}\beta^3 + \ldots = \frac{\lambda - 1}{\lambda},$$

entsprechend $\beta = 1 - \alpha < \dfrac{\lambda - 1}{\lambda}$ in Uebereinstimmung mit (6). Bei Voraussetzung von (8) ist E nach (7) als Function von σ betrachtet um so grösser,

$$\text{je grösser } \frac{\alpha\lambda + \sigma}{\alpha + \sigma}, \text{ also je kleiner } \sigma$$

ist, so dass $Fs = \sigma FH$ die Bezeichnung als schädlicher Raum verdient.

Zur Bestimmung des besten Hubverhältnisses gemäss (8) werde

$$\frac{1+\sigma}{\alpha+\sigma} = \delta, \quad \text{also } \alpha = \frac{1+\sigma}{\delta} - \sigma$$

gesetzt; nach (8) ist dann δ bei gegebenen Werthen von λ und σ bestimmt durch die Gleichung:

$$ln\,\delta = \frac{\lambda - 1}{\lambda} \frac{\frac{1+\sigma}{\delta} - \sigma}{\frac{1+\sigma}{\delta}} = \frac{\lambda - 1}{\lambda}\left(1 - \frac{\sigma}{1+\sigma}\delta\right) \quad \ldots\ldots (9),$$

womit nach (6) gefunden wird:

$$\frac{h}{H} = 1 - \alpha = (1+\sigma)\left(1 - \frac{1}{\delta}\right) \ldots\ldots\ldots (10),$$

z. B. für $\lambda = 2$, $\sigma = 0{,}2 : \delta = 1{,}46$ und $\frac{h}{H} = 0{,}398$. Wird hiernach als durchschnittlich passend angenommen:

$$1 - \alpha = \frac{h}{H} = 0{,}4 \quad \text{mit} \quad \sigma = \frac{s}{H} = 0{,}2$$

entsprechend $\lambda > \frac{5}{3}$ nach (6), so ergiebt sich nach (7)

für $\lambda =$	1,7	1,8	1,9	2
$\frac{E}{FHp_0} =$	0,0947	0,1190	0,1433	0,1677.

Ist endlich η_i ein indicirter Wirkungsgrad, der ausser den Nebenwiderständen zugleich der Abweichung des Vorgangs in der wirklichen Maschine von dem hier vorausgesetzten principiellen Vorgange Rechnung trägt, so ist bei u Umgängen der Schwungradwelle in einer Minute die Nutzarbeit in Sekundenmeterkgr.:

$$E_n = \frac{u}{60}\eta_i E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11).$$

Bei einer ausgeführten Maschine war z. B. nach Boëtius:

$$F = 0{,}1641 \text{ Quadratm.}, \quad H = 0{,}419 \text{ Mtr.}$$

$$\frac{h}{H} = 1 - \alpha = 0{,}53 \quad \text{und} \quad \sigma = 0{,}2;$$

sind ferner t_1 und t_2 die (vom Gefrierpunkte des Wassers aus gerechneten) Temperaturen bezw. der ausgeblasenen und der äusseren atmosphärischen Luft, so wurde gemessen:

$$t_1 = 300, \quad t_2 = 10, \quad E_n = 68 \text{ bei } u = 45.$$

Schmidt fand bei einer Maschine von denselben Abmessungen:

$$t_1 = 255, \quad E_n = 38,4 \text{ bei } u = 41.$$

Wird auch im letzteren Falle $t_2 = 10$ angenommen, in beiden Fällen

$$T_1 = 273 + t_1 \text{ und } T_2 = 273 + t_2$$

gesetzt, also etwa in runden Zahlen:

$$\lambda = 2, \quad \text{entsprechend } t_1 = 293 \text{ im ersten,}$$

$$\lambda = 1,85, \quad \text{entsprechend } t_1 = 251 \text{ im zweiten}$$

Falle bei $t_2 = 10$, so findet man aus (7) mit $p_0 = 10333$:

$$E = 95,5 \text{ und } 66,3 \text{ Meterkgr.,}$$

somit nach (11), wenn auch η_i entsprechend verstanden wird,

$$\eta_i = 0,95 \text{ und } 0,85; \text{ im Mittel } \eta_i = 0,9.$$

Dieser Werth des indicirten Wirkungsgrades η_i beruht aber auf unsicheren und willkürlichen Voraussetzungen, auf der Annahme einer idealen Kolbenbewegung und constanter Temperaturen T_1, T_2, welche zudem bezw. den absoluten Temperaturen der ausgeblasenen und der äusseren Luft gleichgesetzt wurden. Ohne Zweifel wird aber damit besonders T_2 zu klein, also λ zu gross, insofern auch E zu gross, η_i zu klein gesetzt sein, und weil thatsächlich die Reibung jedenfalls mehr, als 0,1 der indicirten Arbeit beanspruchen wird, so muss man schliessen (die Zuverlässigkeit der benutzten Angaben vorausgesetzt), dass infolge abweichender Kolbenbewegung und Veränderlichkeit von T_1, T_2 die indicirte Hubarbeit gemäss (7) erheblich zu klein gefunden wird.

Ob die Beziehung zwischen λ und dem Hubverhältniss $\frac{h}{H}$ passend war, ist hiernach auch nicht sicher zu entscheiden; nach (6) hätte

$$\frac{h}{H} < 0,5 \quad \text{für } \lambda = 2$$

$$< 0,46 \quad \text{für } \lambda = 1,85$$

$$\text{sein sollen statt } \frac{h}{H} = 0,53.$$

Die im ersten Zeittheil durch die Feuerung zugeführte Wärme, welche (bis auf die im schädlichen Raum verbleibende) mit der ausgeblasenen Luft nutzlos entweicht, werde dem Wärmeverlust zugerechnet, der in dem Ausdrucke (1), §. 121, durch den Factor $1 - w$ berücksichtigt ist. Die ausserdem bei einer Umdrehung mitgetheilte Wärme $= (1 - w)\, Q_1$ hat im zweiten Zeittheil das Luftgewicht $F(H - h)\frac{p_0}{R\,T_2}$ auf die Temperatur T_1

zu erhöhen, im dritten die Arbeit $E_1 = E + Fhp_0$ zu leisten; jene Erhitzung kann als bei constantem Volumen stattfindend angenommen werden, weil, wenn auch thatsächlich hierbei die aus V_y nach V_x überströmende Luft etwas ausgedehnt, die im schädlichen Raume $= Fs$ vorhanden gewesene etwas zusammengedrückt wird, die betreffenden Arbeiten und entsprechenden Wärmen sich ausgleichen. Somit ist

$$(1 - w) Q_1 = F(H - h) \frac{p_0}{R T_2} c_v (T_1 - T_2) + A(E + Fhp_0)$$

$$= FHp_0 \frac{\alpha c_v}{R} (\lambda - 1) + AFHp_0 . \varphi$$

mit

$$\varphi = (\alpha \lambda + \sigma) \, ln \frac{1 + \sigma}{\alpha + \sigma} \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (12)$$

nach (7), oder mit

$$AR = (n - 1) c_v$$

$$(1 - w) Q_1 = AFHp_0 \left(\frac{\lambda - 1}{n - 1} \alpha + \varphi \right).$$

Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses = dem Product aus demjenigen des Carnot'schen Processes $\frac{\lambda - 1}{\lambda}$ und dem calorischen Wirkungsgrade η_c ist somit:

$$\frac{\lambda - 1}{\lambda} \eta_c = \frac{AE}{(1 - w) Q_1} = \frac{\varphi - 1 + \alpha}{\frac{\lambda - 1}{n - 1} \alpha + \varphi} \ldots \ldots \quad (13).$$

Man findet ihn für obige Beispiele

$$= 0{,}074 \quad \text{und} \quad = 0{,}059$$

$$\eta_c = 0{,}148 \quad \text{und} \quad = 0{,}128.$$

Für das Beispiel einer einpferdigen Lehmann'schen Maschine wurde er im §. 134 zu 0,093 bei $\lambda = 2{,}2$ berechnet, somit $\eta_c = 0{,}170$. Dazu kommt, dass hier $1 - w$ ein kleinerer Bruch ist; in der That verbrauchte diese Ericsson'sche offene Maschine etwa 7,5 Kgr. Steinkohle für eine Stundenpferdestärke gegen 4,5 Kgr. Verbrauch der Maschine von Lehmann, wozu auch der Umstand beitragen mochte, dass im andauernden Betriebe die Wärmeleitung durch die ganze Masse des ungekühlten Cylinders jener offenen Maschine recht erheblich, T_2 wesentlich grösser war, als hier vorausgesetzt wurde.

b. Feuerluftmaschinen.

§. 137. Theoretische Grundlagen.

Die Grundlagen der Rechnung bedürfen hier zunächst insofern einer Ergänzung, als es sich um die Zustandsänderungn eines Gasgemisches als Arbeitsflüssigkeit handelt, dessen physikalische Constanten (Constante R der Zustandsgleichung, Dichtigkeit, specifische Wärmen) nicht unmittelbar durch Versuche bekannt sind, sondern als Functionen dieser Constanten der Mischungsbestandtheile mit Rücksicht auf das in Gewichts- oder Volumentheilen gegebene Mischungsverhältniss berechnet werden müssen. Dabei wird die Zusammensetzung der gasförmigen Verbrennungsproducte eines Brennstoffs von bekannter chemischer Beschaffenheit gemäss §. 160, Bd. I, gefunden.

G Kgr. eines Gasgemisches von der Pressung p und absoluten Temperatur T bestehe nun aus G', G'' ... Kgr. solcher Gase, für welche die Constanten R', R'' . . . der Zustandsgleichung oder die Dichtigkeiten δ', δ''... bekannt sind, die bekanntlich in den Beziehungen stehen:

$$R' = \frac{R_0}{\delta'}, \quad R'' = \frac{R_0}{\delta''} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1),$$

wenn δ', δ'' . . . auf ein Gas (bei gleicher Pressung und Temperatur) bezogen werden, für welches R_0 die Constante der Zustandsgleichung ist. Sind p', p'' . . . die Pressungen dieser Bestandtheile des Gemisches, so dass

$$G = G' + G'' + \ldots = \Sigma G' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$p = p' + p'' + \ldots = \Sigma p' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

ist, so folgt aus den betreffenden Zustandsgleichungen

$$p'V = G'R'T, \quad p''V = G''R''T \quad \ldots\ldots\ldots (4),$$

unter V das gemeinschaftliche Volumen verstanden, durch Addition:

$$pV = (G'R' + G''R'' + \ldots) T = \Sigma(G'R') . T,$$

so dass die Constante R für das Gemisch wegen

$$pV = GRT \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

bestimmt ist durch die Gleichung:

$$GR = \Sigma(G'R') \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6).$$

Werden hierin R', R'' . . . nach (1) ausgedrückt und $R = \frac{R_0}{\delta}$ gesetzt, so ergiebt sich:

$$\frac{G}{\delta} = \Sigma \frac{G'}{\delta'} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

zur Bestimmung der Dichtigkeit δ des Gemisches.

Sind $V', V'' \ldots$ die Volumina, welche die Mischungsbestandtheile im gemeinsamen Zustande p, T einnehmen würden, so ist

$$p'V = pV', \quad p''V = pV'' \ldots$$

Hieraus und aus (4), (5), (6) und (1) folgt:

$$\frac{V'}{V} = \frac{p'}{p} = \frac{G'R'}{GR} = \frac{G'R'}{\Sigma(G'R')} = \frac{\frac{G'}{\delta'}}{\Sigma\frac{G'}{\delta'}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8),$$

worin V', G', R', δ' mit $V'', G'', R'', \delta'' \ldots$ vertauscht werden dürfen; insbesondere sind also die auf gleiche Temperatur und auf gleichen Druck bezogenen Volumverhältnisse $\frac{V'}{V}, \frac{V''}{V} \ldots$ = den auf dieselbe Temperatur T und auf dasselbe Gesammtvolumen V bezogenen Druckverhältnissen $\frac{p'}{p}$, $\frac{p''}{p} \ldots$ Sind nicht die Gewichtsverhältnisse der Bestandtheile, wie bisher vorausgesetzt, sondern die Volumverhältnisse derselben gegeben, so folgen erstere aus letzteren, indem gemäss (8)

$$\frac{G'}{G} = \frac{V'}{V} \cdot \frac{\Sigma(G'R')}{GR'}$$

$$\Sigma\frac{G'}{G} = 1 = \Sigma\left(\frac{V'}{V}\cdot\frac{1}{R'}\right)\cdot\frac{\Sigma(G'R')}{G}$$

ist, durch die Gleichungen:

$$\frac{G'}{G} = \frac{\frac{V'}{V}\cdot\frac{1}{R'}}{\Sigma\left(\frac{V'}{V}\cdot\frac{1}{R'}\right)} = \frac{\frac{V'}{V}\,\delta'}{\Sigma\left(\frac{V'}{V}\,\delta'\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9).$$

Durch die specifischen Wärmen c'_v und c'_p, c''_v und $c''_p \ldots$ der Bestandtheile sind endlich die specifischen Wärmen c_v und c_p des Gemisches dadurch bestimmt, dass die Wärme dQ, welche dem letzteren behufs einer unendlich kleinen umkehrbaren Zustandsänderung mitzutheilen ist, als Summe dieser Wärmen für die Bestandtheile ausgedrückt wird. So ergiebt sich aus §. 122, Gl. (3) und (4):

$$Gc_v dT + ApdV = \Sigma(G'c'_v)\,dT + A(p' + p'' + \ldots)\,dV$$
$$Gc_p dT - AVdp = \Sigma(G'c'_p)\,dT - AVd(p' + p'' + \ldots),$$

folglich wegen $p' + p'' + \ldots = p$:

$$Gc_v = \Sigma(G'c'_v) \quad \text{und} \quad Gc_p = \Sigma(G'c'_p) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10).$$

Unbeschadet der Zustandsgleichungen (4) und (5) darf hierbei auf die Veränderlichkeit der specifischen Wärme mit der Temperatur Rücksicht genommen werden, wie es bei den hohen Temperaturen der Arbeitsluft von Feuerluftmaschinen nöthig erscheinen kann; die Gültigkeit der Zustandsgleichung $pv = RT$ ist nämlich nicht nothwendig an constante Werthe von c_p und c_v gebunden, wie sie bei der Entwicklung dieser Gleichung in Bd. I, §. 17 und §. 18 vorausgesetzt wurden und in der That meistens angenommen werden dürfen, sondern nur an solche Werthe, welche lediglich Functionen von T und unter sich um eine Constante verschieden sind.* Gemäss den allgemeinen zwei Hauptgleichungen (Bd. I, §. 15, Gl. 11 und 12) ist nämlich

$$A = \frac{\partial}{\partial p}\left(c_p \frac{\partial T}{\partial v}\right) - \frac{\partial}{\partial v}\left(c_v \frac{\partial T}{\partial p}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (11)$$

$$AT = (c_p - c_v)\frac{\partial T}{\partial p}\frac{\partial T}{\partial v} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (12).$$

Aus (11) folgt mit

$$pv = RT, \text{ also } \frac{\partial T}{\partial p} = \frac{v}{R} \text{ und } \frac{\partial T}{\partial v} = \frac{p}{R} \quad \ldots \ldots \quad (13)$$

$$AR = \frac{\partial}{\partial p}(p c_p) - \frac{\partial}{\partial v}(v c_v)$$

$$= p\frac{\partial c_p}{\partial p} - v\frac{\partial c_v}{\partial v} + c_p - c_v$$

oder, weil nach (12) und (13)

$$c_p - c_v = AR, \text{ also } \frac{\partial c_v}{\partial v} = \frac{\partial c_p}{\partial v} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

ist, auch

$$p\frac{\partial c_p}{\partial p} - v\frac{\partial c_p}{\partial v} = 0.$$

Diese Gleichung ist aber die Folge der Gleichungen

$$\frac{\partial c_p}{\partial p} dp + \frac{\partial c_p}{\partial v} dv = 0 \text{ und } v dp + p dv = 0,$$

welche als zusammenbestehende Gleichungen ausdrücken, dass c_p als Function von p und v zugleich mit dem Product pv, also gemäss der vorausgesetzten Zustandsgleichung zugleich mit T unveränderlich ist, wobei also c_p eine beliebige Function von T sein könnte. Gemäss (14) muss aber ausserdem $c_p - c_v$ constant sein für das betreffende Gas, nämlich nach §. 122 sehr nahe:

---

* Zeuner, technische Thermodynamik, Bd. I, §. 28.

$$c_p - c_v = \frac{0{,}0691}{\delta} = \frac{2}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15),$$

unter m das Molekulargewicht (Wasserstoff $= 2$) verstanden.

Dass die specifische Wärme der Gase und Dämpfe mit der Temperatur wächst, wurde für Kohlensäure schon von Regnault gefunden, indem er

für $t =$	0°	100°	200°
$c_p =$	0,187	0,215	0,240

bestimmte. Aehnliches fanden später E. Wiedemann und A. Winkelmann für Temperaturen bis etwa 200°; ersterer z. B.

für $t =$	0°	100°	200°
Kohlensäure: $c_p =$	0,195	0,217	0,239
Stickstoffoxydul: $c_p =$	0,198	0,221	0,244
Aethylen (C_2H_4): $c_p =$	0,336	0,419	0,501.

Für die im engeren Sinne sogenannten Gase (Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Kohlenoxyd und Gemische derselben, wie z. B. reine atmosphärische Luft) wurde eine Veränderlichkeit der specifischen Wärme ebenso wenig gefunden, wie eine Abweichung von der Zustandsgleichung $pv = RT$.

In neuerer Zeit dehnten aber Mallard und Le Chatelier die betreffenden Versuche aus bis zu sehr hohen Temperaturen von etwa 2000°, besonders bezüglich des Verhaltens der Verbrennungsproducte Kohlensäure und Wasserdampf. Dabei fanden sie die specifische Wärme selbst der eigentlichen Gase merklich wachsend mit t, nämlich gemäss den bezüglichen Folgerungen von Zeuner*:

$$mc_p = 6{,}76 + 0{,}0012t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16),$$

ferner für Kohlensäure:

$$mc_p = 8{,}26 + 0{,}012t - 0{,}00000236t^2 \quad \ldots\ldots\ldots (17)$$

und für Wasserdampf:

$$mc_p = 7{,}57 + 0{,}00656t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18),$$

z. B. für $t =$	0°	100°	200°	500°	1000°	2000°
Kohlensäure: $c_p =$	0,188	0,214	0,240	0,311	0,407	0,519
Wasserdampf: $c_p =$	0,420	0,457	0,493	0,603	0,785	1,149.

Aus den Werthen von mc_p gemäss (16)—(18) findet man mc_v durch Subtraction von 2 mit der Annäherung, mit welcher Gl. (15) gültig ist.

* Technische Thermodynamik, Bd. I, §. 140.

Diese Annäherung ist freilich für Kohlensäure und Wasserdampf nicht gross, selbst für eigentliche Gase zweifelhaft bei den hier in Rede stehenden sehr hohen Temperaturen. Gilt aber die Zustandsgleichung $pv = RT$ nicht, so braucht auch die specifische Wärme nicht nur von der Temperatur, sondern kann auch vom Druck abhängig sein; für Kohlensäure hat freilich Regnault solche Abhängigkeit vom Druck bis zu 12 Atm. als nicht vorhanden gefunden. Bei der in dieser Hinsicht herrschenden Unsicherheit und mit Rücksicht auf die grosse Vereinfachung empfiehlt es sich und bleibt einstweilen kaum etwas anderes übrig, als jene einfache Zustandsgleichung bei der Untersuchung von Zustandsänderungen der Verbrennungsgasgemische zugrunde zu legen, wenn auch Kohlensäure und Wasserdampf wesentliche Bestandtheile derselben sind. Das erhebliche Wachsen der specifischen Wärme mit t, das bei gegebenem Heizwerth eines Brennstoffs entsprechende Verkleinerung der Verbrennungstemperatur zur Folge hat, darf aber gemäss den Ergebnissen von Mallard und Le Chatelier, wenn sie auch der Prüfung und Ergänzung bedürftig sein mögen, nicht ausser Betracht bleiben.

Atmosphärische Luft besteht z. B. für $G = 1$ aus

$$G' = 0{,}235 \text{ Sauerstoff}, \quad m = 32$$
$$G'' = 0{,}765 \text{ Stickstoff}, \quad m = 28.$$

Nach (16) und (15) wäre deshalb:

$$c'_p = 0{,}2112 + 0{,}0000375\,t, \quad c'_v = 0{,}1487 + 0{,}0000375\,t \quad . \quad . \quad (19)$$
$$c''_p = 0{,}2414 + 0{,}0000429\,t, \quad c''_v = 0{,}1700 + 0{,}0000429\,t \quad . \quad . \quad (20)$$

und damit nach (10) für atmosphärische Luft:

$$c_p = 0{,}2343 + 0{,}0000416\,t, \quad c_v = 0{,}1650 + 0{,}0000416\,t \quad . \quad . \quad (21).$$

Als weiteres Beispiel mögen die gasförmigen Verbrennungsproducte von solcher Steinkohle angenommen werden, welche gemäss Bd. I, §. 159 in der Gewichtseinheit besteht aus

0,80 Kohlenstoff,
0,04 freiem Wasserstoff,
0,09 chemischem Wasser,
0,03 hygroskopischem Wasser,
0,04 Asche.

und deren Heizwerth a. a. O. zu $K = 7483$ Cal. ermittelt wurde. Die zu vollkommener Verbrennung von 1 Kgr. dieser Kohle gerade nöthige Luftmenge in Kgr., die Verbrennungsproducte und ihre Dichtigkeiten sind gemäss §. 160 daselbst:

$$
\begin{aligned}
&\text{Verbrennungsluft: } L = 10{,}67 \text{ Kgr., } \delta' = 1\\
&\text{Kohlensäure: } Ac = 2{,}93 \quad \text{"} \quad \delta' = 1{,}529\\
&\text{Wasserdampf: } Aq = 0{,}48 \quad \text{"} \quad \delta' = 0{,}623\\
&\text{Stickstoff: } N = 8{,}22 \quad \text{"} \quad \delta' = 0{,}971.
\end{aligned}
$$

Erfolgt die Verbrennung von 1 Kgr. Kohle thatsächlich mit $m'L$ Kgr Luft, so ist das Gewicht der Verbrennungsgase:

$$G = (m' - 1)L + Ac + Aq + N \text{ Kgr.},$$

und ergiebt sich ihre Dichtigkeit δ bezüglich auf atmosphärische Luft gemäss Gl. (7), indem darin G' bezw. $= (m' - 1)L$, Ac, Aq, N und $\delta' =$ den betreffenden angeführten Werthen gesetzt wird. Insbesondere für $m' = 2$ findet man:

$$G = 22{,}3 \text{ Kgr. und } \delta = 1{,}022$$

wie a. a. O. Indem nun das Molekulargewicht von Kohlensäure und von Wasserdampf bezw. $= 44$ und $= 18$ ist, folgt aus (17) und (18) für

$$\text{Kohlensäure: } c_p = 0{,}1877 + 0{,}0002727\,t - 0{,}0000000536\,t^2 \quad (22)$$

$$\text{Wasserdampf: } c_p = 0{,}4206 + 0{,}0003644\,t \quad (23)$$

und nach (20), (21), (22), (23) für die Verbrennungsgase aus (10):

$$c_p = 0{,}2348 + 0{,}0000794\,t - 0{,}0000000024\,t^2 \quad (24),$$

damit gemäss (15):

$$c_v = c_p - \frac{0{,}0691}{1{,}022} = c_p - 0{,}0676 \quad (25).$$

Die Wärmemenge zur Erhitzung von 1 Kgr. dieser Verbrennungsgase von 0^0 bis t^0 bei constantem Drucke ist:

$$Q = \int_0^t c_p\,dt = 0{,}2348\,t + 0{,}0000397\,t^2 - 0{,}0000000008\,t^3 \quad (26),$$

somit, unter η_1 den Wirkungsgrad der Feuerung verstanden, die Verbrennungstemperatur t bestimmt durch die Gleichung:

$$GQ = \eta_1 K.$$

Höchstens wird t etwa $= 1000$ sein, womit $Q = 273{,}7$ und

$$\eta_1 = \frac{22{,}3 \cdot 273{,}7}{7483} = 0{,}815$$

gefunden wird. Nach (24) und (25) gelten für dieses Gemisch von gasförmigen Verbrennungsproducten u. A. die zusammengehörigen Werthe:

$t =$	0^0	100^0	200^0	500^0	1000^0
$c_p =$	0,235	0,243	0,251	0,274	0,312
$c_v =$	0,167	0,175	0,183	0,206	0,244
$n = c_p : c_v =$	1,404	1,386	1,369	1,328	1,278

1. Feuerluftmaschinen mit festen oder tropfbar flüssigen Brennstoffen.

§. 138. Feuerluftmaschinen mit festem Brennstoff.

An und für sich ist ein Vortheil dieser, wie der Feuerluftmotoren überhaupt darin zu finden, dass von den 6 Factoren des wirthschaftlichen Wirkungsgrades (§. 121) der Factor η_2, der Wirkungsgrad des Heizcanals, mit Wegfall des letzteren möglichst gross $= 1$ wird. Durch Verkleinerung anderer Factoren kann freilich dieser Vortheil aufgewogen werden, was wenigstens bei den hier zunächst in Rede stehenden Maschinen mit Verwendung fester Brennstoffe infolge praktischer Schwierigkeiten thatsächlich meistens der Fall ist, so dass sie grössere Erfolge bisher kaum aufzuweisen haben.

Im Wesentlichen haben sie folgende Einrichtung mit 3 Hauptbestandtheilen, dem Arbeitscylinder, einer Luftpumpe und einem Ofen. Die durch die Pumpe angesaugte und comprimirte atmosphärische Luft wird in den Ofen (in der Regel theils unter, theils über den Rost) geleitet, von wo die Verbrennungsgase hinter den Kolben gelangen, indem sie durch ein gesteuertes Ventil behufs entsprechender Expansionswirkung jeweils zugemessen werden; bei der umgekehrten Kolbenbewegung gelangen sie durch ein gleichfalls gesteuertes Ventil ins Freie. Um den Kolben mit seiner Liederung gegen die Einwirkung der heissen Gase einigermassen zu schützen, pflegt er durch einen von letzteren unmittelbar berührten Blechcylinder verlängert, auch als Plunger ausgebildet zu werden, so dass die Liederung eine feste Lage in grösstmöglicher Entfernung von den heissen Gasen erhält, somit auch leichter geschmiert und kühl gehalten werden kann. Zur Beschickung des Rostes in dem geschlossenen Feuerraum dient ein Fülltrichter, der nach innen (gegen den Feuerraum hin) und nach aussen je durch Ventil oder Klappe abgesperrt werden kann; dazwischen wird Brennstoff eingefüllt bei Absperrung nach innen, während er von da aufgegeben werden kann bei Absperrung nach aussen. Im letzteren Falle kann durch Oeffnung eines Verbindungsrohrs zwischen den Räumen über dem Rost und im Fülltrichter zunächst in letzterem

der höhere Druck des ersteren Raums hergestellt werden, der natürlich bei der folgenden Einfüllung neuen Brennstoffs verloren wird. Die Regulirung kann auf verschiedene Weise geschehen, insbesondre z. B. durch Drosselung der von der Pumpe zum Ofen strömenden gepressten Luft. Zum Anheizen des Ofens dienen Thüren über und unter dem Rost, sowie ein Rohr zu unmittelbarer Abführung der Verbrennungsgase in die Atmosphäre, welche Theile bei regelmässigem Betriebe geschlossen sind.

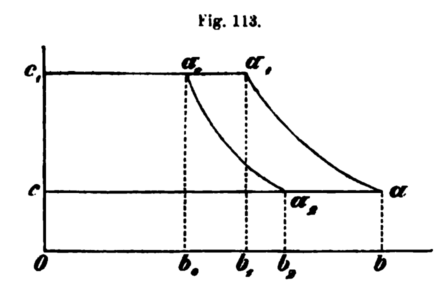
Von solcher Art sind insbesondere die zu beschränktem Gebrauche gekommenen Maschinen von Hock und von Brown, für welche der grösste Druck bezw. zu 2,5 und zu 4 Atm., der Bedarf an Brennstoff zu 3 bis 5 Kgr. Koks angegeben wird.

Pumpe und Arbeitscylinder sind einfachwirkend. Während die betreffenden Kolben sich in einem gewissen Sinne bewegen (bei Hock in demselben, bei Brown in entgegengesetztem Sinne), wird Luft von der Pumpe angesaugt, Gasgemisch aus dem Arbeitscylinder ausgetrieben; wegen schädlicher Räume beginnt die Ansaugung erst nach einem gewissen Wege des Pumpenkolbens, während dessen der Druck in der Pumpe bis zum äusseren Luftdruck abnimmt, wogegen die Ausströmung aus dem Arbeitscylinder schon vor dem Ende des Hubes aufhört, wonach dann der Druck des abgesperrten Gasgemisches wächst. Der Ofen bleibt hierbei gegen beide Theile abgesperrt, so dass der Druck in ihm nur wenig zunimmt. Bei der umgekehrten Kolbenbewegung wird er zunächst gegen den Arbeitscylinder geöffnet, so dass bei etwas abnehmendem Druck in den communicirenden betreffenden Räumen im Arbeitscylinder Einströmung, in der Pumpe Compression der vorher angesaugten Luft stattfindet. In mittleren Kolbenstellungen wird die Communication des Ofens mit dem Arbeitscylinder unterbrochen, mit der Pumpe hergestellt, und damit in jenem die Expansion des Gasgemisches, aus diesem die Ueberströmung der comprimirten Luft in den Ofen bei noch etwas weiter wachsendem Druck eingeleitet.

Sieht man ab von den Druckschwankungen im Ofen und in den damit jeweils communicirenden Räumen des Arbeits- und des Pumpcylinders, ferner von den schädlichen Räumen derselben und von der Wärmeleitung der Cylinderwände, so entspricht dem Vorgange principiell das Diagramm Fig. 113, worin $c_1 a_1$ und ca Gerade parallel der Abscissenaxe, $a_1 a$ und $a_0 a_2$ Adiabaten sind, und worin die Flächen $c_1 a_1 a c$ und $c_1 a_0 a_2 c$ bezw. die für den Arbeits- und für den Pumpcylinder indicirten Arbeiten E_1 und E_2 darstellen, deren Differenz $E = E_1 - E_2$ die bei einer Umdrehung gewonnene indicirte Arbeit ergiebt. Werden mit $p_1 = a_1 b_1$

und $p_2 = a_2 b_2$ bezw. der grösste und der kleinste (atmosphärische) Druck. mit $V = Ob$ und $V_2 = Ob_2$ die Hubvolumina des Arbeits- und des Pumpcylinders bezeichnet, mit $V_1 = Ob_1$ das Gemischvolumen, welches in ersterem zu Ende der Einströmung, mit $V_0 = Ob_0$ das Luftvolumen, welches in letzterem bei Beginn der Ausströmung in den Ofen vorhanden ist, und sind endlich T und T_2, T_1 und T_0 die absoluten Temperaturen in den Zuständen, denen die Punkte a und a_2, a_1 und a_0 des Diagramms entsprechen, so ist, falls bei jeder Umdrehung G_1 Kgr. Gasgemisch durch den Arbeitscylinder und G_2 Kgr. Luft durch die Pumpe hindurchgehen, der Figur zufolge mit Rücksicht auf Gl. (13), §. 122, und auf die Zustandsgleichung der Gase:

Fig. 113.



$$E_1 = p_1 V_1 + \frac{p_1 V_1 - p_2 V}{n-1} - p_2 V$$

$$= \frac{n}{n-1}(p_1 V_1 - p_2 V) = \frac{n}{n-1} G_1 R (T_1 - T) \quad \ldots \ldots (1)$$

und ebenso, wenn n_0 und R_0 die Werthe von n und R für atmosphärische Luft bedeuten,

$$E_2 = \frac{n_0}{n_0 - 1} G_2 R_0 (T_0 - T_2) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

während n und R gemäss vorigem Paragraph als Mittelwerthe für eine zwischen T_1 und T liegende Temperatur zu bestimmen sind. Dabei ist, unter α das Gewichtsverhältniss des vergasten Brennstoffs und der dazu gleichzeitig angesaugten Luft verstanden,

$$G_1 = G_2 (1 + \alpha) \text{ und } G_2 = \frac{p_2 V_2}{R_0 T_2} \quad \ldots \ldots \ldots (3).$$

Würde $n = n_0$ und $R = R_0$ gesetzt, so wäre nach (1), (2) und (3):

$$E = E_1 - E_2 = \frac{nR}{n-1}[G_1 (T_1 - T) - G_2 (T_0 - T_2)]$$

$$= G_2 \frac{nR}{n-1}[(1 + \alpha)(T_1 - T) - T_0 + T_2] \quad \ldots \ldots \ldots (4),$$

für $\alpha = 0$ wegen $AR = c_p - c_v$ übereinstimmend mit der indicirten Arbeit E eines geschlossenen Luftmotors mit Kreisprocess in 4 Räumen (§. 127), falls auch der letztere einfach wirkend und $G = G_2$ wäre. Bei gegebenen

Werthen von T_1, T_2 und α ist E im Verhältniss zu G_2, also auch im Verhältniss zur vergasten Brennstoffmenge abhängig von T und T_0, welche Temperaturen übrigens auch hier in der durch Gl. (1), §. 123, ausgedrückten Beziehung stehen. Mit Rücksicht auf Fig. 113 ist nämlich den Voraussetzungen gemäss:

$$\frac{T_1}{T} = \left(\frac{V}{V_1}\right)^{n-1} \text{ und } \frac{T_2}{T_0} = \left(\frac{V_0}{V_2}\right)^{n-1}$$

$$\frac{G_1 T_1}{G_2 T_0} = \frac{V_1}{V_0} \text{ und } \frac{G_2 T_2}{G_1 T} = \frac{V_2}{V},$$

und es können die aus diesen zwei Paaren von Gleichungen folgenden:

$$\frac{T_1 T_2}{T T_0} = \left(\frac{V V_0}{V_1 V_2}\right)^{n-1} \text{ und } \frac{T_1 T_2}{T T_0} = \frac{V_1 V_2}{V V_0}$$

nur dann gleichzeitig stattfinden, wenn

$$V V_0 = V_1 V_2, \text{ also } T T_0 = T_1 T_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5)$$

ist. Somit wird

$$E = G_2 \frac{nR}{n-1}\left[(1+\alpha)(T_1 - T) - \frac{T_1 T_2}{T} + T_2\right] \ldots \ldots (6)$$

bei gegebenen Werthen von T_1, T_2 und α im Verhältniss zu G_2, also auch im Verhältniss zur vergasten Brennstoffmenge ein Maximum für

$$-(1+\alpha) + \frac{T_1 T_2}{T^2} = 0, \quad T = \sqrt{\frac{T_1 T_2}{1+\alpha}} \ldots \ldots \ldots (7),$$

und zwar

$$E = G_2 \frac{nR}{n-1}\left[(1+\alpha)\left(T_1 - \sqrt{\frac{T_1 T_2}{1+\alpha}}\right) - \sqrt{(1+\alpha) T_1 T_2} + T_2\right]$$

$$= G_2 \frac{nR}{n-1}\left(\sqrt{(1+\alpha) T_1} - \sqrt{T_2}\right)^2 \ldots \ldots \ldots (8).$$

Diesem Maximum von E entsprechend müsste das Verhältniss der Hubvolumina des Arbeits- und des Pumpkolbens:

$$a = \frac{V}{V_2} = \frac{G_1 T}{G_2 T_2} = (1+\alpha)\sqrt{\frac{1}{1+\alpha}\frac{T_1}{T_2}} = \sqrt{(1+\alpha)\frac{T_1}{T_2}} \ldots (9)$$

sein, ferner die verhältnissmässige Grösse sowohl des Gemischvolumens, welches sich im Arbeitscylinder zu Ende der Einströmung, als auch des Luftvolumens, welches sich in der Pumpe bei Beginn der Ausströmung befindet,

$$\frac{V_1}{V} = \frac{V_0}{V_2} = \left(\frac{T}{T_1}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\sqrt{\frac{1}{1+\alpha}\frac{T_2}{T_1}}\right)^{\frac{1}{n-1}} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\frac{1}{n-1}} \ldots (10).$$

Zuverlässigere Anhaltspunkte zur Beurtheilung solcher Feuerluftmaschinen sind nur durch Messungen an solchen im Betriebe und durch darauf beruhende Rechnungen mit Berücksichtigung der schädlichen Räume und der sonstigen Nebenumstände zu erhalten. Wird in dem Ausdruck des wirthschaftlichen Wirkungsgrades (§. 121):

$$\eta_w = \eta_1 \eta_2 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) (1 - w) \eta_c \eta_i$$

der Factor $(1 - w)$ ausser Acht gelassen, während hier $\eta_2 = 1$ ist, so ermittelte z. B. Slaby aus Versuchen mit einer Brown'schen Maschine, die er zusammen mit Brauer anstellte,* bei einer Bremsleistung $= 2{,}17$ und einer indicirten Leistung $= 2{,}89$ Pferdestärken (Differenz der indicirten Leistungen des Arbeits- und des Pumpcylinders)

$$\eta_w = 0{,}26 \,.\, 0{,}39 \,.\, 0{,}31 \,.\, 0{,}75 = 0{,}023.$$

Der Wirkungsgrad des Kreisprocesses

$$= 0{,}39 \,.\, 0{,}31 = 0{,}12$$

war also etwas grösser, als derjenige $= 0{,}093$ der im §. 134 besprochenen Lehmann'schen Maschine ohne Regenerator, der den Factoren

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{1{,}2}{2{,}2} = 0{,}545 \quad \text{und} \quad \eta_c = 0{,}171$$

entspricht. Der indicirte Wirkungsgrad war mit 0,75 erheblich grösser, als

$$\eta_2 = \frac{1{,}31}{2{,}37} = 0{,}55$$

bei der Lehmann'schen Maschine. Aber diese Vortheile werden aufgewogen durch den kleinen Wirkungsgrad $\eta_1 = 0{,}26$ der Feuerung von jener gegenüber

$$\eta_1 \eta_2 = 0{,}46$$

bei dieser, so dass η_w bei beiden nahe gleich gross ist. Die geschlossene Maschine behält dabei besonders den Vorzug leichter Anbringung eines Regenerators zu erheblicher Vergrösserung des calorischen Wirkungsgrades η_c. —

Sehr bemerkenswerth ist die seit Kurzem auch in Deutschland gebaute Feuerluftmaschine von Bénier.** Dieselbe zeichnet sich besonders aus durch die geschickte Art, wie die Hauptschwierigkeit solcher Maschinen, die dauernd gute Dichtung des Arbeitskolbens und die Ver-

* Dingler's polyt. Journal, Bd. 282, S. 200; daraus Knoke's Kraftmaschinen des Kleingewerbes, S. 146 u. ff.

** Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1888, S. 1158 u. ff.

meidung erheblicher Verluste an heisser Luft von höherer Pressung durch die Poren des Gusseisens, in der Hauptsache vermieden wird. Jener Kolben ist nämlich besonders lang und hat nur an seinem oberen Theile Führung, indem der Durchmesser des unteren Theils um einige Millimeter kleiner ist, als die Weite des betreffenden Cylinders; die Wand des letzteren hat innen einen Luftring an einer möglichst hoch gelegenen solchen Stelle, dass er mit dem hohlcylindrischen Raum zwischen der Innenfläche des Cylinders und der Aussenfläche des unteren Theils des Arbeitskolbens beständig communicirt. Während nun der grössere Theil der in der Luftpumpe verdichteten Luft durch den Rost hindurch dem Brennstoff zugeführt wird, wird der andere Theil jenem Luftring des Arbeitscylinders zugeleitet, von wo diese noch kalte, bezw. durch ihre Verdichtung in der Luftpumpe nur mässig erwärmte Luft abwärts strömt, um sich mit dem heissen Verbrennungsgasgemisch zu mischen, das unter dem Arbeitskolben im Ofen entwickelt wird. Diese abwärts gerichtete Strömung von kälterer Luft längs der Innenwand des Arbeitscylinders kühlt den letzteren und hält das heisse Gasgemisch mit Flugasche von der oberen geführten Umfläche des langen Arbeitskolbens zurück; die Aenderung des Verhältnisses jener beiden Theile der in der Pumpe verdichteten Luft durch den Regulator, entsprechend dem Gange der Maschine, gewährt zugleich eine einfache und zweckmässige Regelung der letzteren. Durch eine gedrungene Anordnung, gemäss welcher der verticale Arbeitscylinder unmittelbar auf den Ofen gesetzt und die Luftpumpe horizontal daneben gelegt ist, werden ausserdem längere Verbindungscanäle vermieden, schädliche Räume thunlichst beschränkt. Endlich wird die Beschickung des unter Druck stehenden Rostes durch ein sinnreiches Paternosterwerk vermittelt; die durch dieses mit Unterbrechungen gelieferten Koksstücken fallen in die Höhlung eines Schiebers, die bei der folgenden Bewegung desselben in seine andere Grenzlage mit einem stark geneigten, in den Ofenraum führenden Canal in Verbindung tritt. Der Feuerraum ist zu seiner Schonung innen mit einem Graphitring ausgekleidet, von aussen sammt dem zunächst darüber gelegenen unteren Theil des Arbeitscylinders durch Wasser gekühlt. Die unmittelbare Verbindung der Räume des Ofens und des Arbeitscylinders, zufolge welcher der Feuerraum als todter Raum jenes Cylinders zu betrachten ist, hat freilich zur Folge, dass auch das aus letzterem ausströmende Gasgemisch noch Wärme aufnimmt; gleichwohl soll bei grösseren solchen Maschinen der Koksverbrauch bis unter 1 Kgr. für die Stundenpferdestärke heruntergehen.

Bei einem Versuch von ungefähr 2,5 Stunden Dauer mit einer solchen

von Bénier in Frankreich erbauten nominell 4 pferdigen Maschine fand Slaby* bei 117,6 Umdrehungen in 1 Minute

die indicirte Leistung des Arbeitscylinders = 9,23 Pferdestärken
der Pumpe = 3,38 „
die indicirte Gesammtleistung somit = 5,85 „
dagegen die Bremsleistung = 4,03 „

Der indicirte Wirkungsgrad war also:

$$\eta_i = \frac{4,03}{5,85} = 0,69.$$

Für 1 Bremspferd und Stunde wurden 2,1 Kgr. Koks verbraucht. An den Nebenwiderständen war die Koksspeisevorrichtung in hohem Grade betheiligt, indem ohne dieselbe bei gewöhnlicher Beschickung $\eta_i = 0,88$ gefunden wurde, der Koksverbrauch = 1,64 Kgr. für 1 Bremspferd und Stunde. Die Temperatur der Luft beim Eintritt in den Ofen und Arbeitscylinder wurde = 60° C., die höchste Temperatur darin = 1400°, die Temperatur der Abgase = 700° ermittelt. Nahe 93 % des zugeführten Luftgewichts wurden zur Verbrennung benutzt. Von der entwickelten Wärme wurden

6 % in indic. Arbeit verwandelt,
46,5 % mit den Abgasen,
41,5 % mit dem Kühlwasser fortgeführt,
6 % durch Strahlung u. s. f. verloren.

Bei der oben erwähnten Brown'schen, von Slaby zusammen mit Brauer geprüften Maschine war zwar ein Kühlwassermantel nicht vorhanden. auch gingen mit den, mit 290° entweichenden Abgasen nur 14 % der entwickelten Wärme verloren, dagegen 83 % durch Strahlung und sonstige Verluste, so dass nur 3 % derselben in indicirte Arbeit verwandelt wurden.

§. 139. Petroleummotoren.

Als tropfbar flüssige Brennstoffe sind zum Betriebe von Kraftmaschinen bisher allein die leichteren und leichter flüchtigen Destillate des Petroleums zur Verwendung gekommen, Gasolin, Benzin, Ligroin mit Dichtigkeiten $\delta = 0,69$ bis 0,73 und mit Siedepunkten = 80° bis 120°. Ein besonderer Ofen ist dabei zur Verbrennung nicht nöthig, indem diese Flüssigkeiten

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1889, S. 89.

in fein zertheiltem Zustande atmosphärischer Luft beigemischt werden, und das Gemisch im Arbeitscylinder der Maschine selbst verbrannt wird. Statt solcher mechanischen Mischung ist eine ohne Zweifel innigere und leichter entzündliche Mischung der Dämpfe fraglicher Flüssigkeiten mit Luft zwar versucht, aber bisher nicht üblich geworden.

Abgesehen von der Maschine von Hock, welche seit 1873 einige Jahre hindurch in Deutschland zu praktischer Verwendung gebaut wurde, sind hier zur Zeit hauptsächlich die Maschinen von Spiel und von Otto bemerkenswerth. Beide arbeiten nach Art des neuen Gasmotors von Otto im Viertakt: Einströmung, Compression, Entzündung und Expansion, Ausströmung je bei 4 aufeinander folgenden einfachen Hüben des einfachwirkenden Kolbens. Der Cylinder, in welchem sich der letztere bewegt, ist durch Wasser gekühlt, das einen Mantel dieses Cylinders durchfliesst.

Bei der Maschine von Spiel geschieht die Herstellung des brennbaren Gemisches dadurch, dass ein kleiner Pumpenkolben das Oel einem Conus entgegentreibt, wodurch es in kegelförmiger Ausbreitung in den vom Arbeitskolben angesaugten Luftstrom hinein gesprüht wird; bei Aenderungen des Ganges der Maschine verändert der Regulator bei ungeänderter Luftmenge die Zeit der Einspritzung des Oels, somit das Mischungsverhältniss. Die Zündung zu Anfang des dritten jener 4 Hübe wird durch einen Schieber mit Zündkammer und durch eine ausserhalb seines Führungsdeckels beständig brennende Flamme vermittelt.

Wenn dieser Schieber, in einem Sinne durch die Maschine bewegt, in die äusserste Lage kommt, entzündet sich das in seiner Kammer befindliche brennbare Gemisch durch eine Oeffnung im Schieberdeckel hindurch an der Zündflamme, worauf er durch Federkraft zurückgeschnellt wird bis die Kammer dem Schusscanal gegenüberliegt und die Explosion im Cylinder erfolgt, da kurz vorher behufs der Druckausgleichung in Kammer und Cylinder erstere an einer in letzteren führenden engen Bohrung vorbeigekommen war. Mehrfachen Versuchen zufolge wurde für Maschinen von ungefähr 3 Nutzpferdestärken bei 200 bis 230 Umdrehungen in 1 Minute ein indicirter Wirkungsgrad $= 0{,}75$ durchschnittlich, ferner ein Verbrauch von etwa 0,7 Kgr. Oel (Petroleumnaphta von $\delta = 0{,}72$) für die Stunde und Pferdestärke gefunden ausser dem Weingeistverbrauch der Zündflamme. Dabei beträgt der Verdichtungsdruck zu Ende des jeweils zweiten Hubes 2,75 bis 3 Atm., der grösste Druck nach der Explosion 14 bis 15 Atmosphären.

Bei dem Benzingasmotor von Otto erfolgt die Zündung durch

einen elektrischen Funken, die Bildung des brennbaren Gemisches dadurch, dass bei dem jeweils ersten Hube der vierhübigen Arbeitsperiode die Luft fein vertheilt durch Benzin hindurch gesaugt wird vermittels eines mit einer Brause unter dem Flüssigkeitsspiegel endigenden Rohrs. Indem die so mit Benzin gesättigte Luft für sich allein nicht explosibel ist, vermischt sie sich mit reiner Luft, die gleichzeitig angesaugt wird durch ein Rohr, dessen kleinster Querschnitt durch einen Hahn regulirt werden kann. Diese Regelung kann auch den Gang der Maschine begrenzen. Weil übrigens die das Benzin durchstreichende Luft je nach der Temperatur mehr oder weniger davon aufnimmt, ist die Einrichtung getroffen, dass ein regulirbarer Theil der heissen Abgase zur Erwärmung des Benzingefässes bis zu immer ungefähr gleicher Temperatur verwendet werden kann. Die Verdichtung wird bis zu ungefähr 3 Atm. Druck getrieben, der durch die Explosion auf 11 Atm. erhöht wird; der Verbrauch an Benzin von der Dichtigkeit $\delta = 0{,}7$ wird zu 0,5 bis 0,75 Liter für die Stunde und gebremste Pferdestärke angegeben.

In mehrfacher Hinsicht von anderer Wirkungsweise ist der in Amerika und England verbreitete Petroleummotor von Brayton*, nämlich sowohl hinsichtlich seiner Einrichtung, als hinsichtlich der Herstellung des brennbaren Gemisches und dessen Verbrennung, welche nicht plötzlich als Explosion, sondern allmählich bei der Einströmung stattfindet. Ein mit Wassermantel umgebener Arbeitscylinder und ein ungekühlter Luftpumpencylinder, beide einfachwirkend, haben ersterer ein Einlass- und ein Auslassventil, die beide gesteuert sind, letzterer ein selbstthätiges Einsauge- und ein gesteuertes Druckventil. Die von dieser Pumpe auf 2 bis 5 Atm. verdichtete Luft durchströmt nach der Einlassventilöffnung des Arbeitscylinders eine mit Petroleum durchtränkte Filzmasse, die im Ventilgehäuse auf Drahtgewebe zwischen durchlochten Blechplatten aufgelagert ist, worauf sie mit fein vertheiltem Oel beladen sich an einer innerhalb jener das Zurückschlagen der Flamme verhindernden Platten an einer im Gehäuse brennenden Flamme stetig entzündet. Das Petroleum wird durch eine kleine Pumpe zugeführt; durch Hubänderung derselben und durch Begrenzung der Oeffnungszeit des Einlassventils des Arbeitscylinders, also durch Aenderung des Füllungshubes des Arbeitskolbens kann der Gang bei veränderlichem Arbeitsbedarf regulirt werden. Der Oelverbrauch ist von dem der oben besprochenen Maschinen nicht erheblich

---

* In Betreff einer neueren Anordnung desselben, sowie auch bezüglich der vorhergehenden Angaben siehe u. A. Knoke's „Kraftmaschinen des Kleingewerbes“.

verschieden; das plötzlich bedeutende Anwachsen des Drucks wird aber durch die stetige Verbrennung des einströmenden Gemisches (anstatt explosionsartiger Entzündung) vermieden. —

Um auch schwere, entsprechend billige und gefahrlose Petroleumsorten, gewöhnliches Leuchtpetroleum, selbst Rohpetroleum und Steinkohlentheer zum Maschinenbetriebe zu verwenden, wäre die mechanische Vertheilung derselben durch Zersträuben in atmosphärischer Luft zu hinlänglicher Entzündlichkeit des Gemisches nicht ausreichend. Auf die Verwendbarkeit auch so geringwerthiger und ungefährlicher flüssiger Brennstoffe, somit auf die allgemeinere Verbreitung und Benutzung des Petroleummotors auch in ungeübten Händen sind seit Jahren die Bestrebungen besonders von Dr. Schiltz in Cöln gerichtet, und es scheint, dass sie nach vielen Versuchen und Umgestaltungen nunmehr hinlänglich reif geworden sind, um die Einführung in gewerbliche Betriebe zu sichern.* In ihrer schliesslichen Gestaltung, in welcher die Maschine wie ein Gasmotor im Viertakt arbeitet, sucht Schiltz den Zweck dadurch zu erreichen, dass der Arbeitscylinder, der, soweit der Kolben in ihm sich hin- und herbewegt, durch Wasser gekühlt ist, im übrigen Theil mit einem gewundenen Canal umgeben, und dessen heiss bleibende innere Oberfläche durch Einfüllung von Metallspänen oder dergleichen vergrössert wird. Indem durch diesen Canal mit der Luft zugleich schweres Oel, durch eine kleine Pumpe herbeigeschafft, angesaugt wird, wird letzteres nicht nur zersträubt, sondern auch verdampft, so dass in den Cylinder ein fertiges Gasgemisch eintritt, welches zur explosionsartigen Entzündung nicht eine vorhergehende Verdampfung des einen Bestandtheils erfordert und damit eine Bindung von Wärme zur Folge hat. Die Zündung erfolgt durch einen Schieber mit Zündkammer mit Hülfe einer aussen beständig brennenden Flamme. Die Regulirung bei zu schnellem Gange besorgt ein Regulator durch zeitweilige Ausserbetriebsetzung der kleinen Petroleumpumpe. Die Ingangsetzung der noch kalten Maschine kann dadurch geschehen, dass das schwere Oel vorläufig durch leichtes bis zu einer Dichtigkeit $\delta = 0,75$ ersetzt wird. Wo der Anwendung des Viertaktes die Otto'schen Patentrechte noch entgegenstehen (nur ausserhalb Deutschlands gemäss Urtheil des Reichsgerichts von 1886), oder wenn ohne Verdoppelung der Maschine ein mehr gleichmässiger Gang derselben erzielt werden sollte, kann der Arbeitscylinder mit zweihübiger Arbeitsperiode einfachwirkend gemacht und durch einen Luftpumpencylinder ergänzt

* Deutsche Industrie-Zeitung, 1887, Nr. 1.

werden, der mit gleichfalls zweihübiger Periode die Ansaugung und Verdichtung der Luft besorgt.

Eine nähere Besprechung der Wirkungsweise von Petroleummotoren ist hier entbehrlich, weil sie abgesehen von der Herstellung des brennbaren Gemisches mit derjenigen von Gasmotoren übereinstimmt.

2. Gasmotoren.

§. 140. Theoretische und erfahrungsmässige Grundlagen, betreffend Steinkohlengas und seine Verbrennung.

Bei der Prüfung eines gegebenen oder bei der Vorausberechnung eines zu entwerfenden Gasmotors kommen die Dichtigkeit, die davon abhängende Constante der Zustandsgleichung und die specifische Wärme des Gasgemisches vor und nach der Entzündung desselben in Betracht, ferner die durch die Enzündung bewirkte Temperatur- und Druckerhöhung, bedingt durch den Heizwerth des Gases. Auf Grund der Erörterungen im §. 137 soll hier gezeigt werden, wie diese Grössen insbesondere für Steinkohlengas und für Gemische desselben mit atmosphärischer Luft zu berechnen sind, wenn die Zusammensetzung des Gases gegeben ist. In Betreff der letzteren können erhebliche Verschiedenheiten stattfinden; eine mittlere betreffende Annahme lässt indessen den Gang der Rechnung erkennen und zugleich ein ungefähr auch zahlenmässiges Urtheil gewinnen.

Mit den chemischen Molekularbezeichnungen CH_4, C_2H_4, C_4H_8, H_2, CO, N_2 seien die gasförmigen Bestandtheile eines Gases bezeichnet, mit G' die Gewichtsmengen derselben in $G = 1$ Kgr., mit V' die Volumina in $V = 1$ Cubikm. des Gases, mit δ' ihre Dichtigkeiten, mit c_p' ihre specifischen Wärmen bei constantem Druck. In der folgenden Tabelle sind die Werthe von G' gemäss Bd. I, §. 158 angenommen, δ' und c_p' gemäss Bd. I, §. 19; in Ermangelung von betreffenden Angaben wurde dabei für Butylengas (C_4H_8) δ' doppelt so gross (wegen doppelter Grösse von m entsprechend §. 137, Gl. 15), c_p' ebenso gross gesetzt, wie für Elaylgas (C_2H_4). Mit G' und δ' findet man V' nach §. 137, Gl. (8).

	CH_4	C_2H_4	C_4H_8	H_2	CO	N_2
$G' =$	0,54	0,10	0,08	0,05	0,15	0,08
$\delta' =$	0,553	0,967	1,934	0,0693	0,967	0,971
$c_p' =$	0,593	0,404	0,404	3,409	0,245	0,244
$V' =$	0,469	0,05	0,02	0,347	0,075	0,039

Für dieses Gas ergeben sich dann δ, c_p und c_v nach §. 137, Gl. (7), (10) und (15):

$$\left.\begin{array}{c} \delta = 0{,}48\,; \quad c_p = 0{,}620 \\ c_v = c_p - \frac{0{,}0691}{0{,}48} = 0{,}476; \quad \frac{c_p}{c_v} = 1{,}303 \end{array}\right\} \ldots\ldots (1).$$

Ist nun von diesem Gase

1 Cubikm. mit a Cubikm. Luft, also

0,48 Kgr. mit a Kgr. Luft

von gleichem Druck und gleicher Temperatur gemischt, und **werden jetzt** δ, c_p **und** c_v **auf das Gemisch bezogen**, so ist:

$$\frac{a + 0{,}48}{\delta} = \frac{a}{1} + \frac{0{,}48}{0{,}48}; \quad \delta = \frac{a + 0{,}48}{a + 1} \ldots\ldots\ldots (2)$$

und, wenn für Luft die betreffenden specifischen Wärmen = 0,2375 und = 0,1684 sind,

$$(a + 0{,}48)\, c_p = a \,.\, 0{,}2375 + 0{,}48 \,.\, 0{,}62$$

$$(a + 0{,}48)\, c_v = a \,.\, 0{,}1684 + 0{,}48 \,.\, 0{,}476$$

$$\left.\begin{array}{l} c_p = \frac{0{,}2375\, a + 0{,}2976}{a + 0{,}48} \\ c_v = \frac{0{,}1684\, a + 0{,}2285}{a + 0{,}48} \end{array}\right\} \frac{c_p}{c_v} = \frac{1{,}41\, a + 1{,}767}{a + 1{,}357} \ldots\ldots (3).$$

Das Luftgewicht $= L$, welches zu vollkommener Verbrennung von 1 Kgr. des Gases gerade nöthig ist, und die dadurch sich ergebenden Gewichtsmengen Kohlensäure $= CO_2$, Wasserdampf $= H_2O$ und Stickstoff $= N_2$ sind nach Bd. I, §. 160:

$$L = 13{,}89 \text{ Kgr. mit } \delta = 1$$

$$CO_2 = 2{,}29 \text{ Kgr. mit } \delta = 1{,}520$$

$$H_2O = 1{,}90 \text{ Kgr. mit } \delta = 0{,}622$$

$$N_2 = 10{,}70 \text{ Kgr. mit } \delta = 0{,}971$$

Dabei ist, indem hier in 1 Kgr. Luft richtiger 0,235 statt 0,23 Kgr. Sauerstoff angenommen wurden, der Werth von L a. a. O durch Multiplication mit

$$\frac{230}{235} = \frac{46}{47}$$

verkleinert, $N_2 = L + 1 - CO_2 - H_2O$ dann natürlich um denselben Betrag verkleinert worden; die Dichtigkeiten der Kohlensäure und des Wasserdampfs wurden gemäss §. 137, Gl. (15) bezw. mit $m = 44$ und $m = 18$ berechnet und so fast genau mit den nach Bd. I, §. 19 von **Regnault** ermittelten übereinstimmend gefunden.

Ist nun aber thatsächlich

$$\frac{a}{0{,}48} = m\,L \text{ Kgr. Luft mit 1 Kgr. Gas}$$

gemischt gewesen, so ist die Dichtigkeit $\varDelta$ des Gemisches nach der Verbrennung durch die Gleichung bestimmt:

$$\frac{13{,}89\,m + 1}{\varDelta} = \frac{13{,}89\,(m-1)}{1} + \frac{2{,}29}{1{,}52} + \frac{1{,}9}{0{,}622} + \frac{10{,}7}{0{,}971}.$$

Daraus folgt mit Rücksicht auf

$$\frac{a}{0{,}48} = 13{,}89\,m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\varDelta = \frac{13{,}89\,m + 1}{13{,}89\,m + 1{,}692} = \frac{a + 0{,}48}{a + 0{,}81} \quad \ldots\ldots\ldots (5).$$

Für vollkommene Verbrennung ohne Luftüberschuss ($m = 1$) sind nach Gl. (4): $a = 6^2/_3$ Cubikm. Luft mit 1 Cubikm. Gas zu mischen; man findet aus (2), (4) und (5) beispielsweise für

$$m = 1,\ a = \ 6^2/_3 : \delta = 0{,}932 \ \text{ und } \ \varDelta = 0{,}956 = 1{,}026\,\delta$$
$$m = 2,\ a = 13^1/_3 : \delta = 0{,}964 \ \text{ und } \ \varDelta = 0{,}977 = 1{,}014\,\delta.$$

Die Verbrennung ist also mit Verdichtung verbunden, durchschnittlich etwa um $2\,^0/_0$, sofern $a = 8$ bis 12 dem üblichen Mischungsverhältnisse ungefähr entspricht.

Die specifische Wärme des Gemisches nach der Verbrennung sei für constanten Druck und für constantes Volumen bezw. mit C_p und mit C_v bezeichnet; mit Rücksicht auf die betreffenden darin befindlichen Gewichtsmengen $= (m - 1)\ L$ Luft, CO_2 Kohlensäure, H_2O Wasserdampf, N_2 Stickstoff und auf die betreffenden Gleichungen (21), (22), (23), (20) im §. 137 ist dann gemäss Gl. (10) und Gl. (15) daselbst

$$(13{,}89\,m + 1)\,C_p = 3{,}2544\,m + 0{,}5579 +$$
$$+ (0{,}0005778\,m + 0{,}0011980)\,t - 0{,}0000001227\,t^2 \quad (6)$$

$$C_v = C_p - \frac{0{,}0691}{\varDelta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

insbesondere für $m = 1$, entsprechend $a = 6^2/_3$:

$$14{,}89\,C_p = 3{,}812 + 0{,}001776\,t - 0{,}000000123\,t^2$$
$$C_v = C_p - 0{,}0723;$$

für $m = 2$, entsprechend $a = 13^1/_3$:

$$28{,}78\,C_p = 7{,}067 + 0{,}002354\,t - 0{,}000000123\,t^2$$
$$C_v = C_p - 0{,}0707.$$

Beispielsweise ergeben sich hieraus für verschiedene Temperaturen (in Graden C.) die in der folgenden Tabelle eingetragenen Zahlenwerthe.

t	$m = 1$, $a = 6^2/_3$			$m = 2$, $a = 13^1/_3$		
	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$	c_p	c_v	$\frac{c_p}{c_v}$
100	0,270	0,198	1,366	0,254	0,183	1,387
200	0,279	0,207	1,349	0,262	0,191	1,370
400	0,302	0,230	1,314	0,278	0,207	1,342
600	0,325	0,252	1,287	0,293	0,222	1,318
800	0,346	0,274	1,264	0,308	0,238	1,298
1000	0,367	0,295	1,245	0,323	0,252	1,280
1200	0,387	0,315	1,230	0,338	0,267	1,265
1500	0,416	0,344	1,210	0,359	0,288	1,246

Der Heizwerth von 1 Kgr. des vorausgesetzten Gases wurde in Bd. I, §. 159

$$K = 10110 \text{ Cal.} \quad \ldots \quad (8)$$

gefunden. Indem ferner 1 Cubikm. atm. Luft unter normalem Atmosphärendruck (760 Millim. Quecksilbersäulenhöhe) und bei 15^0

$$1{,}293 \frac{273}{288} = 1{,}225 \text{ Kgr.}$$

wiegt, das Gewicht von 1 Cubikm. dieses Gases unter denselben Umständen folglich nach (1)

$$= 1{,}225 \,.\, 0{,}48 = 0{,}588 \text{ Kgr.}$$

ist, ergiebt sich der Heizwerth von 1 Cubikmeter desselben, gemessen unter normalem Atmosphärendruck und bei 15^0:

$$H = 0{,}588\, K = 5945 \text{ Cal.} \quad \ldots \quad (9).$$

Um die Temperatur des durch vollkommene Verbrennung entstehenden Gasgemisches von t_0 auf t bei constantem Druck zu erhöhen, sind für 1 Kgr. desselben

$$Q_p = \int_{t_0}^{t} c_p\, dt \text{ Cal.} \quad \ldots \quad (10)$$

nöthig, zur gleichen Temperaturerhöhung bei constantem Volumen gemäss Gl. (7):

$$Q_v = \int_{t_0}^{t} c_v\, dt = Q_p - \frac{0{,}0691}{\varDelta}(t - t_0) \text{ Cal.} \quad \ldots \quad (11).$$

Mit Rücksicht auf (5) und (6) sind hierdurch Q_p und Q_v als Functionen von t_0, t und m bestimmt, wobei m nach Gl. (4) vom Mischungsverhältnisse a abhängt. Ist $L = 13{,}89$ Kgr., wie oben, das Gewicht der zu vollkommener Verbrennung von 1 Kgr. Gas gerade nöthigen atmosphä-

rischen Luft, und sind Druck und specif. Volumen des Gemisches vor der Verbrennung $= p_0, v_0$, nach derselben $= p, v$, die entsprechenden absoluten Temperaturen $= T_0$ und T, also

$$p_0 v_0 = \frac{R}{\delta} T_0 \quad \text{und} \quad p v = \frac{R}{\Delta} T,$$

worin $R = 29{,}27$ die betreffende Constante für atmosphärische Luft, δ und Δ die Dichtigkeiten des Gemisches vor und nach der Verbrennung gemäss (2) und (5) bedeuten, so sind bei gegebenen Werthen von t_0 und m (bezw. a), wenn die Verbrennung vollständig und bei constantem Druck stattfindet, die Verbrennungstemperatur t und die verhältnissmässige Volumvergrösserung bestimmt durch die Gleichungen:

$$(mL + 1)\, Q_p = K; \quad \frac{v}{v_0} = \frac{\delta}{\Delta} \frac{T}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots (12).$$

Erfolgt die Verbrennung explosiv bei constantem Volumen, so mag sie zwar vollkommen (zu Kohlensäure und Wasser), wird aber im Allgemeinen nicht vollständig stattfinden, so dass augenblicklich etwa nur αK Cal. für je 1 Kgr. Gas entwickelt werden, vorbehaltlich nachträglicher Verbrennung des Restes. Die augenblickliche Verbrennungstemperatur und die entsprechende verhältnissmässige Druckvergrösserung sind dann bestimmt durch die Gleichungen:

$$(mL + 1)\, Q'_v = \alpha K; \quad \frac{p}{p_0} = \frac{\delta}{\Delta'} \frac{T}{T_0}$$

mit $\Delta' = \alpha \Delta + (1 - \alpha)\, \delta$ und, entsprechend (10) und (11):

$$Q'_v = Q'_p - \frac{0{,}0691}{\Delta'} (t - t_0)$$

$$Q'_p = \int_{t_0}^{t} [\alpha C_p + (1 - \alpha)\, c_p]\, dt,$$

wenn c_p die spec. Wärme des unverbrannten Gemisches bedeutet, die hier nicht gemäss (3) als Constante, sondern als Function von t auszudrücken wäre. In Ermangelung solchen Ausdrucks (wegen Unkenntniss der spec. Wärmen des Leuchtgases bei hohen Temperaturen) bleibt indessen einstweilen kaum etwas anderes übrig, als das Verhältniss von c_p zu C_p als unabhängig von t anzunehmen; indem aber bei niederer Temperatur, z. B. für $t = 100$ und

	$m = 1$	2
	$C_p = 0{,}270$	0,254
nach (3):	$c_p = 0{,}263$	0,251

ist, ergiebt sich dieses c_p so wenig verschieden von C_p, dass auch $Q'_p = Q_p$ gesetzt werden kann, also schliesslich, weil um so mehr mit nur kleinem Fehler $\Delta' = \Delta$ zu setzen ist, auch $Q'_v = Q_v$ und

$$(mL + 1)\,Q_v = \alpha K; \quad \frac{p}{p_0} = \frac{\delta}{\Delta}\,\frac{T}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots (13).$$

Z. B. für $m = 2$, $t_0 = 100$, $t = 1200$ findet man hieraus mit obigen Werthen von L und K:

$$\alpha = 0{,}707 \quad \text{und} \quad \frac{p}{p_0} = 3{,}9.$$

Indem die Annahmen und Ergebnisse dieses Beispiels von den bei Gasmotoren vorhandenen Umständen (wenn auch m etwas kleiner, t etwas grösser) nicht sehr verschieden zu sein pflegen, lässt sich schliessen, dass bei ihnen die Verbrennungstemperatur kleiner ist, als eine solche, bei welcher gemäss Bestimmungen von Mallard und Le Chatelier merkliche Dissociation von Kohlensäure (1800°) oder gar von Wasserdampf (2000°) eintreten würde, und welche somit als grösstmögliche eines Gasgemisches mit diesen Bestandtheilen betrachtet werden müsste. Immerhin ist sie grösser, als aus praktischen Gründen wünschenswerth; auch wird durch Abkühlung von aussen (durch Kühlwasser) weniger die plötzliche, als die spätere Temperaturerhöhung infolge stetigen Nachbrennens vermindert. Erheblich kann sie dagegen durch Einspritzen von Wasser in den Verbrennungsraum verkleinert werden, theils wegen der zur Verdampfung dieses Wassers nöthigen Wärme, theils wegen verhältnissmässiger Grösse der specifischen Wärme des Wasserdampfs; der Druck wird dabei nicht in demselben Grade verkleinert, wie die absolute Temperatur, weil ihm die Pressung des gebildeten Dampfs zugute kommt.

Nimmt man in solchem Falle an, dass trotz des vergrösserten Wassergehalts die zugrundeliegende einfache Zustandsgleichung eines Gasgemisches genügend anwendbar bleibt, und dass bei explosiver Verbrennung die Verdampfung des Wassers in demselben Verhältnisse α augenblicklich stattfindet, wie die Verbrennung des Gases, ist ferner das Gewicht des eingespritzten Wassers

$$= w \text{ Kgr. für 1 Kgr. Gas- und Luftgemisch, also}$$
$$= W = (mL + 1)\,w \text{ Kgr. für 1 Kgr. Gas,}$$

so entspricht die Dichtigkeit δ' des Gemenges aus eingespritztem Wasser und Gasgemisch vor der Verbrennung, indem die Dichtigkeit des Wassers sehr viel grösser ist, als die der Luft, nahe der Gleichung:

$$\frac{1+w}{\delta'} = \frac{1}{\delta}, \text{ ist also } \delta' = \delta(1+w) \quad \ldots\ldots\ldots (14).$$

Für die Dichtigkeit Δ' des Gemisches nach vollständiger Verbrennung und Verdampfung gilt, wenn die Dichtigkeit des Wasserdampfs, mit der früheren Annahme sehr nahe übereinstimmend, hier $= 0{,}625 = {}^5/_8$ gesetzt wird, die Gleichung:

$$\frac{1+w}{\Delta'} = \frac{1}{\Delta} + \frac{w}{0{,}625}; \quad \Delta' = \Delta \frac{1+w}{1+1{,}6w\Delta} \quad \ldots\ldots (15).$$

Aus (14) und (15) folgt

$$\frac{\delta'}{\Delta'} = \frac{\delta}{\Delta}(1+1{,}6w\Delta) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (16),$$

bei nur einigermassen erheblicher Grösse von w einer Verdünnung entsprechend. Für die in gleichem Verhältnisse α unvollständige Verbrennung und Verdampfung bei constantem Volumen gelten jetzt, unter t' und p' bezw. die Temperatur und der Druck hierbei verstanden, statt (13) die Gleichungen:

$$(mL+1+W)Q'_v = \alpha(K-Wr); \quad \frac{p'}{p_0} = \frac{\delta'}{\Delta''}\frac{T'}{T_0} \quad \ldots (17)$$

mit

$$r = t_0 - t_w + r_0; \quad \Delta'' = \alpha\Delta' + (1-\alpha)\delta' \quad \ldots\ldots (18),$$

wenn $t_w < t_0$ die Temperatur des Einspritzwassers, r_0 die specifische Verdampfungswärme bedeutet, welche der Temperatur t_0 des Gas- und Luftgemisches vor der Entzündung entspricht; δ' und Δ' können hier gemäss (16) zu sehr verschieden sein, als dass $\Delta'' = \Delta'$ gesetzt werden dürfte. Auch ist dabei analog (11) und (10):

$$Q'_v = Q'_p - \frac{0{,}0691}{\Delta''}(t'-t_0) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

$$Q'_p = \int_{t_0}^{t'} [\alpha C'_p + (1-\alpha)c'_p]\,dt,$$

worin c'_p und C'_p die spec. Wärmen bei constantem Druck bezw. vor und nach vollständiger Verbrennung und Verdampfung des wässerigen Gemisches bedeuten, nämlich

$$c'_p = \frac{c_p+w}{1+w} \quad \text{und} \quad C'_p = \frac{C_p+wC_w}{1+w} \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

zu setzen ist mit Beibehaltung der früheren Bedeutungen von c_p und C_p, und unter C_w die (durch §. 137, Gl. 23 bestimmte) specifische Wärme des Wasserdampfs bei constantem Druck verstanden. Nicht mit demselben

Rechte, wie früher $c_p = C_p$ unter dem Integralzeichen, kann hier auch $c'_p = C'_p$ gesetzt werden, sondern höchstens

$$\alpha C'_p + (1-\alpha)c'_p = \alpha \frac{C_p + wC_w}{1+w} + (1-\alpha)\frac{C_p + w}{1+w}$$

$$= \frac{1}{1+w}[C_p + w(\alpha C_w + 1 - \alpha)],$$

also

$$Q'_p = \frac{1}{1+w}\left[w(1-\alpha)(t'-t_0) + \int_{t_0}^{t'}(C_p + w\alpha C_w)\,dt\right] \quad . . (21).$$

Durch diese Gleichungen ist die Verbrennungstemperatur t' bestimmt, welche kleiner ist, als die vorher mit t bezeichnete, die ohne Einspritzung von Wasser unter sonst gleichen Umständen stattfände. Nicht in demselben Grade, wie die entsprechende absolute Temperatur T' kleiner, als T, fällt jetzt die Pressung p' kleiner aus, als p; der Factor von $\frac{T'}{T_0}$ in Gl. (17) ist nämlich

$$\frac{\delta'}{\Delta''} = \frac{\delta'}{\alpha\Delta' + (1-\alpha)\delta'},$$

während der Factor von $\frac{T}{T_0}$ in Gl. (13) eigentlich

$$= \frac{\delta}{\alpha\Delta + (1-\alpha)\delta}$$

ist und aus dem obigen hervorgeht, indem $\frac{\delta'}{\Delta'}$ durch $\frac{\delta}{\Delta}$ ersetzt wird. Unter sonst gleichen Umständen ist also

$$\frac{p'}{p} : \frac{T'}{T} = \frac{\alpha\frac{\Delta}{\delta} + 1 - \alpha}{\alpha\frac{\Delta'}{\delta'} + 1 - \alpha} = \frac{\alpha + (1-\alpha)\frac{\delta}{\Delta}}{\frac{\alpha}{1 + 1{,}6\,w\Delta} + (1-\alpha)\frac{\delta}{\Delta}}$$

stets > 1, um so mehr, je grösser α.

Z. B. bei Versuchen Tresca's mit einem Hugon'schon Gasmotor* (1866) wurden während 5stündiger Versuchszeit 58,2 Liter Wasser eingespritzt bei einem Verbrauch von 25,3 Cubikm.

$$= 25{,}3 \, . \, 0{,}588 = 14{,}9 \text{ Kgr.}$$

Gas, wenn dieses von oben vorausgesetzter Beschaffenheit angenommen wird. Da m nahe $= 2$, somit $mL + 1$ nahe $= 28{,}8$ und $\delta = 0{,}964$ mit $\Delta = 0{,}977$ war, wie oben ermittelt wurde, war also

* Annales du Conserv. des Arts et Métiers, t. VII, p. 69.

$$W = \frac{58,2}{14,9} = 3,9 \quad \text{und} \quad w = \frac{3,9}{28,8} = 0,136$$

$$1,6\, w\, \Delta = 1,6 \,.\, 0,136 \,.\, 0,977 = 0,21$$

$$\frac{p'}{p} : \frac{T'}{T} = 1,117 \qquad 1,163 \qquad 1,21$$

$$\text{für } \alpha = 0,6 \qquad 0,8 \qquad 1.$$

Darüber, ob und unter welchen Umständen die Einspritzung von Wasser, abgesehen von der aus praktischen Gründen erwünschten Erniedrigung der höchsten Temperatur, auch mit Rücksicht auf den Wirkungsgrad und anderweitig vortheilhaft sei, ist hierdurch ein Urtheil nicht ausgesprochen. Die entwickelten Formeln können aber u. A. als Grundlage für solches Urtheil dienen. Es mag noch bemerkt werden, dass fragliche Versuche von Tresca den Verf. ungefähr $\alpha = {}^2/_3$ folgern liessen. —

Bei Rechnungen in Betreff des Verhaltens der Gemische bei Gasmotoren dürfen, so lange ihre Verbrennung noch nicht begonnen hat, die einfachen Formeln für Gase bei Voraussetzung constanter specifischer Wärmen benutzt werden, weil bis dahin ihre Zustandsänderungen (insbesondere z. B. die Compression) mit nur mässigen Aenderungen der Temperatur verbunden sind. Mit der Verbrennung wird aber letztere so hoch (wesentlich höher, als in Luftmotoren mit offener Feuerung), dass das entsprechende Wachsen der specifischen Wärme berücksichtigt werden muss. Gemäss betreffender Bemerkung in §. 137 darf das auch unbeschadet der einfachen Zustandsgleichung geschehen, wenn nur die Zunahmen von C_p und C_v mit der Temperatur als gleich gross angenommen werden, so dass

$$C_p - C_v = AR = \frac{0,0691}{\Delta}$$

= einer Constanten ist. Mit diesen Gleichungen — (1) und (5), §. 122 — bleiben dann alle Gleichungen für Gase unverändert gültig, sofern es sich dabei nur um augenblickliche Zustände oder um elementare Zustandsänderungen handelt. Sofern aber bei Integrationen bezüglich auf Zustandsänderungen von endlicher Grösse die specifische Wärme unter dem Integralzeichen vorkommt, kann man sie mit nur kleinem Fehler einer linearen Temperaturfunction gleich setzen, indem man im Ausdrucke von C_p das negative Glied mit t^2 weglässt und das Glied mit t etwas verkleinert; in obigem Ausdruck (6) ist z. B. für $m = 2$, $t = 1000$ ersteres nur $= 5,2\%$ des letzteren. Bei der vorausgesetzten Beschaffenheit des Gases kann etwa gesetzt werden:

$$(13{,}9m + 1)\,C_p = 3{,}254m + 0{,}558 + (0{,}00056m + 0{,}00114)t \quad (22)$$

mit $m = 0{,}15a$ gemäss (4). Nach (10) und (12), bezw. (11) und (13) ist dann:

$$(13{,}9m+1)\,Q_p = K = (3{,}254m + 0{,}558)(t - t_0) + \\ + (0{,}00028m + 0{,}00057)(t^2 - t_0^2)\,. \quad (23)$$

$$(13{,}9m+1)Q_v = \alpha K = \left[3{,}254m + 0{,}558 - (13{,}9m+1)\frac{0{,}0691}{\Delta}\right](t - t_0) + \\ + (0{,}00028m + 0{,}00057)(t^2 - t_0^2) \quad (24).$$

Je nach den Umständen aus (23) oder (24) findet man t, wenn ausser K, m und α auch t_0 gegeben ist.

Mit Rücksicht auf die mancherlei Unsicherheiten, mit welchen diese Rechnungen behaftet sind, kommt übrigens auch wenig darauf an, wenn von der geringfügigen Verdichtung des ohne Einspritzen von Wasser verbrennenden Gemisches abgesehen, also in (12) und (13) einfach

$$\frac{v}{v_0} \text{ bezw. } \frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25),$$

überhaupt die Dichtigkeit des Gasgemisches vor oder nach der Verbrennung = einer mittleren Constanten Δ gesetzt wird. Gewöhnlich kann, entsprechend $\delta = 0{,}953$ und $\Delta = 0{,}970$ für $a = 10$, jene Constante

$$\Delta = 0{,}96; \qquad R = \frac{29{,}27}{\Delta} = 30{,}5$$

gesetzt werden, ohne dass für Mischungsverhältnisse zwischen $a = 8$ und $a = 12$ eine Aenderung nöthig wäre. —

Für eine polytropische Zustandscurve, entsprechend der Gleichung $p\,V^m = \text{Const.}$, unter m einen constanten Exponent verstanden, gelten nach wie vor die Gleichungen (11), (12), (13), §. 122, in Betreff der Beziehungen zwischen p, V, T, den specifischen Wärmen und der Expansionsarbeit; nur ist

$$C = \frac{m-n}{m-1}\,C_v = \frac{mC_v - C_p}{m-1} = C_v - \frac{C_p - C_v}{m-1} \\ = C_v - \frac{AR}{m-1} = C_p - \frac{m}{m-1}\,AR$$

eine Function der Temperatur, wie C_p, C_v und n. Zustandsänderungen bei constantem Druck, bei constanter Temperatur und bei constantem Volumen entsprechen dann nach wie vor bezw.

$$m = 0 \qquad 1 \qquad \infty$$
$$C = C_p \qquad \infty \qquad C_v.$$

Die Adiabate ist aber jetzt keine polytropische Curve, denn $C = 0$ entspricht $\frac{C_p}{C_v} = m$, während thatsächlich dieses Verhältniss der spec. Wärmen C_p und C_v gemäss (6) und (7) und der bezüglichen Tabelle nicht constant, sondern um so grösser ist, je mehr mit zunehmender Expansion die Temperatur abnimmt.

Sollen für die Zustandsänderungen des Gasgemisches auch nach seiner Verbrennung die specifischen Wärmen näherungsweise constant angenommen werden, so sind dafür wenigstens solche Mittelwerthe zu setzen, welche betreffenden mittleren Temperaturen ungefähr entsprechen.

§. 141. Uebersicht verschiedener Arten von Gasmotoren.

Die Arbeitsflüssigkeit ist hier nicht, wie bei Petroleummotoren üblich, ein mechanisches Gemisch von atmosphärischer Luft mit fein vertheilter tropfbarer Flüssigkeit, sondern ein molekulares innigeres Gemisch mit brennbarem Gase; die Entzündung erfolgt, wie dort, im Arbeitscylinder durch einen elektrischen Funken oder durch eine Zündflamme. Bezüglich der Arten solcher Gasmotoren mögen mit Köhler* vor Allem zwei Klassen unterschieden werden, jenachdem die Zündung plötzlich oder allmählich, somit auch die Verbrennung im Wesentlichen plötzlich (explosionsartig) oder nur allmählich stattfindet. Die erste Klasse zerfällt in zwei Gruppen, jenachdem die Entzündung des Gasgemisches bei atmosphärischem Druck oder nach Verdichtung desselben erfolgt; auch die Maschinen der zweiten Klasse theilt Köhler in zwei Gruppen, in Zwei- und Dreicylindermaschinen, obgleich die letzteren einstweilen nicht praktisch ausgeführt wurden. Etwas eingehender sind diese 4 Gruppen, die auch wieder bezüglich mehrerer Abarten oder Ausführungssysteme unterschieden werden können, wie folgt zu charakterisiren.

1) Eincylindermaschinen mit plötzlicher Zündung des nicht verdichteten Gasgemisches. Der Kolben saugt während eines Theils seines Hubes Gas und atmosphärische Luft in entsprechendem Volumverhältnisse (ungefähr 1 : 10 bis 1 : 12) an; sogleich nach der Absperrung erfolgt die Zündung und infolge des dadurch fast plötzlich erhöhten Drucks die Leistung von Expansionsarbeit während des übrigen Theils des Hubes.

* Theorie der Gasmotoren von Otto Köhler, Ingenieur und Lehrer der Fachschule in Köln.

Beim Rückgange treibt der Kolben die Verbrennungsprodukte aus, während dann hinter ihm Ansaugung, Zündung und Expansion stattfindet.

Die ersten praktisch brauchbaren solchen Maschinen von Lenoir seit 1860, ähnlich einer eincylindrigen doppeltwirkenden Dampfmaschine gebaut, hatten bei entsprechend schwerem Schwungrade und mässiger Kolbengeschwindigkeit zwar einen genügend stetigen und geräuschlosen Gang, erforderten aber ungefähr 3 Cubikm. Gas für die Stunde und Nutzpferdestärke bei erheblichem Verbrauch von Kühlwasser für den Cylinder, so dass sie nur zu sehr beschränkter dauernder Anwendung gekommen sind, obgleich Hugon den Gasverbrauch auf etwa 2 Cubikm. für die Stundenpferdestärke erniedrigte, indem er durch Einspritzen von Wasser in den Cylinder (siehe §. 140) dessen übermässiger Erhitzung (zugleich mit entsprechender Schmierung des Kolbens) auf vortheilhafter erscheinende Weise, als durch äusserliche Abkühlung, vorbeugte, und indem er die Funkenentzündung der Lenoir'schen Maschine durch die seitdem fast allgemein beibehaltene Entzündung mittels besonderer Gasflamme ersetzte.

Indicatordiagramme lassen übrigens erkennen, dass die Verbrennung nicht ganz plötzlich und vollständig stattfindet, indem die Indicatorcurve nach der Zündung zwar sehr steil, aber doch nicht senkrecht zur Basis des Diagramms ansteigt, und die Expansionscurve trotz der erheblichen Wärmeentziehung durch die Kühlung nicht entsprechend steiler abfällt, als die Adiabate, ohne Zweifel infolge des Nachbrennens, nämlich der nachträglichen Verbrennung des fast plötzlich nur unvollständig verbrannten Gases.

Zu dieser Gruppe gehört auch als eigenthümliche Abart die atmosphärische Gaskraftmaschine von Otto & Langen, durch welche, indem sie nur noch etwa eines Cubikmeters Leuchtgas für eine Stundenpferdestärke bedurfte, bei der Pariser internationalen Ausstellung vom Jahre 1867 die erwähnten bisherigen Gasmotoren sehr in Schatten gestellt wurden. Bei derselben wurde in einem vertikal stehenden, oben offenen längeren und im unteren Theile durch einen Wassermantel gekühlten Cylinder ein schwerer Kolben durch die Explosion des angesaugten Gasgemisches so zu sagen emporgeschossen, und zwar bei selbstthätig sich lösender Kuppelung mit der Schwungradwelle; nachdem dieser Flugkolben seine grösste Geschwindigkeit erreicht hatte, wenn das Gasgemisch bis zu solcher Pressung ausgedehnt war, die sich mit der Schwere des Kolbens, dem Atmosphärendruck von oben und den betreffenden Nebenwiderständen im Gleichgewicht befand, stieg er weiter bis die entsprechende

lebendige Kraft zu seiner weiteren Hebung und zu Verdünnung des Gasgemisches aufgebraucht war. Durch die vereinigte Wirkung der Schwere und des Atmosphärendrucks wurde er dann abwärts getrieben und, sobald er die Geschwindigkeit des betreffenden Kuppelungstheils erreicht hatte, selbstthätig mit der Schwungradwelle gekuppelt, so dass er den Antrieb derselben bewirkte, bis das Gasgemisch wieder zu atmosphärischem Druck verdichtet war und ausgetrieben wurde.

Während bei der Lenoir'schen Maschine die Zündung ungefähr dann stattfindet, wenn die Geschwindigkeit des Kolbens am grössten ist, ist sie hier im fraglichen Augenblicke nur klein, das der Verbrennung entsprechende Stück des Indicatordiagramms deshalb steiler, fast senkrecht zur Grundlinie gerichtet. Indem ferner durch die Kühlung des Cylinders die Abnahme des Drucks bei der Expansion beschleunigt, seine Zunahme bei der Compression verzögert wird, fällt die Expansionscurve des Diagramms schneller gegen die Grundlinie ab, als die Compressionscurve ansteigt.

Trotz der auch dieser Maschine noch anhaftenden Mängel, bestehend besonders in dem lästigen Geräusch, das vor Allem die wiederholte Lösung und Einrückung der Kuppelung verursachte, sowie in der grossentheils zwanglosen und ruckweisen Bewegung des Flugkolbens, wodurch die Ausführung auf kleine Verhältnisse beschränkt bleiben musste, brachte sie es in kurzer Zeit zu mehreren Tausend von ausgeführten Exemplaren und liess so ein vorhandenes Bedürfniss des kleineren Gewerbebetriebs erkennen. Das Geräusch wurde zwar von Gilles in der Hauptsache beseitigt durch Anordnung eines besonderen Flugkolbens ausser dem mit der Triebaxe jetzt in beständiger Verbindung bleibenden Treibkolben; gleichwohl wurden die Maschinen dieses Systems von Otto selbst alsbald vollständig verdrängt durch seinen neuen Motor als ersten Repräsentanten der bis heute in fast ausschliesslicher Anwendung gebliebenen folgenden Gruppe.

2) Ein- oder Zweicylindermaschinen mit plötzlicher Zündung des verdichteten Gasgemisches. Wie bemerkt, wurde diese Gruppe durch den neuen Otto'schen Motor eröffnet, welcher, inzwischen selbst bis zu 50 Pferdestärken und darüber zu grosser Vollkommenheit gebracht, vorwiegend als Gasmotor in Gebrauch ist. Bei demselben ist der von Kühlwasser umflossene Cylinder einerseits offen, an der andern Seite, wo die Einströmung, Ausströmung und Zündung stattfindet, zu einem Compressionsraume verlängert, in welchen der Kolben nicht eindringt. Während die Lenoir'sche Maschine doppeltwirkend, die atmosphärische einfachwirkend war, ist sie so zu sagen nur halbwirkend, indem bei nur einseitigem Antriebe des Kolbens zu einer Arbeitsperiode 4 einfache Hübe

gehören, während welcher das Gasgemisch 1. angesaugt, 2. in den Compressionsraum hinein verdichtet wird, 3. nach erfolgter Zündung durch eine Zündflamme, vermittelt durch einen Schieber mit Zündkammer, expandirt, 4. ausgestossen wird bis auf den im Compressionsraum zurückbleibenden Theil der Verbrennungsproducte. Regulirt wird die Maschine durch den Ausfall einzelner Zündungen bei zu schnellem Gange, indem dann die Regulatorhülse einen Daumen auf der Steuerwelle so verschiebt, dass er ein Durchlassventil in der Gaszuflussröhre nicht mehr zu öffnen vermag, also nur Luft angesaugt wird. Das zur Entzündung kommende Gemisch behält so immer die bewährte Zusammensetzung, wenn auch freilich der Gleichförmigkeit des Ganges, vermindert schon durch den Viertakt mit Antrieb jeweils nur beim dritten Hube, solche Regulirungsart nicht günstig ist.

Indem die Einrichtung getroffen ist, dass bei der Einsaugung zuerst nur Luft und dann erst ein um so gasreicheres Gemisch angesaugt wird, lässt sich annehmen, und wird es durch Versuche bestätigt, dass die entsprechende Schichtenfolge, freilich mit stetigen Uebergängen, auch noch bis nach der Compression andauert, dass wenigstens bei der Zündung das Gemisch ungleichmässig zusammengesetzt, vom Kolben an gerechnet zuerst vorwiegend aus Verbrennungsrückständen, dann aus Luft bestehen, endlich besonders gasreich sein wird. Es lässt sich denken, dass die vortheilhafte Wirkung der Maschine zum Theil solcher Schichtung ausser der Verdichtung an und für sich zugeschrieben werden darf, wodurch bei durchschnittlicher Gasarmuth des ganzen Gemisches doch die Sicherheit der Zündung am betreffenden Ende theils durch den Gasreichthum daselbst, theils durch die Verdichtung erhöht, zugleich auch das Nachbrennen befördert und durch die einstweilen unverbrannt bleibenden Schichten zunächst dem Kolben eine Art von elastischem Kissen zu Gunsten eines sanften Ganges dargeboten wird.

Bei allen Explosionsmaschinen, auch gemäss obiger Bemerkung bei der Lenoir'schen, ist zwar die Verbrennung weder ganz plötzlich, noch auch die fast plötzliche vollständig; während die Plötzlichkeit schon wegen der zur Fortpflanzung der Entzündung nöthigen kurzen Zeit nur als grosse Schnelligkeit zu verstehen ist, wird die Vollständigkeit der Verbrennung sogleich nach der Entzündung wohl hauptsächlich dadurch ausgeschlossen, dass die den gekühlten Wänden angrenzenden Gasschichten die zur Entzündung nöthige Temperatur erst dann erhalten, wenn sie mit den durch die explosive Verbrennung erhitzten und in heftige wirbelnde Bewegung versetzten inneren Theilen sich mischen. Bei dem ungleichmässigen Gas-

gemisch des Motors von Otto findet aber das entsprechende Nachbrennen während der Expansion in höherem Grade statt, weil es die inneren Theile nur in der Nachbarschaft der Zündungsstelle sind, welche von vorn herein zugleich die Temperatur und den Gasreichthum haben, die zur Verbrennung nöthig sind; die Expansionscurve des Indicatordiagramms, bei der Maschine von Lenoir unter der Adiabate liegend, wird hier bis über dieselbe empor gehoben. Durch dieses Nachbrennen, das von Slaby auf Grund von Versuchen Tresca's mit der Lenoir'schen und eigener Versuche mit einer Otto'schen Maschine für jene = 35 %, für diese = 44 % der ganzen Wärmeentwicklung ermittelt wurde, wird die fast plötzlich eintretende Maximaltemperatur erniedrigt; bei dem Motor von Otto kann aber der entsprechende grösste Druck infolge der vorhergegangenen Compression gleichwohl sehr hoch bleiben. Dazu kommt, dass hier die in grösserer Menge vorhandenen indifferenten Verbrennungsrückstände in wirksamerer Weise zum Theil die Aufgabe des Kühlwassers übernehmen und doch ein durchschnittlich gasärmeres Gemisch genügend verbrennlich erhalten können, nachdem durch die Verdichtung beim zweiten Hube der Arbeitsperiode die Moleküle, die chemisch auf einander wirken sollen, sich näher gebracht wurden. Gleichwohl wird übrigens bei neueren solchen Maschinen das angesaugte Gemisch durchschnittlich wesentlich gasreicher verwendet, als es bei älteren, insbesondere bei Lenoir'schen Maschinen der Fall war, um die Vollständigkeit der Verbrennung zu sichern.

Die Deutzer Gasmotorenfabrik (Otto & Langen) hat in wenig Jahren vielfache Nachfolge gefunden infolge grosser Nachfrage nach Kleinmotoren und infolge der erwünschten Eigenschaften besonders des neuen Gasmotors, ohne Hemmung durch Gefährlichkeit des Betriebes, durch lästiges Geräusch oder durch Verunreinigungen fast in jedem Arbeitsraume aufgestellt und ohne nennenswerthe Verluste an Wärme oder Zeit beliebig in und ausser Betrieb gesetzt werden zu können mit Hülfe eines Brennstoffs, der, ohne beständige Bedienung zu erfordern, jederzeit zur Verfügung ist und dessen nur gasförmige Verbrennungsproducte leicht abgeführt werden können. Die dabei vorgenommenen Aenderungen der Einrichtung betreffen besonders die Art der Entzündung und den Ersatz des einzigen Cylinders der Otto'schen Maschine durch zwei, einen Pump- und einen Arbeitscylinder, von welchen jenem die Ansaugung und Compression, diesem die Verbrennung und Expansion des verbrannten Gasgemisches, sowie dessen Austreibung zugetheilt wird. Ohne Zweifel wird die Gleichförmigkeit des Ganges dadurch erhöht, sofern eine Arbeitsperiode dann nur eine Kurbelumdrehung statt deren zwei erfordert; bei

dem einfacheren Motor von Otto kann indessen die grössere Gleichförmigkeit durch Zwillingsmaschinen mit entsprechend versetzten Kurbeln erreicht werden, wenigstens bei grösseren Anlagen, z. B. zu Zwecken elektrischer Beleuchtung u. s. w. Mag übrigens die Concurrenz auch noch manche Verbesserung ergeben, so bleibt doch Otto das Verdienst, diese ganze Bewegung durch seinen neuen Motor vorbildlich für die technische Ausführung eingeleitet zu haben. Bei allen diesen Arten der in Rede stehenden zweiten Gruppe kann bei Ausführungen für wenige Pferdestärken der Gasverbrauch zu höchstens 1 Cubikm. für die Stunde und Pferdestärke veranschlagt werden bei einem indicirten Wirkungsgrade = 0,7 bis 0,8.

3) Zweicylindermaschinen mit allmählicher Zündung des verdichteten Gasgemisches. In einen Pumpcylinder wird das Gemisch angesaugt und beim Rückgang des betreffenden Kolbens in einen Behälter hinein verdichtet; von hier strömt es während eines Theils des Hubes des Treibkolbens, an einer beständig brennenden Flamme entzündet, in den Arbeitscylinder, bis es nach der Absperrung bei der weiteren Bewegung des Treibkolbens expandirt und durch dessen Rückkehr ausgetrieben wird. Ausser der Stetigkeit der Zündung, wobei eine entsprechend stetige und zwar vollkommene Verbrennung anzunehmen ist, entsprechen also Einrichtung und Vorgang den Maschinen der zweiten Gruppe mit zwei Cylindern. Das Nachströmen des Gasgemisches zur Entzündungsflamme setzt einen nahe gleichbleibenden, nämlich solchen Druck voraus, welcher immer etwas kleiner ist, als der gleichzeitige Druck im Behälter; ein Zurückschlagen der Flamme durch augenblicklich wachsenden Druck im Cylinder wird durch Drahtnetze verhindert.

Die nicht zahlreichen Vertreter dieser Gruppe sind kaum durch Anwendung bewährte Nach- und Ausbildungen der im Jahre 1878 zur Pariser Ausstellung geschickten Maschine von Simon. Dass die Abgase bei ihr das Wasser eines kleinen Dampfentwicklers in einem Schlangenrohr durchströmen, um die erzeugten Dämpfe mit den Verbrennungsgasen gemischt Arbeit verrichten zu lassen, ist für das System im Gegensatz zu den besprochenen und üblichen Explosionsmaschinen unwesentlich; auch wird die bezweckte bessere Ausnutzung der Wärme wenigstens einstweilen nicht erreicht, indem der Gasverbrauch einer solchen, und zwar 5pferdigen Maschine zu etwa 1,4 Cubikmeter für die Stunde und Pferdestärke gefunden wurde bei einem indicirten Wirkungsgrade = 0,75.*

---

* J. O. Knoke, Kraftmaschinen des Kleingewerbes, S. 211.

4) Zwei- oder Dreicylindermaschinen mit allmählicher Zündung des verdichteten Gasgemisches bei erheblichem Ueberschuss von Luft. Ein Pumpcylinder saugt beim Hin- und Hergange seines Kolbens abwechselnd Gas oder gasreiches Gemisch mit Luft an und schafft es verdichtet in einen Behälter; ein wie bei Otto's Motor im Viertakt arbeitender Kolben in einem Arbeitscylinder mit Compressionsraum saugt 1. Luft an, 2. comprimirt dieselbe sammt den vorhandenen Rückständen in den Compressionsraum hinein bis zum Druck im Gasbehälter, worauf 3. verdichtetes Gas oder Gasgemisch aus letzterem, an einer beständig brennenden Flamme sich entzündend, während eines Theils des dritten Hubes des Arbeitskolbens hinter ihm einströmt, nach der Absperrung zusammen mit der überschüssigen Luft und den Rückständen expandirt, worauf endlich 4. beim letzten Hube Ausströmung stattfindet bis auf das im Compressionsraum wieder zurückbleibende indifferente Gasgemisch. Der im Viertakt arbeitende Arbeitscylinder kann auch zerlegt werden in einen im Zweitakt arbeitenden und in einen dritten Cylinder, der abwechselnd atmosphärische Luft anzusaugen und comprimirt in einen Luftbehälter zu fördern hat, in welchem derselbe Druck herrscht, wie im Gasbehälter; das comprimirte Gas oder Gasgemisch, an einer Flamme sich entzündend, und die comprimirte Luft strömen getrennt von einander hinter den sich auswärts bewegenden Kolben des Arbeitscylinders, der jetzt nicht zur Erzielung eines Compressionsraumes verlängert zu sein braucht.

Diese Gruppe unterscheidet sich von der vorigen wesentlich durch den bedeutenden Luftüberschuss, welcher so bemessen werden kann, dass er eine hinlängliche Erniedrigung der Temperatur im Arbeitscylinder bewirkt, um dessen Kühlung durch Wasser, bei den Maschinen der drei vorigen Gruppen unerlässlich, unnöthig zu machen. Bei dem Otto'schen Motor ist solcher Zweck durch die Schichtung (die Ungleichförmigkeit der Mischung) nur unvollkommen zu erreichen. Diese in erheblichem Ueberschusse vorhandene Luft durfte mit dem Gase, bezw. dem gasreichen Gemisch nicht von vorn herein gemischt sein, um die Verbrennlichkeit nicht aufzuheben.

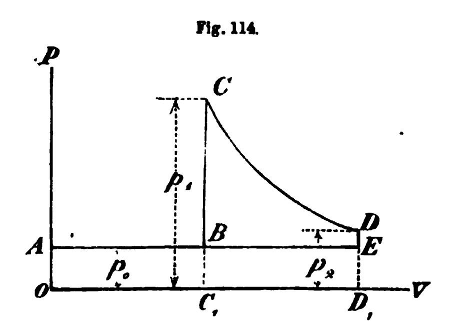
§. 142. Eincylindermaschinen mit plötzlicher Zündung des nicht verdichteten Gasgemisches.

Indem diese Maschinen z. Z. fast keine praktische Bedeutung mehr haben, werde nur die Lenoir'sche, mit den weiterhin zu besprechenden Maschinen bezüglich auf Bauart und Wirkungsweise am ehesten vergleichbar,

unter vereinfachenden Voraussetzungen einer kurzen rechnerischen Betrachtung unterworfen.

Das Gasgemisch werde im Zustande p_0, T_0 in den vom Kolben unterdessen durchlaufenen Raum AB des Cylinders, Fig. 114, angesaugt. Die dann stattfindende Entzündung lasse plötzlich die Temperatur in T_1, den Druck in p_1 übergehen, entsprechend der zur Grundlinie Senkrechten BC, Fig. 114. Der darauf folgenden Expansion bis zum Hubende entspreche eine polytropische Curve CD mit der Gleichung $pV^x =$ Const., wobei x um so grösser sein wird, je mehr

Fig. 114.



die Wärmeentziehung durch das den Cylinder umgebende Kühlwasser die Wärmeentwicklung durch nachträgliche Verbrennung überwiegt, im Endzustande D aber, der Temperatur T_2 entsprechend, der Druck p_2 noch etwas grösser sein soll, als der atmosphärische Druck p_0. Bei der Rückkehr des Kolbens wird dann der Druck des ausströmenden Gasgemisches thatsächlich zwar stetig mit abnehmender Schnelligkeit von p_2 bis p_0 abnehmen, doch werde (mit um so kleinerem Fehler, je weniger $p_2 > p_0$ ist) der Rechnung eine plötzliche Abnahme zugrunde gelegt, der Geraden DE in der Figur entsprechend, die Ausströmungslinie EA somit als im Abstande $= p_0$ mit der Grundlinie OV parallel angenommen.

Durch die Fläche $BCDE$ wird nun die indicirte Arbeit für einen einfachen Kolbenhub des doppeltwirkenden Cylinders (für einen Doppelhub die Arbeit auf jeder Seite des Kolbens) dargestellt. Werden aber

$$AE = v_2 \quad \text{und} \quad AB = v_1 = e v_2$$

als specifische Volumina in den betreffenden Zuständen verstanden, so ist ohne Rücksicht auf schädliche Räume, so dass e das Expansionsverhältniss bedeutet, die indicirte Arbeit für einen Hub und für 1 Kgr. Gasgemisch:

$$E = C_1CDD_1 - C_1BED_1$$

$$= \frac{p_1 v_1}{x-1}(1 - e^{x-1}) - p_0(v_2 - v_1)$$

$$= p_0 v_2 \left(\frac{e - e^x}{x-1}\frac{p_1}{p_0} - 1 + e\right) = p_m v_2 \quad \ldots\ldots\ldots (1).$$

Darin ist

$$p_m = p_0\left(\frac{e - e^x}{x - 1}\,\frac{p_1}{p_0} - 1 + e\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (2)$$

der mittlere specifische Ueberdruck auf den Kolben. Das in diesem Ausdrucke vorkommende Verhältniss, in welchem der Druck durch die Entzündung plötzlich erhöht wird, ist bei Abstraction von Aenderungen der Dichtigkeit:

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{T_1}{T_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (3),$$

und dabei T_1 bestimmt durch Gl. (24), §. 140, bei gegebenen oder angenommenen Werthen von m, T_0, K und α. Mit p_m ergiebt sich dann:

$$E = p_m v_2 = p_m \frac{v_1}{e} = p_m \frac{R\,T_0}{e\,p_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (4);$$

doch wird mit Rücksicht auf die verschiedenen Vernachlässigungen, insbesondere auf die das Arbeitsdiagramm etwas verkleinernden Abrundungen desselben bei C und bei DE, Fig. 114, von der Zeitdauer der explosiven Verbrennung und von Vorausströmung herrührend, passend p_m, also E nach Schätzung etwas zu verkleinern sein.

Die indicirte Arbeit, welche mit 1 Kgr. Gas von mittlerer Beschaffenheit gewonnen wird, ist nun $= (13{,}9\,m + 1)\,E$; ihr Verhältniss zum Arbeitswerth der durch das Gas entwickelten Wärme, also der Wirkungsgrad des dem Vorgange bei dieser offenen Maschine entsprechenden Kreisprocesses:

$$\eta = \frac{(13{,}9\,m + 1)\,E}{424\,(\alpha + \beta)\,K} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (5).$$

wenn βK für 1 Kgr. Gas die Wärme bedeutet, die bei der Expansion durch Nachbrennen entwickelt wird. Ist endlich η_i der indicirte Wirkungsgrad, so ist die Gasmenge, welche stündlich für 1 Nutzpferdestärke verbraucht wird,

$$G = \frac{3600\,.\,75}{\eta_i\,(13{,}9\,m + 1)\,E} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (6).$$

Sollte die Maschine N Pferdestärken leisten, so wäre bei gegebener mittlerer Kolbengeschwindigkeit $= c$ Sek. Mtr., die mit Rücksicht auf genügend ruhigen Gang nur von mässiger Grösse sein darf, die wirksame Kolbenfläche $= F$ Quadratcentim. bestimmt durch die Gleichung:

$$75\,N = \eta_i\,F\,p_m\,c \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (7),$$

falls p_m in Kgr. pro Quadratcentimeter ausgedrückt ist. Je kleiner freilich c, desto grösser unter sonst gleichen Umständen die Wärme-

entziehung bei der Expansion, desto grösser also x, desto kleiner p_2; der Voraussetzung, dass hierbei der Druck nicht $< p_0$ wird, entspricht die Bedingung:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_1}{p_0}\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_1}{p_0} e^{x} > 1 \; \ldots \ldots \ldots \ldots \; (8).$$

Zur Benutzung dieser Gleichungen für die Vorausberechnung einer zu entwerfenden Maschine müssten mehrere der darin vorkommenden Elemente erfahrungsgemäss nach Schätzung angenommen werden, insbesondere T_0, α, x. Ueber die Art, wie darüber durch Versuche ein angenähert zutreffendes Urtheil gewonnen werden kann, mögen hier einige Andeutungen folgen, deren Verwerthbarkeit nicht auf die Lenoir'sche Maschine beschränkt ist. Die Zuverlässigkeit der Folgerungen aus solchen Versuchen verlangt vor Allem, dass auf die Menge der angesaugten Luft, somit auf das Mischungsverhältniss a von Luft und Gas, nicht, wie meistens geschehen, aus dem gemessenen Volumen des letzteren und aus dem vom Kolben saugend durchlaufenen Raume geschlossen, sondern dass das Luftvolumen besonders gemessen, und so mit Berücksichtigung der fast gleichen betreffenden Druck- und Temperaturzustände das ev. auf atmosphärischen Druck p_0 und atmosphärische Temperatur T_a reducirte Gemischvolumen V_a ermittelt werde, das bei jedem Hube angesaugt wird. Es wird kleiner gefunden, als das gleichzeitig vom Kolben saugend durchlaufene Volumen V_1 besonders wegen der Erwärmung in Berührung mit diesem Kolben und mit der Cylinderwand, welche, wenn auch aussen von Wasser umflossen, doch an der Innenseite erheblich wärmer sein wird, als das dieselbe berührende Gemisch. Das Gewicht des für einen Hub neu angesaugten Gemisches sei $= G_0$, das der im schädlichen Raume $= V$ mit der Temperatur T verbliebenen gasförmigen Rückstände $= G$. Der Druck der letzteren ist etwas grösser, als der atmosphärische Druck p_0, der Druck des unmittelbar vor der Zündung hinter dem Kolben im Cylinder befindlichen Gemisches, dessen Temperatur $= T_0$ gefunden werden soll, etwas $< p_0$, doch mögen beide mit nur kleinem Fehler $= p_0$ gesetzt werden, ausserdem die specifischen Wärmen der dreierlei in Betracht kommenden Gemische (des neu angesaugten, des im schädlichen Raume verbliebenen und des aus der Mischung beider hervorgehenden) constant und gleich gross ($c_p = n c_v$) bei gleich angenommener Grösse auch ihrer Dichtigkeiten, somit der Constanten R.

Auf das angesaugte Gemisch wird nun von der Atmosphäre die Arbeit $= p_0 V_a$ übertragen, während es selbst eine Arbeit $= p_0 V_1$ auf den Kolben überträgt, so dass das innere Arbeitsvermögen um $p_0 (V_a - V_1)$

zunähme, wenn nicht zugleich eine gewisse Wärme $= Q$ von der wärmeren Metallmasse mitgetheilt würde; die resultirende Zunahme an Wärmegehalt des gesammten Gemisches ist deshalb

$$= Q + A p_0 (V_a - V_1).$$

Dieser Zuwachs ist auch (§. 122, Gl. 14):

$$c_v G_0 (T_0 - T_a) + c_v G (T_0 - T) = c_v \left[(G_0 + G) T_0 - G_0 T_a - G T\right].$$

woraus, weil wegen

$$\left. \begin{array}{l} p_0 V_a = G_0 R T_a;\ p_0 V = G R T \\ p_0 (V_1 + V) = (G_0 + G) R T_0 \end{array} \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

$$(G_0 + G) T_0 - G_0 T_a - G T = \frac{p_0}{R}(V_1 + V - V_a - V) = \frac{p_0}{R} V_1 - V_a)$$

ist, sich die Gleichung ergiebt:

$$Q = \left(A + \frac{c_v}{R}\right) p_0 (V_1 - V_a) = A\left(1 + \frac{c_v}{c_p - c_v}\right) p_0 (V_1 - V_a)$$

wegen $AR = c_p - c_v$, oder endlich

$$Q = \frac{An}{n-1} p_0 (V_1 - V_a) \ldots\ldots\ldots\ldots (10).$$

Ohne diese Wärmemittheilung vom Cylinder wäre somit $V_a = V_1$ unabhängig von der Grösse des schädlichen Raums und vom Zustande des darin zurückgebliebenen verbrannten Gemisches; wegen $V_a < V_1$ ist aber thatsächlich Q positiv. Nur um T_0 zu finden, wäre diese Betrachtung nicht nöthig gewesen, denn schon aus den Gleichungen (9) folgt:

$$(G_0 + G) \frac{R}{p_0} = \frac{V_1 + V}{T_0} = \frac{V_a}{T_a} + \frac{V}{T}; \quad T_0 = \frac{V_1 + V}{\frac{V_a}{T_a} + \frac{V}{T}} \ . \ (11).$$

Mit Rücksicht auf (10) ergiebt sich aber der Werth $= (T_0)$, welchen T_0 ohne Mittheilung der Wärme Q haben würde, aus (11) mit $V_a = V_1$, sowie die Temperaturerhöhung infolge dieser Wärmemittheilung $= T_0 - (T_0)$. Zum Theil ist freilich letztere nur scheinbar, insofern auch V_a um so mehr $< V_1$ sein wird, je grösser die Geschwindigkeit des Kolbens ist, und je früher schon vor Ende des Hubes die Ausströmung aufhört, eine Verdichtung im schädlichen Raume bewirkend.

Betreffende Versuche mit einer Lenoir'schen Maschine liegen nicht vor. Bei Versuchen von Slaby* aber mit einem 4pferdigen Otto'schen Motor, für welchen der hier an die Stelle des schädlichen Raumes tretende

* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1886, S. 691.

Compressionsraum $V = 0{,}61\ V_1$ war, unter V_1 das saugend durchlaufene Hubvolumen des Cylinders verstanden, wurde z. B. $V_a = 0{,}85\ V_1$ gefunden bei einer mittleren Temperatur $= 60^0$ des Kühlwassers und $= 455^0$ der Abgase. Wird letztere auch dem jeweils im Compressionsraume zurückbleibenden Gasgemisch zugeschrieben und die atmosphärische Temperatur $= 15^0$, also

$$T = 273 + 455 = 728, \qquad T_a = 288$$

gesetzt, so ergiebt sich nach Obigem

$$T_0 = 425 \text{ und } (T_0) = 374, \qquad T_0 - (T_0) = 51^0.$$

Bei der Lenoir'schen Maschine findet nun zwar die Ansaugung und entsprechende Wärmemittheilung nur ungefähr während des halben Hubes statt, allein der Kolben pflegt dabei eine höchstens halb so grosse Geschwindigkeit zu haben, als beim Otto'schen Motor, dabei das Gemisch hinter demselben (wegen Mischung mit nur weniger, im schädlichen Raume verbliebenen Rückständen) eine kleinere Temperatur, so dass die Erhöhung der letzteren infolge der Wärmemittheilung Q bei einer Temperatur des Kühlwassers von ungefähr 60^0 zu wenigstens 50 bis 60^0 wird veranschlagt werden dürfen. Wird dann der schädliche Raum $= 0{,}05$ des Hubvolumens, also etwa $V = 0{,}1\ V_1$ und, sofern die Temperatur der Abgase $= 200^0$ angegeben wird,

$$T = 473 \text{ und } T_a = 288$$

angenommen, so findet man $(T_0) = 299$, so dass in Ermangelung zuverlässigerer Angaben für vorliegenden Fall

$$T_0 = 350 \text{ bis } 360$$

zu schätzen sein dürfte.

Mit Hülfe dieser Temperatur T_0 und der durch Indicatordiagramme bestimmten Maximalpressung p_1 findet man die entsprechende Temperatur bei der explosiven Verbrennung (abgesehen von einer gleichzeitig stattfindenden geringen Verdichtung des Gemisches):

$$T_1 = \frac{p_1}{p_0} T_0$$

und dann bei bekannten Werthen von m und K das Verhältniss α, in welchem die fast augenblickliche Verbrennung des Gases stattfindet, gemäss §. 140, Gl. (24). Durchschnittlich wurde $p_1 = 5p_0$ gefunden, womit und mit $T_0 = 353 = 273 + 80^0$ sich

$$T_1 = 1765 = 273 + 1492^0$$

ergiebt, endlich mit = 1,5 und $K = 10110$:

$$\alpha = \frac{7682}{K} = 0{,}76.$$

Thatsächlich müsste übrigens α noch etwas grösser sein, bei Voraussetzung des idealen Diagramms Fig. 114 dann auch p_1 etwas grösser, als der wirkliche Maximaldruck gesetzt werden, weil die Explosion nicht ganz plötzlich stattfindet, vielmehr während der kleinen Zeitdauer von der Zündung bis zum Eintritt der Maximalpressung schon eine gewisse Wärmemenge X theils an die Cylinderwand übergegangen, theils zu Arbeitsleistung verbraucht sein wird. Indem diese, zur Erhitzung des Gasgemisches nicht beitragend, von αK abzuziehen ist, ergiebt sich dann

$$\alpha = \frac{7682 + X}{K} = 0{,}76 + ?$$

Dieses Verhältniss α, hier durchschnittlich etwa = 0,78 bis 0,8 zu schätzen. ist grösser, als angenommen zu werden pflegt; es würde auch wesentlich kleiner gefunden ohne die nach Mallard und Le Chatelier angenommene beträchtliche Zunahme der specifischen Wärme mit der Temperatur. Nach Bestimmung von α ergiebt sich β durch Untersuchung des ausströmenden Gemisches auf unverbranntes Gas; es lässt sich aber annehmen, dass um so weniger $\alpha + \beta < 1$ sein wird, je weniger $m > 1$ ist.

Der Exponent x der polytropischen Curve, als welche die Expansionslinie angenommen wurde, ergiebt sich, indem für die Endpunkte der Strecke, längs welcher die Expansionslinie des Indicatordiagramms einen genügend gleichmässigen Verlauf hat, die Proportionalwerthe der Pressungen p_1. p_2 und der zugehörigen Volumina v_1, v_2 gemessen werden. Aus

$$p_1 v_1^x = p_2 v_2^x \text{ folgt dann } x = \frac{lg\, p_1 - lg\, p_2}{lg\, v_2 - lg\, v_1}.$$

Durch entsprechende Bestimmung der Coordinaten von Zwischenpunkten kann die Zulässigkeit der Annahme solcher polytropischen Expansionscurve geprüft werden. Für die Lenoir'sche Maschine ergab sich nahe $x = 2$. erhebliches Uebergewicht des Verlustes von Wärme über den Gewinn durch Nachbrennen erkennen lassend. —

Wird nun z. B. angenommen:

$$K = 10110, \quad m = 1{,}5; \quad \alpha + \beta = 0{,}95$$

$$T_0 = 350, \quad x = 2, \quad e = 0{,}5 \text{ und } p_1 = 5 p_0,$$

womit die Bedingung (8) wegen $p_2 = 1{,}25 p_0$ erfüllt ist, so würde aus (2) folgen: $p_m = 0{,}75\, p_0$. Mit Abzug von 2% werde jedoch gesetzt:

$$p_m = 0{,}735\, p_0.$$

Aus (4) folgt dann E mit $R = 30,5$ (§. 140), damit aus (5):

$$\eta = 0,084.$$

Mit dem erfahrungsmässigen Werthe $\eta_i = 0,55$ ergiebt sich endlich gemäss (6) die für eine Nutzpferdestärke stündlich erforderliche Gasmenge:

$$G = 1,432 \text{ Kgr., also } \frac{1,432}{0,588} = 2,44 \text{ Cubikm.}$$

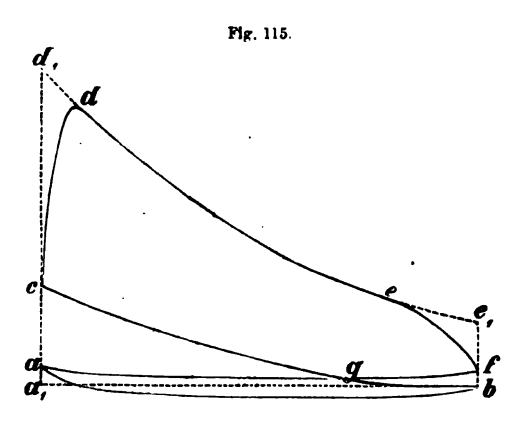
von 15^0 und normalem Atmosphärendruck.

§. 143. Ein- oder Zweicylindermaschinen mit plötzlicher Zündung des verdichteten Gasgemisches.

Seitdem der allgemeinen Anwendung des Viertaktes in Deutschland gemäss Urtheil des Reichsgerichts nichts mehr im Wege steht, werden die weniger einfachen und schon deshalb weniger ökonomischen hierher gehörigen Zweicylindermaschinen kaum noch gebaut; den folgenden Erörterungen werde eine Eincylindermaschine (Otto's Motor) zugrunde gelegt, dessen Arbeitsdiagramm übrigens dadurch erhalten werden kann, dass die Diagramme des Arbeits- und des Pumpcylinders einer Zweicylindermaschine aufeinander gelegt werden, sofern der Expansionsgrad des ersteren dem Compressionsgrade des letzteren gleich ist.

Ein solches Diagramm hat ungefähr die Gestalt $abcdefga$, Fig. 115, wobei aber zu grösserer Deutlichkeit die Curven ab und fa bezw. zu tief unter und zu hoch über der geraden atmosphärischen Linie $a_1 b$ gezeichnet sind. Der Ansaugung entspricht ab, der Compression bc, der explosiven Verbrennung cd, der Expansion de, der Ausströmung $efga$, insbesondere ef der Vorausströmung. Die indicirte Arbeit für eine Periode von 4 aufeinander folgenden Hüben wird also durch die Flächendifferenz

Fig. 115.



$$gcdefg - gabg$$

dargestellt. Ist auch die abzuziehende schmale Fläche, die um so grösser ausfällt, je schneller die Maschine läuft, gewöhnlich kaum messbar, indem

sie bei mehrmaligem Umlauf des Zeichenstifts als dicker Strich erscheint, so kann sie doch hinlänglich messbar gemacht werden durch Anwendung einer schwächeren Feder, die den oberen Theil des Diagramms unbestimmt lässt, den unteren aber in grösserem Druckmassstabe ergiebt. Zum Zwecke übersichtlicher Vergleichungen und von Vorausberechnungen werde nun aber wieder dieses Diagramm durch das in Fig. 115 zum Theil gestrichelte $a_1 bcd_1 e_1 ba_1$ ersetzt, welches, einem aller Nebenumstände entkleideten idealen Vorgange entsprechend, die indicirte Arbeit zwar in der Fläche bcd_1e_1b zu gross erscheinen lässt, dieselbe indessen durch Multiplication mit einem erfahrungsmässig zu bestimmenden Coefficienten hinlänglich angenähert ergeben kann. Auch mögen dabei bc und d_1e_1 als polytropische Curven angenommen werden, bezw. den Exponenten x und x_1 entsprechend.

Es seien nun Druck und Temperatur in den Zuständen des Gemisches, welche dargestellt sind durch die Punkte

$$\begin{array}{lcccc} & b & c & d_1 & e_1 \\ \text{bezw.} = & p_0,\ T_0 & p,\ T & p_1,\ T_1 & p_2,\ T_2; \end{array}$$

$$v_2 \text{ und } v_1 = e v_2$$

die specifischen Volumina des Gemisches in den Zuständen

$$e_1 \text{ und } b, \quad \text{bezw. } c \text{ und } d_1,$$

unter $v_1 : v_2 - v_1 = e : 1 - e$ das Verhältniss des Compressionsraums zum Hubvolumen des Cylinders verstanden. Die indicirte Arbeit für eine Periode von 4 aufeinander folgenden Hüben und für 1 Kgr. des resultirenden Gasgemisches ist dann:

$$E = a_1 d_1 e_1 b - a_1 cb$$

$$= \frac{p_1 v_1}{x_1 - 1}(1 - e^{x_1 - 1}) - \frac{p v_1}{x - 1}(1 - e^{x-1})$$

$$= p v_1 \left(\frac{1 - e^{x_1 - 1}}{x_1 - 1} \frac{p_1}{p} - \frac{1 - e^{x-1}}{x - 1} \right)$$

oder wegen

$$p v_1 = p_0 \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^x \frac{v_1}{v_2 - v_1}(v_2 - v_1)$$

$$= \frac{p_0}{e^x} \frac{e}{1 - e}(v_2 - v_1) = \frac{p_0 (v_2 - v_1)}{(1 - e)\, e^{x-1}}$$

$$E = p_m (v_2 - v_1) = p_m (1 - e) \frac{R T_0}{p_0} \quad \ldots\ldots\ldots (1),$$

wenn gesetzt wird:

$$p_m = \frac{p_0}{(1 - e)\, e^{x-1}} \left(\frac{1 - e^{x_1 - 1}}{x_1 - 1} \frac{p_1}{p} - \frac{1 - e^{x-1}}{x - 1} \right) \ldots\ldots (2)$$

= dem mittleren specifischen Ueberdruck auf den Kolben, bezogen auf einen Hub der vierhübigen Arbeitsperiode, welcher nach erfahrungsmässiger Schätzung zu verkleinern bleibt.

Das in diesem Ausdrucke (2) vorkommende Verhältniss, in welchem der Druck durch die Entzündung plötzlich erhöht wird, ist bei Abstraction von der entsprechenden Verdichtung:

$$\frac{p_1}{p} = \frac{T_1}{T} \text{ mit } T = \frac{T_0}{e^{x-1}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3),$$

und dabei T_1 bestimmt durch die der Gleichung (24) in §. 140 analoge Gleichung, nachdem in derselben der Ausdruck, welchem αK gleich gesetzt ist, vergrössert wurde im Gewichtsverhältniss des dem ganzen Process unterworfenen und des jeweils neu angesaugten Gasgemisches, oder nachdem αK selbst im umgekehrten Verhältnisse verkleinert wurde, nämlich, unter T' die im Compressionsraume zu Anfang des Ansaugens herrschende Temperatur verstanden, im Verhältnisse:

$$\frac{\frac{v_2}{T_0} - \frac{v_1}{T'}}{\frac{v_2}{T_0}} = 1 - \frac{v_1}{v_2}\frac{T_0}{T'} = 1 - e\frac{T_0}{T'}.$$

Die Gleichung, gemäss welcher T_1 bei gegebenen oder angenommenen Werthen von m, T, K und α bestimmt werden kann, ist somit:

$$\alpha K\left(1 - e\frac{T_0}{T'}\right) = \left[3{,}254\,m + 0{,}558 - (13{,}9\,m + 1)\frac{0{,}0691}{\Delta}\right](t_1 - t) +$$
$$+ (0{,}00028\,m + 0{,}00057)(t_1^2 - t^2) \quad \ldots (4).$$

Die mit 1 Kgr. Gas von mittlerer Beschaffenheit gewonnene indicirte Arbeit ist nun

$$E_1 = \frac{13{,}9\,m + 1}{1 - e\frac{T_0}{T'}} E \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5),$$

der Wirkungsgrad des entsprechenden Kreisprocesses:

$$\eta = \frac{E_1}{424(\alpha + \beta)K} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6),$$

unter βK die für 1 Kgr. Gas durch Nachbrennen entwickelte Wärme verstanden, endlich die Gasmenge, welche stündlich für 1 Nutzpferdestärke verbrannt wird,

$$G = \frac{3600 \,.\, 75}{\eta_i E_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7),$$

wenn η_i den indicirten Wirkungsgrad bedeutet. Zwischen der Zahl N solcher Pferdestärken, der wirksamen Kolbenfläche F, der mittleren Kolbengeschwindigkeit c und dem specifischen Ueberdruck p_m, der auf einen Hub der im Uebrigen als arbeitslos vorgestellten vierhübigen Arbeits periode bezogen wurde, besteht aber jetzt die Beziehung:

$$75 N = \frac{1}{4} \eta_i F p_m c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8).$$

Der Voraussetzung, dass bei der bis zum Hubende dauernden Expansion der Druck $> p_0$ bleibe, entspricht hier die Gleichung:

$$\frac{p_2}{p_0} = \frac{p_2}{p_1} \frac{p_1}{p} \frac{p}{p_0} = \frac{p_1}{p} e^{x_1 - x} > 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9).$$

Was die in einem gegebenen Falle oder im Mittel anzunehmenden, bezw. durch besondere Untersuchung zu bestimmenden Elemente betrifft, so sei zunächst bemerkt, dass durchschnittlich hier

$$e = 0{,}4; \quad \frac{e}{1-e} = \frac{2}{3}$$

= dem Verhältniss des Compressionsraums zum Hubvolumen des Cylinders zu sein pflegt. Die Temperatur (T_0), die das resultirende Gasgemisch zu Ende des Saughubes hätte, wenn von der Cylinderwand und vom Kolben keine Wärme hierbei mitgetheilt würde, ist nun gemäss Gl. (11) im vorigen Paragraph zu bestimmen, indem darin $V_a = V_1$ und $V = \frac{2}{3} V_1$ gesetzt wird, ausserdem T_a = der atmosphärischen, T = der Temperatur im Compressionsraume bei Beginn des Ansaugens, von welchen jene = 288, diese = der Temperatur des ausströmenden Gasgemisches, im Durchschnitt erfahrungsgemäss = 700 angenommen werde. Dann ergiebt sich $(T_0) = 377$ und bei Annahme einer Erwärmung von 46° durch Berührung mit Cylinderwand und Kolben:

$$T_0 = 377 + 46 = 423 = 273 + 150^0.$$

Auf die im vorigen Paragraph erklärte Weise fand Schöttler* aus Versuchen mit einem 4pferdigen Otto'schen Motor, wobei $e = 0{,}4$ und $a = 9$ war,

$$x = 1{,}235 \quad \text{und} \quad x_1 = 1{,}365.$$

Dabei war $p = 3{,}1\, p_0$ gemessen worden, der grösste Druck $p_1 = 10 p_0$.

Indem nun für dieses Beispiel gemäss Versuchen von Slaby (§. 142) ungefähr

* Schöttler „Die Gasmaschine", 1882, S. 105 u. ff. Die zweite, gänzlich umgearbeitete Auflage dieses Werkes konnte hier nicht mehr benutzt werden.

$$1 - e\frac{T_0}{T} = 1 - 0{,}4\,\frac{423}{700} = 0{,}758$$

gesetzt werden kann, folgt aus den Gleichungen (3):

$$T = \frac{423}{0{,}4^{0{,}235}} = 525; \qquad T_1 = \frac{10}{3{,}1}\cdot 525 = 1694$$

und dann aus (4) mit

$$K = 10110, \qquad m = 0{,}15\,.\,9 = 1{,}35 \text{ und } \Delta = 0{,}96$$

$$\alpha = 0{,}78.$$

Wegen kleiner Zeitdauer der Explosion bis zum Eintritt der Maximalpressung ist aber thatsächlich α etwas grösser, wie im vorigen Paragraph ausgeführt wurde, und mag durchschnittlich

$$\alpha = 0{,}8$$

geschätzt werden, einer nicht weniger vollständigen augenblicklichen Verbrennung entsprechend, als bei der Lenoir'schen Maschine. Nahe in demselben Verhältnisse, in welchem α vergrössert wurde, ist dann unter sonst gleichen Umständen gemäss (4) bei Voraussetzung ganz plötzlicher Explosion auch $t_1 - t$ zu vergrössern, wodurch sich für den Fall des Beispiels $T_1 = 1724$ ergiebt und somit der Druck, der für den gedachten Zustand d_1, Fig. 115, zu rechnen wäre,

$$p_1 = \frac{1724}{525}p = 3{,}28\,p$$

$$= 3{,}28\,.\,3{,}1\,p_0 = 10{,}17\,p_0.$$

Uebrigens kann, falls nicht zugleich t_1 entsprechend grösser ist, α kleiner sein, wenn m und e kleiner sind, wie es zur Sicherung möglichster Vollständigkeit der gesammten Verbrennung häufig der Fall ist; je weniger überschüssige atmosphärische Luft und indifferente Rückstände mit zu erwärmen sind, desto unvollständiger darf die explosive Verbrennung sein, um gewisse Maxima der Temperatur und des Drucks zur Folge zu haben, bei gleichwohl erhöhter Vollständigkeit der ganzen Verbrennung.

Diese Rechnungen, wenn auch im Wesentlichen zunächst nur auf ein Beispiel bezogen, können wenigstens Anhaltspunkte für die Annahmen gewähren, welche die Benutzung obiger Gleichungen erfordert. —

Es sei z. B.

$$K = 10110, \quad a = 8, \quad m = 1{,}2 \text{ und } \Delta = 0{,}96;$$

das Verhältniss des Compressionsraums zum Hubvolumen:

$$\frac{e}{1-e} = 0{,}6 \text{ entsprechend } e = \frac{3}{8}$$

und angenommen:

$\alpha + \beta = 0{,}95$ nebst $\varkappa = 1{,}235$ und $\varkappa_1 = 1{,}365$; $T' = 700$ = der Temperatur der Rückstände im Compressionsraum. Nach Gl. (11) im vorigen Paragraph ergiebt sich dann bei absoluter Lufttemperatur = 288:

$$(T_0) = \frac{1 + 0{,}6}{\frac{1}{288} + \frac{0{,}6}{700}} = 370,$$

wozu angenommen sei: $T_0 = 420$. Nun ist

$$p = \frac{p_0}{e^x} = 3{,}358\, p_0; \qquad T = \frac{T_0}{e^{x-1}} = 529;$$

und wenn die höchste Temperatur T_1, die bei ganz plötzlicher theilweisen Verbrennung in dem durch den Punkt d_1, Fig. 115, dargestellten Punkte eintreten würde, = 1800 angenommen wird (eine der Grössen T_1, p_1 oder α muss nothwendig angenommen werden), so folgt

$$p_1 = \frac{T_1}{T} p = 3{,}403\, p = 11{,}43\, p_0$$

und ergiebt sich aus Gl. (4) wegen

$$1 - e\frac{T_0}{T'} = 0{,}775: \quad \alpha = 0{,}78$$

ohne Bedürfniss nachträglicher Vergrösserung, indem dieses α nur für den idealen Vorgang gelten soll, auf Grund dessen es bei Voraussetzung von $T_1 = 1800$ bestimmt wurde. Während nun nach (9) nahe $p_2 = 3\, p_0$ ist, findet man aus (2): $p_m = 3{,}89\, p_0$, wofür jedoch mit einem Abzug von $4^0/_0$ wegen Abrundungen des Diagramms und mit Rücksicht auf dessen subtractive schmale Fläche

$$p_m = 3{,}73\, p_0$$

gesetzt werde. Mit $R = 30{,}5$ folgt endlich aus (1), (5) und (6):

$$\eta = 0{,}167$$

sowie mit $\eta_i = 0{,}75$ der stündliche Gasverbrauch für eine Nutzpferdestärke:

$$G = 0{,}527 \text{ Kgr. oder } \frac{0{,}527}{0{,}588} = 0{,}9 \text{ Cubikm.}$$

Die Vergleichung mit dem zu Ende des vorigen Paragraph berechneten Beispiel einer Lenoir'schen Maschine lässt den erheblichen Vortheil der Compression erkennen sowohl, was die Oekonomie des Betriebes, als was

die Grösse der Maschine betrifft. Zwar hat sich $\frac{1}{4} p_m$ nur 1,27 mal so gross ergeben, als früher p_m; doch reicht für eine gegebene Zahl N von Pferdestärken eine in höherem Grade kleinere Kolbenfläche F aus wegen der grösseren Werthe von η_i und der mittleren Kolbengeschwindigkeit c. Die Zulässigkeit schnelleren Ganges, ohne heftige Stösse befürchten zu müssen, ist besonders dadurch begründet, dass eine Richtungsumkehr des Drucks auf den Kolben nur beim Uebergang von der Ansaugung zur Compression stattfindet, wenn dieser Druck sehr klein ist, während der Kolben einer Lenoir'schen Maschine abwechselnd auf der einen und auf der anderen Seite vom Explosionsdrucke belastet wird. Die kleinere Maschine mit sanfterem Gang hat dann auch einen grösseren indicirten Wirkungsgrad zur Folge. —

Die durch Verbrennung oder durch Zuführung von aussen in einem Zeitelement dem Gasgemisch mitgetheilte Wärme dQ ist, algebraisch verstanden, nach §. 122, Gl. (2):

$$dQ = \frac{1}{R}(c_p p\, dV + c_v V dp),$$

unter p den augenblicklichen Druck, V das augenblickliche Volumen verstanden, welche mit Hülfe des Indicatordiagramms und der bekannten Grössen des Compressionsraums und des Hubvolumens bestimmbar sind. Sofern auch das Gewicht $= G$ des Gasgemisches berechnet werden kann, damit die betreffende Temperatur T wegen $pV = GRT$, lassen sich auch c_p und c_v als Functionen dieser Temperatur bestimmen. Einfacher und übersichtlicher gelangt man zur Kenntniss dieser Wärmemengen Q bei Voraussetzung constanter Werthe von c_v und $c_p = nc_v$, und zwar für beliebige Theile des ganzen Vorgangs, durch eine von Zeuner so genannte Abbildung des Indicatordiagramms. Mit

$$V dp = d(pV) - p\, dV$$

folgt nämlich aus obigem Ausdrucke für dQ:

$$dQ = \frac{c_v}{R}\left[d(pV) + (n-1) p\, dV\right]$$

oder wegen $AR = c_p - c_v = (n-1) c_v$:

$$\frac{dQ}{A} = \frac{pV}{n-1} d\left[ln(pV) + (n-1)\, ln\, V\right]$$

oder endlich nach Division durch $ln\, 10$, wodurch die natürlichen Logarithmen (ln) in Brigg'sche Logarithmen (lg) übergehen,

$$\left.\begin{aligned}\frac{n-1}{A \cdot ln\, 10} dQ &= p\, V \cdot dP \\ P &= lg(p\, V) + (n-1)\, lg\, V\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (10).$$

Die Abbildung, nämlich der in sich zurücklaufende Ort von Punkten, deren Abscissen $= P$ und deren Ordinaten $= p\, V$, somit proportional den betreffenden Temperaturen T sind, hat nun, wie Gl. (10) ersehen lässt, die Eigenschaft, dass die von irgend einem Stücke der Abbildung sich senkrecht zur P-Axe bis zu dieser erstreckende Fläche die (mit einer Constanten multiplicirte) Wärme ergiebt, welche bei der betreffenden Zustandsänderung mitgetheilt wurde; sie ist positiv oder negativ, jenachdem das betreffende Curvenstück im Sinne zu- oder abnehmender Abscissen P verläuft.

Solche Darstellung, wenn sie auch für den wichtigsten Theil des ganzen Vorgangs (Explosion und Expansion) nur das Ergebniss von zwei entgegengesetzten Einflüssen (Wärmeentwicklung durch Verbrennung und Wärmeabgabe an die Wände) erkennen, die Einzelgrössen derselben aber unbestimmt lässt, kann gleichwohl zu wesentlichen Aufschlüssen beitragen. So müsste z. B., wenn die Compressionslinie des Indicatordiagramms (*bc*, Fig. 115) wirklich eine polytropische Curve wäre mit $x > 1$, wie angenommen wurde, die Abbildung dieser Curve stetig ansteigen, zunehmenden Temperaturen entsprechend. Bei einem von Zeuner* benutzten Diagramm ist das nicht der Fall, senkt sich vielmehr diese Abbildung zuerst im Sinne der negativen P-Axe und steigt erst später im Sinne wachsender P, anfangs abnehmender Temperatur bei überschüssiger Wärmeentziehung, später zunehmender Temperatur bei überschüssiger Wärmemittheilung entsprechend; freilich zeigt auch schon die Compressionscurve dieses Indicatordiagrammes selbst eine merklich andere Gestalt, als der Fall zu sein pflegt, anfangs etwas abnehmenden, erst später wesentlich zunehmenden Druck. Uebrigens wird der Werth solcher Darstellung und der daraus gezogenen Folgerungen durch die zweifelhafte Annahme constanter, vor und nach der Verbrennung gleicher Werthe von c_p und c_v beeinträchtigt; auch könnte bei nur örtlicher Verbrennung des ungleichmässig zusammengesetzten Gemisches die Temperatur gleichzeitig an verschiedenen Stellen verschieden sein, sowie auch der Druck, wenn schon gleichförmiger vertheilt, doch wegen der durch die Explosion bewirkten stürmischen Bewegung nicht ganz unerheblich kleiner gefunden werden mag, als ohnedem der Fall wäre; der letztere Umstand beschränkt schon die Zuverlässigkeit des Indicatordiagramms. —

---

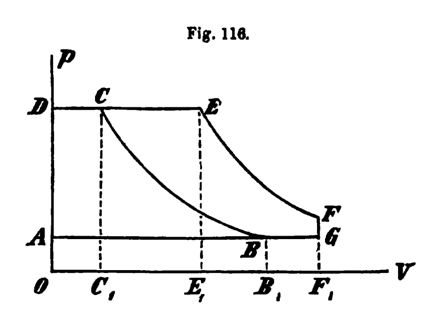
* Technische Thermodynamik, Bd. I, S. 437.

Aus dem Vorhergehenden ist zu schliessen, dass bei der Mannigfaltigkeit in Betracht kommender Umstände und der vielfachen Unsicherheit theoretischer Berücksichtigung ihrer sich gegenseitig bedingenden Einflüsse die thunlichst vortheilhafte Entwicklung der Construction und des Betriebes von Gasmotoren ganz besonders von planmässig geleiteten Versuchen zu erwarten sein wird, welche vor Allem den Einfluss des Expansions- und Compressionsgrades e, des Mischungsverhältnisses a, der Schnelligkeit des Ganges und der Temperatur des Kühlwassers betreffen. Durch theoretische und allgemeine Erwägungen lassen sich in Betreff dieser Umstände im Wesentlichen wohl Vermuthungen aussprechen, die aber durch Versuche geprüft und quantitativ bestimmt werden müssen. Je bedeutender die Expansion und Compression, je kleiner also e ist, eine desto vollständigere und zwar plötzliche Verbrennung des stark verdichteten Gemisches ist zu erwarten; desto vollständiger ist dann auch die Ausnutzung der entwickelten Wärme durch Verwandlung in Arbeit, desto kleiner die Temperatur der Abgase, wodurch der Verlust an Wärme vorwiegend bedingt wird. Je kleiner das Mischungsverhältniss a, je weniger also überschüssige Luft vorhanden ist, desto weniger braucht e und damit die Menge rückständiger Gase verkleinert zu werden, um gleichwohl eine hohe Maximaltemperatur und einen grossen Maximaldruck zu erhalten; um beide durch die Expansion genügend auszunutzen, müsste dann freilich e um so kleiner sein. Die Verkleinerungen von a und e sind dadurch begrenzt, dass die Verbrennungstemperatur sich derjenigen nähert, bei welcher Dissociation beginnen würde. Die Schnelligkeit des Ganges darf um so weniger gesteigert werden, je kleiner a und e sind, damit die Temperaturen der Abgase und der Cylinderwand nicht übermässig wachsen; auch nimmt mit zunehmender Geschwindigkeit die Steilheit der Explosionscurve des Indicatordiagramms ab und die Breite des subtractiven unteren Flächenstreifens zu, beides einer abnehmenden indicirten Arbeit entsprechend. Die Temperatur des Kühlwassers wird schon deshalb kaum von erheblichem Einflusse sein können, weil ihre möglichen Schwankungen im Vergleich mit der durchschnittlich viel höheren Temperatur des Gasgemisches im Cylinder nur gering sind; ist aber einmal einer gewissen Höhe dieser Temperatur (etwa 60^0) entsprechend der Kolben so eingeschliffen, dass er ohne übermässige Reibung genügend dicht hält, so ist es, wie Slaby hervorhebt, allerdings rathsam, dieselbe nicht erheblich zu ändern, um nicht (infolge von Zusammenziehung oder Ausdehnung des Cylinders) bei Verkleinerung die Reibung oder bei Vergrösserung die Durchlässigkeit für Gase zu steigern.

§. 144. Zwei- oder Dreicylindermaschinen mit allmählicher Zündung des verdichteten Gasgemisches, insbesondere bei erheblichem Ueberschuss von Luft.

Wenn eine solche Zweicylindermaschine gemäss den Andeutungen unter 3), §. 141, so eingerichtet ist, wie die Maschine von Simon bei Abstraction von der Unterstützung ihrer Wirkung durch Wasserdampf, den die Abgase entwickeln, so ist das Arbeitsdiagramm im Princip darzustellen durch Fig. 116, erhalten durch Aufeinanderlegen der idealen Indicatordiagramme $ABCD$ des Pump- und $DEFGA$ des Arbeitscylinders, so dass durch die Fläche $CEFGB$ die überschüssig gewonnene indicirte Arbeit dargestellt wird. Das längs AB bei atmosphärischem Druck von der Pumpe angesaugte Gemisch wird in derselben längs BC bis zum Zustande p_1, T comprimirt und längs CD in den Behälter geschafft, aus welchem es, an einer Flamme sich stetig entzündend und dadurch bei fast demselben Druck p_1 bis zur höheren Temperatur T_1 erhitzt, in den Arbeitscylinder längs DE angesaugt wird, darauf in diesem längs EF expandirt und, längs FG bei constantem Volumen auf atmosphärischen Druck reducirt, längs GA vom Arbeitskolben ausgetrieben wird. Die Temperatur T_1 kann hier gemäss §. 140, Gl. (23) bestimmt werden, indem die Verbrennung als vollständig anzunehmen ist. Indem übrigens ein erheblicher Vortheil gegenüber dem Otto'schen Motor von dieser Einrichtung kaum zu erwarten ist, wie auch bisherige Erfahrungen trotz Beihülfe von Dampfdruck lehren, betreffende Versuche aber einstweilen zu weiteren Schlüssen nicht zuverlässig und vollständig genug vorhanden sind, mögen hier nur die zwar überhaupt bisher nicht ausgeführten, aber für grössere Ausführungen von Köhler* mit Grund empfohlenen Maschinen mit allmählicher Verbrennung verdichteten Gases in einem getrennt davon zugeführten erheblichen Ueberschuss verdichteter Luft gemäss §. 141 unter 4) einer näheren Betrachtung unterworfen werden. Sofern es sich hier nur um das Princip handelt, werden dabei mit Köhler die specifischen Wärmen als Constante vorausgesetzt und auch sonst gewisse ideale Voraussetzungen gemacht.

Fig. 116.



* „Theorie der Gasmotoren", S. 39 u. ff.

Solchen Gaskraftmaschinen liegt der folgende Gedankengang Köhler's zugrunde. Sie würden ähnlich wirken wie die in §. 138 besprochenen offenen Luftmotoren mit geschlossener Feuerung, wenn man in einem geschlossenen Behälter als Feuerraum Gasflammen brennen liesse, durch welche besonders eingeführte comprimirte Luft, deren Druck dem im Behälter herrschenden entspricht, erwärmt wird, dann diese erwärmte Luft zusammen mit den Verbrennungsproducten des Gases in einen Arbeitscylinder hinter dessen Kolben leitete, wo sie zunächst mit Volldruck, dann durch Expansion wirkt, endlich vom zurückkehrenden Kolben ausgetrieben wird. Zur Speisung der Gasflammen muss eine Gaspumpe, zur Beschaffung der Luft eine Luftpumpe vorhanden sein. Statt mit reinem Gase können auch mit einem gasreichen Gemisch von Gas und Luft die Brenner gespeist werden bei Vorsorge gegen ein Zurückschlagen der Flammen. Solche Maschinen bieten den Vortheil, beliebig grosse Luftmengen zur Anwendung bringen zu können, ohne die Zündfähigkeit zu beeinträchtigen. Indem durch Erwärmung dieser Luft eine schädliche Temperaturerhöhung vermieden wird, Kühlwasser und Wärmeentziehung durch dasselbe erspart bleiben, würde freilich die in grösserer Menge, wenn auch weniger warm ausströmende Luft eine grössere Wärmemenge entführen können, falls sie nicht, was hier leicht geschehen kann, zur Vorwärmung von Gas und Luft benutzt würde. Der dann immerhin noch verbleibende Uebelstand erheblicher Wärmeverluste des zur Gasfeuerung kaum genügend dauerhaft herzustellenden Behälters ist schliesslich dadurch zu vermeiden, dass die Feuerung in den Arbeitscylinder verlegt wird, was der Gaszustand des Brennstoffs gestattet.

Einrichtung und Wirkungsweise eines derartigen Gasmotors sind also im Wesentlichen folgende. In zwei Compressionspumpen, bezw. für Gas- oder reiches Gasgemisch und für Luft, werden beide Theile gesondert bis zu gleichem Druck verdichtet und je einem Behälter zugeführt, aus welchem sie durch je einen Regenerator hindurch, der vorher von den warmen Abgasen durchströmt wurde, aus besonderen Oeffnungen in den ungekühlten Arbeitscylinder treten, während dessen Kolben einen Theil seines Hubes durchläuft; das aus den betreffenden brennerartigen Oeffnungen strömende Gas entzündet sich hierbei an einer beständig brennenden kleinen Flamme. Das Gemisch von Verbrennungsproducten mit verhältnissmässig viel überschüssiger Luft expandirt nach der Absperrung während des übrigen Theils des Hubes und wird vom zurückkehrenden Arbeitskolben durch die Regeneratoren hindurch ausgetrieben.

Wird der Luftpumpen- mit dem Arbeitscylinder vereinigt, so dass

dieser mit Hinzufügung eines Compressionsraums abwechselnd bei einer Kurbelumdrehung als Luftcompressionspumpe, bei der folgenden als Arbeitsmaschine dient, so ist der Vorgang folgender. Die Gasgemischpumpe schafft verdichtetes brennbares Gemisch in einen Behälter. Der Arbeitskolben saugt beim ersten Hube Luft aus der Atmosphäre und verdichtet sie beim zweiten Hube in den Compressionsraum hinein bis zu dem in jenem Behälter herrschenden Druck; aus diesem strömt das brennbare Gemisch während des ersten Theils des dritten Hubes durch den Regenerator hindurch in den Arbeitscylinder, wo es, an einer Flamme sich stetig entzündend, demnächst sammt der schon vorhanden gewesenen überschüssigen Luft expandirt, dann das Ganze beim vierten Hube bis auf den im Compressionsraum verbleibenden Rest durch den Regenerator hindurch ausgetrieben wird. Sofern in diesem Falle die Luft nicht vorgewärmt wird, um nicht durch ihre Compression die Temperatur so zu erhöhen, dass Kühlung des Arbeitscylinders sammt Compressionsraum rathsam wäre, (bei besonderer Luftpumpe kann diese gekühlt sein), ist der Gaspumpe zur Compression und dem Regenerator zur Vorwärmung hier nicht ev. reines Gas, sondern nur ein noch sicher brennbares Gasgemisch zugewiesen worden.

Bei dieser Zweicylindermaschine könnte, wie Köhler hervorhebt, der Kreisprocess im Princip ein fast vollkommener sein, entsprechend Mittheilung und Entziehung von Wärme bezw. bei höchster und bei niedrigster Temperatur. Abgesehen nämlich vom ersten und vierten Hube des Arbeitskolbens, womit Arbeiten nur nebensächlich verbunden sind, die betreffenden Volumendruckcurven sich fast decken, könnte man die Temperatur constant erhalten sowohl zu Anfang des zweiten oder Compressionshubes durch Einspritzen von etwas Wasser, wie zu Anfang des dritten oder Expansionshubes durch Einführung einer entsprechend begrenzten Menge verbrennenden Gases, während im Uebrigen die Compression zu Ende des zweiten, die Expansion zu Ende des dritten Hubes im ungekühlten Cylinder nahe adiabatisch stattfänden. Indessen würde dann, wie schon aus §. 123 zu schliessen ist, der Vortheil der Vergrösserung des Wirkungsgrades solchen Processes durch den Nachtheil nöthiger Vergrösserung, also Vertheuerung der Maschine, verbunden mit Verkleinerung ihres indicirten Wirkungsgrades ohne Zweifel mehr als aufgewogen werden.

Mit Köhler werde aber jetzt eine Dreicylindermaschine vorausgesetzt, in deren Pumpen infolge entsprechender Kühlung isothermische Compression stattfindet bei adiabatischer Expansion im ungekühlten

Arbeitscylinder. Indem dabei die Arbeiten der Pumpen durch Summirung der betreffenden Volumina zusammen durch ein einziges Diagramm dargestellt werden, und dieses mit dem Diagramm des Arbeitscylinders verbunden wird, kann auch hier die Figur 116 zugrunde gelegt werden, in welcher bei Voraussetzung gleichzeitiger Hübe aller Kolben durch AB die Summe der Hubvolumina beider Pumpen, durch AG das Hubvolumen des Arbeitscylinders dargestellt ist, durch $ABCD$ die überschüssige Compressionsarbeit in jenen, durch $DEFGA$ die überschüssige Expansionsarbeit in diesem, durch $BCEFG$ die resultirende indicirte Arbeit für ein Spiel, nämlich für einen Doppelhub bei einfacher, für einen einfachen Hub bei doppelter Wirkung; BC ist Isotherme, EF Adiabate, DCE und ABG entsprechen constantem Druck, FG constantem Volumen. Bei einstweiliger Abstraction von Vorwärmung seien nun Druck, specifisches Volumen und Temperatur in den Zuständen des Gemisches, die in Fig. 116 dargestellt sind durch die Punkte

$$\begin{array}{lcccc} & B & C & E & F \\ \text{bezw.} = & p_0,\ v_0,\ T_0 & p_1,\ v,\ T_0 & p_1,\ v_1,\ T_1 & p_2,\ v_2,\ T_2. \end{array}$$

Mit den Bezeichnungen

$$\frac{p_1}{p_0} = \pi, \quad \frac{T_1}{T_0} = \tau, \quad \frac{v_0}{v_2} = \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

ist dann:

$$v = \frac{1}{\pi} v_0 = \frac{\varphi}{\pi} v_2 \text{ und } v_1 = \tau v = \frac{\tau\varphi}{\pi} v_2 \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

und mit $c_p = n c_v$:

$$p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^n = p_1 \left(\frac{\tau\varphi}{\pi}\right)^n \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = T_1 \left(\frac{\tau\varphi}{\pi}\right)^{n-1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4).$$

Die indicirte Arbeit für einen Hub der doppeltwirkenden Maschine und für 1 Kgr. des Gemisches ist mit Rücksicht auf §. 122, (13) und (20):

$$E = C_1 CEE_1 + E_1 EFF_1 - F_1 GBB_1 - B_1 BCC_1$$

$$= p_1 (v_1 - v) + \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n-1} - p_0 (v_2 - v_0) - p_0 v_0 \ln \frac{p_1}{p_0}$$

$$= p_1 v_2 (\tau - 1) \frac{\varphi}{\pi} + \frac{p_1 v_2}{n-1} \left[\frac{\tau\varphi}{\pi} - \left(\frac{\tau\varphi}{\pi}\right)^n\right] - p_0 v_2 (1 - \varphi) - p_0 v_2 \varphi \ln \pi.$$

Wird dieselbe $= p_m v_2$ gesetzt, so ist

$$\frac{p_m}{p_0} = (\tau - 1)\varphi + \frac{\pi}{n-1} \left[\frac{\tau\varphi}{\pi} - \left(\frac{\tau\varphi}{\pi}\right)^n\right] - (1 - \varphi) - \varphi \ln \pi \,. \quad (5),$$

und es bedeutet p_m den mittleren specifischen Ueberdruck, mit welchem das Hubvolumen des Arbeitscylinders zu multipliciren ist, um bei doppelter Wirkung die ganze indicirte Arbeit für einen Hub zu erhalten. Mit Rücksicht auf (3) und (4) ist übrigens auch:

$$v_2 = \frac{R T_2}{p_2} = \frac{R T_1}{p_1} \frac{\pi}{\tau \varphi} = \frac{R T_0}{p_0} \frac{1}{\varphi}$$

$$E = p_m v_2 = \frac{p_m}{p_0} \frac{R T_0}{\varphi} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6).$$

Die mit 1 Kgr. Gas gewonnene indicirte Arbeit ist jetzt, wenn zu vollkommener Verbrennung desselben L Kgr. Luft nöthig sind, aber mL Kgr. zugelassen werden,

$$E_1 = (mL + 1) E \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (7),$$

worin m bei bisheriger Bedeutung von K und bei Annahme constanter specifischer Wärme c_p bestimmt ist durch die Gleichung:

$$K = (mL + 1) c_p (T_1 - T_0) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (8).$$

Schliesslich sind der Wirkungsgrad η des Kreisprocesses der gleichwerthigen geschlossenen Maschine und das Gewicht G des zu 1 Nutzpferdestärke stündlich nöthigen Gases:

$$\eta = \frac{E_1}{424 K} \quad \text{und} \quad G = \frac{3600 . 75}{\eta_i E_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9),$$

unter η_i den indicirten Wirkungsgrad verstanden.

Wird z. B. mit $K = 10000$ und $L = 13{,}9$

$$T_0 = 300, \quad \pi = 8, \quad \varphi = 1 \quad \text{und} \quad \tau = 2{,}5$$

angenommen, also $T_1 = 750 = 273 + 477^0$, ferner mit Rücksicht auf den verhältnissmässig geringen Gasgehalt des Gemisches, der auch zusammen mit der weniger hohen Maximaltemperatur T_1 die Voraussetzung constanter specifischen Wärme weniger zweifelhaft erscheinen lässt.

$$n = 1{,}4 \quad \text{und} \quad R = 30, \quad \text{also} \quad c_p = AR \frac{n}{n-1} = 0{,}248,$$

so ergiebt sich

$$p_2 = 1{,}57 p_0 \quad \text{und} \quad T_2 = 1{,}57\, T_0 = 471$$

$$p_m = 1{,}75 p_0$$

$$mL + 1 = 90, \quad \text{also} \quad m = 6{,}4 \quad \text{entsprechend} \quad a = \frac{6{,}4}{0{,}15} = 42{,}7$$

$$\eta = 0{,}334$$

und mit beispielsweise $\eta_i = 0{,}7$:

$$G = 0{,}272 \text{ Kgr., entsprechend } 0{,}46 \text{ Cubikm.}$$

Gas für die Pferdestärke und Stunde. Vom wirthschaftlichen Wirkungsgrade η_w (§. 121, Gl. 1) ist der Factor $\eta_2 = 1$, $\eta_1 = 1$ angenommen, also,

abgesehen von Wärmeverlusten durch Leitung, Strahlung und infolge von Undichtigkeiten,

$$\eta_w = \eta\,\eta_i = 0{,}234.$$

Sofern mit Rücksicht auf die Temperatur T_3 der Abgase eine Vorwärmung um 100^0, also von $T_0 = 300$ auf $T_0 = 400$ wohl zulässig erscheint, wäre dann in Gl. (8) unter übrigens denselben Umständen

$$T_1 - T = 350 \quad \text{für} \quad T_1 - T_0 = 450$$

zu setzen; im Verhältniss $7:9$ würden also $mL + 1$ und E_1 grösser, somit auch η grösser und G kleiner. Die Stundenpferdestärke würde nur noch 0,36 Cubikm. Gas erfordern.

Während für kleinere Leistungen der einfachere Otto'sche Motor vorzuziehen bleiben wird, kann dagegen mit Köhler die Concurrenzfähigkeit dieser Dreicylindermaschine gegenüber grösseren Dampfmaschinen unter Umständen wohl erwartet werden. Wird ihr Gasverbrauch für die Pferdestärke und Stunde bei möglichster Vorwärmung mit Rücksicht auf Nebenumstände zu 0,4 Cubikmeter angenommen, so würde sie bezüglich auf den Brennstoffverbrauch mit einer Dampfmaschine concurriren können, welche 1,5 Kgr. Steinkohle zum Einheitspreise von 1,4 Pf. für eine Stundenpferdestärke verbraucht, wenn das Cubikmeter jenes Gases für

$$\frac{1{,}5 \,.\, 1{,}4}{0{,}4} = 5^1/_4 \text{ Pf.}$$

zu haben wäre. Bei der kaum versagenden stetigen Zündung kann übrigens ein Gas verwendet werden, dessen Heizwerth zwar kleiner ist, jedoch in geringerem Grade als sein Preis. Bei der Vergleichung in wirthschaftlicher Beziehung kommt auch zu Gunsten der Gaskraftmaschine in Betracht, dass, abgesehen von sonstigen Vorzügen derselben, ihr bei gleicher Leistung höherer Preis durch den Wegfall der Kesselanlage mit Bedienung vermuthlich mehr als aufgewogen wird.

Berichtigungen.

Seite 187, Zeile 4 lies: $\frac{2\pi}{z}$ statt $\frac{2\pi R}{z}$.

Seite 188, Zeile 6 v. u. lies: ihre statt seine.

Seite 333, Zeile 6 v. u. lies: $(\sqrt{2} - 1)$ statt $(\sqrt{2 - 1})$.

Seite 341, Zeile 16 lies: $x_2 = w'' - w_2$.

Seite 343, Zeile 9 lies: E statt e.

Seite 403, Zeile 18 lies: mitgetheilte Wärmemenge statt gesammte Volumenänderung.

Seite 417, Zeile 7 v. u. lies: Wandfläche des Heizcanals statt Heizfläche des Heizcanals.

Seite 418, Zeilen 4 und 5 lies: $t_0 - t_1$, $t_1 - t_2$, $t_2 - t_3$ statt $t_1 - t_0$, $t_2 - t_1$, $t_3 - t_2$.

Seite 451, Zeile 7 ist zu streichen: $= \frac{k A_2 h}{c \Sigma (BG)}$.

Seite 451, Zeile 8 lies: abnehmender Wanddicke statt der Wanddicke.

Seite 488, Zeile 6 v. u. lies: Wasseräquivalent statt Wärmeäquivalent.

Inhaltsverzeichniss der fünften Lieferung.

D. Wärmemotoren.

I. Dampfmaschinen.

c. Indicirter Effect.

2. Zweicylindermaschinen.

d. Schwungräder von Dampfmaschinen.

e. Condensation.

f. Nutzeffect.

g. Dampfverbrauch.

II. Luftmotoren.

a. Luftmotoren mit offener Feuerung.

1. Geschlossene Maschinen.

α. Allgemeine Erörterungen.

β. Ausgeführte Maschinen.

2. Offene Maschinen.

b. Feuerluftmaschinen.

1. Feuerluftmaschinen mit festen oder tropfbar flüssigen Brennstoffen.

2. Gasmotoren.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.




CANCELLED
DEC 22'66 H